ELLENTMONDÁSOK KIKÜSZÖBÖLÉSE A DISKURZUSBÓL KÉRDÉSEK SEGÍTSÉGÉVEL

DYEKISS EMIL GERGELY

1. Bevezetés[1]

Modellezzük azt a párbeszédet, amikor valaki anyanyelvünkön beszél hozzánk, és amit mond, megpróbáljuk megérteni, sőt az igazságtartalma is fontos nekünk!

Ilyen helyzet lehet, amikor időpontot egyeztetünk egy találkozóra, és beszélgetőpartnerünk felsorolja, hogy melyik napokon ér rá. Tegyük fel, hogy miután hosszan ecsetelte, hogy csak szerdán ér rá, minden szabadkozás vagy saját tévedésére való utalás nélkül közli, hogy szerdán nem ér rá. Mit tehetünk ilyenkor? Visszakérdezhetünk. Megkérdezhetjük, hogy tulajdonképpen szerdán ráér-e, vagy sem, és ez a válaszából várhatóan ki is fog derülni.

A párbeszéd modellezése legegyszerűbb esetben a kijelentéslogikára épül. Ennek klasszikus szemantikája csak annyit tud megállapítani az ellentmondásos helyzetben, hogy az addig elhangzott mondatoknak megfelelő formulahalmaz kielégíthetetlen, de továbblépésre nem ad lehetőséget. Diskurzusok elemzéséhez megfelelő eszköznek tűnik a dinamikus szemantikai megközelítés. Bemutatom, hogy a vizsgált probléma nem oldható meg akármilyen egyszerű dinamikus szemantikai keretben, de ismertetek egy olyan szemantikai elméletet, amely alkalmas az ellentmondások és a visszakérdezés kezelésére.

2. Mire keressük a megoldást?

Adott egy párbeszéd, amit tekinthetünk egy (kijelentéslogikai) formulákból álló sorozatnak. A formulasorozat az utolsó tagja nélkül kielégíthető formulahalmazt ad, de az utolsóval együtt nem. A diskurzus nem akadhat el emiatt, a párbeszédet folytatni szeretnénk úgy, hogy az ellentmondásosságot kiküszöböljük, de nem feltétlenül a legutolsó formula figyelmen kívül hagyásával. Biztosítani kell egy visszavonás műveletet, amellyel az ellentmondást okozó formulát „hatástalaníthatjuk” (az általa hordozott információt kivonhatjuk az aktuális információs állapotból). Továbbá ahhoz, hogy megtudjuk,

[1] Itt szeretném megköszönni a témával és a cikk megírásával kapcsolatos észrevételeit Kálmán Lászlónak, Maleczki Mártának és Pásztorné Varga Katalinnak; családomnak pedig a türelmét.

mely formula az, amelyet vissza kell vonnunk, lehetőséget kell biztosítani a visszakérdezésre. Szintaktikai és szemantikai fogalmakat kell bevezetni, és megmutatni, hogyan alkalmasak ezek a kívánt cél elérésére.

Definiálni kell a kijelentéslogika nyelvét (szintaxis). Az ellentmondásosság felismerésében fontos szerepet játszik a hozzá tartozó klasszikus szemantika, amit a később ismertetett szemantikai rendszerek is fel fognak használni, így ezt is megadom. Ismertetem a kijelentéslogikához tartozó legegyszerűbb felfrissítő szemantikát. Definiálom azokat a szemantikai fogalmakat, amelyek szükségesek a vizsgált jelenség formális megfogalmazásához. Bemutatom, hogy megoldásához nem elégséges az egyszerű felfrissítő szemantika. Végül olyan elméleteket vázolok fel, amelyek megkísérlik a probléma megoldását.

Tisztában vagyok vele, hogy az itt vizsgált eseten kívül más problémás helyzetek is léteznek, melyek a diskurzus „elakadását” okozhatnák. Ilyen lehet az előfeltevések nem teljesülése is, melyet a cikkben ismertetett szemantikai rendszer bővítése kezelni tudna. Továbbá előfordulhat, hogy a diskurzus több lépésén keresztül folyamatosan ellentmondásos állapotban vagyunk, mégis több állítás visszavonásával az ellentmondásosság kiküszöbölhető. A cikk ezt a helyzetet sem vizsgálja.

3. Kijelentéslogika[2]

Az itt definiált szintaxis és szemantika az alapja a kifejtett dinamikus rendszereknek.

3.1. Szintaxis

1. Definíció: **A kijelentéslogika nyelve**

$$L_0 =_{\mathrm{def}} \langle \mathbf{LC}, \mathbf{Con}, \mathbf{Form} \rangle$$

2. Definíció: **Logikai konstansok**

$$\mathbf{LC} =_{\mathrm{def}} \{(,), \neg, \wedge, \vee\}$$

Ezek: a nyitó- és csukó zárójel, a negáció, a konjunkció és az alternáció jelei.

3. Definíció: **Kijelentéskonstansok**

$$\mathbf{Con} =_{\mathrm{def}} \{p_{\mathrm{i}}\}_{\mathrm{i}\in\mathrm{N}}$$

[2] Szintaxis és klasszikus szemantika Kálmán–Rádai (2001: B. függelék) és Ruzsa (1988) alapján.

A p_i konstansok kijelentéseknek felelnek meg. Tegyük fel továbbá, hogy **Con** $\neq \emptyset$. [3]

4. Definíció: **Formulák**

Form az a legkisebb halmaz, amely eleget tesz a következő feltételeknek:

a. $p \in$ **Con** $\Rightarrow p \in$ **Form** (egy kijelentéskonstans formula: atomi formula)
b. $\varphi \in$ **Form** $\Rightarrow \neg\, \varphi \in$ **Form** (formula negáltja is formula)
c. $\varphi, \psi \in$ **Form** $\Rightarrow (\varphi \wedge \psi) \in$ **Form** (formulák konjunkciója is formula)
d. $\varphi, \psi \in$ **Form** $\Rightarrow (\varphi \vee \psi) \in$ **Form** (formulák alternációja is formula)

3.2. Klasszikus szemantika kijelentéslogikához

5. Definíció: **Univerzum**

$U = \{I, H\}$

I az igaz tényállások, H pedig a hamis tényállások halmaza, melyekre teljesül, hogy $I \cap H = \emptyset$ és $I \cup H \neq \emptyset$.

6. Definíció: **Interpretáció-függvények**

Egy interpretáció-függvény jele ρ és teljesül rá, hogy $p \in$ **Con** esetén $\rho(p) \in U$.

Egy interpretáció-függvény a kijelentéskonstansokhoz elemi tényállásokat rendel.

7. Definíció: **Modellek**

$M =_{\text{def}} \langle I, H, \rho \rangle$

M jelöl egy modellt, I és H rendre az igaz és hamis tényállások halmaza, ρ pedig a modellhez tartozó interpretáció-függvény.

[3] A cikkben $\emptyset$ mindenhol az üres halmazt jelöli.

8. Definíció: **Formulák (klasszikus[4]) szemantikai értéke**

a. $[p]^M =_{\text{def}}$	1, ha $\rho(p) \in I$;	0 egyébként
b. $[\neg\, \varphi]^M =_{\text{def}}$	1, ha $[\varphi]^M \in H$;	0 egyébként
c. $[(\varphi \wedge \psi)]^M =_{\text{def}}$	1, ha $[\varphi]^M = 1$ és $[\psi]^M = 1$;	0 egyébként
d. $[(\varphi \vee \psi)]^M =_{\text{def}}$	1, ha $[\varphi]^M = 1$ vagy $[\psi]^M = 1$;	0 egyébként[5]

Itt $[\varphi]^M$ jelöli a φ formula szemantikai értékét az L_0 nyelv M modelljében, feltéve, hogy $p \in$ **Con** és φ, $\psi \in$ **Form**, továbbá 1 jelöli az *igaz*, 0 pedig a *hamis* igazságértéket.

4. Egyszerű felfrissítő[6] szemantika kijelentéslogikához

Ez a nagyon egyszerű dinamikus szemantikai rendszer, melyet Kálmán–Rádai (2001: 4.1. fejezet)-ből emeltem ki kis módosítással, a ◊ modális operátor elhagyásával és az alternáció bevezetésével, jó kiindulópont az alapvető problémák bemutatásához, illetve bonyolultabb szemantikai rendszerek megalapozásához. Mint a dinamikus szemantikai rendszerekben általában, itt is információs állapotokból információs állapotokba képező függvényként modellezzük a formulák jelentését, vagyis egy formula jelentése az információváltoztató képessége.

9. Definíció: **Információs állapotok az egyszerű felfrissítő szemantikában**

Az egyszerű felfrissítő szemantika információs állapotainak halmazát Σ_0 jelöli, és ha **M** az L_0 nyelv modelljeinek osztálya, akkor $\Sigma_0 =_{\text{def}} P(\mathbf{M})$, ami **M** hatványhalmaza (részhalmazainak halmaza). Egy információs állapot azokat a modelleket tartalmazza, amelyek lehetségesek az információink alapján.

[4] A „klasszikus” szemantikai értéket a szimpla szögletes zárójel [ ] jelöli, szemben a későbbiekben használt dupla szögletes zárójellel ⟦ ⟧, amely a dinamikus szemantikai érték számára van fenntartva.

[5] Az alternációt általában a konjunkció és a negáció segítségével szokták definiálni, de mivel egy később ismertetett rendszerben ezt nem tudom megtenni, itt sem származtatom belőlük.

[6] A „felfrissítő” szemantika (angolul „update semantics”) gondolata Robert Stalnakertől (1974, 1978) származik, ezt fejlesztette tovább Frank Veltman (1985, 1996). [Kálmán–Rádai (2001: 88) nyomán.]

10. Definíció: **Szemantikai értékek az egyszerű felfrissítő szemantikában**

Ha φ egy formula, akkor az egyszerű felfrissítő szemantikabeli szemantikai értéke:

$[\![\varphi]\!] : \Sigma_0 \rightarrow \Sigma_0$

Egy formula szemantikai értéke egy függvény, mely Σ_0 elemeihez Σ_0 elemeit rendeli.[7]

a. Ha φ *atomi formula*, akkor $[\![\varphi]\!](\sigma) =_{\text{def}} \{M \in \sigma : [\varphi]^M = 1\}$, vagyis az atomi formulák az őket igazra értékelő modelleket tartják meg az eredeti információs állapotból.

b. $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma)$ =def $\sigma \setminus [\![\varphi]\!](\sigma)$, vagyis a tagadott formulák azokat a modelleket tartják meg az eredeti információs állapotból, amelyek a tagadott formulát értékelik igazra.

c. $[\![(\varphi \wedge \psi)]\!](\sigma) =_{\text{def}} [\![\psi]\!]([\![\varphi]\!](\sigma)) = [\![\varphi]\!] \circ [\![\psi]\!](\sigma)$ vagyis *konjunktív formulák*nál a formulákat egymás után alkalmazzuk, ami függvénykompozícióként jelenik meg. (Megmarad egy modell, ha az első, majd a második formula is igazra értékeli.)

d. $[\![(\varphi \vee \psi)]\!](\sigma) =_{\text{def}} [\![\varphi]\!](\sigma) \cup [\![\psi]\!](\sigma)$ vagyis *alternatív formulák* megtartanak egy modellt, ha legalább az egyik formula igazra értékeli.

11. Definíció: **Formulák eliminatív tulajdonsága**

Ha megnézzük a formulák hatását, azt látjuk, hogy az eredetihez képest olyan információs állapotba visznek, amely kevesebb (vagy ugyanannyi) modellt tartalmaz – de csak olyan modelleket, amelyek az eredetinek is elemei. Ezt nevezzük a formulák *eliminatív* tulajdonságának (a formula eliminál bizonyos modelleket, azaz szűri őket).

4.1. Az ellentmondásos információs állapot problémája

A cikkben vizsgált helyzetben egy kielégíthető formulahalmazhoz tartozó információs állapot után jön egy kielégíthetetlen formulahalmazhoz tartozó információs állapot. Az előbbihez esetleg lehetséges nem üres modellhalmaz, az utóbbihoz nem. *Az ellentmondásos információs állapot modellhalmaza*

[7] A továbbiakban azt a kifejezést fogom használni, hogy „*egy formulát alkalmazok egy információs állapotra*”. Ez azt jelenti, hogy a formulához rendelt szemantikai értéket, ami egy információs állapotokból információs állapotokba képező függvény, alkalmazom az adott információs állapotra, mint a függvény argumentumára. Azt a kifejezést is fogom használni, hogy „*a formula egy információs állapotból egy (másik) információs állapotba visz*”. Ekkor arra gondolok majd, hogy a formulát alkalmazom az információs állapotra, és az eredményként kapott információs állapot az, amibe a formula „visz”.

üres. Ez önmagában nem probléma, de a diskurzus folytatásakor már igen. Ugyanis bármilyen formula is következik majd a diskurzusban, a formulák eliminatív tulajdonsága miatt továbbra is ugyanabban az információs állapotban maradunk. Azt mondhatjuk, hogy *a diskurzus értelmezése* ennél a pontnál „*elakad*". Márpedig *természetes helyzetben ez nem fordul elő*. Ha valaki valamiről ellentmondóan nyilatkozik, általában nem vetjük el az összes, más tárgyra irányuló információközlését. Megpróbáljuk megoldani a problémát: kiküszöbölni az ellentmondást, majd továbblépni.

4.2. A diskurzus elakadásának formális megragadása

A következő fogalmakra van szükségünk hozzá:

12. Definíció: **Abszurd információs állapot**[8]

A $\sigma = \emptyset$ információs állapotot *abszurd* információs állapotnak nevezzük. Ennek az információs állapotnak nincs egyetlen eleme sem, nincs olyan modell, amely elfogadható lenne benne. *Lehetetlen helyzet*et takar. (Ilyen az ellentmondásos információs állapot.)

13. Definíció: **Diskurzus értelmezésének elakadása**

Ha egy diskurzus olyan információs állapotba kerül, amelyre bármilyen formulát alkalmazva ugyanabban az információs állapotban maradunk, azt mondjuk, hogy *a diskurzus értelmezése „elakad"*. Elakad, mert ugyanabban az információs állapotban maradunk, ha próbáljuk értelmezni a következő formulákat, mintha nem értelmeznénk.

14. Definíció: **Elfogadott formula**

A φ *formula elfogadott*[9] a σ információs állapotban, ha $[\![\varphi]\!](\sigma) = \sigma$, másképp azt is mondhatjuk, hogy σ *alátámasztja* φ-t. Jelölése: $\sigma \Vdash \varphi$.

Most néhány megállapítás, ami segíthet a diskurzus elakadásának megismerésében:

---

[8] Az általánosság kedvéért fogom az abszurd információs állapot megnevezést használni az *ellentmondásos* helyett. Veltman (1996) használja az „*absurd state*" fogalmat, és az üres halmazzal definiálja, viszont egyéb megfontolásból ***1***-el jelöli. A minimális információs állapotot (esetünkben ez $\sigma_0 = \mathbf{M}$-nek felel meg) jelöli ***0***-val (áthúzás nélkül, nem összekeverendő az üres halmaz jelével: $\emptyset$). Nem követem a jelölésmódját.

[9] Veltman (1996) nyomán. Az angol terminus: „*accepted*".

1. Tétel: *Az abszurd információs állapotban minden formula elfogadott.*

BIZONYÍTÁS: A szemantikai értékek definíciójánál láthattuk, hogy a formulák eliminatív tulajdonságúak. De mivel az abszurd információs állapot az üres modellhalmaz, ebből nem lehet elvenni modelleket. Akármilyen formulát is alkalmazunk rá, maradunk az abszurd információs állapotban. □

2. Tétel: *Az egyszerű felfrissítő szemantikában kizárólag az abszurd információs állapot olyan, amelybe jutva a diskurzus elakad.*

BIZONYÍTÁS: Olyan információs állapotból, amely nem az abszurd, mindig tovább lehet jutni. Ugyanis ha veszünk egy modellt az információs állapotból, megnézünk egy atomi formulát, amihez ez a modell valamilyen értéket rendel (legyen ez p), majd ha p-t igazra értékeli, akkor $\neg p$-vel, különben pedig p-vel frissítünk, akkor ez a modell már nem kerül be az új információs állapotba, tehát az előzőtől különböző információs állapotba kerültünk, elakadásról nem beszélhetünk. Mivel beláttuk, hogy az abszurd információs állapotban minden formula elfogadott, ezért az abszurd információs állapotot bármilyen formulával is frissítjük, maradunk ugyanabban az információs állapotban, tehát ebben az esetben a diskurzus elakadt. □

4.3. Az elakadás kiküszöbölése

Ha a beszélő vissza tudja vonni valamelyik állítását, és ezáltal megszűnik az ellentmondás, ki tudjuk küszöbölni a diskurzus elakadását. Szükség van tehát egy *visszavonás* műveletre. Ha ő magától nem vonja vissza[10], amit kéne, mi is felhívhatjuk rá a figyelmét. Sőt, rámutathatunk arra, hogy mely állítás vagy állítások okozzák az ellentmondást. *Visszakérdezhetünk*, hogy melyiket vonja vissza.

Szerencsére megállapítható, hogy mely formulák okozzák az ellentmondást! Belátható ugyanis, hogy ha egy σ információs állapotból, amely nem az abszurd, egy φ formula hatására az abszurd információs állapotba kerültünk, csak úgy lehet, ha σ-ban φ tagadása elfogadott (vagyis φ és $\neg\varphi$ okozza az ellentmondást). Ennek bizonyítását adják a következő tételek:

[10] Amit természetesen megtehet, de jelen cikk ezt a lehetőséget nem vizsgálja.

3. Tétel: *Ha* $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$*, akkor* $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$*. Azaz ha a* σ *információs állapotot a* φ *formulával frissítve az abszurd információs állapotot kapjuk, akkor* σ*-ban* $\neg\, \varphi$ *elfogadott.*

BIZONYÍTÁS: Indirekt módon. Tegyük fel, hogy $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$ nem igaz. $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$ definíciója: $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \sigma$. A negáció szemantikai értékének definíciója alapján a következőt írhatjuk: $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) =_{def} \sigma \setminus [\![\varphi]\!](\sigma)$. Így azt feltételeztük, hogy $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \sigma \setminus [\![\varphi]\!](\sigma) \neq \sigma$. De mivel $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$, azt kapjuk, hogy $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \sigma \setminus [\![\varphi]\!](\sigma) = \sigma \setminus \emptyset = \sigma$. Ezzel ellentmondásra jutottunk, kénytelenek vagyunk elfogadni, hogy $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \sigma$ esetén $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$. □

4. Tétel: *Ha* $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \emptyset$*, akkor* $\sigma \Vdash \varphi$.

BIZONYÍTÁS: Felhasználva, hogy $[\![\varphi]\!](\sigma) = [\![\neg\, \neg\, \varphi]\!](\sigma)$ és feltéve, hogy $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$, a $\psi =_{def} \neg\, \varphi$ behelyettesítéssel az előző segédtétel alapján írhatjuk, hogy $[\![\varphi]\!](\sigma) = [\![\neg\, \neg\, \varphi]\!](\sigma) = [\![\neg\, (\neg\, \varphi)]\!](\sigma) = [\![\neg\, \psi]\!](\sigma) = \emptyset$, és ekkor $\sigma \Vdash \psi$. □

Felhasználtam a következő segédtételt:

5. Tétel*:* $[\![\varphi]\!](\sigma) = [\![\neg\, \neg\, \varphi]\!](\sigma)$

BIZONYÍTÁS: $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) =_{def} \sigma \setminus [\![\varphi]\!](\sigma)$, tehát
$[\![\neg\, \neg\, \varphi]\!](\sigma) = [\![\neg\, (\neg\, \varphi)]\!](\sigma) = \sigma \setminus [\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \sigma \setminus (\sigma \setminus [\![\varphi]\!](\sigma)) = [\![\varphi]\!](\sigma)$. □

6. Tétel: *Ha* $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$ *vagy* $\sigma = \emptyset$, *akkor* $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$.

BIZONYÍTÁS: $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$ azt jelenti definíció szerint, hogy $[\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \sigma$, vagyis $\sigma = [\![\neg\, \varphi]\!](\sigma) = \sigma \setminus [\![\varphi]\!](\sigma)$. Ez az egyenlőség csak úgy teljesülhet, ha $\sigma = \emptyset$, vagy $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$. Viszont ha $\sigma = \emptyset$, akkor $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$, mert mint láttuk, a felfrissítő szabályok eliminatív jellegűek. Tehát beláttuk, hogy mindenképpen $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$. □

7. Tétel: *Ha* $\sigma \neq \emptyset$ *és nem igaz, hogy* $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$, *akkor* $[\![\varphi]\!](\sigma) \neq \emptyset$.

BIZONYÍTÁS: Be kell látni, hogy ha $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$, akkor $\sigma = \emptyset$, vagy $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$. Tegyük fel, hogy $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$. φ tulajdonságaitól függetlenül ez mindig teljesül, ha $\sigma = \emptyset$. Tegyük fel, hogy $\sigma \neq \emptyset$. Korábban beláttuk, hogy ha $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$, akkor $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$. □

8. Tétel: $\sigma \neq \emptyset$ *esetén* $[\![\varphi]\!](\sigma) = \emptyset$*, akkor és csak akkor, ha* $\sigma \Vdash \neg\, \varphi$.

BIZONYÍTÁS: Az előző két tételből következik. □

4.4. Visszavonás

A visszavonás indokaként eddig csak azt a helyzetet hoztam fel, amikor nem az abszurd információs állapotból jutunk az abszurd információs állapotba, és ekkor rögtön szeretnénk visszavonni valamit, hogy innét kikerüljünk. Vizsgálódásom fő iránya továbbra is ez marad, de elképzelhető, hogy nem vesszük észre azonnal az ellentmondásos helyzetet, és több lépésen keresztül az abszurd információs állapotban maradunk, amelyet akár már több ellentmondás is terhel. Továbbá előfordulhat, hogy a beszélő rájön, hogy tévedett, és a hallgató számára váratlanul helyesbít, visszavon valamit („Mégis…” vagy „Mégsem ...”).

Most összefoglalom a visszavonás főbb tulajdonságait, melyek a cikk problémafelvetésében fontosak, majd megmutatom, hogy az egyszerű felfrissítő szemantika nem elégséges a visszavonás formális megragadásához.

15. Definíció: **A visszavonás művelet jelölése**

Egy φ formula *visszavonás*át így jelölöm: $-\, \varphi$.

16. Definíció: **A visszavonás művelet alapvető tulajdonsága**

Ha egy bizonyos információs állapotban visszavonunk egy formulát, akkor a visszavonással kapott *új* információs *állapotban a visszavont formula* már *nem* lesz *elfogadott*. Tömörebben: ha $\sigma_1 = [\![-\, \varphi]\!](\sigma)$, akkor nem igaz, hogy $\sigma_1 \Vdash \varphi$.[11]

[11] Ha több lépésen keresztül az abszurd információs állapotban voltunk, és többszörös ellentmondás terheli a dialógust, akkor elképzelhető, hogy több visszavonási lépésben lehet csak kijutni az abszurd információs állapotból. Az a sejtésem, hogy a később bemutatott szemantikai rendszerben ez megoldható, és az állítás igaz marad, de csak a dialógus egy releváns részére. Ennek ellenére ezt a helyzetet ebben a cikkben nem vizsgálom.

17. Definíció: **A visszavonás művelet természetes tulajdonságai**
   a. *Nem vonhatunk vissza* az aktuális információs állapotban *nem elfogadott formulát*.[12]
   b. Ha egy bizonyos információs állapotban visszavonunk egy formulát, akkor *az új információs állapotban a visszavont formula tagadása elfogadott*. Tömörebben: ha $\sigma_1 = [\![- \varphi]\!](\sigma)$, akkor $\sigma_1 \Vdash \neg\, \varphi$.

18. Definíció: **A visszavonás művelet további tulajdonságai**
   a. A visszavonás művelet eredménye *egyértelmű*en meghatározott. A visszavonás formális modellje *függvény*nek tekinthető, melynek két argumentuma egy információs állapot és egy formula, eredménye pedig egy információs állapot.[13]
   b. Ha egy *diskurzus egyik formuláját* visszavonjuk, minden esetben olyan információs állapotba kell jutnunk, amelyben pontosan azok a formulák elfogadottak, mint abban az információs állapotban, melyet úgy kapunk a kiinduló információs állapotból, hogy arra csak *a diskurzusnak a visszavont formula elhagyásával kapott részét* alkalmazzuk (és esetleg a visszavont formula tagadását).[14]
   c. A visszavonás nem csak korábban elhangzott állításoknak megfelelő teljes formulákra vonatkozhat, hanem azok *információtartalmára, vagy az információtartalom egy részére* is.
   d. Visszavonáskor *nem törölhetünk véglegesen információt*. (Többszörös visszavonás során hivatkozhatunk a korábban visszavont elemekre.)

9. Tétel: *Az egyszerű felfrissítő szemantikában a visszavonás művelet nem definiálható szemantikai műveletként.*

BIZONYÍTÁS: Csak az aktuális információs állapotot és a visszavonandó formulát ismerjük. Elég, ha *egy példát mutatunk* arra, hogy ez nem elég a visszavonás után elérendő információs állapot egyértelmű meghatározására.

---

[12] Vizsgálatom fő irányában, az abszurd információs állapotból való visszavonásnál ez automatikusan teljesül.

[13] Az egyszerű felfrissítő szemantikában a vizsgált probléma szempontjából fölösleges ez a megkötés, mert mindig az (egyetlen) abszurd információs állapotban vonunk vissza valamit. De strukturált információs állapotok esetén több abszurd információs állapot is lehetséges, ezért tekintetemet előre vetve megtartom.

[14] Ez csak a kijelentéslogikában igaz, elsőrendű predikátumlogikában már nem.

Ha az aktuális információs állapot az abszurd állapot, a $(\neg p \wedge p)$ formulával jutottunk ide, és ezt szeretnénk visszavonni, akkor *az eredeti információs állapot bármi lehetett*, mert bármelyikből az abszurd állapotba visz ez az önellentmondásos formula. Nem határozható meg, hogy melyik információs állapotot kéne megkapnunk a sok közül a visszavonás után. □

Ahhoz, hogy a visszavonás operátort be tudjuk vezetni, valószínűleg elég az információs állapotokat újradefiniálni, mégpedig úgy, hogy strukturáltak legyenek.

5. Felfrissítési történetet tartalmazó szemantika kijelentéslogikához (FT_0)

Ha olyan *rendezett pár*ként definiáljuk az *információs állapot*ot, amelyben a pár *első eleme az előző információs állapot,* a *második* eleme pedig ugyanaz, mint *amit az egyszerű felfrissítő szemantika rendelne* a diskurzus jelenlegi fázisához, akkor mindig vissza tudunk lépni az előző információs állapotba. Ha nem a legutolsó formulát kell visszavonni, hanem egy korábbit, akkor visszalépegetünk az információs állapotokban az elhagyandó formula alkalmazásával kapott információs állapot előtti információs állapotig, majd a kihagyandó utáni formulákkal kapott modellhalmazokkal, a visszavonandó formula ismeretében halmazműveleteket végezve „újrajátszuk" a dialógus végét.

19. Definíció: **A kijelentéslogika szintaxisa kibővítve a visszavonás operátorral**

LC $=_{\text{def}} \{(,), \neg, \wedge, \vee, -\}$

A formulák definíciójához hozzá kell venni a következőt: $\varphi \in$ **Form** $\Rightarrow$ $-\,\varphi \in$ **Form**.

20. Definíció: **Információs állapotok az FT_0 szemantikában**

Jelölje Σ_{FTo} az FT_0 szemantika lehetséges információs állapotainak halmazát, Σ_0 pedig az egyszerű felfrissítő szemantikához tartozó lehetséges információs állapotok halmazát.

a. Ha $\tau_0 \in \Sigma_0$, akkor a kiinduló információs állapot: $\tau_0 \in \Sigma_{FTo}$.
b. Ha $\sigma \in \Sigma_{FTo}$ és $\tau \in \Sigma_0$, akkor $\langle\sigma, \tau\rangle \in \Sigma_{FTo}$
c. Csak az előző két feltételnek eleget tevő információs állapotok Σ_{FTo} elemei.

τ_0 meghatározására a legkézenfekvőbb $\tau_0 = \mathbf{M}$, de lehet ennél szűkebb halmaz is.

21. Definíció: **Szemantikai értékek az FT_0 szemantikában**

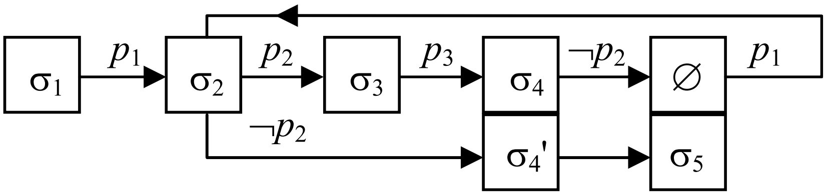
Ha $\varphi \in$ **Form**, akkor $[\![\varphi]\!]_{FTo} : \Sigma_{FTo} \to \Sigma_{FTo}$. Azoknál a formuláknál, amelyekhez az egyszerű felfrissítő szemantika szemantikai értéket rendelt, $[\![\varphi]\!]_{FTo}(\sigma) =_{def} \langle\sigma, [\![\varphi]\!]_{E}(\tau)\rangle$ ha $\sigma, \sigma_0 \in \Sigma_{FTo}$, $\tau \in \Sigma_0$ és $\sigma = \langle\sigma_0, \tau\rangle$. Visszavonást tartalmazó formuláknál pedig:

$[\![-\varphi]\!]_{FTo}(\sigma) =_{def} \langle\sigma, rev(\varphi, \tau)\rangle$, ahol *rev* az a függvény, amelyet a visszavonási algoritmus határoz meg (alább), és amely σ-hoz φ alapján rendel modellhalmazt.

5.1. A visszavonási algoritmus

Mivel az információs állapot definíciója nem őrzi meg a diskurzusban szereplő formulákat, csak az általuk kapott modellhalmazokat, külön feladat megtalálni azt a pontot a diskurzusban (az aktuális információs állapotban beágyazva azt a korábbi információs állapotot), amit a visszavonandó formula alkalmazásával kaptunk meg.

Egy *olyan információs állapotot kell találnunk, amelyben nem elfogadott a visszavonandó formula*. Ha az információsállapot-előzményekben sorban *visszalépegetünk*, az információs állapotokat megpróbáljuk frissíteni a visszavonandó formulával, és az ezzel való frissítés hatására nem ugyanazt a modellhalmazt kapjuk, mint amit a hozzájuk tartozó eredeti frissítéssel, akkor az információs állapotban már nem elfogadott a visszavonandó formula. Ha az első ilyen információs állapotnál (nevezzük ezt *visszavonási pont*nak) megállunk a visszafelé lépegetéssel, akkor a diskurzus vége felé haladva a *következő* modellhalmaz már a visszavonandó formula hatására alakult ki. Ezt megjelöljük, mint olyat, amit *figyelmen kívül kell hagyni*. A következő (és a visszavonási ponthoz tartozó) információs állapothoz tartozó modellhalmazzal kell valamit kezdeni. Természetesen a dialógus hátralévő részében is előfordulhat olyan formula, amelynek következménye a visszavonandó formula. Ezt átmenetileg figyelmen kívül hagyom, úgy veszem, hogy nem áll fenn ez a helyzet, de a későbbiekben emiatt végig kell nézni a dialógus hátralévő részét is, hogy ott ki kell-e hagyni valamit.



Nézzük meg egy *atomi formula* visszavonásának kísérletét! A visszavonási pont után következő információs állapotokban p elfogadott volt, minden modell igazra értékelte p-t. Ha a visszavonásnak azt a természetes tulajdonságát figyelembe vesszük, hogy a formula visszavonása után a tagadása elfogadott lesz, akkor a visszavonási pontban alkalmazhatnánk $\neg p$-t. Ezáltal olyan halmazhoz jutunk, amelyben csak olyan modellek szerepelnek, amelyek p-t hamisra értékelik. (Nevezzük ezt a visszavonási pontot követő *revideált állapot*nak.) A dialógus hátralévő része ehhez új információkat kell, hogy adjon, tehát a modellek számát csökkenteni kell. A revideált állapothoz és az eredeti dialógusban a következő információs állapotokhoz tartozó modellhalmazok metszete üres, mert p-t ellenkezőképpen értékelik – a halmazok kivonása ezért szintén használhatatlan, a komplementerképzés és az unió pedig szaporítja a modelleket. Szerencsére a visszavonandó formulát is ismerjük, amely ebben az esetben egy atomi formula. Ha az eredeti dialógus információs állapotai közül azoknak a modellhalmazait, amelyek *a visszavonási pontot követik,* és nem jelöltük meg őket figyelmen kívül hagyandónak, úgy módosítjuk, hogy bennük *p értékelését megfordítjuk,* majd a *revideált* állapot *modellhalmazával* vesszük a *metszetüket,* akkor elképzelhető, hogy jó végeredményt kapunk.

Sajnos adható olyan példa, amelyre ez a módszer rossz eredményt ad. Sejtésem az, hogy ez a módszer működőképessé tehető, ha a kiinduló információs állapot minden lehetséges értékeléssel tartalmaz modelleket, és módszert adunk az összetett formulák atomi formulákra és tagadott atomi formulákra bontására. Ezt a megkötést túl erősnek érzem, és még csak atomi formulák visszavonásáról volt szó, így nem foglalkozom ilyen irányítású pontosítással.

5.2. Példa a visszavonási algoritmus rossz működésére

Az egyszerűség kedvéért legyen csak három kijelentéskonstansunk (p_1, p_2, p_3), és egy modellt jellemezzünk egy háromjegyű kettes számrendszerbeli számmal, amely sorban megadja a konstansokról, hogy igazak, vagy hamisak-e (1, illetve 0 számjegy).

$\sigma = \{011, 101\}$, el fog hangzani sorban a p_2-nek és p_3-nak megfelelő mondat.

A visszavonási pont σ. Erre kell alkalmaznom $\neg p_2$-t. Így kapom a következő (egy elemű) halmazt: $\{101\}$. Most figyelmen kívül kell hagynom az első $\{011\}$-et (amit p_2-vel kaptunk), de a következőt, amit p_3-mal kaptunk, már nem – viszont módosítani kell benne p_2 értékelését. Így kapjuk: $\{001\}$.

Ennek metszetét kell venni {101}-el, ami az üres halmaz.[15] Pedig az eredeti információs állapotot figyelembe véve {101} kéne, hogy legyen a visszavonás utáni eredmény! {000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111} kiinduló állapottal (mindenféle értékelést tartalmaz) megfelelő eredményt kaptunk volna ugyanezzel az algoritmussal.

Úgy tűnik, hogy kevés csak a modellhalmazokat ismerni. Ha magukat a formulákat is ismernénk visszamenőleg, valószínűleg eredményesebb algoritmust tudnánk megadni.

6. Formulatörténetet tartalmazó szemantika kijelentéslogikához ($\mathbf{FTF_0}$)

A visszavonás művelet szintaxisát megtartva, az FT_0 rendszerhez hasonló módszerrel, de modellhalmazok helyett a formulákat tárolva a következő szemantikai rendszert kaphatjuk:

22. Definíció: **Információs állapotok az $\mathbf{FTF_0}$ szemantikában**

Jelölje Σ_{FTFo} az FTF_0 szemantika lehetséges információs állapotainak halmazát, Σ_0 pedig az egyszerű felfrissítő szemantikához tartozó lehetséges információs állapotok halmazát.

a. Ha $\tau_0 \in \Sigma_0$ a kiinduló információs állapot, akkor $\tau_0 \in \Sigma_{FTFo}$.
b. Ha $\sigma \in \Sigma_{FTFo}$ és $\varphi \in \mathbf{Form}$, akkor $\langle\sigma, \varphi\rangle \in \Sigma_{FTFo}$.
c. Csak az előző két feltételnek eleget tevő információs állapotok Σ_{FTFo} elemei.

τ_0 meghatározására a legkézenfekvőbb $\tau_0 = \mathbf{M}$, de lehet ennél szűkebb halmaz is.

Valaki kifogásolhatja, hogy szintaktikai elemeket építek bele a szemantikai elméletbe. Sajnos úgy tűnik, enélkül nem tudjuk általánosan definiálni a visszavonás operátor szemantikáját. Másrészt arról van szó, hogy a formulák jelentését több összetevőre bontom. Jelentésük egyik rétege, ami a mondatszerkezetből fakad, a diskurzusszerkezet-építő szabályokban[16] válik láthatóvá. A másik az igazságfeltételekkel függ össze. Ehhez be kell vezetni egy

[15] Hiszen két egyelemű halmazról van szó, melyek egy-egy különböző elemet tartalmaznak.

[16] Hasonlóan a DRT-ben használt DRS-építő szabályokhoz, lásd: Kamp (1981). A DRT-ben a szabályok jobban kidolgozottak, és az elsőrendű predikátumlogika nyelvét használják. Többek között azért mégsem a DRT-ből indulok ki, mert a beágyazott DRS-ek és a visszavonás viszonyának tisztázása komolyabb kutatást igényelne.

függvényt, ami lehetséges világmodellek halmazát rendeli a hallgató információs állapotaihoz.

23. Definíció: **Szemantikai értékek az $\mathbf{FTF_0}$ szemantikában**
Ha $\varphi \in$ **Form** és $\sigma \in \Sigma_{FTFo}$, akkor $[\![\varphi]\!]_{FTFo} : \Sigma_{FTFo} \rightarrow \Sigma_{FTFo}$, és $[\![\varphi]\!]_{FTFo}(\sigma) =_{def} \langle\sigma, \varphi\rangle$.

24. Definíció: **Az információs állapotokhoz modellhalmazt rendelő függvény**
Jelölése megegyezik az abszolútérték-függvény jelével.
$|\sigma|_{FTFo} : \Sigma_{FTFo} \rightarrow P(\mathbf{M})$, ahol $\sigma \in \Sigma_{FTFo}$.

A függvény pontos definiálástól itt most eltekintek, mert a cikk terjedelmi korlátja miatt nem fér ide. A lényege a következő:

A kiinduló információs állapottal egyszerű dolgunk van, mert az pontosan egy ilyen modellhalmazként van definiálva. Más információs állapotok tartalmazzák mindig az előző információs állapotot, ezért rekurzív módon megadható a számítás, mert az előzőre kell kiszámítani a modellhalmazt, és erre kell, hogy hasson az új formula. Ha a dialógusban nincs sehol visszavonás, akkor csak az egyszerű felfrissítő szemantika szabályait kell alkalmaznunk sorban az egymást követő információs állapotokhoz tartozó modellhalmazokra.

A visszavonásnál meg kell keresni az előző információs állapotokban azokat, amelyekhez tartozó formula pontosan a visszavonandó formula. Ezek után ugyanúgy kell tenni, mintha nem is foglalkoznánk visszavonással, csak éppen ezeket az információs állapotokat ki kell hagyni a számításból. Továbbá a természetes visszavonás azon tulajdonságát, hogy a visszavont formula tagadását rögtön állítjuk is, úgy lehet bevenni a számításba, hogy a visszavonáskor alkalmazzuk a visszavont formula tagadásához tartozó egyszerű felfrissítő szemantikabeli szabályt is. Az egyértelműség kedvéért *a visszavonandó formula tagadásának állítása nélküli művelet*et a későbbiekben *„tiszta” visszavonás*nak fogom nevezni.

Nagyon hasonló a módszer az FT_0 szemantikánál leírt algoritmushoz, de itt megfelelő eredményt kapunk, mert rendelkezésünkre állnak maguk a formulák is.

Az algoritmus természetesen finomítható, ha a diskurzusban előforduló összetett formulákat valamilyen módon atomi formulákra, illetve azok tagadásaira bontjuk, és kis darabonként kezeljük. Így kerülhető el, hogy a szükségesnél több információt vonjunk vissza, és így érhető el, hogy ne csak a diskurzusban szereplő teljes formulákat lehessen visszavonni.

7. Visszakérdezés

Az FTF_0 rendszer könnyen kibővíthető úgy, hogy tudja kezelni az abszurd információs állapotból való kilépéshez eszközt nyújtó visszakérdezést is. *Kijelentéslogikáról* lévén szó, kizárólag *eldöntendő* vagy *választó* jellegű *kérdéseket* lehet megfogalmazni. A kérdések és válaszok szemantikája általánosan is megfogalmazható, de *a visszakérdezés kicsit különbözik a szokványos kérdésektől*. A bevezetőben említett példa visszakérdezése a következő:

(1) *Tulajdonképpen szerdán ráérsz vagy sem?*

Ez nem egyszerű kérdés. Intuícióm szerint kicsit más a hanglejtése.

A kérdések szemantikájával foglalkozó elméletek egyik típusa szerint a kérdések csoportokra osztják a modelleket.[17] Eldöntendő kérdések esetén az egyik csoportban azok a modellek lesznek, melyek szerint az a formula, amelynek igazságára a kérdés vonatkozik, igaz – a másikban azok, amelyek szerint hamis. Ha az információs állapotok FTF_0-beli elképzelését veszem alapul, akkor a kérdések szemantikáját is kezelő elméletben ez úgy jelenik meg, hogy az információs állapotok az FTF_0-beli információs állapotok halmazai lesznek (ezért ami FTF_0-ban információs állapot, azt itt nevezhetem információtöredéknek is). Eldöntendő kérdés esetén az előző információs állapotot duplázzuk – minden eleméből veszünk egyet, melyhez a kérdezett formula állítását, és egyet, melyhez a tagadását fűzzük hozzá.[18] A p_1, p_2, ? p_3 formulasorozat esetén ez így alakulna:

$$\boxed{\{\langle\langle\tau_0, p_1\rangle, p_2\rangle\}} \xrightarrow{?\,p_3} \boxed{\{\{\langle\langle\tau_0, p_1\rangle, p_2, p_3\rangle\},\ \{\langle\langle\tau_0, p_1\rangle, p_2, \neg p_3\rangle\}\}}$$

A visszakérdezés ehhez érzésem szerint annyit tesz hozzá, hogy már a hozzáfűzött *formula* tagadásának *visszavonását is* hozzá kell fűzni előtte. Ezt támasztja alá az is, hogy visszakérdezés esetén nem szoktuk hozzátenni a válaszhoz, hogy „mégsem”. Visszavonásra pedig szükség van az ellentmondásosság kiküszöböléséhez. A p_3, $\neg\, p_3$, $\%(p_3, \neg\, p_3)$ formulasorozat esetén:

[17] Lásd például Groenendijk–Stokhof (1984a, 1984b, 1997), illetve Hulstijn (1997), ahol ekvivalenciaosztályok szerepelnek a definícióban.

[18] Általánosítva ezt az esetet, a formális rendszerben bevezetem az információs állapot frissítését formulahalmazzal – ami kettőnél több elemet is tartalmazhat.

$$\begin{tikzcd}
\boxed{\{\langle\langle\tau_0, p_3\rangle, \neg p_3\rangle\}} \arrow[d, "\%(p_3, \neg p_3)"] \\
\boxed{\{\{\langle\langle\tau_0, p_3\rangle, \neg p_3, \backslash\neg p_3, p_3\rangle\}, \{\langle\langle\tau_0, p_3\rangle, \neg p_3, \neg p_3\rangle\}\}}
\end{tikzcd}$$

A válaszok célja a helyzet egyértelműsítése, bizonyos lehetőségek kiszűrése. Vagyis az új információs állapotból kiszűrni elemeket – lehetőleg csak egyet hagyva meg. Így, ha a partner válasza az előző kérdések után p_3, akkor az egyik információtöredék (amely a végén tartalmazza $\neg p_3$-at) ellentmondásos lesz (a hozzá rendelhető modellhalmaz üres), azt el kell vetni, és csak a másikat kell meghagyni, ami jelzi a válasz által egyértelműsített helyzetet. Ha a kérdésünk után a partner kijelentésének megfelelő formula nem egyértelműsíti ilyen módon az információs állapotot, akkor nem is tekinthető válasznak a kérdésünkre.

A következő fejezetben ismertetem azt a formális rendszert, amely mindezeket a kiegészítéseket tartalmazza.

8. Dinamikus szemantika kijelentéslogikához visszakérdezéssel (DiSzK$_0$)

8.1. Szintaxis

25. Definíció: **DiSzK$_0$ nyelve**

$L_{DiSzKo} =_{\text{def}} \langle \mathbf{LC}, \mathbf{Con}, \mathbf{Form} \rangle$

26. Definíció: **Logikai konstansok DiSzK$_0$-ban**

$\mathbf{LC} =_{\text{def}} \{(,), \neg, \wedge, \vee, -, ?, \%, \backslash\}$

Ezek: a nyitó- és csukó zárójel, a negáció, a konjunkció, az alternáció, a visszavonás, a kérdő operátor, a visszakérdező operátor és a tiszta visszavonás jelei.

27. Definíció: **Kijelentéskonstansok DiSzK$_0$-ban**

$\mathbf{Con} =_{\text{def}} \{p_i\}_{i \in \mathbf{N}}$

A p_i konstansok kijelentéseknek felelnek meg. Tegyük fel továbbá, hogy $\mathbf{Con} \neq \emptyset$.

28. Definíció: **Formulák DiSzK$_0$-ban**

Form, a formulák halmaza az a legkisebb halmaz, amely eleget tesz a következőknek:

a. $p \in$ **Con** $\Rightarrow p \in$ **Form**: a kijelentéskonstansok formulák
b. $\varphi \in$ **Form** $\Rightarrow \neg\, \varphi \in$ **Form**: a tagadott formulák is formulák
c. $\varphi, \psi \in$ **Form** $\Rightarrow (\varphi \wedge \psi) \in$ **Form**: formulák konjunkciója is formula
d. $\varphi, \psi \in$ **Form** $\Rightarrow (\varphi \vee \psi) \in$ **Form**[19]: formulák alternációja is formula
e. $\varphi \in$ **Form** $\Rightarrow -\, \varphi \in$ **Form**: a formulák visszavonása is formula
f. $\varphi \in$ **Form** $\Rightarrow\, ?\, \varphi \in$ **Form**: kérdő formulák
g. $\varphi, \psi \in$ **Form** $\Rightarrow \%\, (\varphi, \psi) \in$ **Form**: visszavonásra felszólító formulák
h. $\varphi \in$ **Form** $\Rightarrow \backslash\, \varphi \in$ **Form**: a tiszta visszavonásos formulák

8.2. Információs állapotok és szemantikai értékek

29. Definíció: **Információtöredékek DiSzK$_0$-ban**

Σ_{DiSzKo}' az a legkisebb halmaz, amely eleget tesz a következő feltételeknek:

a. $\tau_0 \in \Sigma_{DiSzKo}'$, ha $\tau_0 \in \Sigma_0$ és $\Sigma_0 = P(\mathbf{M})$.
b. Ha $\sigma' \in \Sigma_{DiSzKo}'$ és $\varphi \in$ **Form**, akkor $\langle \sigma', \varphi \rangle \in \Sigma_{DiSzKo}'$.

τ_0-t nem határoztam meg pontosabban, ami több lehetőséget is megenged. Legkézenfekvőbb, ha $\tau_0 = \mathbf{M}$, az L_0 nyelv modelljeinek teljes osztálya.

30. Definíció: **Információs állapotok DiSzK$_0$-ban**

Σ_{DiSzKo} jelölje az információs állapotok halmazát. Ekkor $\Sigma_{DiSzKo} =_{def} P(\Sigma_{DiSzKo}')$. A kiinduló információs állapot: $\sigma_0 = \{\tau_0\}$, ahol $\tau_0 \in \Sigma_{DiSzKo}'$ a kiinduló információtöredék.

31. Definíció: **Információs állapot frissítése formulahalmazzal**

Jele a szorzásé (*). Jelentése, ha $\Phi \subseteq$ **Form**: ha $|\sigma \times \Phi| = \varnothing$, akkor $\sigma * \Phi =_{def} \sigma \times \Phi$, különben $\sigma * \Phi =_{def} (\sigma \times \Phi) \setminus \{\sigma' \mid \sigma' \in (\sigma \times \Phi) \;\&\; |\sigma'| = \varnothing\}$.[20]

A definícióhoz szükség van arra a függvényre, amelyet az abszolútérték-függvénnyel azonosan jelölünk – értelmezve van információs állapotokra és

[19] Bevezethetnénk a kondicionálist is, de azt definiálhatjuk így: $(\varphi \rightarrow \psi) =_{def} (\neg\, \varphi \vee \psi)$.
[20] $\times$ természetesen a Descartes-szorzat jele.

információtöredékekre, és a hozzájuk tartozó modellhalmazt adja eredményül. Ennek definícióját később adom meg (helyszűke miatt csak informálisan, vázlatosan). A modellhalmaz ürességének ellenőrzése azért szükséges, mert az ellentmondásos információtöredékeket törölni kell, hogy az „életképesek" maradjanak csak meg – de ha minden információtöredék ellentmondásos, akkor meg kell hagyni őket, hogy a visszavonás alkalmazható legyen.

32. Definíció: **Szemantikai értékek DiSzK$_0$-ban**

Egy φ formula szemantikai értéke függvény:
$[\![\varphi]\!]_{DiSzKo} : \Sigma_{DiSzKo} \rightarrow \Sigma_{DiSzKo}$.

a. Ha φ *atomi formula*, akkor $[\![\varphi]\!](\sigma) =_{def} \sigma * \{\varphi\}$.
b. *Tagadott formulák* esetében redukálni kell a többszörös negációt ($\neg\neg$ elhagyandó). Tagadott konjunktív formula esetében, illetve tagadott alternatív formula esetében a *de Morgan* azonosságokat kell alkalmazni: $\neg(\varphi \wedge \psi)$ helyett $(\neg\varphi \vee \neg\psi)$-vel, $\neg(\varphi \vee \psi)$ esetén pedig $(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$-vel kell számolni. Tagadott atomi formulánál $[\![\neg\varphi]\!](\sigma) =_{def} * \{\neg\varphi\}$.
c. *Konjunktív formulák* esetében $[\![\varphi \wedge \psi]\!](\sigma) =_{def} [\![\psi]\!]([\![\varphi]\!](\sigma))$.
d. *Alternatív formulák* esetében $[\![\varphi \vee \psi]\!](\sigma) =_{def} \sigma * \{\varphi, \psi\}$.
e. *Visszavonás operátort* tartalmazó formulák értéke:
$[\![-\varphi]\!](\sigma) =_{def} (\sigma * \{\backslash\varphi\}) * \{\neg\varphi\}$.
f. A *kérdő formulák* értéke: $[\![?\varphi]\!](\sigma) =_{def} \sigma * \{\varphi, \neg\varphi\}$.
g. *Visszakérdező formulák* értéke:
$[\![\%(\varphi, \psi)]\!](\sigma) =_{def} [\![-\neg\varphi]\!](\sigma) \cup [\![-\neg\psi]\!](\sigma)$.

8.3. Az információs állapotokhoz és információtöredékekhez rendelhető lehetséges világmodellek

33. Definíció: **Az információs állapotokhoz modellhalmazt rendelő függvény**

Jelölése megegyezik az abszolútérték-függvény jelével (két függőleges vonal).
$|\sigma| : \Sigma_{DiSzKo} \rightarrow P(\mathbf{M})$, ahol $\sigma \in \Sigma_{DiSzKo}$. $|\sigma| =_{def} \cup_{\sigma' \in \sigma} |\sigma'|$.

A definíció jobb oldalán alkalmaztunk egy hasonló jelölésű függvényt, ami információtöredékekhez rendel modellhalmazt.

34. Definíció: **Az információtöredékekhez modellhalmazt rendelő függvény**
$|\sigma'| : \Sigma_{DiSzKo}' \to P(\mathbf{M})$, ahol $\sigma' \in \Sigma_{DiSzKo}'$. A függvényt egy *összetett algoritmus* valósítja meg. Terjedelmi korlátok miatt nem tudom itt pontosan leírni. Nagyon hasonló az FTF_0 rendszernél leírt algoritmushoz, de a több formulafajta miatt új elemek jelennek meg benne.

8.4. További szemantikai fogalmak definíciói

35. Definíció: **Abszurd információs állapotok**
Azok az információs állapotok, melyekre $|\sigma| = \varnothing$.

36. Definíció: **Összeférhetőség**
$\sigma \in \Sigma_{DiSzKo}$ akkor és csak akkor fér össze a φ formulával, ha $|[\![\varphi]\!](\sigma)| \neq \varnothing$.

37. Definíció: **Alátámasztás**
A σ információs állapot akkor és csak akkor támasztja alá a φ formulát (φ elfogadott σ-ban, vagyis $\sigma \Vdash \varphi$), ha $|[\![\varphi]\!](\sigma)| = |\sigma|$.

38. Definíció: **Összeférhetetlenség**
$\sigma \in \Sigma_{DiSzKo}$ akkor és csak akkor összeférhetetlen a φ formulával, ha $|[\![\varphi]\!](\sigma)| = \varnothing$.

39. Definíció: **Következmény**
A $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ formuláknak akkor és csak akkor következménye a ψ formula, (jelölése: $\varphi_1, \ldots, \varphi_n \vDash \psi$), ha minden σ információs állapotra, $[\![\varphi_n]\!]([\![\varphi_{n-1}]\!](\ldots([\![\varphi_1]\!](\sigma))\ldots)) \Vdash \psi$.

8.5. Egyszerű kérdésekre vonatkozó szemantikai fogalmak

Kérdésekkel akkor tudakolunk információt, amikor nem tudjuk a választ. Ezért definiálni kell a kérdések adekvát környezetét. A válaszok olyan állítások kell, hogy legyenek, melyeknek bizonyos módon köze van a kérdésekhez (eldöntendő/választó kérdés kimerítő válasza csak az egyik lehetőséget hagyja meg). Az információtöredékek közötti „utód” viszony az állítások „válasz” mivoltának definíciójához kell. Most pedig a formális definíciók:

40. Definíció: **Egyszerű kérdés adekvát környezete**

Egy információs állapotban $\varphi \in$ **Form** esetén a $? \varphi$ alakú (egyszerű eldöntendő) kérdést adekvátnak mondjuk, ha benne sem φ, sem $\neg \varphi$ nem elfogadott.

41. Definíció: **Információtöredék közvetlen utódja**

τ_1 és τ_2 információtöredék. τ_1 φ formula szerinti közvetlen utódja τ_2, ha $\tau_2 = \langle \tau_1, \varphi \rangle$.

42. Definíció: **Információtöredék utódja**

Egy $\tau_1 \in \sigma$ információtöredék φ szerinti utódja a τ_2 információtöredék, ha τ_1 φ szerinti közvetlen utódja τ_2, vagy létezik olyan ψ formula és olyan τ_3 információtöredék, hogy τ_3 φ szerinti utódja τ_1-nek és τ_3 ψ szerinti közvetlen utódja τ_2.

43. Definíció: **Kimerítő válasz egyszerű kérdésre**

A $? \psi$ kérdésre a φ formula kimerítő választ ad, ha $\sigma_2 = [\![\varphi]\!] ([\![? \psi]\!] (\sigma_1))$, $|\sigma_1| \neq \emptyset$, $|\sigma_2| \neq \emptyset$ és σ_2-ben vagy csak σ_1 ψ szerinti, vagy csak σ_1 $\neg \psi$ szerinti utódai szerepelnek.

44. Definíció: **Részleges válasz egyszerű kérdésre**

Egy $? \psi$ alakú kérdésre a φ formula részleges választ ad, ha nem ad kimerítő választ, továbbá $\sigma_2 = [\![\varphi]\!] ([\![? \psi]\!] (\sigma_1))$, $|\sigma_1| \neq \emptyset$, $|\sigma_2| \neq \emptyset$ és σ_2-ben σ_1 ψ szerinti utódainak száma és $\neg \psi$ szerinti utódainak száma különböző.

45. Definíció: **Válasz egyszerű kérdésre**

Egy $? \psi$ alakú kérdésre a φ formula válasz, ha részleges vagy kimerítő választ ad.

8.6. A visszakérdezéshez tartozó szemantikai fogalmak

Akárcsak az egyszerű kérdéseknél, itt is szükséges a visszakérdezés adekvát környezetének definíciója (abszurd információs állapotban kérdezünk vissza, és a visszavonható formulák visszavonása után nem abszurd információs állapotba kerülünk), valamint a visszakérdezéshez tartozó válaszok meghatározása (kimerítő válasznál csak az egyik alternatíva által meghatározott információs állapotok maradnak meg).

46. Definíció: **Adekvát környezet visszakérdezéshez**

Egy % (ψ_1, ψ_2) alakú visszakérdezés akkor adekvát σ-ban, ha $|\sigma| = \varnothing$, továbbá $|[\![- \neg\ \psi_1]\!](\sigma)| \neq \varnothing$ és $|[\![- \neg\ \psi_2]\!](\sigma)| \neq \varnothing$.

47. Definíció: **Kimerítő válasz visszakérdezésre**

Egy % (ψ_1, ψ_2) alakú visszakérdezésre a φ formula kimerítő választ ad, ha $\sigma_2 = [\![\varphi]\!]([\![\%\ (\psi_1, \psi_2)]\!](\sigma_1))$, $|\sigma_1| = \varnothing$, $|\sigma_2| \neq \varnothing$ és σ_2-ben vagy csak σ_1 ψ_1 szerinti utódai szerepelnek, vagy csak σ_1 ψ_2 szerinti utódai szerepelnek.

48. Definíció: **Részleges válasz visszakérdezésre**

Egy % (ψ_1, ψ_2) alakú visszakérdezésre a φ formula részleges választ ad, ha nem ad kimerítő választ, továbbá $\sigma_2 = [\![\varphi]\!]([\![\%\ (\psi_1, \psi_2)]\!](\sigma_1))$, $|\sigma_1| = \varnothing$, $|\sigma_2| \neq \varnothing$ és σ_2-ben σ_1 ψ_1 szerinti utódainak száma és σ_1 ψ_2 szerinti utódainak száma különböző.

49. Definíció: **Válasz visszakérdezésre**

A % (ψ_1, ψ_2) visszakérdezésre a φ formula válasz, ha részleges vagy kimerítő válasz.

9. Összefoglalás

Cikkemben ismertettem, hogyan küszöbölhető ki az ellentmondás egy diskurzusból a visszakérdezés és visszavonás művelet segítségével. Bizonyítottam, hogy bizonyos egyszerű dinamikus szemantikai elméletekben a visszavonás művelet nem definiálható szemantikai műveletként. Ismertettem szemantikai rendszereket, egyre nagyobb magyarázó erővel, melyekben a visszavonás művelet már szemantikai műveletként definiálható, ráadásul az ellentmondás kiküszöbölésére irányuló konstruktív visszakérdezésre is adtam definíciót.

Remélem, a formalizált rendszert sikerült kellő pontossággal, a nyelvi jelenségeknek megfelelően definiálnom, és nem elriasztanom vele a formalizáláshoz nem szokott olvasókat.

10. További lehetőségek

A visszavonás művelettel kapcsolatban természetesen felmerül a kérdés, hogy mi a kapcsolata a hiedelem-felülvizsgálat, vagy elmélet-revízió témakörökkel (eredeti angol terminus ezekre a „belief revision”).[21] Ez terjedelmi és tartalmi okokból is külön vizsgálódást igényel, ebben a cikkben nem tudtam rá kitérni.

A visszavonás egyik természetes tulajdonsága, hogy csak olyasmit vonunk vissza, aminek az igazságát feltételezzük. Tekinthetjük úgy is a visszavonás nyelvi kifejezéseit, mint előfeltevést hordozó elemeket. Ez az előfeltevés viszonylag természetes módon, aránylag egyszerűen beépíthető a cikk végén kifejtett dinamikus szemantikai rendszerbe, az automatikus akkomodáció formális kezelésével együtt. Ezt pontosabban is ki tudnám fejteni, de a cikk fő mondanivalójához lényegeset nem ad hozzá, és a terjedelem is korlátozott, ezért kihagytam.

Hivatkozások

Alchourrón, Carlos Eduardo – Peter Gärdenfors – David Makinson 1985. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic* **50**: 510–530.

van Ditmarsch, Hans – Wiebe van der Hoek – Barteld Kooi 2007. *Dynamic Epistemic Logic*. Synthese Library Series. Dordrecht, Springer.

Groenendijk, Jeroen – Martin Stokhof 1984a: On the semantic of questions and the pragmatics of answers. In Fred Landman – Frank Veltman (szerk) *Varieties of Formal Semantics*. Dordrecht, Foris. 143–170

Groenendijk, Jeroen – Martin Stokhof 1984b. *Studies on the Semantics of Questions and the Pragmatics of Answers*. PhD disszertáció. University of Amsterdam.

Groenendijk, Jeoren – Martin Stokhof 1997. Questions. In J. van Benthem – A. ter Meulen (szerk.) *Handbook of Logic and Language.* Amsterdam /Cambridge Mass., Elsevier/MIT Pess. 1055–1124

Hansson, Sven Ove 2006. *Logic of Belief Revision*. Stanford Encyclopedia of Philosophy.

Hulstijn, Joris 1997. Structured information states: Raising and resolving issues. In G. Jäger – A. Benz (szerk.) *Proceedings of Mundial '97, Formal Semantics and Pragmatics of Dialogue*. University of Munich. Available as CTIT Technical report 97-18.

[21] A témában alapvető olvasmány Alchurrón–Gärdenfors–Makinson (1985), de jó összefoglaló cikk Hansson (2006), és külön fejezetet szentel rá kicsit más megközelítésben van Ditmarsch–van der Hoek–Kooi (2007)

Kálmán László – Rádai Gábor 2001. *Dinamikus szemantika*. Budapest, Osiris kiadó.

Kamp, Hans 1981. A theory of truth and semantic representation. In J. Groenendijk – T.M.V. Janssen – M. Stokhof (szerk.) *Formal Methods in the Study of Language*. Amsterdam, Mathematisch Centrum. 1–42.

Ruzsa Imre 1988. *Logikai szintaxis és szemantika*. Budapest, Akadémiai kiadó.

Stalnaker, Robert 1974. Pragmatic presuppositions. In M. Munitz – P. Unger (szerk.) *Semantics and Philosophy*. New York, New York University Press. 197–213.

Stalnaker, Robert 1978. Assertion. In P. Cole (szerk.) *Syntax and Semantics* **9:** *Pragmatics*. New York, Academic Press. 315–322.

Veltman, Frank 1985. *Logics for Conditionals*. PhD disszertáció. Amszterdam, University of Amsterdam.

Veltman, Frank 1996. Defaults in update semantics. *Journal of Philosophical Logic* **25**: 221–261. (Először itt: ILLC prepublication series, LP-91-92, 1991)