

Gát, G., Goginava, U., Uniform and L-convergence of logarithmic means of double Walsh-Fourier series, Georgian Math. Journ. 12 (1) (2005), 75-88.

Cikkben kétváltozós integrálható függvények logaritmikus közepeinek konvergenciájával foglalkoztunk.

$$t_{n,m}f := \frac{1}{l_n l_m} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{m-1} \frac{S_{j,k}f}{(n-j)(m-k)}$$

(ahol l_n az $1/k$ számok összege) az f függvény úgynevezett kétváltozós Nörlund logaritmikus közepe. "Pongyolán fogalmazva" a kétváltozós Fourier részletösszegek egy speciális átlagát vettük. A cikkben (többek között) igazoltuk, hogy a legbővebb norma konvergencia tér az $L \log(L)^2$ tér. A cikkben szükséges és elégséges feltételt adtunk az f folytonossági modulusára, ahhoz, hogy a $t_{n,m}f$ logaritmikus közepek f -hez konvergáljanak. Ezt a kérdést megoldottuk az integrálható (L^1), illetve a folytonos függvények tere esetében is.

Gát, G., On the divergence of the Fejér means of integrable functions on two-dimensional Vilenkin groups, Acta Math. Hungar. 107 (1-2) (2005), 17-33.

Cikkben kétváltozós integrálható függvények Fejér közepeivel foglalkoztam. Igazoltam, hogy az úgynevezett $L \log(L)$ teret nem lehet úgy bővíteni, hogy igaz maradjon az, hogy a függvényter bármely f eleme esetén a kétváltozós Fejér közepek Pringsheim féle értelemben konvergáljanak f -hez majdnem mindenütt.

Gát, G., Divergence of Fejér means of Lipschitz functions on noncommutative Vilenkin groups with respect to the character system, Acta Sci. Math. (Szeged), 71 (2005), 181-193.

Cikkben úgynevezett nem kommutatív Vilenkin csoportokon, a karakterrendszerre vonatkozóan végeztem vizsgálatokat. Igazoltam, hogy az eredeti Fejér féle eredmény nem igaz a nem Abel esetben. Nevezetesen igazoltam, hogy van olyan $a > 0$, G_m nem kommutatív Vilenkin csoport, hogy van olyan $Lip(a)$ -beli függvény (tehát nemcsak folytonos) a G_m csoporton, hogy a Fejér közepek egy sűrű halmazon divergálnak.

Gát, G., Properties of Fejér means of Fourier series with respect to unbounded Vilenkin systems, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, Serie II, Suppl. 76 (2005), 355-373.

Cikkben úgynevezett nem korlátos Vilenkin rendszerekre vonatkozó Fejér közepeket vizsgálom. A nem korlátos rendszerek esete lényegesen nehezebb, mint az úgynevezett korlátos Vilenkin, vagy Walsh rendszereké. Egyetlen dolgot említenék példának. A trigonometrikus, a Walsh és a korlátos Vilenkin esetben a Fejér féle magfüggvények L^1 normái egyenletesen korlátosak. Ez a nem korlátos esetben nincsen így. Ez igen sok nehézséget okoz. A cikkben, többek között igazolom, hogy a $\sup |\sigma_{M_n}|$ maximál Fejér operátor korlátos az $L(\log L)^{a+1}$ térből a $L(\log L)^a$ térbe.

Gát, G., Goginava, U., Tkebuchava, G., Convergence in measure of logarithmic means of double Walsh-Fourier series, Georgian Math. Journal, 12 (2005), No. 4, 607-618.

Cikkben az kétváltozós függvények Nörlund logaritmikus közepeinek mértékbeli konvergenciájával, illetve divergenciájával foglalkoztunk.

A kutatás keretében készült további három cikkben:

Gát, G., Goginava, U., Uniform and L-convergence of logarithmic means of Walsh-Fourier series, Acta Mathematica Sinica (English Series), 22 (2)(2006), 497 - 506.

Gát, G., Goginava, U., Tkebuchava, G., Convergence of logarithmic means of multiple Walsh-Fourier series, Analysis in Theory and Applications, 21 (4) (2005), 326-338.

Gát, G., Goginava, U., Tkebuchava, G., Convergence in measure of logarithmic means of quadratical partial sums of double Walsh-Fourier series, Journal of Math. Anal. and Appl., 323 (2006), 535-549.

integrálható függvények Nörlund logaritmus közepének konvergencia kérdéseivel foglalkozunk. A

Gát, G., Goginava, U., Nagy, K., On (H_{pq}, L_{pq}) -type inequality of maximal operator of Marcinkiewicz-Fejér means of double Fourier series with respect to the Kaczmarz system, Math. Ineq. and Applications, 9 (3) (2006), 473-483

cikkben a Walsh-Kaczmarz rendszerre vonatkozó Marcinkiewicz-Fejér közepek maximáloperátorát vizsgáltuk. Ezek a közepek nem mások, mint a diagonális $S_{j,j}$ Fourier részletösszegek számtani közepei.

Nem kommutatív Vilenkin csoportok karakter rendszerére vonatkozó Fejér-Lebesgue tétel érvényességét vizsgáltam a következő cikkben.

Gát, G., Fejér means of functions on noncommutative Vilenkin groups with respect to the character system, Analysis Math., 32 (2006), 25-48.

Igazoltam, hogy a tétel nem igaz, azaz kimutattam, hogy létezik olyan $p > 1$, nem kommutatív Vilenkin csoport, f L^p -beli függvény olyan, hogy f Fejér közepei nem tartanak majdnem mindenütt f -hez. Beláttam azt is, hogy a $p = 2$ esetben fennáll a közepek f -hez való majdnem mindenütti konvergenciája.

Nörlund logaritmus közepek konvergenciájával kapcsolatban elért eredményeiről összefoglalót írtam a következő cikkben.

Gát, G.: On convergence properties of logarithmic means of Walsh-Fourier series, Constructive Function Theory, Varna, July 1-7, 2005 (B. Bojanov ed.), Marin Drinov Academic Publishing House, Sofia, 2006, 113-120., 2006

A

Gát, G., Goginava, U.: Almost Everywhere Convergence of (C, α) -Means of Quadratical Partial sums of double Vilenkin-Fourier Series, Georgian Math. J., 13 (3) (2006), 447-462.

cikkkel kapcsolatban a következő történelmi háttér érdekes: 1939.-ben Marcinkiewicz igazolta a 2-dimenziós trigonometrikus rendszerre azt, hogy az $S_{j,j}f$ Fourier részletösszegek számtani átlaga (azaz a Marcinkiewicz közepek) majdnem mindenütt f -hez tartanak, ha csak az f függvény $L \log L$ -beli. Zhizhiashvili 1968.-ban élesítette ezt az eredményt, és belátta a bővebb L^1 térre, valamint a $(C, 1)$ közepek helyett az általánosabb (C, α) közepekre. Gát 2004.-ben igazolta, úgynevezett korlátos Vilenkin csoportokra és $(C, 1)$, azaz Marcinkiewicz közepekre Zhizhiashvili eredményét. Ebben a cikkben ezen eredmény (C, α) közepekre történő általánosítása olvasható, azaz az eredeti Zhizhiashvili féle eredmény Vilenkin csoportokra.

A

Gát, G., Goginava, U.: Maximal convergence space of a subsequence of the logarithmic means of rectangular partial sums of double Walsh-Fourier series, *Real Analysis Exchange*, 31 (2) (2006), 447-464.

cikkben igazoltuk kétdimenziós Nörlund Walsh közepek esetében, ha az f függvény $L \log L$ -beli, akkor a $t_{2^n, 2^m} f$ közepek majdnem mindenütt f -hez tartanak. Továbbá ez a legbővebb ilyen tér ugyanis, bármely végtelenben eltűnő d mérhető függvényre, van olyan f $L \log Ld(L)$ -beli függvény, hogy $t_{2^n, 2^m} f$ már nem tart majdnem mindenütt f -hez.

Blahota, I., Gát, G., Goginava, G.: Maximal operators of Fejér means of Vilenkin-Fourier series, *J. Inequal. Pure Appl. Math.*, 149 7 (4) (2007), 1-7.

cikkkel kapcsolatosan: Ismeretes, hogy az egydimenziós Walsh rendszerre vonatkozó Fejér közepek maximáloperátora (H^p, L^p) típusú, hacsak $p > 1/2$. Ez Weisz 1998.-as eredménye. Jelen cikkben beláttuk, hogy Weisz eredménye nem javítható, azaz a nevezett maximáloperátor nem lesz $(H^{1/2}, L^{1/2})$ típusú.

Blahota, I., Gát, G., Goginava, U.: Maximal operators of Fejér means of double Vilenkin-Fourier series, *Colloquium Mathematicum*, 107 (2) (2007), 287-296.

cikkben: az előbbi JIPAM-ban megjelent cikk kétdimenziós változa. Igazoltuk, hogy a $\sup_n |\sigma_{n,n} f|$ a Walsh rendszerre vonatkozó kétdimenziós Fejér közepek maximáloperátora nem lesz $(H^{1/2}, L^{1/2})$ típusú.

Szeretném kiemelni a következő cikkem, amely a kutatási időszak fő eredménye:

Gát, G.: Pointwise convergence of cone-like restricted two-dimensional $(C, 1)$ means of trigonometric Fourier series, *Journal of Approximation Theory*, 149 (1) (2007), 74-102.

E cikk háttere a következőkben foglalható össze. Marcinkiewicz és Zygmund 1939.-ben igazolta kétváltozós trigonometrikus Fourier sorok Fejér közepeivel kapcsolatban, hogy $\sigma_{n,m} f \rightarrow f$ majdnem mindenütt bármely integrálható kétváltozós f függvényre, ha n és m úgy tart végtelenbe, hogy a hányadosuk korlátos, azaz az (n, m) pár egy egyenes köré húzott kúpban marad. A nevezett cikkben igazoltam, hogy, ha az egyenest helyettesítjük egy függvény görbéjével, azaz az (n, m) pár egy "görbe köré húzott kúpban marad", akkor is igaz marad a $\sigma_{n,m} f \rightarrow f$ majdnem mindenütti konvergencia bármely integrálható kétváltozós f függvényre.

A

Gát, G.: Almost everywhere convergence of Fejér means of L^1 functions on rarely unbounded Vilenkin groups, *Acta Mathematica Sinica (English series)*, 23 (12) (2007), 2269-2294.

cikkben nem korlátos Vilenkin csoportokon foglalkoztam Fejér közepek majdnem mindenütt való konvergenciájával. Ami azért is érdekes, mert ismeretes, hogy nem korlátos Vilenkin csoportokon nem igaz az, hogy bármely integrálható függvény esetében a Fejér közepek L^1 normában a függvényhez tartanak. Nem igaz az, hogy a Fejér féle magfüggvények L^1 normái korlátos sorozatot alkotnának.

M.H. Taiblesonnak mintegy 25 éves sejtése volt az, hogy a 2-adikus egészek csoportjának karakterrendszerére vonatkozó Fejér-Lebesgue tétel igaz. Ezt Gát 1998.-ban igazolta. A következő cikkben ennek a $(C, 1)$ közepre vonatkozó állításnak van az igazolása (C, α) közepekre. Tehát

Gát, G.: Almost everywhere convergence of Cesàro means of Fourier series on the group of 2-adic integers, *Acta Math. Hungar.*, 116 (3) (2007), 209-221.

További a Nörlund logaritmus közepre vonatkozó eredmény:

Gát, G., Goginava, G.: Almost everywhere Convergence of a Subsequence of the Logarithmic means of quadratical partial sums of Double Walsh-Fourier Series, Publ. Math. Debrecen, 71 (1-2) (2007), 173-184.

A Blahota, I., Gát, G., Norm summability of Nörlund logarithmic means on unbounded Vilenkin groups, 24 (1) (2008), 1-17.

cikkünkben az Analysis in Theory and Applications című lapban igazoltuk, hogy jóllehet a Nörlund logaritmus közep általában rosszabbul viselkednek, mint a Fejér közep, viszont van egy olyan nem korlátos Vilenkin csoport osztály, hogy bármely integrálható f függvény esetében a $t_{M_n}f$ Nörlund logaritmus közep normában f -hez tartanak. Ez azért is meglepő, mert bármely nem korlátos Vilenkin csoport estében van olyan f függvény, hogy a $\sigma_{M_n}f$ Fejér közep nem tartanak normában f -hez. Tehát ekkor a Nörlund logaritmus közep "viselkedése jobb."

Gát, G., Goginava, U., Nagy, K., Marcinkiewicz-Fejér means of double Fourier series with respect to the Walsh-Kaczmarz system (benyújtva) cikkünkben

belátjuk, hogy a Walsh-Kaczmarz rendszerre vonatkozó kétváltozós Fourier sorok Marcinkiewicz-Fejér közepének maximál operátora korlátos a H_{pq} Hardy-Lorentz térből az L_{pq} Lorentz térbe bármely $p > 2/3$ és $0 < q \leq \infty$ esetén. Következésképpen kapjuk, hogy a Walsh-Kaczmarz rendszerre vonatkozó integrálható függvények kétváltozós Fourier sorának Marcinkiewicz-Fejér közepi majdnem mindenütt a függvényhez konvergálnak. Ezt az utóbbi eredményt a trigonometrikus rendszerre Zhizhiashvili 1968.-ban látta be.

Gát, G., Nagy, K., On the (C, α) -means of quadratical partial sums of double Walsh-Kaczmarz-Fourier series, Georgian Mathematical Journal (megjelenés alatt) cikkünkben

igazoljuk, hogy bármely pozitív α és integrálható kétváltozós f függvény esetében az $S_{j,j}f$ kvadratikusan Fourier részletösszegek (C, α) közepi majdnem mindenütt az f függvényhez konvergálnak. Az eredmény trigonometrikus rendszerre vonatkozó megfelelője Zhizhiashvili 1968.-as eredménye.

Gát, G., Goginava, U., On the divergence of Nörlund logarithmic means of Walsh-Fourier series, Acta Mathematica Sinica (megjelenés alatt) cikkünkben

egyváltozós integrálható függvények Walsh-Fourier sora Nörlund logaritmus közepének divergenciáját vizsgáljuk. Nevezetesen, bármely a nemnegatív valós számokon értelmezett végtelenben eltűnő mérhető δ függvény esetében van olyan $f \in L \log L\delta(L)$ -beli függvény, hogy pozitív mértékű halmazon fognak a $t_n f$ Nörlund logaritmus közep divergálni.

A 2008 év fő eredménye - az itt már nem közölt további két megjelent cikk mellett az, hogy a témavezető "Walsh, Vilenkin és trigonometrikus rendszerre vonatkozó egy- és kétdimenziós Fejér közep konvergencia kérdései" címmel akadémiai doktori értekezést nyújtott be a MTA doktori bizottsághoz. Az értekezés jelenleg bírálattal van.

A témavezető további megjelenés alatti cikkei:

Gát, G., Goginava, U., Nagy, K., Marcinkiewicz-Fejér means of double Fourier series with respect to the Walsh-Kaczmarz system, Stud. Sci. Math. Hungar.

Gát, G., Toledo, R., On the converge in L^1 -norm of Cesàro means with respect to representative product systems, Acta Math. Hungar.

Blahota, I., Gát, G., Almost everywhere convergence of Marcinkiewicz means of Fourier series on the group of 2-adic integers, *Studia Math.*

Gát, G., Goginava, U., The weak type inequality for the maximal operator of the $(C; \alpha)$ -means of the Fourier series with respect to the Walsh-Kaczmarz system, *Acta Math. Hungar.*

Előadások

"On convergence properties of logarithmic means of Walsh-Fourier series (results and conjectures)", 2005 CONSTRUCTIVE THEORY OF FUNCTIONS - 2005 VARNA, June 1-7, 2005.

"Maximal convergence spaces of some operators related the Fourier series of two-variable functions on the Walsh group (invited main speaker)", *Fourier Analysis Extremal Problems and Approximation*, Budapest, September 19-25, 2005.

"Convergence and divergence of some operators related the Fourier series of two-variable functions on the Walsh group", VIII Conferencia Internacional Sobre Aproximacion y Optimizacion en el Caribe, Santo Domingo, Republic Dominicana, Abril 3-7, 2006.

"Walsh-Fourier sorokkal kapcsolatos operatorok maximalis konevergencia terei", *Függvényegyenletek, harmonikus analízis, spektrálszintézis* címmel tudományos ülészak, MTA Budapest 2006 május 2. MTA székház nagyterem, (meghívott előadó).

"Some convergence properties of Fourier series with respect to the weighted Walsh system", *Protaras International Conference in Fourier and Complex Analysis: Classical Problems--Current View*, Protaras, Cyprus 06-11 May 2006.

"Restricted convergence of Fejér means of trigonometric Fourier series", *New Trends and Directions in Harmonic Analysis, Approximation Theory, and Image Analysis*, Inzell, Germany, September 17 - 21, 2007.

"Convergence of Cesàro means of Fourier series (invited main speaker)", *Second Workshop on Extremal Problems in Fourier Analysis*, Budapest, MTA Rényi Intézet, September 18-24, 2007.

"Convergence spaces of some summability methods of Walsh-Fourier series of two-variable functions (invited visitor)", Havana, Cuba, (Universidad de la Habana) 2007, october 14-25.

"Maximal convergence spaces of (C, α) summability methods of trigonometric and Walsh series", *Mathematical Inequalities and Applications 2008*, Conference in honour of Prof. Josip Pečarić on the occasion of his 60th birthday, Trogir - Split, Croatia, 2008.

"Convergence and divergence of Fejér means of Fourier series on one and two-dimensional Walsh and Vilenkin groups", *Discrete Analysis and applications (Walsh-Fourier Series, Complexity-Cryptography)* 27-29 September 2008, Thessaloniki, Greece.

"Convergence and divergence of sequence of operators with respect to the two-dimensional Walsh system", *Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, Tbilisi, Georgia, June, 2008.

A pályázat további eredménye még, hogy

2005 november-decemberben, valamint 2008 októberében egy-egy hónapig vendégkutató volt a Nyíregyházi Főiskola matematika és informatika intézetében Prof. Ushangi Goginava egyetemi tanár (Tbilis State University, Georgia). Az OTKA pályázat keretében folyó kutatási munka a (többek között) vele való nemzetközi együttműködés keretében is folyik.