



Geofizikai inverz feladatok megoldása (általános elvek, korlátok és iterációs algoritmusok)*

MESKÓ ATTILA**

Ismeretes, hogy a gravitációs mágneses, geoelektromos, szeizmikus, stb. direkt feladatok egyértelműen megoldhatók, a geológiai-geofizikai modell geometriai és fizikai paramétereiből egyértelműen számíthatók a gravitációs és mágneses anomáliák, elektromos szondázási görbék, szintetikus szeizmogramok. Az inverz feladat megoldása viszont az esetek többségében nem egyértelmű.

A változók számát korlátozhatjuk ha a területre vonatkozó geofizikai-geológiai ismeretek felhasználásával néhány paramétert rögzítünk. Ilyen módon az inverz feladat egyértelművé tehető.

A mérési adatok és meghatározandó paraméterek kapcsolata általában nem-lineáris. Emiatt olyan iterációs algoritmus alkalmazását javasoljuk, mely a direkt feladat exakt megoldására épül. Az n -edik iterációs lépés paramétereiből számítjuk az n -edik lépés mérésekkel összevethető adatrendszerét. A paraméterek javítását az inverz feladat linearizált közelítéséből számítjuk az eltérések felhasználásával. (A feladat típusától függően a javításokra vonatkozó kapcsolat esetleg tovább egyszerűsíthető).

Az elvi levezetéseket háromdimenziós gravitációs inverz feladatok megoldásával illusztráljuk, refleziós szeizmikus és gravitációs anomália-adatok felhasználásával.

Известно, что прямые задачи гравиметрии, магнитометрии, электро-, сейсмо разведки и т. п. могут быть решены однозначно и что по физическим параметрам геолого-геофизической модели можно однозначно вычислить аномалии поля силы тяжести и магнитного поля, кривые электрического зондирования, синтетические сейсмограммы. Однако, в большинстве случаев обратные задачи не поддаются однозначному решению.

Количество переменных можно ограничить, если с использованием имеющихся для данного района геолого-геофизических данных задаются некоторыми параметрами. Благодаря этому решение обратной задачи может стать однозначным.

Связь данных наблюдений с определяемыми параметрами, как правило, является нелинейной. В связи с этим предлагается применять итерационный алгоритм, в основе которого лежит экзактное решение прямой задачи. По параметрам n -ого итерационного шага вычисляется система данных n -ого шага, сопоставляемых с результатами наблюдений. Поправки, вводимые в параметры, подсчитываются по линейаризованной аппроксимации обратной задачи с использованием отклонений. (В зависимости от типа решаемой задачи соотношение, касающееся поправок, может поддаться дополнительному упрощению).

Теоретические выводы иллюстрируются решением трехмерных гравиметрических обратных задач, с использованием сейсмических данных МОВ и аномалий поля силы тяжести.

It is known that direct problems of gravity, magnetics, geoelectricity, seismics etc. can be unambiguously solved i. e. gravity and magnetic anomalies, electric sounding curves, synthetic seismograms can be unambiguously computed from the geometric and physical parameters of the geological-geophysical model. The solution of the inverse problem is, however, in the majority of cases ambiguous.

The number of unknowns can be reduced, if some parameters are fixed using geophysical-geological data pertinent to the prospection area. Thus the inverse problem can be made unambiguous.

* Elhangzott a 20. Szimpóziumon 1976. szept. 16–19. Szentendrén.

** ELTE Geofizikai Tanszék.

The relation between measurement data and the parameters to be determined is in most cases non-linear. Therefore the application of an iterative algorithm is proposed, which is based on the exact solution of the direct problem. The data system of the n -th step to be compared with the measurements is computed from the parameters of the n -th iteration step. The corrections of the parameters are computed from a linearized approximation of the inverse problem using the deviations. (Depending on the nature of the problem the correction equations can be in some cases further simplified).

The theoretical deductions are illustrated by the solution of some three-dimensional inverse gravity problems, using reflection seismic and gravimetric anomaly data.

Bevezetés

Ismeretes, hogy a szeizmikus, mágneses, gravitációs, geoelektromos direkt feladatok egyértelműen megoldhatók. A felvett geológiai rétegsor vagy hatótest geometriai adataiból és az illető módszerekre jellemző fizikai paraméterekből, (a rugalmas hullámok terjedési sebessége, szuszceptibilitás, vagy remanens mágnesezettség, sűrűség különbség, fajlagos ellenállás stb.) egyértelműen számíthatók a szintetikus szeizmogramok, mágneses vagy gravitációs anomáliák, szondázási görbék stb. Ismeretes az is, hogy a gravitációs inverz feladat nem oldható meg egyértelműen, illetve nincsen bizonyítva általánosan az sem, hogy a szeizmikus és mágneses inverz feladatok egyértelmű megoldással rendelkeznek.

A meghatározandó geometriai és fizikai paraméterek, azaz az ismeretlenek számát csökkenthetjük, ha a területre vonatkozó geofizikai-geológiai ismeretek felhasználásával néhány paramétert rögzítünk. Néhány esetben ezzel az inverz feladat megoldása is egyértelművé tehető.

A mérési adatok és meghatározandó paraméterek kapcsolata általában nem-lineáris. Legtöbbször már a direkt feladat is csak közelítő numerikus módszerekkel oldható meg.

Ismeretes például, hogy a reflektált hullám menetidőgörbéje zárt alakban nem adható meg; x és t csupán külön-külön fejezhető ki a terjedési sebességek, dőlések és a sugár indulási szöge segítségével. Gravitációs és mágneses hatók tere ugyan zárt képletekkel írható fel, de ezek gyakorlati kiszámításakor különböző közelítésekre van szükség. Még nagyobbak az elvi és számítástechnikai nehézségek az inverz feladatok megoldásakor. A megoldásban használt módszerek változatosak. Elterjedt az inverz feladat linearizálásának módszere, a görbeseregek alkalmazásának módszere, a nem-lineáris optimalizáció különböző eljárásai, lineáris programozás alkalmazása, iterációs eljárások alkalmazása stb. Ezek közül néhány csak akkor működik elfogadhatóan, ha a meghatározandó paraméterek száma nem túlságosan nagy.

A következőkben egy általánosan alkalmazható iterációs eljárást ismertetünk, mely a direkt feladat megoldásán alapul. A kezdeti modelltől számítjuk a modellnek megfelelő geofizikai mennyiséget, ezt összehasonlítjuk a mérési eredményekkel. Az eltérések és a modell paraméterei között lineáris kapcsolatot állítunk fel. Ebből határozzuk meg a javításokat. Az iteráció hatásossága a kezdeti modell, illetve a javítások megválasztásától függ.

A konkrét összefüggéseket a geofizikai mérés természetétől függő módon kell megállapítani.

A rendelkezésre álló hely korlátai miatt részletesen a gravitációs inverz feladat megoldását tárgyaljuk. Bár a javasolt eljárás nem optimális az átlag-négyzetes értelemben, a lépésenkénti ellenőrzés lehetősége miatt geofizikai

feladatok megoldására alkalmasabb azoknál az eljárásoknál, melyek közvetlenül a paraméterek meghatározását tűzik ki célul.

A következőkben vázoljuk az általános elveket, majd tárgyaljuk a gravitációs direkt feladat gyors megoldásának algoritmusát, végül a gravitációs inverz feladat iterációs megoldását vázoljuk.

Az inverz feladat iterációs megoldásának általános elvei

Jelölje a modell paramétereit γ_i . Ezek közül az $1, 2, \dots, M$ indexűek (A csoport) a geometriai, az $M+1, \dots, N$ indexűek (B csoport) a fizikai paraméterek.

A paramétereiből a direkt feladat megoldása a szimbolikusan T_α -val jelölt transzformáció révén adódik, α a geofizikai mérésre jellemző index. A korrekciók és javítások után kapott mérési adatokat jelölje m_k .

A direkt feladat megoldásából kapható, az m_k mérési adattal egyező argumentumra vonatkozó értékeket jelölje μ_k , végül az inverz feladat megoldását foglaljuk össze a szimbolikus T_α^{-1} jelöléssel. Ha k számú mérési pontnak van, a bevezetett jelölésekkel:

$$\mu_k = T_\alpha [\gamma_i] \quad (1)$$

$$\gamma_i = T_\alpha^{-1} [m_k] \quad (2)$$

$$(i = \underbrace{1, 2, \dots, M}_A, \quad \underbrace{M+1, \dots, N}_B)$$

$$(k = 1, 2, \dots, K).$$

Az inverz feladat természetesen nem adhat egyértelmű megoldást, ha $K < N$. A megoldás instabil (nem stabil) ha $K \approx N$. Elfogadható eredmény remélhető, ha K jóval nagyobb, mint N . Az iteráció lényege a γ_i paraméterek javítása

$$\gamma_i^{(j)} = \gamma_i^{(j-1)} + T_\alpha^{\text{approx}} (\Delta m_k^{(j-1)}), \quad (3)$$

ahol $\gamma_i^{(j)}$ a j -edik iterációs lépésben kapott paraméter, T_α^{approx} közelítő lineáris transzformáció, végül

$$\Delta m_k^{(j-1)} = m_k - T_\alpha [\gamma_i^{(j-1)}], \quad (4)$$

tehát az eltérés a mérési adat és a direkt feladat ($j-1$ -edik iteráció-paramétereivel számított megoldása között. A T_α^{approx} meghatározása a konkrét geofizikai mérés természetétől függ. Lineáris transzformáció alkalmazása akkor jogosult, ha $\Delta m_k^{(j-1)}$ kicsiny. A $\gamma_i^{(0)}$ a modellnek felel meg. Mivel (3) csak kis $\Delta m_k^{(j-1)}$ értékek esetén elfogadható, esetenként a kezdeti modellt is több lépésben kell meghatározni.

A T_α^{approx} levezetését többféle módon végezhetjük. Ezek közül egyet vázolunk az alábbiakban. Ha a γ_i paraméterek kis változtatása μ kis változásához vezet, a μ függvényt sorba fejthetjük a γ_i ($i = 1, 2, \dots, K$) körül

$$\mu(\gamma_i + \Delta\gamma_i) = \mu(\gamma_i) + \sum_i \frac{\partial \mu}{\partial \gamma_i} \Delta\gamma_i + \vartheta [\Delta\gamma_i^2], \quad (5)$$

majd a paraméterváltozásban négyzetes tagokat elhanyagolhatjuk. A parciális deriváltaknak a mérési pontok argumentumaiban felvett értékeit $c_i^{(k)}$ -val jelölve és felhasználva, hogy $\mu(\gamma_i + \Delta\gamma_i) - \mu(\gamma_i)$ ugyanezen argumentumoknál a $\Delta\mu$ megváltozásokat adja

$$\Delta\mu_k(\gamma_i) = \sum_i c_i^{(k)} \Delta\gamma_i. \quad (6)$$

Mivel K jóval kisebb, mint N , a (6) egyenletből a $\Delta\gamma_i$ értékek közvetlenül nem fejezhetőek ki.

Vezessük be azonban az η_j redukált mérési adatokat az

$$\eta_j = \sum_l d_{jl} \mu_l \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (7)$$

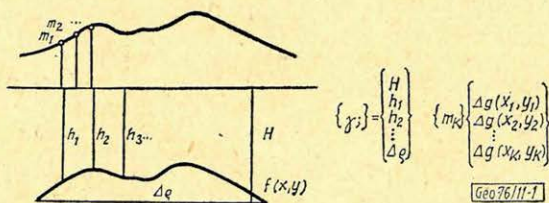
definícióval. Ezekkel a (6) egyenlet

$$\Delta\eta_j = \sum_l d_{jl} \Delta\mu_l = \sum_l d_{jl} \sum_i c_i^{(k)} \Delta\gamma_i = \sum_{i=1}^N C_{ji} \Delta\gamma_i \quad (8)$$

alakra hozható. A C_{ji} a d_{jl} konstansokból és $c_i^{(k)}$ értékekből könnyen meghatározható négyzetes mátrix. A keresett lineáris kapcsolatot a C_{ji} inverz mátrixának választható és ezzel a (3) helyett a $\gamma_i^{(j)}$ és $\gamma_i^{(j-1)}$ vektorok közötti kapcsolat

$$\gamma_i^{(j)} = \gamma_i^{(j-1)} + [C_{ji}]^{-1} [\Delta\eta_j] \quad \text{lesz.} \quad (9)$$

A redukált mérési adatok definiálásakor törekedhetünk arra, hogy C_{ji} mátrix inverze számítható legyen. A (9) egyenlettel kifejezett kapcsolatot bizonyos esetekben tovább egyszerűsíthető. (1. ábra).



1. ábra. A gravitációs inverz feladatban szereplő jelölések. H a vonatkozási szint mélysége (ható alsó határa); h_i a ható felszínének mélysége; $\Delta\rho$ sűrűségkülönbség; $f(x, y)$ a ható felszínét leíró függvény; m_k mérési adat, (esetünkben a Δg sűrűségű ható gravitációs anomália képe); γ_i a modell paramétereinek összefoglaló jelölése.

Рис. 1. Условные обозначения, применяемые при обратной гравиметрической задаче. H - глубина (нижняя граница) поверхности приведения; h_i глубина поверхности возмущающего тела; $\Delta\rho$ разность плотности; $f(x, y)$ - функция, описывающая поверхность возмущающего тела; m_k - данные измерения (в данном случае аномалии поля силы тяжести возмущающего тела плотностью $\Delta\rho$); γ_i - сводное обозначение параметров модели.

Fig. 1. Denotations in the gravimetric inverse problem. H is the depth of the reference level (lower edge of the anomalous body), h_i the depth of the surface of the anomalous body, $\Delta\rho$ density difference, $f(x, y)$ the function describing the surface of the anomalous body, m_k measurement data (in the present case the gravity anomalies of the anomalous body with the density $\Delta\rho$), γ_i a summarized notation for the parameters of the model.

A gravitációs direkt feladat megoldása

Tételezzük fel, hogy a ható H talpmélységét és a ható és környezete közötti $\Delta \rho$ sűrűségkülönbséget ismerjük. A ható felszínét adjuk meg az $f(x, y)$ függvényvel.

A Δg anomália a felszínen ismeretes módon:

$$\Delta g(x, y, z = 0) = G \Delta \rho \int_{\Omega} \frac{f(x, y) - z}{|\bar{r}|^{3/2}} d\sigma, \quad (10)$$

ahol $d\sigma$ háromdimenziós tömegelem, Ω az integrálásban szereplő térfogat és G a gravitációs állandó.

Wang és Mufti (1975) bizonyította, hogy a kocka gravitációs tere jól közelíthető tömegpont gravitációs terével, ha a kocka elegendő mélységben és (vagy) horizontálisan elegendő távolságban van a megfigyelési ponttól. A hiba $\pm 0,1\%$ -nál kisebb, ha a tömegközéppont mélysége nagyobb, mint a kocka élhosszának háromszorosa. Mufti (1975) vizsgálatai szerint 1% -nál pontosabb közelítés érhető el, ha a hatót kellően kis méretű kockákból építjük fel. A két eredmény együttesen azt jelenti, hogy tetszőleges ható terét tömegpontok terének összegével határozhatjuk meg.

A tömegpont terének Fourier transzformáltja ismert és analitikusan megadható egyszerű függvény. A kétváltozós Fourier-transzformáció igen gyorsan végrehajtható a gyors Fourier-transzformáció (FFT) algoritmusával. Emiatt a direkt feladat megoldására a következő eljárás javasolható. A hatót N számú, D vastagságú vízszintes rétegre osztjuk, majd minden réteget középvezetési vonalában elhelyezkedő tömegpontok sorozatával helyettesítünk:

$$M_n(I, K) = 6 \cdot 67 \rho D^3 \vartheta_n(I, K), \quad (11)$$

ahol $M_n(I, K)$ az n -edik rétegben az $(I; K)$ koordinátájú pontban koncentrált tömeg; ρ a ható és környezete közötti sűrűségkülönbség; D az állomástávolság km -ben, míg

$$\begin{aligned} \vartheta_n(I, K) &= 0, \text{ ha } P(I, K) \notin \Omega, \\ &= 1, \text{ ha } P(I, K) \in \Omega, \end{aligned} \quad (12)$$

azaz $\delta_n(I, K)$ zérus, ha a $P(I, K)$ pont nem tartozik a ható által meghatározott Ω tartományba, illetve $\vartheta_n(I, K) = 1$, ha $P(I, K)$ a ható belsejében van.

Az n -edik réteg középvezetési vonalának mélysége

$$H - \frac{2n+1}{2} D.$$

Emiatt végül

$$\Delta g(\mathcal{J}, L) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \sum_{h=0}^{N-1} \mathcal{F} \{M_n(I, K)\} e^{-2\pi \left(H - \frac{2n+1}{2} D \right) e'} \right\} \quad (13)$$

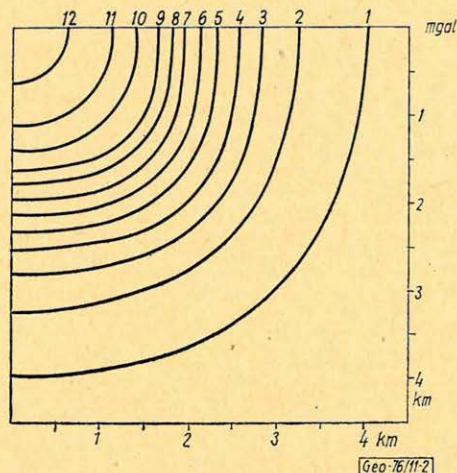
A képletben \mathcal{F} a direkt, \mathcal{F}^{-1} az inverz diszkrét Fourier transzformációt jelöli $e' = (f'_x + f'^2_y)^{1/2}$.

Az eljárás alkalmazására látunk példákat a 2. – 3. és a 4. – 5. ábra-párokban. A 2. ábra derékszögű prizma gravitációs terét adja meg az exakt

$$\Delta g(x, y, z) = f_e \left| \left| u \ln(v+r) + v \ln(u+r) - w \arctg \frac{uv}{wr} \right. \right. \begin{array}{c} x-u_2 \quad y-v_2 \quad z-w_2 \\ \left| \quad \quad \left| \quad \quad \left| \right. \\ x-u_1 \quad y-v_1 \quad z-w_1 \end{array} \right. \right. \quad (14)$$

képlet szerint számolva. A derékszögű hasáb csúspontjainak koordinátái

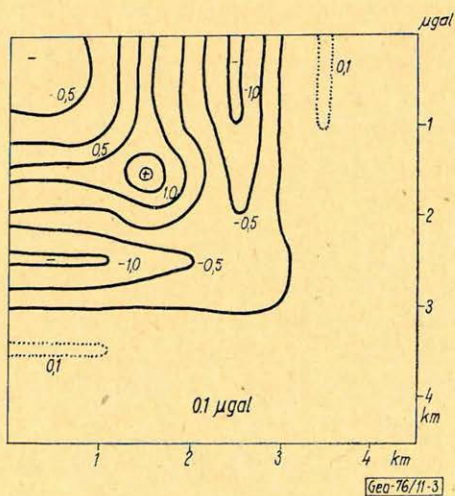
$$(u_1, v_1, w_1), (u_2, v_1, w_1), \dots, (u_2, v_2, w_2).$$



2. ábra. Négyzetalapú derékszögű prizma gravitációs hatása a pontos képletekkel (14) számítva. Méretek: alapél 4 km, vastagság 0,5 km, tömegközéppont mélysége 1 km, sűrűség 1 gcm⁻³.

Рис. 2. Гравитационный эффект прямоугольной призмы с квадратным основанием, подсчитанный экзактной формулой (14). Размеры: грань основы – 4 км, толщина – 0,5 км, глубина центра массы – 1 км, плотность – 1 гсм⁻³.

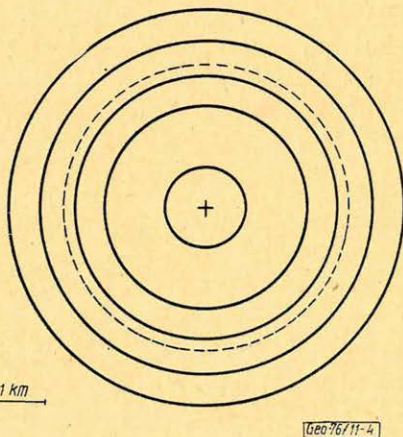
Fig. 2. Gravity effect of a square-based prism using the correct formulas Eq. 14. Its dimensions: edge of the base 4 km, thickness 0.5 km, depth of the gravity centre 1 km, density 1 g cm⁻³.



3. ábra. Eltérés a pontos és a közelítő képlettel meghatározott hatások között.

Рис. 3. Разности между величинами, полученными экзактной и приближенной формулами, соответственно.

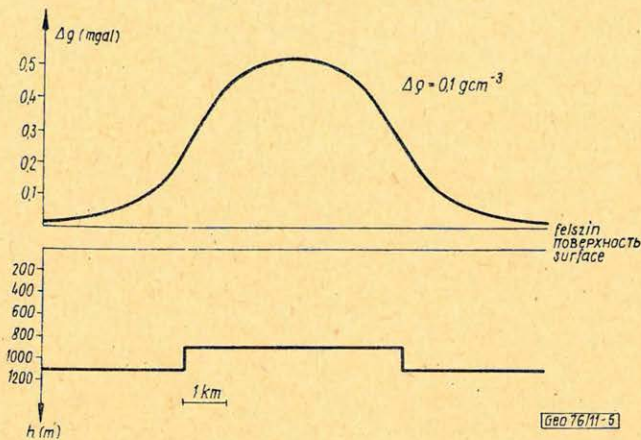
Fig. 3. The difference of the effects determined with the approximative formula from the accurate ones.



4. ábra. Henger gravitációs tere (a henger sugara 2,5 km, vastagsága 0,4 km, tömegközéppont mélysége 1 km, sűrűségkülönbség $\Delta \rho = 0,1 \text{ gcm}^{-3}$.)

Рис. 4. Поле силы тяжести цилиндра (радиусом 2,5 км, толщиной 0,4 км, глубиной центра массы – 1 км, разностью плотности $\Delta \rho = 0,1 \text{ гсм}^{-3}$).

Fig. 4. The gravity field of a cylinder (the radius of the cylinder is 2.5 km, its thickness 0.4 km, the depth of the gravity centre 1 km, density difference $\Delta \rho = 0,1 \text{ g cm}^{-3}$.)



5. ábra. Henger gravitációs tere a Δg maximumon áthaladó szelvényen (felső rész) és a henger metszete.

Рис. 5. Поле силы тяжести цилиндра по профилю, проходящему через максимум Δg (верхняя часть) и поперечное сечение цилиндра.

Fig. 5. Gravity field of a cylinder in a profile crossing the Δg maximum (upper part) and the cross-section of the cylinder.

A hasáb méretei $4 \text{ km} \times 4 \text{ km} \times 0,5 \text{ km}$, tömegközéppontjának mélysége 1 km , sűrűség 1 g cm^{-3} . Az exakt és a közelítéssel számított Δg eltérése a 3. ábrán látható.

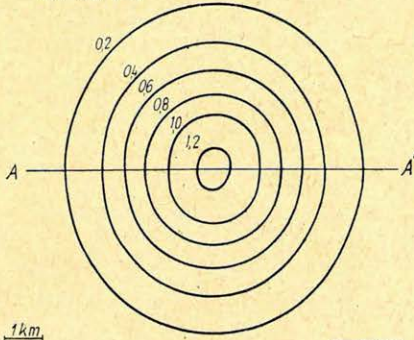
A maximális eltérés kisebb, mint 1% . Mindkét ábrán a teljes adatrendszer egynegyedét ábráztuk.

A 4. ábra henger gravitációs terét ábrázolja (a henger sugara $2,5 \text{ km}$, vastagsága $0,4 \text{ km}$, a feltételezett sűrűségkülönbség, $\Delta \rho = 0,1 \text{ g cm}^{-3}$). A számítást a (13) közelítéssel végeztük. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy $\Delta \rho$ izovonalai nagyon jó közelítéssel koncentrikus körök. A $\Delta \rho$ anomália lefutása pontosabban látható az 5. ábrán. Ez az anomália maximumán áthaladó szelvényt ábrázol. Alatta feltüntettük a henger metszetét is.

Az inverz feladat megoldása

Ismeretes, hogy a gravitációs inverz feladat egyértelművé válik, ha a $\Delta \rho$ sűrűségkülönbséget és a ható alsó (vagy felső) határának mélységét rögzítjük (Skeels, 1974, Smith, 1961 etc.). Az irodalomban javasolt eljárások többsége erre az egyértelművé tett inverz feladatra ad megoldást. (Bott, 1960, Corbato, 1965, Tanner, 1967, Negi és Garde, 1968, Oldenburg, 1974.) Az általunk kifejlesztett iterációs módszer is feltételezi $\Delta \rho$ és a $z_{\max} = H$ alsó határ mélységének ismeretét. A kezdeti modellt $\lambda \Delta \rho = \Delta h$ összefüggéssel határozzuk meg, λ értékét egy kísérleti λ_k felvétele után a legkisebb négyzetek módszerével állítjuk elő. A kezdeti modell, illetve a további iterációs lépésekben kapott modellek gravitációs terét a (11)–(13) képletekkel határozzuk meg. A javításokat a bevezetésben vázolt linearizálás segítségével számítjuk. Kísérleti és gyakorlati anyagon végzett vizsgálatok szerint a konvergencia gyors, $5-10$ iterációs lépés elegendő ahhoz, hogy a mért és a számított értékek átlagos eltérése $0,005 \text{ mgal}$ -nál kisebb legyen.

$\Delta g(x,y)(\text{mgal})$



6. ábra. Szerkezeti modell gravitációs tere, $H = 2 \text{ km}$, maximális vastagság $0,3 \text{ km}$, sűrűségkülönbség $0,2 \text{ gcm}^{-3}$.

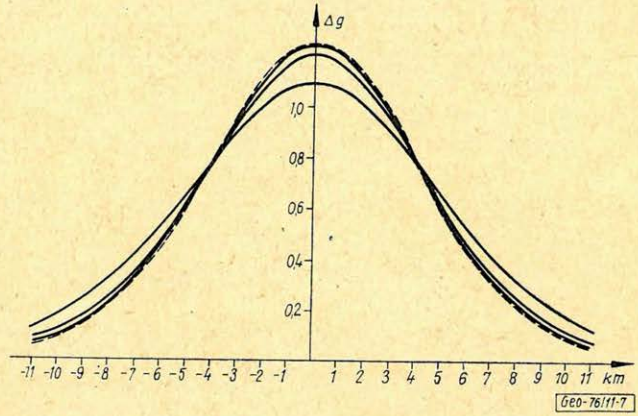
Рис. 6. Поле силы тяжести модели структуры: $H = 2 \text{ км}$, максимальная толщина $0,3 \text{ км}$, разность плотности $0,2 \text{ гсм}^{-3}$.

Fig. 6. Gravity field of a structural model, $H = 2 \text{ km}$, maximum thickness $0,3 \text{ km}$, density difference $\Delta \rho = 2 \text{ g cm}^{-3}$.

7. ábra. Szerkezeti modell gravitációs tere Δg_E a csúson áthaladó szelvényben (szaggatott vonal és az iterációs lépésekben kapott Δg értékek (folytonos vonallal).

Рис. 7. Поле силы тяжести модели, Δg_E по профилю, проходящему через максимум (пунктирная линия) и полученные итерацией величины Δg (сплошная линия)

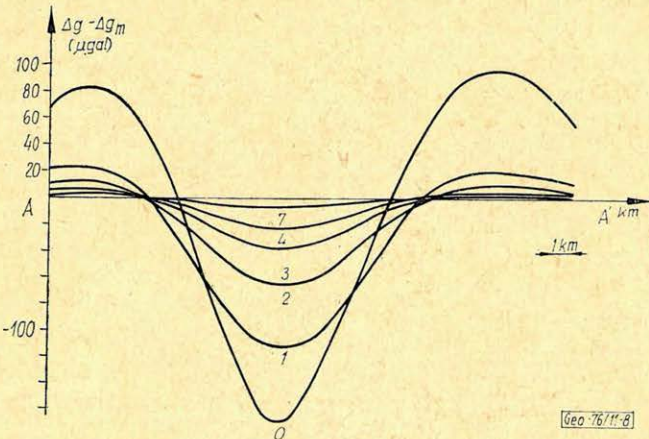
Fig. 7. The gravity field of the structural model, Δg_E in a profile across the top (dotted line), and the values Δg in the iteration steps (continuous lines).



8. ábra. A modell és az iterációs lépésekben kapott szerkezet gravitációs tereinek eltérése a Δg_E maximumán áthaladó szelvényben. A számok az iterációs lépések sorszámát adják meg.

Рис. 8. Отклонения полей силы тяжести модели и структуры, получаемой итерациями, по профилю проходящему через максимум Δg_E . Цифры обозначают порядковые номера итерационных шагов.

Fig. 8. The difference between the gravity fields of the model and of the structure from the iteration steps in a profile across the maximum of Δg_E . The numbers indicate the serial number of iterations.



A 6. – 8. ábrák a módszer modellvizsgálatát illusztrálják. A 6. ábra egy $H = 2 \text{ km}$ mélységű, közelítőleg $0,3 \text{ km}$ maximális vastagságú szerkezet $\Delta(g, y)$ gravitációs képe (sűrűségkülönbség $0,2 \text{ g cm}^{-3}$). A 7. ábra az első, második és hetedik iterációs lépés eredményeként kapott Δg értékeket folyamatos vonallal, a modell terét (közelítendő Δg értékeket) szaggatott vonallal adja meg az $A - A'$ szelvényben. Megjegyzendő, hogy a 7. lépés eredménye és a közelítendő Δg közötti eltérés kisebb, mint az ábra mutatja (kisebb, mint a vonalvastagság). A közelítés javulása jobban szemlélhető a 8. ábrán. Ezen az egyes iterációs lépésekben kapott Δg és a közelítendő Δg eltéréseit mutatjuk be, szintén az $A - A'$ szelvény mentén, ahol legnagyobbak az eltérések. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a 7. ábrán Δg értékét mgalban, a 8. ábrán a $(\Delta g - \Delta g_m)$ értékét $\mu \text{ gal}$ -ban adtuk meg.

A modell és a 7. iterációs lépésben kapott szerkezet felszínének maximális eltérése kisebb 3 méternél , azaz a maximális vastagság 1% -ánál. A két felület átlagnégyzetes eltérése pedig $0,37 \text{ méter}$.

Számos, a bemutatotthoz hasonló modellvizsgálat megnyugtató eredménye után a módszert mérési adatokra alkalmaztuk. A regionális komponenszt a Bouguer anomáliákból irányfüggetlen, normált sávszűrőkkel távolítottuk el és feltételeztük, hogy a reziduális komponenszt teljes egészében a nagyobb sűrűségű medencealjzat mélységingadozásai (undulációi) okozzák.

A gyakorlati alkalmazás példáját mutatja be az utolsó ábra Szeged és környéke kutatási területen.

Az iterációs eljárás bemenő paraméterei:

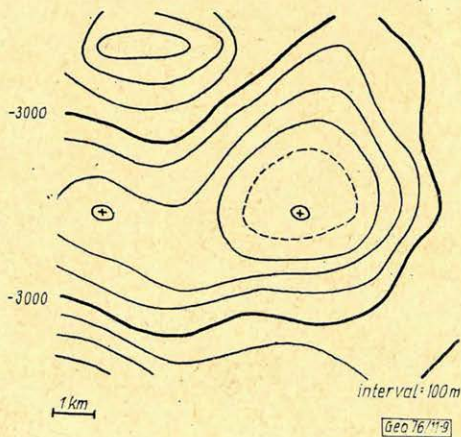
$$z_{\max} = 3.3 \text{ km}, \quad \Delta \rho = 0.15 \text{ g cm}^{-3}.$$

Az inverz feladat megoldását, azaz a nagyobb sűrűségű medencealjzat felszínének szintvonalait a 9. ábrán mutatjuk be.

9. ábra. Az inverz feladat iterációs megoldásának eredménye a Szeged és környéke kutatási területen (nagyobb sűrűségű aljzat szintvonalai).

Рис. 9. Результат решения обратной задачи интерационным методом в районе работ г. Сегед (изолинии фундамента повышенной плотности).

Fig. 9. The result of the solution by iteration of the inverse problem in the exploration area Szeged: depth contours of the high density basement.



További gyakorlati vizsgálatok és reflexiók szeizmikus, valamint mélyfúrási adatokkal való összehasonlítás alapján megállapítható, hogy az iterációs eljárás jó eredményt ad, ha

- a regionális komponens eltávolítása megfelelő,
- a reziduál anomáliákat egyetlen sűrűségugrás felület alakítja ki,
- a z_{\max} és $\Delta \rho$ kielégítő pontossággal megadható.