

Kutatás és elért eredmények

A kutatások az alábbi négy fő irányban zajlottak, amelyek közül az első kettő szorosan kapcsolódik a pályázat munkatervében megfogalmazott célkitűzéshez, míg a további kettő a kutatási időszakban felmerült új irányzatok eredménye. A pályázat kiírásakor egy önkonzisztens felösszegzési eljárásban gondoltuk vizsgálni az erősen kölcsönható anyag fázisszerkezetét (1. téma), habár alternatívaként az optimalizált perturbációs számítást (OPT) is megemlítettük. Végül, praktikus okokból ez utóbbi mellett döntöttünk. Mivel fázisátalakulások vizsgálatánál a perturbációs számításon túl kell lépni, a nemperturbatív eljárások tanulmányozása végig a kutatási tevékenységünk központjában volt. Ezen eljárások renormálásának vizsgálata képezi a 2. témát.

1. Az erősen kölcsönható anyag fázisszerkezetének vizsgálata

Az erősen kölcsönható anyag alacsony energiás $SU(3)_L \times SU(3)_R$ szimmetriájú lineáris szigma modelljében tanulmányoztuk a magas hőmérsékleten végbemenő királis fázisátalakulást. A jelenlegi rács-szimulációkkal jó egyezésben határoztuk meg a pion-kaon tömegsík elsőrendű fázisátalakulási tartományának másodrendű határvonalát és megbecsültük az $m_{\pi}=0$ tengelyen levő trikritikus pont helyét. Az optimalizált perturbációs számítás módszerével egy-hurok szinten megoldott modell csatolási állandóit a tömegsík kiterjedt tartományába elfolytattuk a királis perturbációs számítás m_{π} és m_K -tól függő képletei segítségével, amelyben szereplő alacsony energiás konstansokat a tömegsík fizikai pontjában rögzítettük a pion és kaon bomlási állandók, valamint a pszeudoskalár tömegspektrum felhasználásával.

E modell ritka (s) és könnyű (u,d) kvark szabadsági fokokkal kiegészített változatában, az $SU(3)_R \times SU(3)_L$ szimmetriájú konsztituens kvark modellben, meghatároztuk a folytonos és az elsőrendű átalakulás tartományát elválasztó kritikus felületet a pion-kaon tömegsík és a bariokémiai potenciál alkotta háromdimenziós térben. Megmutattuk, hogy a modell általunk elért legjobb egy-hurok szintű paraméterezésében a felület a tömeg-sík fizikai pontja felé hajlik és egyértelműen jósolja a bariokémiai potenciál-hőmérséklet síkon egy jellegzetes, kísérletileg kimutatható, ám egy közelmúltbeli rácsszimuláció által megkérdőjelezett pont, az úgynevezett kritikus végpont (CEP) létezését. Meghatároztuk a CEP kritikus tartományának alakját, valamint a CEP körüli skálaviselkedést jellemző kritikus exponenst. A relativisztikus soktestprobléma elméletéből ismert módszerrel vizsgáltuk a nagy kanonikus eloszlás-függvényen keresztül bevezetett izospin és ritka kémiai potenciálok hatását a CEP helyére. Megállapítottuk, hogy a CEP hőmérsékletére csak az izospin kémiai potenciálnak van jelentős hatása csökkentve ennek értékét. Az izospin kémiai potenciál növelése növeli, míg a ritka kémiai potenciál csökkenti a CEP bariokémiai potenciál koordinátáját.

A fenti kutatási eredmények, melyek több nemzetközi konferencián és műhelyen is bemutatásra kerültek, három folyóiratcikkben jelentek meg és két doktori disszertációban kerültek felhasználásra. Az egyik a vezetésemmel készült, és 2008-ban sikeresen megvédésre került.

2. A kétrészecske irreducibilis (2PI), valamint a Dyson-Schwinger formalizmusok funkcionálegyenleteinek renormalizálása

Az önkonzisztens propagátorokat használó 2PI közelítés az egyik legsikeresebb nem-perturbatív kvantumtérelméleti módszer a nemegyensúlyi alkalmazások terén. Ezért, célszerű ezt a módszert alkalmazni az $SU(3)_L \times SU(3)_R$ szimmetriájú királis kvark modell egyensúlyi megoldására is.

Első lépésként általános tárgyalást adtunk a belső szimmetriával ($O(N)$, $O(N) \times O(M)$, $SU(N)_L \times SU(N)_R$) rendelkező skalár modellek 2PI Hartree-Fock közelítésében fellépő részlegesen felösszegzett perturbatív sorainak szimmetriasértő fázisban való renormalizációjára az irodalom $O(N)$ modellre alkalmazott módszerének általánosításával. A módszer lényege, hogy a Lagrange-függvényt felbontja a szimmetriacsoportra nézve független invariáns tagokra, és ezekhez rendel hozzá ellentagokat. Az irodalomból szintén ismert iteratív renormalizációs eljárást nagymértékben leegyszerűsítettük és ezáltal sikerült az irodalomban elsőként megadni az $SU(3)_L \times SU(3)_R$ szimmetriájú lineáris szigma modell renormalizációját, beleértve a felösszegzett ellentagokat meghatározó egyenletek felírását. A tenzorstruktúrák feltérképezésével megvizsgáltuk a szimmetriasértési séma és a nagy- N közelítés hatását az ellentagok szerkezetére.

A módszert kiterjesztettük impulzus-függő sajátenergiára vezető közelítés esetére, részletesen meghatározva a 2PI hatás azon csonkításához tartozó felösszegzett ellentagokat, amely a két vertexszel megkonstruálható összes vákuum-diagrammot tartalmazza. Megmutattuk, hogy az egy-komponensű és az $O(N)$ szimmetriával rendelkező skalár modellben, az alkalmazott módszer egyaránt konzisztencia feltételekhez vezet és eljárást javasoltunk a numerikus ellenőrzés elvégzésére.

A sértett szimmetriájú fázisra kidolgozott renormalizációs módszerünket sikeresen alkalmaztuk annak bizonyítására, hogy az $O(N)$ modell renormalizálható a 2PI formalizmus nagy- N kifejtésének vezető utáni rendjében. Mivel a kifejtés ezen rendjében az egyenletek már elég bonyolultak és az ellentag diagramok felösszegzését is nehezen lehet nyomon követni, az irodalomban a közelmúltban sem volt még egyetértés e ténnyel kapcsolatban. Az alkalmazott módszer lehetővé tette a felösszegzett ellentagok explicit meghatározását. Megmutattuk, hogy a 2PI formalizmus nagy- N kifejtésében származtatott egyenletek megfelelnek a Dyson-Schwinger egyenletrendszer három- és négy-pont függvények szintjén végzett csonkításával, amennyiben ez utóbbiaknál is nagy- N közelítést alkalmazunk.

Ebben a témakörben két folyóiratcikk jelent meg, egy harmadik dolgozatot pedig közlésre beküldtünk.

3. A Standard Modell Higgs szektorának minimális kiterjesztése

A közelmúltban növekvő érdeklődést váltott ki a részecskefizika Standard Modelljének skalár terekkel való minimális kiterjesztése, mint lehetséges alternatíva, amely a standard Higgs mezon kísérleti adatainak a perturbatív előrejelzésektől esetleges eltérő tulajdonságai mellett a kozmológiai sötét anyag, valamint az inflációt mozgató kvantumtér természetéről is képes számot adni. Ezekben a modellekben a létrejövő szimmetriasértést általában fa-gráf (egy-hurok) szinten szokás vizsgálni. Ezen túllépve, a Standard Modell Higgs szektorát kiegészítve N -komponensű multiplettet alkotó, úgynevezett fantom terekkel, egy $SU(2) \times O(N)$ szimmetriával rendelkező skalár modellt konstruáltunk, amelyre a perturbatív sor felösszegzését jelentő nagy- N kifejtést alkalmaztuk. A kifejtés vezető rendjében, egzaktul oldva meg az iteratív eljárással renormalizált modellt, rámutattunk, hogy a fantom terek által indukált dinamikai szimmetriasértés következhet be akkor is, ha az elmélet összes renormált csatolási állandója és a tömegparaméterek négyzete pozitív értékű. Feltérképezve a paramétertér széles tartományát, numerikus példákat mutattunk erre a lehetőségre. Ez az eredmény érdekes lehet a Higgs fenomenológiában, mert módosítja a Higgs vákuum-várhatóértéke és tömege között fa-gráf szinten fennálló egyszerű kapcsolatot (arányosságot), és ezáltal a Standard Modell eddigi vizsgálata alapján előre jelzettnél nagyobb Higgs tömegek is megengedetté válhatnak

Ebben a kutatási témában, amely a 2. pontban tanulmányozott nemperturbatív eljárások egy alkalmazásának tekinthető, két folyóiratcikk született.

4. A perturbációs sor szisztematikus felösszegzésének vizsgálata abeli mértékelméletben

Az utóbbi időben fontossá vált a mértékelméletek perturbációs sorára egy olyan szisztematikus felösszegzés megkonstruálása, amellyel lehetőség nyílik magas hőmérsékletű gerjesztések tulajdonságainak mértékfüggetlen kiszámolása. Az úgynevezett „hard thermal loop” (HTL) felösszegzésen túlmutató eljárás kidolgozását tűztük ki feladatnak. Ezzel a céllal a 2007-es év első három hónapját Los Alamos-ban, a 2008-as év elején pedig hat hetet Santa Barbara-ban töltöttem egy workshop-on. Feladatomban volt a lágy statikus elektronok (a frekvencia skálájuk sokkal kisebb a hőmérsékletnél és a hármas impulzusuk nulla) diszperziós relációjának meghatározása a kvantumelektrodinamikában, véges hőmérsékletű két-hurok számolás alapján. A munka elvégzése közben jelent meg az irodalomban egy cikk, amely numerikusan kiszámolta a HTL közelítés vezető utáni rendjében az elektron tömegét, rámutatva arra, hogy ez a perturbációs számítás alapján megbecsült rendtől eltérően a csatolásban alacsonyabb rendűnek adódik. A propagátorok spektrális reprezentációját használó két-hurok perturbáció-számítás részletes analizisével sikerült megmutatni, hogy a numerikus munkában talált rendváltás a felösszegzendő infravörös és kolineáris szingularitások következménye, mely szingularitások két-hurok számolás esetén jelentkeznek először a perturbációs számításban.

A számolást és az eredményeket publikálható formában írtam le, azonban amerikai társszerzőm a számítások bonyolultságára hivatkozva egy átrendezést kíván végezni, amit még nem tett meg.

A kutatás és az eredeti munkaterv viszonya

Az erősen kölcsönható anyag fázisdiagramjának feltérképezésére vonatkozó eredeti célkitűzést maradéktalanul teljesítettem az egy-hurok optimalizált perturbációs számítással megoldott $SU_L(3) \times SU_R(3)$ szimmetriájú királis kvarkmodell keretei között. Többet jelent az izospin és ritka kémiai potenciálok hatását meghatározó kutatás elvégzése.

A bariokémiai potenciál-hőmérséklet síkbeli elsőrendű fázisátalakulási vonal határát képező kritikus végpont (CEP) környékének tanulmányozása részben valósult meg azáltal, hogy a királis szuszceptibilitás segítségével megvizsgáltuk a CEP kritikus tartományának alakját és kiterjedését, valamint egy a CEP körüli skálaviselkedést jellemző exponenst.

A puha módussal kapcsolatos vizsgálatok azért nem kerültek elvégzésre, mert az eredeti terv szerint ez feltételezte egy diplomamunkás kutatási eredményeinek felhasználását is. Mivel a diplomamunka 80%-ban való megírása után a diplomamunkás váratlanul elmaradt, így ebben az irányban nem folytattuk a kutatást, mert megítélésünk szerint érdekesebb és fontosabb témák merültek fel.

Az asztrofizikai alkalmazások előfeltétele az, hogy az erősen kölcsönható anyag állapotegyenletét (nyomás és energiasűrűség közötti összefüggést) képesek legyünk viszonylag jó közelítéssel származtatni. Erre a kétrészeske irreducibilis 2PI közelítés, amelyben az effektív potenciál a vákuum-várhatóérték mellett az önkonzisztens módon meghatározásra kerülő propagátortól is függ, jobb választásnak bizonyulhat, mint az erősen kölcsönható anyag fázisdiagramjának feltérképezésére használt optimalizált perturbációs számítás. Az utóbbi módszer használata esetén az

effektív potenciált (és így például a nyomást is) csak numerikus integrálással tudnánk meghatározni, mert csak a vákuum-várhatóértéket meghatározó egyenletet ismerjük. Ráadásul, az OPT eredményezte felösszegzés pontosságát sem tudnánk igazán kézben tartani, mert az OPT feltétel a propagátorra lett megfogalmazva az impulzus egy adott értéke mellett. Ezért döntöttünk egy szélesebb körű, a 2PI módszer keretei között zajló vizsgálat mellett. Ennek a vizsgálatnak az első, elengedhetetlen állomása a közelítés renormalizálhatóságának bizonyítása, amit sikeresen végrehajtottunk.

Kitekintés

A pályázat futamideje alatt módomban nyílt nem csak a viszonylag gyorsan eredményre vezető módszerekkel foglalkozni, hanem olyan nemperturbatív eljárások tanulmányozására is, amelyekben elért eredmények felhasználhatók az itt bemutatott kutatások folytatásában. A 2. témában elért eredmények ismeretében ($O(N)$ modellbeli Dyson-Schwinger egyenletek renormalizálhatóságának bizonyítása, $SU(N)_L \times SU(N)_R$ szimmetriájú modell tenzorszerkezetének feltérképezése) remélhetően sikerül a fizikai elvárásunkkal megegyezően megoldani az $SU(3)_L \times SU(3)_R$ szimmetriájú modellben levezetett Dyson-Schwinger egyenleteket. A 2PI formalizmusban tárgyalt modellek numerikus megoldásába a kiszámolt ellentagok és a 4. témában használt propagátorokra vonatkozó spektrális reprezentáción alapuló eljárás szervesen épül be. Ezt a numerikus munkát, valamint az asztrofizikai alkalmazást egy támogatásra elfogadott következő OTKA-pályázat keretei között folytatjuk.