

## **EGYENÁRAMÚ MAGNETRONOS PORLASZTÁS FIZIKAI FOLYAMATAINAK MODELLEZÉSE MATEMATIKAI MÓDSZEREKKEL**

**Németh Károly<sup>1,\*</sup>, Balázi Katalin<sup>2</sup>, Laczik Bálint<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki kar, Egry József u. 1, 1111. Budapest

<sup>2</sup> Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézet, Energiatudományi Kutatóközpont, Konkoly-Thege M. 29-33, 1121 Budapest

<sup>3</sup> Gyártástudomány és -technológia tanszék, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Egry József u. 1, 1111 Budapest

\* [nemethkaroly16@gmail.com](mailto:nemethkaroly16@gmail.com) (MSc. Gépészmérnök hallgató)

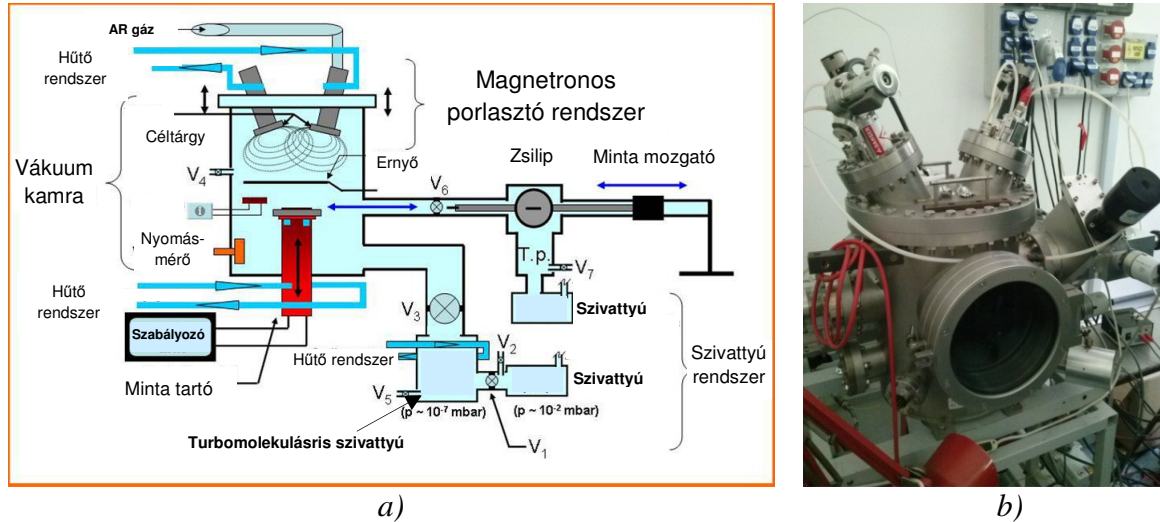
### **Absztrakt**

A magnetronos porlasztást, mely a fizikai gázfázisú eljárások közé tartozik, széles körben alkalmazzák vékonyréteg bevonatok készítéséhez. Az egyenáramú magnetron használata növeli az ionok kicsapódásának folyamatát, mivel a benne lévő mágneses tér által csapdába ejtett elektronok tartós plazmát hoznak létre a reakcióterben. Ennek segítségével kis teljesítményen üzemeltetve is megfelelő ionképződés-szám érhető el. E kedvező tulajdonsága tette lehetővé az iparban való rohamos elterjedését. A gyártástechnológia gyors fejlődése során nem kifizetődőek a „próba-hiba” módszerekkel folytatott fejlesztések. A számítógépes szimulációk segítségével kiküszöbölhető a magas költségű és időigényes „próba-hiba módszer”. A kézirat bemutatja az egyenáramú magnetronos porlasztás fizikai folyamatainak modellezését matematikai módszerekkel. A kölcsönhatások tanulmányozásához elengedhetetlenül fontos az erőterek feltérképezése. A magnetron plazmájában mozgó töltéssel és tömeggel rendelkező részecskék elméleti pályagörbéjét az úgynevezett „egy részecske modell” szerint egy háromtagú differenciálegyenlet-rendszerrel írtuk le. Ehhez a Runge-Kutta-Fehlberg módszert alkalmaztuk. A pályák alapján jutottunk a plazmasűrűség kimutatásához, majd az ionképződések bekövetkezési valószínűségéhez. E várható értékekből az argon becsapódások által bevitt energiára és impulzusra statisztikai mérőszámot tudunk adni. Az eredményül kapott görbét hasonlítottuk össze a céltárgy felületével.

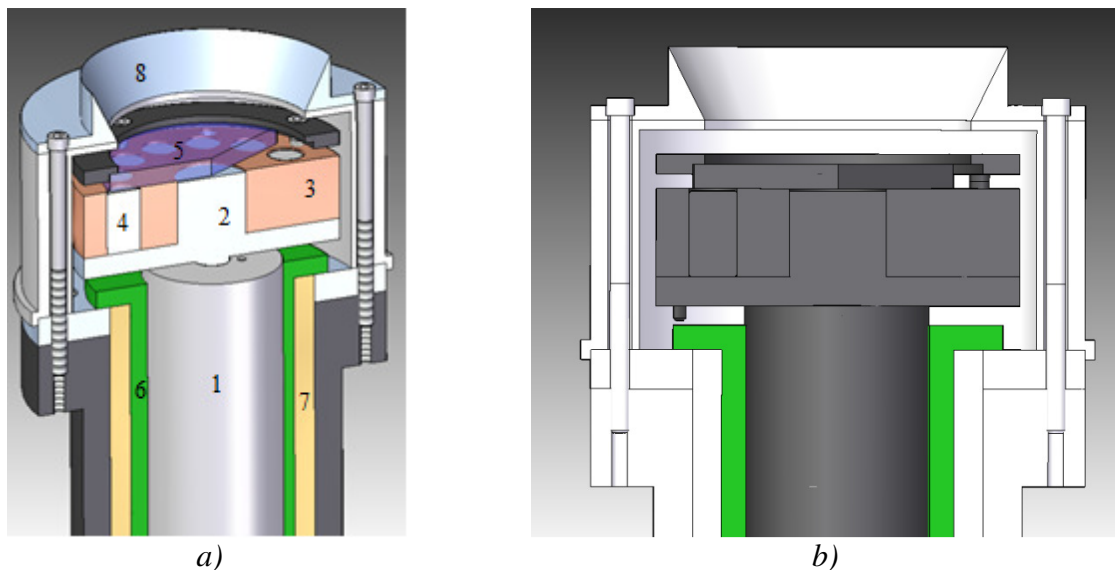
### **1. Bevezetés**

A technológia fejlődése lehetővé tette az egyre vékonyabb rétegek előállítását, napjainkban már nanométeres vékonyrétegeket tudnak gyártani. Az egyik leggyakrabban alkalmazott módszer a fizikai gázfázisú eljárás (PVD), melynek során a kívánt anyagot elporlasztják és a hordozó felületén lecsapítják, ahol így vékonyréteg alakul ki [1]. Az általunk alkalmazott és vizsgált módszer a magnetronos porlasztás volt (1. ábra). A porlasztás egy vákuumkamrában történik, melyben a háttérvákuum  $10^{-8}$  mbar nagyságrendű. Ez az érték ultravákuum

tartományába esik. Az inert gáz (argon, nitrogén) hatásával történik a porlasztás  $2.5 \cdot 10^{-3}$  mbar nyomáson.



1. ábra. A magnetronos porlasztó a) sematikus ábrája, b) reális kép.



2. ábra. A magnetron a) magnetron szerkezete, b) magnetron elemeinek potenciálja  
1. Villamos rendszer, 2. Lágyvas, 3. Rézhenger, 4. Neodímium mágnes, 5. Céltárgy, 6. Szigetelés, 7. Külső tartóhenger, 8. Árnyékolás

A 2a. ábra a magnetron szerkezeti felépítését, még a 2b. ábra az elemeinek potenciálját szemlélteti. A fekete színnek jelöltek negatív potenciállal bírnak, míg a fehérrel jelöltek földeltek. A köztük lévő potenciálkülönbség egyenfeszültség (DC). A plazmaképzésben lényeges szerepet a céltárgy- és az árnyékolás felülete játszik. A köztük lévő DC feszültség keltette elektromos tér erőt gyakorol a céltárgy anyagában lévő elektronokra, melyek e hatásra kilépnek függőleges kezdősebességgel. A kilépések a plazma egyensúlyi állapotáig történnek. A mágneses tér okozta Lorentz-erő szintén erőt fejt ki a mozgó töltésekre. A két tér tartja fenn a plazmát a céltárgy felett, melyben nagy sebességgel mozgó elektronok ionizálják az inert gázt. A katód alatt elhelyezkedő elektron-plazmát eddigi mérések során vékonynak észlelték,

vagyis a céltárgyhoz közel helyezkedik el, de a benne lévő elektronok mozgási energiája igen nagy. A korábbi kutatásokban inkább empirikus eredményeket állítottak fel, nem sikerült megbízható elméleti törvényszerűségeket találni [1]. A katódporlasztás tisztán fizikai folyamatként kezelhető, az ionok a céltárgynak csapódnak, energia- és impulzusátadás történik. Ha a céltárgy atomjaival közölt energia legyőzi a felszín közeli atomok kötési energiáját, megtörténik a porlasztás [2,3]. *Kadlec és mts.* több számítógépes szimulációt készítettek [3].

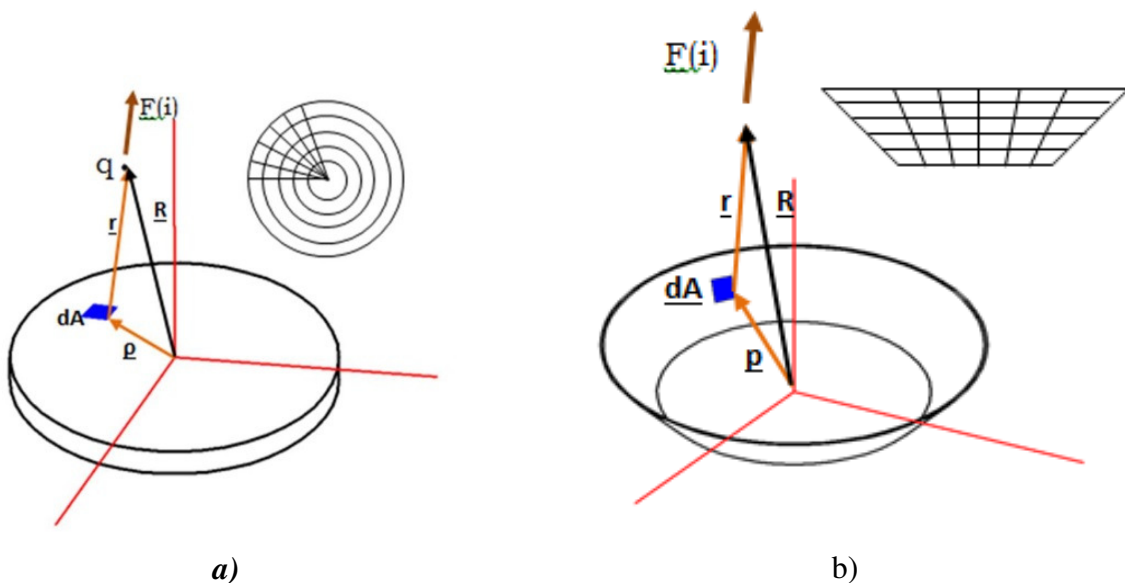
Lényeges megállapításnak számít, hogy a céltárgy eróziója is hatással bír a porlasztásra [4].

Ebben a munkában a matematikai szimulációk segítségével vizsgáltuk, hogyan épül fel a mágneses- és villamos tér, milyen erők ébrednek, illetve ez által hogyan mozognak a részecskék a plazmában. Numerikus előrejelzéseket végeztünk az ionképződésekre, az ionbombázás energetikai- és mechanikai viszonyaira, valamint eloszlására. Ezek segítségével vontunk le következtetéseket a céltárgy eróziójára, és megállapítottuk, hogy mitől is függhet a porlasztás anyaghozama.

## 2. Az elektronplazma modellezése

### 2.1. Az egyenletek felírása

Az egész folyamat alapja, hogy a céltárgy körlapszerű felülete és az árnyékoló gyűrű csonka kúppalást felülete közötti egyenfeszültség kényszeríti a primer elektronokat kilépésre és ezután gyorsulásra. Ezen kívül hatást gyakorol a mágneses tér. Korábbi kutatások igazolták: mivel erős mágneseket használnak, ezért a mágneses erőter a céltárgy felületével párhuzamos, és középpontba mutató indukcióvektorokkal közelíthető [4]. A két felület, mint kondenzátori felületek, hozzák léte a villamos teret. Közelítő módszert alkalmaztunk. Az árnyékolás és céltárgy modellezésére egyenletes töltéeloszlással fogunk számolni (3. ábra). Mindkét test vezető anyagból készült. Faraday-törvénye értelmében a töltések a felületeik közelébe torlódnak. Ezért nem szükséges térfogati integrálás.



**3. ábra.** Céltárgy és árnyékolás modellje a) A céltárgy koordináta rendszerében felvett vektorok, b) Az árnyékolás koordináta rendszerében felvett vektorok

Tekintsük először a céltárgyat (3a. ábra).

Ponttöltések erőtvénye Coulomb-törvény alapján a "dA" felületen:

$$\underline{F} = k * \frac{q * Q(dA)}{|r|^3} * \underline{r} \quad (1)$$

ahol k a Coulomb állandó, q a ponttöltés, Q(dA) az egységfelület töltése.

Az η felületi töltéssűrűség mellett az i-edik dA felületen lévő töltések által gyakorolt erő:

$$\underline{F}(i) = k * \eta * dA(i) * q * \frac{1}{|r|^3} * \underline{r} \quad (2)$$

A körlapon végezzük az integrálást, ezért az "r" vektort "ρ" vektorral fejeztük ki (3a. ábra):

$$\underline{r} = \underline{R} - \underline{\rho} \quad (3)$$

A vektorkoordinátákat a következőképpen jelöljük (3a. ábra):

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} XR \\ YR \\ ZR \end{bmatrix} ; \quad \underline{\rho} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

A tér egy R helyvektorú pontjában a Coulomb-erő formulája (2) és (3) alapján:

$$\underline{F}(\underline{R}) = \sum_{i=1}^n \underline{F}(i) = k * \eta * q * \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} XR - x(i) \\ YR - y(i) \\ ZR \end{bmatrix} * dA * \frac{1}{(\sqrt{(XR-x(i))^2 + (YR-y(i))^2 + (ZR)^2})^3} \quad (5)$$

Fejtsük ki ezt úgy, hogy a konstans szorzókat a vektor elé kiemeljük:

$$\underline{F}(\underline{R}) = k * \eta * q * \begin{bmatrix} \sum \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-x(i))^2 + (YR-y(i))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (XR - x(i)) * dA \\ \sum \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-x(i))^2 + (YR-y(i))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (YR - y(i)) * dA \\ \sum \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-x(i))^2 + (YR-y(i))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (ZR) * dA \end{bmatrix} \quad (6)$$

A behálózott felületre felírt szummázást Riemann-integrál alakba írjuk át:

$$\underline{F}(\underline{R}) = k * \eta * q * \begin{bmatrix} \int_A \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-x)^2 + (YR-y)^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (XR - x) dA \\ \int_A \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-x)^2 + (YR-y)^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (YR - y) dA \\ \int_A \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-x)^2 + (YR-y)^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (ZR) dA \end{bmatrix} \quad (7)$$

Átvezetés hengerkoordináta rendszerbe:

$$x = r * \cos(\varphi) \quad (8)$$

$$y = r * \sin(\varphi) \quad (9)$$

$$dA = dr * (r * d\varphi) = r * dr * d\varphi \quad (10)$$

A "R" helyvektorú helyen a Coulomb-erő vektor-vektor függvénye:

$$\underline{F}(\underline{R}) = \begin{bmatrix} F_x(\underline{R}) \\ F_y(\underline{R}) \\ F_z(\underline{R}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\underline{F}(\underline{R}) = k * \eta * q * \begin{bmatrix} \int_0^{(db/2)} \int_0^{2\pi} \left( \frac{r}{(\sqrt{(XR-r*\cos(\varphi))^2 + (YR-r*\sin(\varphi))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (XR - r * \cos(\varphi)) d\varphi dr \\ \int_0^{(db/2)} \int_0^{2\pi} \left( \frac{r}{(\sqrt{(XR-r*\cos(\varphi))^2 + (YR-r*\sin(\varphi))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (YR - r * \sin(\varphi)) d\varphi dr \\ \int_0^{(db/2)} \int_0^{2\pi} \left( \frac{r}{(\sqrt{(XR-r*\cos(\varphi))^2 + (YR-r*\sin(\varphi))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (ZR) d\varphi dr \end{bmatrix}$$

A (11) egyenletben a „db” a céltárgy átmérőjét jelöli.  
Most ugyanezt végezzük el az árnyékolásra (3b. ábra).

Az erőtvényeket az (1) és (2) egyenletben már egyszer felírtuk.

Mivel a paláston végezzük az integrálást az "r" távolságvektort kifejezzük "p" és "R" függvényében:

$$\underline{r} = \underline{R} - \underline{p} \quad (12)$$

A vektorkoordinátákat a következőképpen jelöljük (3b. ábra):

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} px \\ py \\ pz \end{bmatrix} ; \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} XR \\ YR \\ ZR \end{bmatrix} \quad (13)$$

Behelyettesítünk az erőtvénybe (2) és (13) egyenletek szerint:

$$\underline{F}(\underline{R}) = k * \eta * q * \sum \begin{bmatrix} XR - px \\ YR - py \\ ZR - pz \end{bmatrix} * dA * \frac{1}{(\sqrt{(XR-px)^2 + (YR-py)^2 + (ZR-pz)^2})^3} \quad (14)$$

Fejtsük ki ezt úgy, hogy a konstans szorzókat a vektor elé kiemeljük:

$$\underline{F}(\underline{R}) = k * \eta * q * \begin{bmatrix} \sum \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-px(i))^2 + (YR-py(i))^2 + (ZR-pz(i))^2})^3} \right) * (XR - px(i)) * dA \\ \sum \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-px(i))^2 + (YR-py(i))^2 + (ZR-pz(i))^2})^3} \right) * (YR - py(i)) * dA \\ \sum \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-px(i))^2 + (YR-py(i))^2 + (ZR-pz(i))^2})^3} \right) * (ZR - pz(i)) * dA \end{bmatrix} \quad (15)$$

A behálózott felületre felírt szummázást Riemann-integrál alakba írjuk át:

$$\underline{F}(\underline{R}) = k * \eta * q * \begin{bmatrix} \int_A \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-px)^2 + (YR-py)^2 + (ZR-pz)^2})^3} \right) * (XR - px) dA \\ \int_A \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-px)^2 + (YR-py)^2 + (ZR-pz)^2})^3} \right) * (YR - py) dA \\ \int_A \left( \frac{1}{(\sqrt{(XR-px)^2 + (YR-py)^2 + (ZR-pz)^2})^3} \right) * (ZR - pz) dA \end{bmatrix} \quad (16)$$

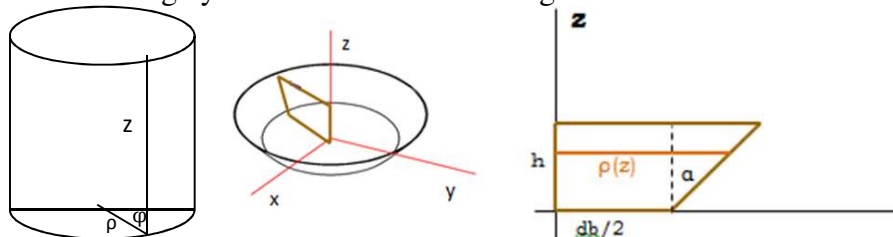
A kúppaláston végeztük a felületi integrálást. A forgásfelületről egy derékszögű háromszög egyik befogója körüli megforgatásából származik, ezért henger-koordinátarendszert használtunk. A felvett paramétereket a 4. ábra segítségével mutatjuk be.

Alkalmazott jelöléseink:

h - magasság

db - kisebbik átmérő

$\alpha$  - szimmetriatengely és alkotó által bezárt szög



4. ábra. Jelölések henger-koordinátarendszerben

$z \in [0 ; h]$



$\varphi \in [0 ; 2\pi]$

$$\rho(z) = \frac{db}{2} + z * \operatorname{tg}(\alpha)$$

A "dA" elemi felület matematikai alakja a paraméterekkel kifejezve:

$$dA = \sqrt{1 + (\operatorname{tg}(\alpha))^2} * \left(\frac{db}{2} + z * \operatorname{tg}(\alpha)\right) * dz d\varphi \quad (17)$$

Írjuk át a  $\underline{p}$  vektort henger-koordináta-rendszerbe:

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} \rho * \cos(\varphi) \\ \rho * \sin(\varphi) \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{db}{2} + z * \operatorname{tg}(\alpha)\right) * \cos(\varphi) \\ \left(\frac{db}{2} + z * \operatorname{tg}(\alpha)\right) * \sin(\varphi) \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} px \\ py \\ pz \end{bmatrix} \quad (18)$$

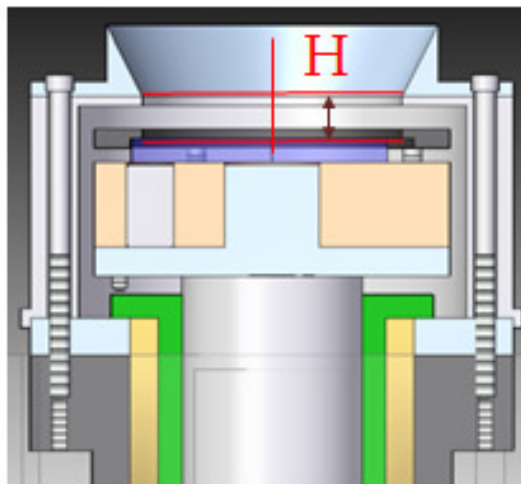
A " $\underline{R}$ " helyvektorú helyen a Coulomb-erő vektor-vektor függvénye:

$$\underline{F}(\underline{R}) = \begin{bmatrix} F_x(\underline{R}) \\ F_y(\underline{R}) \\ F_z(\underline{R}) \end{bmatrix} = k * \eta * q * \begin{bmatrix} \iint_{00}^{h 2\pi} \left( \frac{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}(\alpha))^2} * \left(\frac{db}{2} + z * \operatorname{tg}(\alpha)\right)}{\left(\sqrt{(XR - px)^2 + (YR - py)^2 + (ZR - pz)^2}\right)^3} \right) * (XR - px) d\varphi dz \\ \iint_{00}^{h 2\pi} \left( \frac{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}(\alpha))^2} * \left(\frac{db}{2} + z * \operatorname{tg}(\alpha)\right)}{\left(\sqrt{(XR - px)^2 + (YR - py)^2 + (ZR - pz)^2}\right)^3} \right) * (YR - py) d\varphi dz \\ \iint_{00}^{h 2\pi} \left( \frac{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}(\alpha))^2} * \left(\frac{db}{2} + z * \operatorname{tg}(\alpha)\right)}{\left(\sqrt{(XR - px)^2 + (YR - py)^2 + (ZR - pz)^2}\right)^3} \right) * (ZR - pz) d\varphi dz \end{bmatrix} \quad (19)$$

A két erőfüggvényből adjunk közelítést a magnetronban keletkező elektromos térre.

A negatív céltárgy taszító erővel hat az elektronra. Az onnan származó Coulomb-erőt pozitívnak vettük. Mivel a két felület közel egyforma nagyságú, ezért a felületi töltéssűrűséget is ugyanakkorára becsültük.

Indoklás: A szétszerelt szerkezetben a méretek lemérése után elvégzett számítások alapján a céltárgy felülete  $23,756 \text{ cm}^2$ , még az árnyékolásé  $32,929 \text{ cm}^2$ . A nagyságrend azonos, valamint a nagyobb és a kisebb felület aránya 1,3.



5. ábra. Elhelyezkedés a magnetronban

A koordináta-rendszernek a céltárgy rendszerét választottuk. Ennek megfelelően az árnyékolásra felírt vektorfüggvényt az újba transzformálni kell. Egy "z" tengely irányú eltolást végzünk "H" értékével (5. ábra).

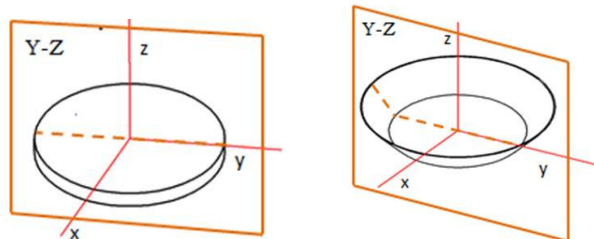
A változás:  $pz' = pz + H$

Mivel úgy vettük, hogy a céltárgy hat az elektronra a pozitív irányú taszítóerővel, ezért a (11) és a (19) egyenletek előjelhelyes összege adja meg az eredőerőt.

$$\underline{F}(\underline{R}) = k * \eta * q * \left( \begin{array}{l} \iint_{00}^{(d/2) 2\pi} \left( \frac{r}{(\sqrt{(XR-r*\cos(\varphi))^2 + (YR-r*\sin(\varphi))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (XR - r * \cos(\varphi)) d\varphi dr \\ \iint_{00}^{(d/2) 2\pi} \left( \frac{r}{(\sqrt{(XR-r*\cos(\varphi))^2 + (YR-r*\sin(\varphi))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (YR - r * \sin(\varphi)) d\varphi dr \\ \iint_{00}^{(d/2) 2\pi} \left( \frac{r}{(\sqrt{(XR-r*\cos(\varphi))^2 + (YR-r*\sin(\varphi))^2 + (ZR)^2})^3} \right) * (ZR) d\varphi dr \\ \iint_{00}^{h 2\pi} \left( \frac{\sqrt{1+(tg(\alpha))^2} * (\frac{db}{2} + z*tg(\alpha))}{(\sqrt{(XR-px)^2 + (YR-py)^2 + (ZR-pz')^2})^3} \right) * (XR - px) dz d\varphi \\ \iint_{00}^{h 2\pi} \left( \frac{\sqrt{1+(tg(\alpha))^2} * (\frac{db}{2} + z*tg(\alpha))}{(\sqrt{(XR-px)^2 + (YR-py)^2 + (ZR-pz')^2})^3} \right) * (YR - py) dz d\varphi \\ \iint_{00}^{h 2\pi} \left( \frac{\sqrt{1+(tg(\alpha))^2} * (\frac{db}{2} + z*tg(\alpha))}{(\sqrt{(XR-px)^2 + (YR-py)^2 + (ZR-pz')^2})^3} \right) * (ZR - pz') dz d\varphi \end{array} \right) \quad (20)$$

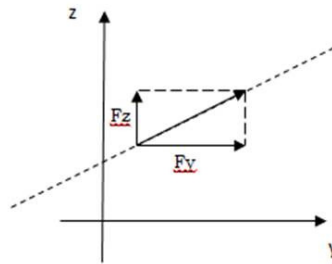
## 2.2. Az elektromos tér szemléltetése.

Észre vehetjük, hogy olyan bonyolult formulákat kaptunk eredményül, melyeknek feltehetően nem létezik zárt alakú megoldása. A Maple R13 matematikai program segítségével numerikusan fogjuk elvégezni a műveleteket. Mivel hengersizmetrikus testekről van szó, a felépülő villamos tér is ezt követi. Ezzel egyszerűbb dolgunk van, ugyanis elegendő a testek valamely kiválasztott szimmetriasíkjában ábrázolnunk. Válasszuk a céltárgy koordinátarendszerében az Y-Z síkot. A teret a fizikában erővonalaknak nevezett görbeseregekkel szemléltethetjük. A definíció szerint a görbe egy adott pontjába húzott érintő szakasz párhuzamos az ott ható Coulomb-erő vektorának hatásvonalával.



6. ábra. A tárgyak és az Y-Z koordináta sík metszete.

Az ábrákon látható, hogy olyan pontokon ábrázolunk, amelyek „x” koordinátája nulla. Ennek okán gyorsabban lefutathatjuk a programunkat. A (20) egyenletrendszer fogjuk megoldani az Euler-féle törött vonalas módszer alkalmazásával. A felírt erővektornak a sík bármely pontjában kiszámíthatjuk az y és z irányú komponensét. Az integrálásokhoz a Maple-t használjuk. Logikus, ha az utóbbi értékét elosztjuk az előbbivel, akkor az erővektor hatásvonalának iránytangensét kapjuk. Ezt szemlélteti a 7. ábra.

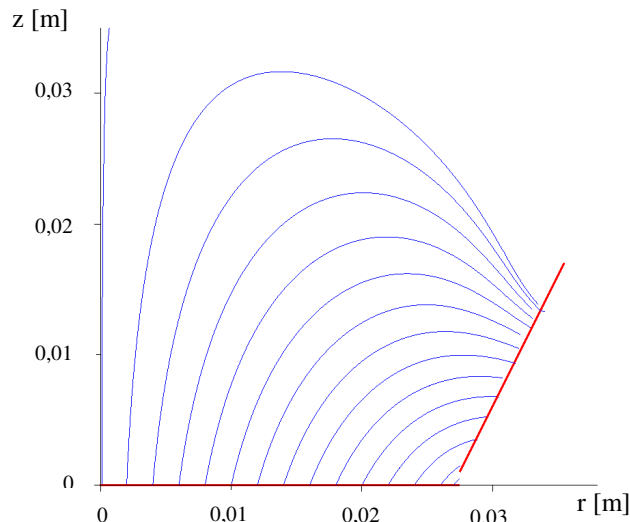


7. ábra. A Coulomb-erő hatásvonalala

Az előbb leírtak alapján a felhasznált összefüggésünk:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{F_z(R)}{F_y(R)} \quad (21)$$

Ebből az Euler-módszerrel ábrázolhatjuk a magnetron terét.



8. ábra. A magnetron elektromos terének szemeltetése fél sík nézetben.

A közelítés valamint az ábrázolási módszer látványos hibát okoz. A céltárgy és az árnyékolás felületei ekvipotenciálisak, mivel vezető anyagból készültek. Egyes helyeken azonban nem tökéletesen merőlegesen lépnek ki a programmal megrajzolt erővonalak. Ezt magyarázhatjuk az Euler-féle törött vonalas módszerrel, melyhez a lépésközt még sokszorosára kéne csökkenteni. Ezzel viszont jóval lassabban futna le a program.

### 2.3. A plazmában lévő elektronok mozgáspályáinak numerikus szimulációja

A 8. ábrát tekintve, a továbbiakban a céltárgy felett kis magasságig (kb. 3 mm) közelíthetjük függőlegesnek (z irányúnak) a térerősség vonalakat.

Indoklás: A numerikus programot lefuttatva a következőket emelném ki:

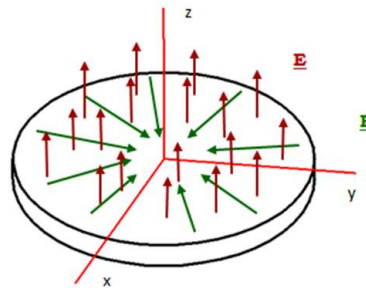
- a 2 mm- ről mm sugárról induló görbe irányszöge 3 mm magasságot elérve  $87,4^\circ$ -ról  $83^\circ$ -ra változik
- a 4 mm- ről sugárról induló görbe irányszöge 3 mm magasságot elérve  $85^\circ$ -ról  $83^\circ$ -ra változik
- a 8 mm- ről sugárról induló görbe irányszöge 3 mm magasságot elérve  $79,5^\circ$ -ról  $76,35^\circ$ -ra változik



- a 10 mm- ről sugárról induló görbe irányszöge 3 mm magasságot elérve  $76,75^{\circ}$  –ról  $72,6^{\circ}$  –ra változik
- a 15 mm- ről sugárról induló görbe irányszöge 3 mm magasságot elérve  $69^{\circ}$  –ról  $62^{\circ}$  –ra változik
- a 20 mm- ről sugárról induló görbe irányszöge 3 mm magasságot elérve  $61,4^{\circ}$  –ról  $51^{\circ}$  –ra változik

Igaz, hogy a céltárgy széléhez közeledve rohamosan leromlik ez a közelítés, azonban 20 mm után már csak 7,5 mm marad az árnyékolás eléréséig, így viszonylag kis távon számítunk tévesen a teljes sugárhoz képest. Természetesen később ezt összevetjük a számított plazmamagassággal.

A 3. ábrán látható a neodímium hengerek elhelyezkedése. Szintén kis magasságig a mágneses tér indukció vonalait számítsuk a felülettel párhuzamos, sugár irányban a középpontba mutatóknak. E két tér szemléletét mutatja be a 9. ábra a céltárgy Descartes-koordinátarendszerében.



9. ábra. Erőterek.

Az elektromos töltéssel rendelkező részecskére a Coulomb- és a Lorentz-erő hat. Definíció szerint a vektorok a Descartes-koordinátarendszerben (9. ábra):

$$\underline{F} = \underline{F}_C + \underline{F}_L = \underline{E} * q + q * \underline{v} \times \underline{B} \quad (22)$$

ahol

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E \end{bmatrix} \quad \text{az elektromos térerősség vektor}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} B * \cos(\epsilon) \\ B * \sin(\epsilon) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{a mágneses indukció vektor}$$

A  $\underline{B}$  vektornak X tengellyel bezárt szögét jelöltük  $\epsilon$  –al.

Jelölje az elektron pályájának pontjait az  $\underline{r}$  helyvektor:

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (23)$$

Ez alapján az elektron sebességvektora:

$$\underline{v} = \frac{\partial}{\partial t} \underline{r} \quad (24)$$

A 22. egyenletben lévő keresztszorozást végezzük el először:

$$\underline{v} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} -B * \frac{\partial z}{\partial t} * \sin(\epsilon) \\ B * \frac{\partial z}{\partial t} * \cos(\epsilon) \\ B * \left( \left( \frac{\partial x}{\partial t} * \sin(\epsilon) \right) - \left( \frac{\partial y}{\partial t} * \cos(\epsilon) \right) \right) \end{bmatrix} \quad (25)$$

Mivel hengersizmetrikus térben dolgozunk, ezért az egyszerűség kedvéért térjünk át hengerkoordinátarendszerbe  $\{R, \epsilon, z\}$ , és ebben folytassuk a levezetést.

$$x = R * \cos(\epsilon) \quad (26)$$

$$y = R * \sin(\epsilon) \quad (27)$$

$$z = z \quad (28)$$

Ezáltal az időszerinti differenciálhányadosok a következőképpen alakulnak:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \cos(\epsilon(t)) + R(t) * (-\sin(\epsilon(t))) * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} \quad (29)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \sin(\epsilon(t)) + R(t) * (\cos(\epsilon(t))) * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} \quad (30)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial t} \quad (31)$$

Behelyettesítünk a 22. egyenletbe, így az erőegyenlet Newton II. törvénye alapján:

$$m * \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = q * \underline{E} + q * \underline{v} \times \underline{B} \quad (32)$$

Fejtsük ki a vektorokat. Behelyettesítés és egyszerűsítés után:

$$m * \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = q * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E \end{bmatrix} + q * \begin{bmatrix} -B * \frac{\partial z}{\partial t} * \sin(\epsilon(t)) \\ B * \frac{\partial z}{\partial t} * \cos(\epsilon(t)) \\ B * (-R(t) * (\sin(\epsilon(t)))^2 * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} - R(t) * (\cos(\epsilon(t)))^2 * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t}) \end{bmatrix} \quad (33)$$

A z koordinátában a zárójelben lévő tag tovább egyszerűsíthető szorzattá alakítással. Észre vesszük az egyik nevezetes összefüggést a szögfüggvények között, és ezután az egyenlet a következőképpen fog kinézni:

$$m * \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = q * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E \end{bmatrix} + q * \begin{bmatrix} -B * \frac{\partial z}{\partial t} * \sin(\epsilon(t)) \\ B * \frac{\partial z}{\partial t} * \cos(\epsilon(t)) \\ B * (-R(t) * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t}) \end{bmatrix} \quad (34)$$

Az egyenlet bal oldala viszont még mindig Descartes-koordinátarendszerben van felírva. Írjuk át henger-koordinátarendszerbe a helyvektor idő szerinti második differenciálhányadosát, mely ott szerepel. Koordinátákra bontva és egyszerű alakra hozva:

$$\frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2} * \cos(\epsilon(t)) - 2 * \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} * \sin(\epsilon(t)) - R(t) * (\frac{\partial^2 \epsilon(t)}{\partial t^2} * \sin(\epsilon(t)) + (\frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t})^2 * \cos(\epsilon(t))) \quad (35)$$

$$\frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2} * \sin(\epsilon(t)) + 2 * \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} * \cos(\epsilon(t)) + R(t) * (\frac{\partial^2 \epsilon(t)}{\partial t^2} * \cos(\epsilon(t)) - (\frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t})^2 * \sin(\epsilon(t))) \quad (36)$$

$$\frac{\partial^2 z(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 z(t)}{\partial t^2} \quad (37)$$

Behelyettesítjük a 33. egyenletbe, és koordinátánként leírjuk egyenletrendszer formájában.

Közben mindhárom egyenletben mindkét oldalt leosztjuk a részecske tömegével, m-el.

$$\frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2} * \cos(\epsilon(t)) - 2 * \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} * \sin(\epsilon(t)) - R(t) * (\frac{\partial^2 \epsilon(t)}{\partial t^2} * \sin(\epsilon(t)) + (\frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t})^2 * \cos(\epsilon(t))) = (-B * \frac{\partial z}{\partial t} * \sin(\epsilon(t))) * \frac{q}{m} \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2} * \sin(\epsilon(t)) + 2 * \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} * \cos(\epsilon(t)) + R(t) * (\frac{\partial^2 \epsilon(t)}{\partial t^2} * \cos(\epsilon(t)) - (\frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t})^2 * \sin(\epsilon(t))) = (B * \frac{\partial z}{\partial t} * \cos(\epsilon(t))) * \frac{q}{m} \quad (39)$$

$$\frac{\partial^2 z(t)}{\partial t^2} = \frac{q}{m} * E + \frac{q}{m} * (-B * R(t) * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t}) \quad (40)$$

Erőegyenleteket írtunk fel egy hengerszimmetrikus erőterben. Ha rájuk nézünk, észre vehetjük, hogy ez a szimmetria bennük is megmutatkozik. A szögfüggvények előfordulását megkülönböztetett színnel jelöltük. Az ilyen formájú egyenlet-rendszer mátrixos alakba átírható, mely áttekinthetőbbé teszi e matematikai modellt.

$$\begin{bmatrix} -2 * \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} - R(t) * \frac{\partial^2 \epsilon(t)}{\partial t^2} & \frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2} - R(t) * \left(\frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t}\right)^2 & 0 \\ \frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2} - R(t) * \left(\frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t}\right)^2 & 2 * \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} + R(t) * \frac{\partial^2 \epsilon(t)}{\partial t^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 z(t)}{\partial t^2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sin(\epsilon(t)) \\ \cos(\epsilon(t)) \\ 1 \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} -\frac{q}{m} * B * \frac{\partial z}{\partial t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{q}{m} * B * \frac{\partial z(t)}{\partial t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{q}{m} * E - \frac{q}{m} * B * R(t) * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sin(\epsilon(t)) \\ \cos(\epsilon(t)) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Egy mátrix-egyenlethez jutottunk mely a következőképpen épül fel: mindkét oldalán áll egy háromszor hármás mátrix, melyet jobbról megszorozunk ugyanazzal az egységnyi X-Y síkvetületű, egység z koordinátájú vektorral. Ez logikusan arra enged következtetni, hogy az egyenlőség fennállásának szükséges feltétele a két mátrix megfelelő értékeiben való egyezés. A magnetron plazmájában mozgó elektron pályáját leíró differenciálegyenlet-rendszer az „egy részecske” modell szerint:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I.} \quad \frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2} - R(t) * \left(\frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t}\right)^2 = 0 \\ \text{II.} \quad 2 * \frac{\partial R(t)}{\partial t} * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} + R(t) * \frac{\partial^2 \epsilon(t)}{\partial t^2} = \frac{q}{m} * B * \frac{\partial z(t)}{\partial t} \\ \text{III.} \quad \frac{\partial^2 z(t)}{\partial t^2} = \frac{q}{m} * E - \frac{q}{m} * B * R(t) * \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} \end{array} \right\} \quad (42)$$

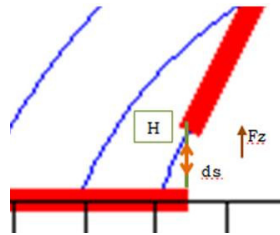
### 2.3.1. Az egyenlet-rendszer hiányzó konstansai.

Az egyenlet-rendszerben konstansként jelenik meg a részecske tömege (m), töltése (q), az elektromos- (E), valamint a mágneses tér (B) erőssége. Az első kettő ismert adat, attól függően, hogy mely részecskéről van szó. A második kettő már nem ilyen egyszerű. Mivel neodímium hengereket használunk, ezért a B értékét Hall-szondás magnetométerrel megmérhetjük. A villamos tér bonyolultabb, mivel csak a céltárgy és az árnyékolás közti feszültséget tudjuk mérni.

A fizika törvényeire támaszkodva, azonban ebből az egyetlen adatból meghatározhatjuk a térerősséget a következőképpen:

- a térben az elektronra minden különböző helyen hat egy  $\underline{F}_c$  erő.
- az erő munkát végez az elektronon miközben hatásvonalának irányába „ds” elemi távon elmozdul.
- mivel az erőfüggvényt felállítottuk, az elemi munkák már numerikusan összegeezhetőek.
- a céltárgy és az árnyékolás vezető testek, így felületeik külön-külön ekvipotenciálisak. Ebből kifolyólag a rajtuk történő elmozdulás esetében villamos munka nincs.
- a két test közötti egyenfeszültség által létrehozott tér potenciális, mivel az erővonalaknak a kiindulási- és végpontja közül legalább az egyik testhez kötött, ahova nem tér vissza. Ennek következtében a fizikai munka nem függ a pályavonaltól, csak a kezdeti és végállapot helyétől. Bármely pályán végeznénk az összegzést, az eredmény ugyanaz.

A legegyszerűbb módszer, ha a céltárgy széléről indítunk el egy részecskét függőlegesen z irányba, ami pont az árnyékoláshoz érkezik. Így egyetlen egyenes vonalon végezhetünk numerikus összegzést. Ezt mutatja a 10. ábra.



10. ábra. Összegzés a pálya mentén

A z irányú térerősség:  $E = \frac{Fz}{q}$  (43)

A feszültség definíció szerint:  $U = \frac{W}{q}$  (44)

A munka definíció szerint:  $W = \sum Fz(i) * ds$  (45)

A választott pályavonalon a „z” irányú erő végez munkát. A korábban 20. számmal felírt vektor-vektor függvény „z” komponensével fogunk dolgozni. Írjuk fel ezt a tagot úgy, hogy a kettős integrálok különbségét az egyszerűség kedvéért jelöljük  $KZ(\underline{R})$ -vel.

$$Fz(\underline{R}) = k * \eta * q * KZ(\underline{R}) \quad (46)$$

Behelyettesítve a 44. egyenletbe:

$$W = k * \eta * q * \sum KZ(\underline{R}) * ds \quad (47)$$

Ismerjük a H távolságot, amit N egyenlő részre osztunk:  $ds = \frac{H}{N}$  (48)

A kijelölt pályán az „i”-edik helyvektor:  $\underline{R}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ db/2 \\ i * ds \end{bmatrix}$  (49)

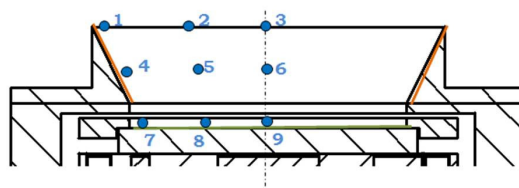
Maple segítségével minden „i”-edik pontban kiszámítjuk a  $KZ(\underline{R})$  értékét, majd az összegüket megszorozzuk „ds” hosszértékkel. Ezzel megkapjuk  $(\sum KZ(\underline{R}) * ds)$  numerikus szummázás eredményét. Az erő számításához (45. egyenlet) a felületi töltéssűrűség ismeretlen számunkra. Azonban a 46. egyenletben szereplő W-t egyszerűen számíthatjuk a 43. összefüggés segítségével, mivel a feszültséget mérjük. A töltéssűrűsége átrendezzük a 46. formulát:

$$\eta = \frac{W}{k * q * \sum KZ(\underline{R}(i)) * ds} = \frac{U * q}{k * q * \sum KZ(\underline{R}(i)) * ds} = \frac{U}{k * \sum KZ(\underline{R}(i)) * ds} \quad (50)$$

$$E(\underline{R}) = k * \frac{U}{k * \sum KZ(\underline{R}(i)) * ds} * KZ(\underline{R}) \quad (51)$$

Most már bármely adott pontban kiszámolhatjuk a Coulomb-erőt, majd ennek felhasználásával, a 42. számmal felírt függvény alapján az ott fellépő térerősséget. Több ponton megvizsgáljuk ezeket az értékeket és megállapítunk egy átlagot, melyet a pályákat leíró differenciálegyenlet-rendszerben fogunk használni.

A mágneses térben Hall-szondás magnetométerrel végzett mérés pontjai a 11. ábrán, értékei az 1. táblázatban láthatók. A mérési pontok a középtengelyen átmenő síkon helyezkednek el.



11. ábra. A mágneses tér mérési pontjai

Mérési pont	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mért érték (mT)	3.4	9.8	10	6.1	6.2	20	46	51	46

*1. táblázat. Mágneses tér erőssége a mért pontokban*

Ahogy a villamos térnél tettük, most is egy átlagot fogunk megállapítani. A plazma vékonyan húzódik a céltárgy felett ezért az ahhoz közeli értékek dominálnak. Látjuk viszont, hogy felfelé haladva rohamosan csökken az indukció. Többszöri interpolációval sem tudnánk vitathatatlan értéket választani, ezért a táblázat áttekintése után elfogadjuk a 41 mT-t, mint a magnetron mágneses terét jellemző indukciót. Ezt részletesebben azzal indokolhatnánk, hogy az 1; 2; 3 mérési pontok értékei kevésbé lesznek dominánsak, mivel addig biztosan nem ér fel a plazma (később, a plazma szimulációja után erre még visszautalunk). Korábban, az elektromos tér meghatározásánál 3 mm-ig fogadtuk el a  $90^0$  –os közelítést. Ettől a magasságtól a 7; 8; 9 pontok közel 1 mm-re a 4; 5; 6 pontok 5 mm-re vannak. E távolságokkal súlyozva a két pontsorban mért értékeket és ezzel átlagot számolva 41 mT értéket kapunk.

**2.3.2. Az egyenlet-rendszer megoldása és értékelése.**

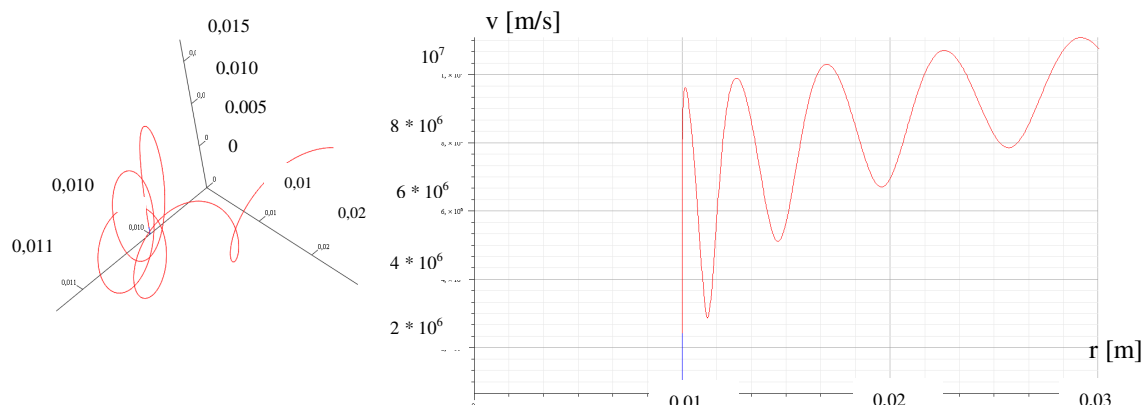
A konstansok megállapítása után már csak a kezdeti feltételeket kell rögzíteni. Feltételezzük, hogy az elektronok a céltárgy felületéről nulla kezdősebességgel lépnek ki. Ez bármely ponton történhet, mely más és más pályát jelent, és ábrázolni tudjuk őket.

A mi feladatunkban használt két céltárgy a titán és a karbon. Az első esetén 300 V és 500V között működtetik a magnetront.

Értékeljük ki a modellünket 300V-os értéken. Itt a számított térerősség:  $E = 197030 \frac{N}{C}$ .

Mindenek előtt le kell szögeznünk, hogy csak a 0,0275 m sugárig ( $d_b$ -ig) értelmezzük a pályákat, mivel ez után a részecskék elérik az árnyékolást.

A program segítségével ábrázolt görbék:



**12. ábra.** A 0,01 m sugárról induló elektron pályája (balra) valamint sebességfutása a sugár mentén (jobbra)

A 12. ábrán a görbét az egyes tartományokon eltérő színnel ábrázoltuk. Beprogramoztuk ugyanis, hogy kék színű legyen azokon a helyeken, ahol nincs elegendő energiája az

elektronnak az argon ionizálásához és pirossal ott, ahol van. Az ionkeletkezés szükséges feltétele, hogy az inert gáz atomjaival ütköző elektronok mozgási energiája az első ionizációs energiánál nagyobb legyen. Ez az elektron sebességétől függ, annak négyzetével arányos.

Az argon első ionizációs energiája [6]:  $E_{\text{ion}}^{\text{mol}} = 1512 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$

$$E_{\text{kinetika}} = E_{\text{ion}}$$

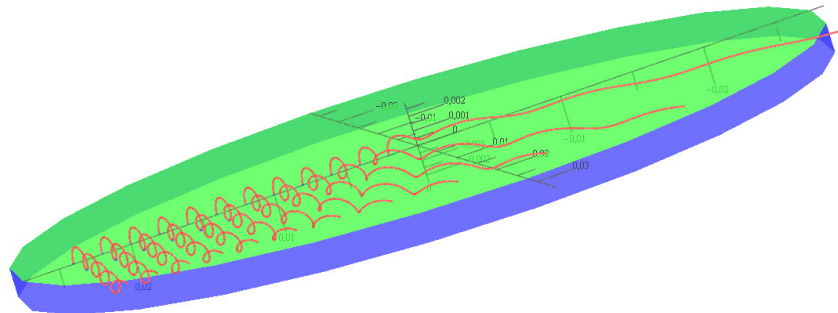
$$\frac{1}{2} * m * v^2 = 2,52 * 10^{-18} \text{ J}, \text{ ahol az elektron tömege [6] : } m = 9,1 * 10^{-31} \text{ kg}$$

Egyetlen argon atom ionizálásához szükséges minimális elektronsebesség:

$$v_{\text{min}} = 2353393,622 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2353394 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

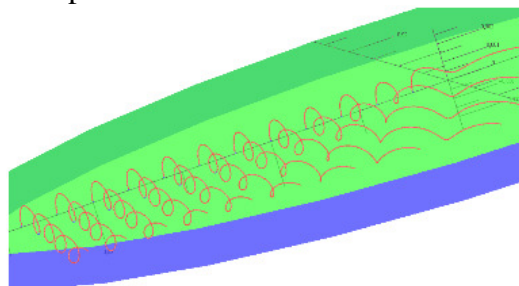
Nehézségbe ütközünk azonban, mivel e részecskék pontos kiindulópontjait nem tudjuk semmilyen függvény segítségével meghatározni. A céltárgy felületének bármely pontjáról történhet kilépés. Hasonlatba hozhatjuk e jelenséget a vízzel töltött melegített edény alján bekövetkező gőzbuborék leválással.

Egy kezdeti feltétellel a sok lehetséges görbe közül egynek meghatározzuk a kezdőpontját  $t=0$  időpillanatban. Korábban leírtak alapján henger-koordinátarendszerben az idő szerinti első differenciálhányadosok valamint a magasság  $t=0$ -ban zérus. A sugárnak 0 és 0,275 m között valamint a szögnek 0 és  $2 * \pi$  között tetszőleges értéket adhatunk.



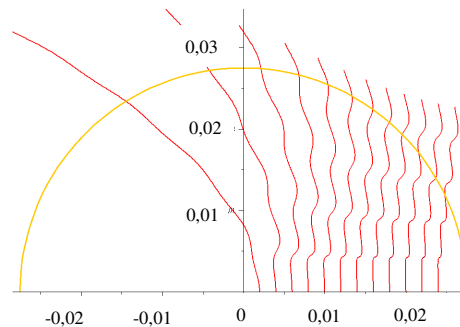
**13. ábra.** Elméleti pályagörbék a plazmában

A 13. és 14. ábrán látható a pályák hurkolt, spirálszerű jellege, melyet korábbi kutatásokban detektáltak. [2] Ez a jelenség segítette hozzá a magnetront a katódporlasztás ágában való nagy térhódításához. Mivel egy elektron hosszabb időt tölt el a plazmában, így több ionizációban játszhat szerepet. Ráadásul ezzel a porlasztó teljesítményfelvétele is töredéke a hagyományos anód és katód felépítésűéhez képest.



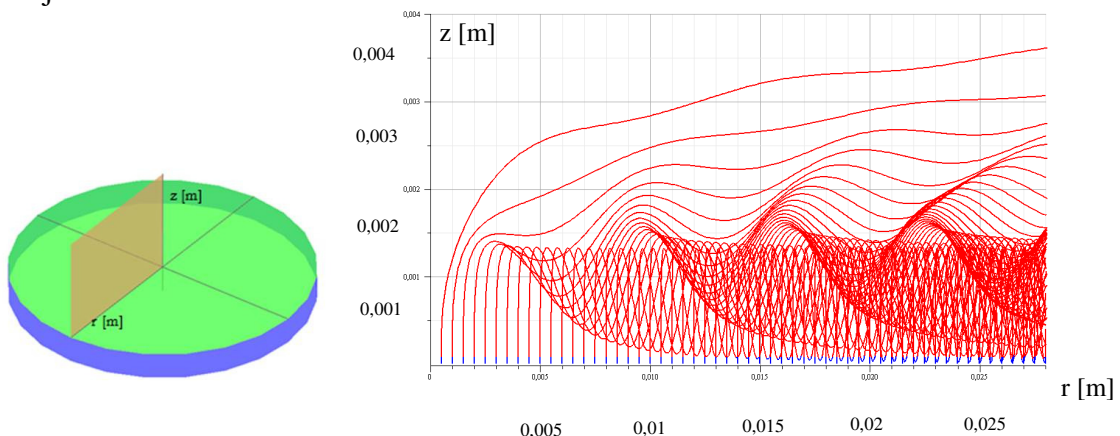
**14. ábra.** Pályák közelebbről





**15. ábra.** Pályák felülnézetből.

Az erőtér hengeres szimmetriája miatt bármely szöghelyzetben ábrázolva ugyanezeket a görbéket kaptuk volna, csak az adott szöggel elforgatva. Felülnézetből a 15. ábra mutatja. A plazma felépülésének elméleti modelljét a háromdimenziós pályagörbék és sebességek ábrázolásán kívül arra is használhatjuk, hogy az alábbi fontos kérdésekre választ adjunk: Mekkora kiterjedésű a plazma? Hol és milyen valószínűséggel várhatók ionizációk? A plazmavastagság egyszerűen megvizsgálhatjuk, ha a pályák sugár-magasság görbéit kirajzoltatjuk.

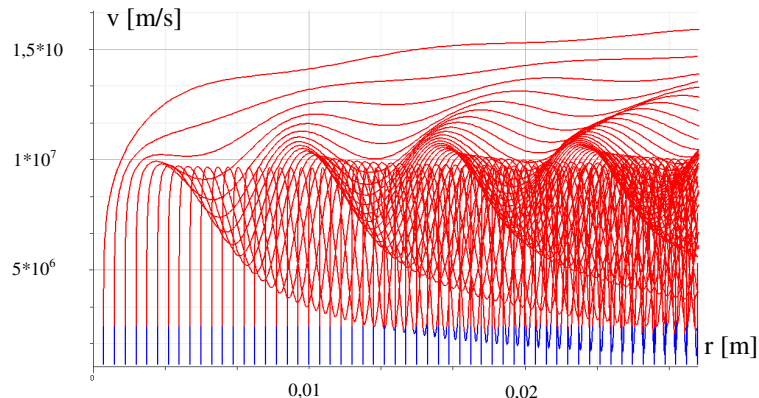


**16. ábra** A pályák sugár-magasság görbéi

Olyan mintha a 14. ábrán lévő görbéket egy a céltárgyra merőleges síkra forgattuk volna. Ezt mutatja a 16. ábra bal oldalán lévő rész. A legmagasabbra jutó elektron a középpont közeléből indul el. Ha ennek sugár-magasság trajektóriáját a „Z” tengely körül megforgatjuk, akkor behatároljuk a plazmát.

Itt álljunk is meg egy rövid gondolatra! Korábban az elektromos- és mágneses térnél megjegyeztük, hogy a céltárgy feletti szimulált plazmavastagsággal igazoljuk: nem igazán kell 3 mm felett számolnunk. A 16. ábrán ezt láthatjuk is. Az elektronok közül lényegesen kevés ér fel 4 mm-re. Ez nagyobb beállított feszültségeken is igaz abban a tartományban ahol mi használjuk a magnetront.

A példának választott mért pontunkon ez 3 mm magasságú henger lenne. Ezután tekintsük meg a sugár-abszolút sebesség lefutásokat (17. ábra).

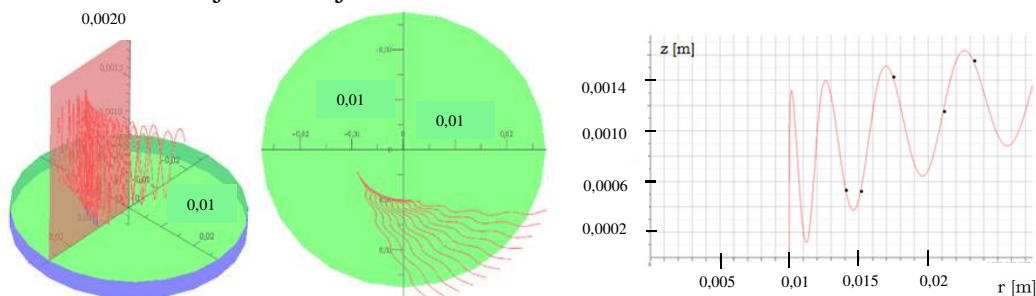


17. ábra. Sugár-abszolút sebesség.

A sugár-magasság valamint a sugár-abszolút sebesség alapján tudjuk meghatározni, hogy a tér mely részein fordulnak elő ionizálni képes primer elektronok.

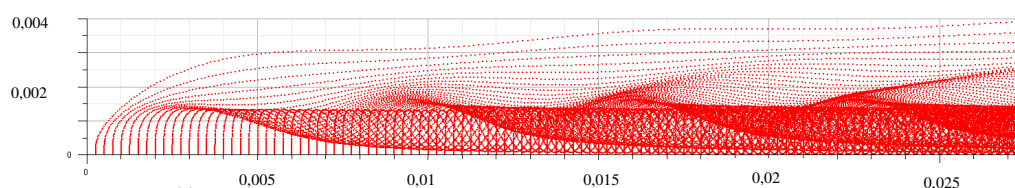
### 3. Az argon ionizációja a plazmában

A kamrateret argon gáz tölti ki, melynek atomjai a plazmába térve ütközhetnek a primer elektronokkal. A nyomás mérése után a háttérvákuum ismeretében egyszerű kivonással számíthatjuk az inert gáz parciális nyomását. Ideális gázként érvényes az állapotegyenlet, melyből az atomok számát állapíthatjuk meg. A kamratér és benne lévő plazma térfogatának arányában megmondhatjuk, hogy közelítőleg mennyi argonatom tartózkodhat a plazmában. Az ütközés szimulációját fel tudjuk állítani.



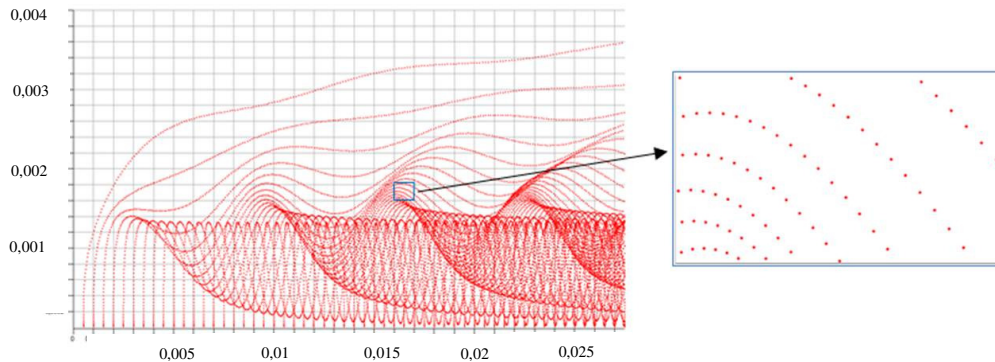
18. ábra Pályák metszete az ellenőrző felületen

Ábrázoljuk a sugár-magasság képet egy a céltárgyra merőleges, annak sugarával párhuzamos ellenőrzőfelületen (18. ábra). Az így kapott gráf az ugyanazon sugárról, de eltérő szöghelyzetről induló görbéknek a felülettel alkotott metszéspontjainak halmazával egyenértékű. Folytonos vonalak nem adnak megfelelő szemléletet a plazma elektron-sűrűségére, azonban ha pontjaikat egyenlő időléptékkal ábrázoljuk (Runge-Kutta-Fehlberg módszer), már annál inkább áttekinthető.



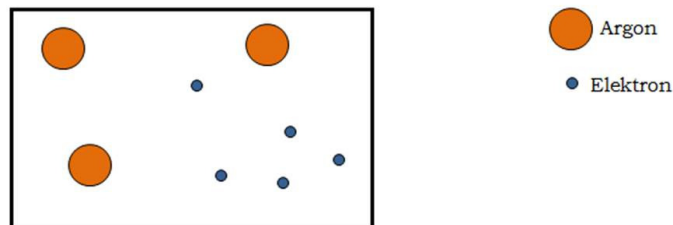
19. ábra A plazma elektron-sűrűség ugramja 1:1 meretarányban

A 19. ábrán az adott mérési beállítások mellett az elméleti elektron-sűrűség egyenesen arányos a numerikus pontok sűrűségével. Ennek segítségével valószínűség számítási módszereket alkalmazva az ionképződések várható gyakoriságát tudjuk előre jelezni a tér egyes pontjainak kis környezetében.



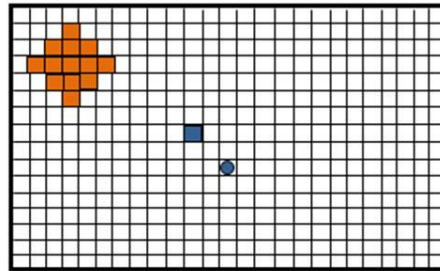
**20. ábra.** *Elemi felületekre bontás*

Ha az elektronok és argon atomok ütközésére szeretnénk valószínűségi számértéket adni, az lehetetlen a részecskék pontszerűnek vételével. Nulla kiterjedéssel ugyanis nulla az ütközés valószínűsége. Tudjuk azonban, hogy minden részecskének van mérete. A fizikában meghatározott az úgynevezett klasszikus elektronsugár és az argon atomsugara. [7;8] Megfogalmazzuk magunknak a kombinatorikai feladatot (21. ábra): Adott cellán „ $\Delta t$ ” időintervallum alatt áthalad „ $k$ ” db elektron és „ $c$ ” db argon. Mekkora a valószínűsége, hogy legalább egy elektron ekkor eltalálja az argont?



**21. ábra.** *Elemi cella*

Az elektronok áthaladási pontjait az egyenletrendszer megoldásaihoz kötöttük, de tegyük hozzá: valójában sok minden okozhat szóródást. Mivel az argon atomok hollétét töltés nélküli állapotukban semmilyen matematikai függvény nem korlátozza, ezért az elektronokhoz szabad kiválasztást rendelhetünk. Módszerünk, hogy az elemi cellát további akkora felületű alcellákra bontunk, melybe éppen befér egy elektron (22. ábra). „E alcellák közül választ az elektron áthaladási pontot.”



22. ábra. Az elemi cella továbbbontása alcellákra.

Ezek alapján:

$$\text{Összes választási lehetőség: } n = \frac{\text{Cella felülete}}{\text{Elektron legnagyobb körlapjának felülete}}$$

Választások száma:  $k$  = elektronok gyakorisága a cellában

$$\text{Ütközés: } h = \text{Cellára jutó argon atomok száma} * \frac{\text{Argon legnagyobb körlapjának felülete}}{\text{Elektron legnagyobb körlapjának felülete}}$$

Az egy elemi cellára jutó argon atomok száma úgy értelmezendő, hogy az inert gáz egyenletes térbeli eloszlása esetén, adott számú felosztás mellett egy cellára arányosan mennyi atom esik. Mivel a térben történő folyamatokat felületekre felosztva vizsgáljuk, ezért egy közülük nemcsak az önmagán bekövetkező eseményeket jellemzi, hanem egy kis környezetében, pontosabban a szomszédos felülettől való távolság feléig eső térben zajló folyamatokat. Emiatt számítunk az ellenőrző felületeken az argon teljes atomátmérőjével.

A valószínűségi változónk, melynek fizikai tartalma az ütközés bekövetkezése:

**A = a kiválasztott elemek között legalább 1 db a h-ből származik**

$$\text{Valószínűsége: } p(A) = \frac{\text{"A" esetek száma}}{\text{Összes kiválasztási lehetőségek száma}} \quad (52)$$

$$\text{Az összes lehetséges eset: } O = \binom{n}{k} \quad (53)$$

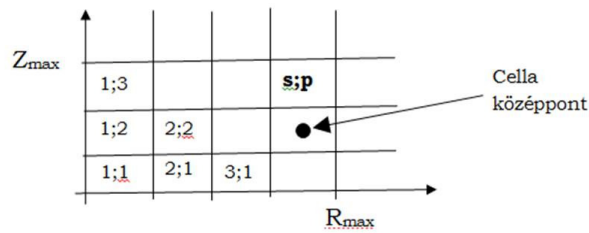
Az „A” estek számát direkt úton nehéz meghatározni, mert 1-től k-ig egyesével össze kéne számlálni az eseteket. Erre érdemes az indirekt módszert, az úgynevezett „Zárjuk ki a rosszat” elvet alkalmazni. Azt egyszerre fel tudjuk írni: hányféleképpen következik be, hogy a kiválasztott elemek közt nincs h halmazból származó. Ebből annyi lehetőségünk van, mintha (n-h)-ből választottunk volna ki „k” db-ot.

$$\text{Nem A esetek száma: } O - J = \binom{n-h}{k} \quad (54)$$

$$\text{Nem A esetek valószínűsége: } p(\text{Nem A}) = \frac{\binom{n-h}{k}}{\binom{n}{k}} \quad (55)$$

$$\text{A esetek valószínűsége: } p(A) = 1 - p(\text{Nem A}) = 1 - \frac{\binom{n-h}{k}}{\binom{n}{k}} \quad (56)$$

Ennek alapján szeretnénk ábrázolni az elméleti ionizációs sűrűségfüggvényt. A numerikus értékek cellákhoz való kapcsolódását mutatja be a 23. ábra.



**23. ábra** Elemi cellák

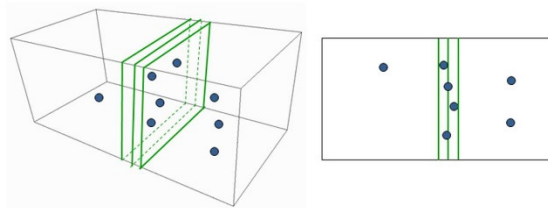
Minden cellának adunk a programunkban egy „s” oszlopszámot és egy „p” sorszámot. A numerikus háló minden egyes s;p cellájához meghatározzuk a  $p(A)$  valószínűséget, melyet hozzárendelünk a cellaközépponthez. A hálózást állíthatjuk a sugár- és a magasság osztások megadásával.

Analitikus mintavételezési gyakoriság:  $GYAK[s,p]$  (57)

A valós gyakoriság:  $GYAKV[s,p] = DB * \frac{GYAK[s,p]}{\text{összes}}$  (58)

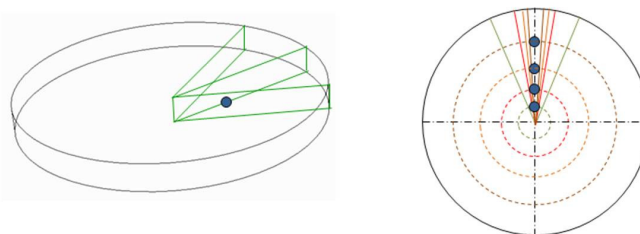
Ahol DB az egy ellenőrzőfelületre jutó töltött részecskék száma

Felmerül az a probléma, hogy mennyi ellenőrzőfelületet helyezünk a térbe, ami a lehető legkevesebb hibát adja. A téglatest alakú térben egyszerűbb dolgunk van, mivel, ha atomátmérő hosszanként következnek a síkok, akkor biztosan minden részecske tartozik egyhez. Ezt mutatja a 24. ábra.



**24. ábra.** Téglatest alakú tér felosztása

A hengeres térben azonban nem mindegy, hogy melyik kerület mentén osztjuk fel a teret. Ha túl kicsit választunk, akkor tévesen magas elektronsűrűséggel fogunk dolgozni, ha túl nagyot, akkor meg tévesen alacsonnyal. Egy megfelelő értéket kell találni. Ezt a 25. ábra szemlélteti.



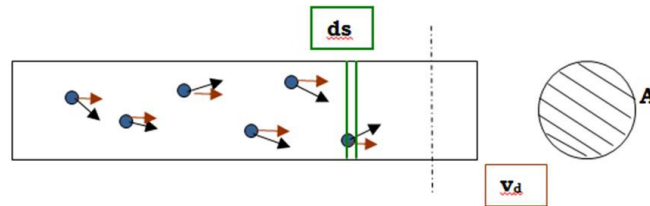
**25. ábra.** A hengeres tér felosztása

Egyenletes elektronsűrűség mellett azt mondhatnánk: a körcikk csúcsánál a részecskeátmérő túllógása annyi szoros legyen, mint ahányszor az befér a céltárgy szélén lévő körívre. Az ehhez tartozó sugarat most szorozzuk fel egy korrekciós tényezővel, mivel kifelé haladva a sugáron, nő a sűrűség és ezt figyelembe kell venni. Válasszuk az  $r=1,4*10^{-6}$  m értéket. Ezzel az osztásszám: 930000.



A kamratérfogat  $7 \text{ dm}^3$  és a hőmérséklet  $T=293\text{K}$ . A nyomást beállítjuk, legyen most az egyik mért pont  $0,0015 \text{ mbar}$ . E paraméterek mellett az argon atomok száma  $N = 2,58 * 10^{17}$  db. Az egyenletes gázeloszlás miatt a plazmában tartózkodó atomok száma és az összes atom száma úgy aránylik egymáshoz, mint a kamra és a plazma térfogatainak aránya. Eszerint most megközelítőleg egy ellenőrzőfelületen  $330107527$  db argon van.

Választ kéne adnunk arra is, hogy mennyi elektron van egy felületen. Ennek meghatározását visszavezetjük az áramjárta vezetőkben történő töltésáramlásra (26. ábra).



26. ábra. Egyenes vezető

Az áramló töltések átlagos térfogati sűrűsége:  $\gamma$

A „ds” hossz által bezárt térfogatban a töltés:  $\gamma * ds * A$  (59)

Ez a töltésmennyiség a driftsebességgel „dt” idő alatt arrébb mozdul. Az áthaladt töltés és az idő hányadosa az áramerősség:

$$I = \gamma * A * \frac{ds}{dt} = \gamma * A * v_d \quad (60)$$

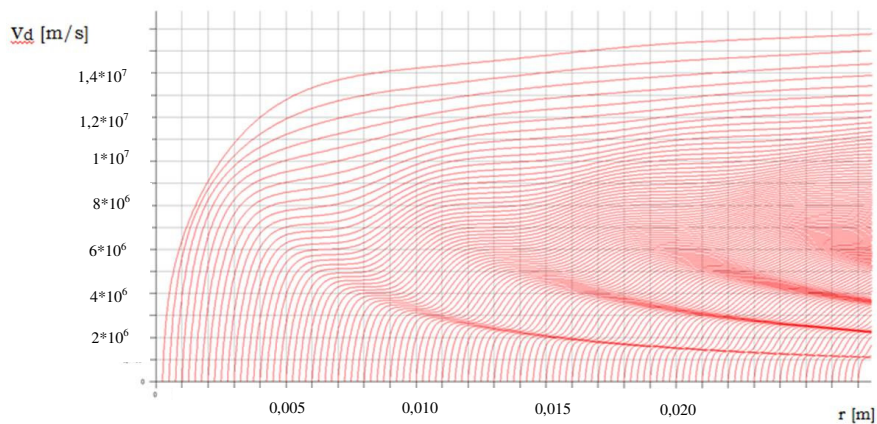
Ebben átlagos elektron-sűrűségként szerepel a  $\gamma$ . A plazmatérfogat ismeretében ebből következik a részecskeszám.

$$\gamma = \frac{I}{A * v_d} \left[ \frac{C}{m^3} \right] \quad (61)$$

A kilépési felületet, azaz „A”-t a plazmavastagságból határozhatjuk meg, ugyanis azzal egyenlő magasságú, céltárgyával egyenlő sugarú hengerpalástról van szó. A driftsebesség logikus értelemben az elektronok sebességének sugárirányú komponense.

$$v_d = \frac{d}{dt} r(t) \quad (62)$$

A (41) differenciálegyenlet-rendszer megoldásaiból kiolvassuk és ábrázoljuk program segítségével (27. ábra).



27. ábra. Driftsebességek a sugár mentén.

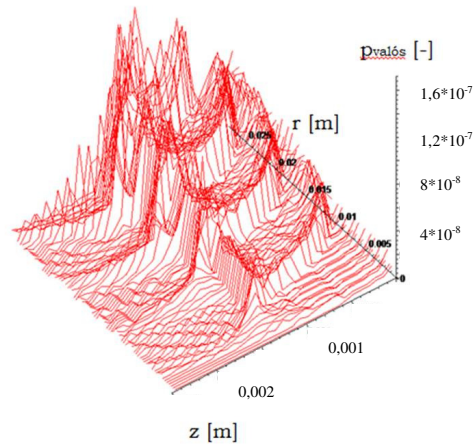
A  $v_d$  átlagának meghatározása után számítjuk az egy ellenőrzőfelületre jutó elektronok számát (60) összefüggés szerint.



A felület s oszlop- és p sorszámú cellájában:

$$p_{\text{valós}}(A) [s,p] = 1 - \frac{\binom{n-h}{GYAKV [s,p]}}{\binom{n}{GYAKV [s,p]}} \quad (63)$$

Ábrázoljuk az elméleti ionizációs sűrűségfüggvényt (28. ábta):

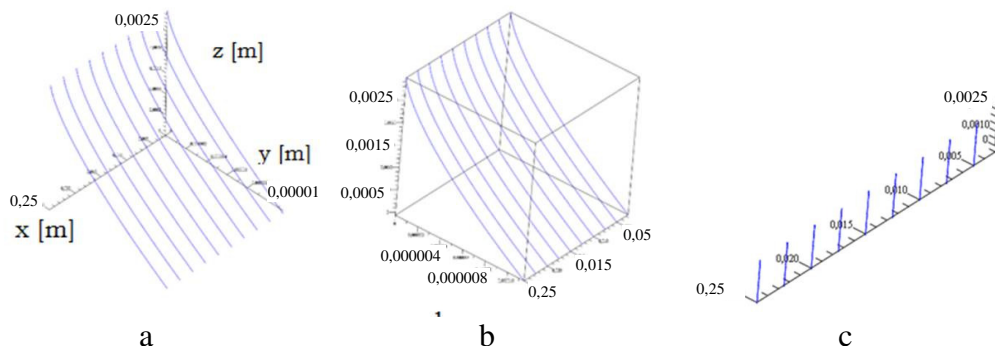


28. ábra. Elméleti ionizációs sűrűségfüggvény

#### 4. Az ionbecsapódások mechanikai és energetikai jellemzése.

Az ütközés során külső elektronját elvesztő atom egyszeresen pozitív töltésűvé válik, majd ugyanabban az erőterben gyorsul, mint az elektron. A plazma elektrontartalmát az határozza meg, hogy a megnetron tere adott paraméterek (feszültség, mágneses tér) mellett mennyivel tart egyensúlyt. Ezt állapítottuk meg, mikor eljutottunk a (61) összefüggésig. Ha az argon egy elvesztett elektronja a térbe kerül, azt feltehetően megbontja ezt az egyensúlyt, ami beállásra törekszik és a helyre állásig több elektron távozik az árnyékolás felületén, mint amennyi belép a céltárgyról. Emiatt nem kell foglalkoznunk az elektronok számának változásával.

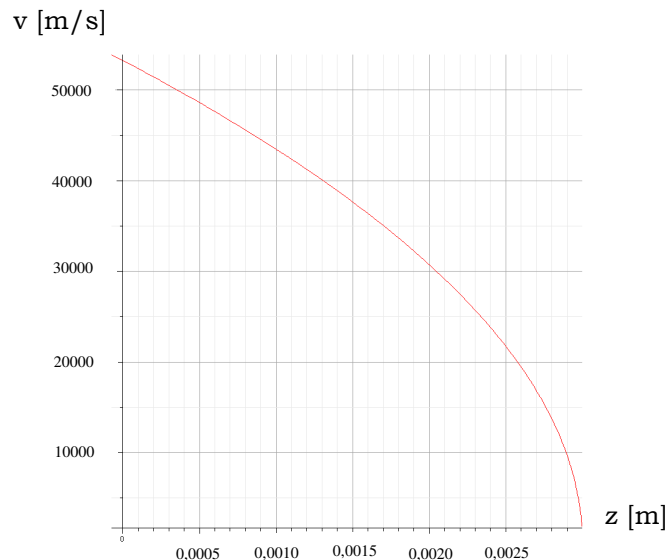
Az argonionok pályáira (29. ábra) a (42)-es differenciálegyenlet-rendszer érvényes, csak két konstans, a tömeg és a töltés lesz más.



29. ábra. Argon ionok pályái

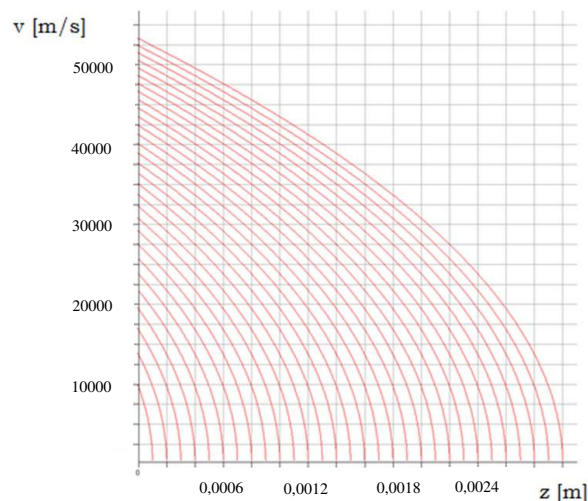
a, Descartes-koordinátarendszer, b, Körülhatárolva, c, Descartes-koordinátarendszer 1:1

Az ionok szögben annyira kevésbé térnek el útjuk végéig, hogy szinte teljesen függőlegesnek tekinthetjük a pályákat (29. ábra). A sebességek lefutása (30. ábra) az, ami számunkra érdekes lehet, mivel ebben rejlik a mozgási energia és az impulzus.



**30. ábra.** Sebességlefutás a becsapódásig.

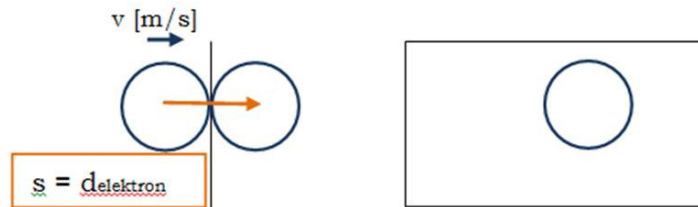
Mindegyik görbe, melyek különböző sugár feletti pályákhoz tartoznak, teljesen egybe esnek. Így folytathatjuk azzal a modellel, hogy a sebességlefutások nem függenek a sugártól, csak az indulási magasságtól. Ábrázoljuk a sebességeket különböző magasságokról indulva (31. ábra).



**31. ábra.** Sebességlefutás görbék különböző indulási magasságról.

Hogy közelítőleg megmondhassuk: mennyi részecske bombázza a felületet az ionképződések várható gyakoriságát meg kell határozni. Rendelkezésünkre áll a korábban felállított elméleti ionizációs sűrűségfüggvény. A mintavételezési időközöket azonban nem szabadon választhatjuk, mivel fizikai törvényszerűségek befolyásolják a folyamatot. Annak megértéséhez, hogy mennyi idővel számoljunk egyetlen kiválasztást, nézzük meg még

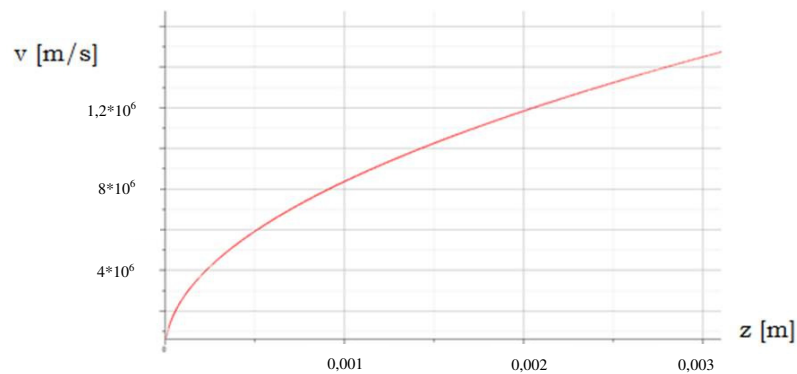
egyszer a 18. ábrát. Az elektron elér egy ellenőrző felületet és ezzel választ rajta egy helyet. Természetesen addig van e felülettel geometriai metszésben, míg teljes átmérőjében át nem ér rajta és távozik tőle. Erről a 32. ábra mutat képet. Ez logikusan annyi időbe kerül, mely szükséges az elektronátmérő hosszúságú út abszolút sebességgel történő megtételéhez.



32. ábra. Elektron áthaladása a felületen.

$$t_{mv} = \frac{d_{elektron}}{v_{elektron}} \quad (64)$$

Mivel az erőterben munkája csak a villamos térnek van, ezért tapasztaljuk, hogy az elektronok magasság-sebesség görbéi is egybe esnek, mint az argon esetében.



33. ábra. Elektronok magasság-sebesség görbéi.

Mind az elektronok mind az argon atomok esetében a következő alakú függvény ráilleszhető a magasság-sebesség görbére:

$$v(z) = a * 10^b * z^c \quad (65)$$

Egyes esetekben ellenőrzésre került ez az összefüggés az átlagos négyzetes hiba számításával. Az adott numerikus pontok és az velük azonos helyen az illesztett görbe által felvett függvényértékek különbségét négyzetesen összegeztük, majd az összeg négyzetgyökét a pontok darabszámára átlagoltuk. A  $10^6$  nagyságrendű elektronsebességek esetén 500 ponton vizsgálva ez az érték 7607, még a  $10^4$  nagyságrendű argon becsapódási sebességekre (később a 64. ábra) 20 ponton vizsgálva 131.

Cellánként megvizsgáljuk, hogy mennyi energia érkezik a felületre.

Legyen a mintavételezésünk darabszáma: N

Ekkor a vizsgált időintervallumunk hossza:  $\Delta t = N * t_{mv}$

Az ionizációk számának várható értéke ekkor:  $N_{ion} = N * p(A)$

Ezalatt az ebből eredő energiamennyiség:

$$E(\Delta t) = \left( \frac{1}{2} * m_{\text{argon}} * v_{be}^2 \right) * N * p(A) \quad (66)$$

A 65. egyenletben „ $v_{be}$ ” az argon becsapódási sebessége.

Az „ $N$ ”-et 1-re választva megmutatja, hogy folytonosságot feltételezve egy kiválasztás hányadában járul hozzá az energia-bevezetéshez. Ez logikusan a  $\Delta t = t_{mv}$  idő alatt érkező energiamennyiség. Vagyis:

$$E(t_{mv}) = \left( \frac{1}{2} * m_{\text{argon}} * v_{be}^2 \right) * p(A) \quad (67)$$

Egy „ $s$ ”-edik oszlopban a felületre érkező összenergia, ezeknek a „ $p$ ” sorokban számolt értékeknek az összegét vesszük.

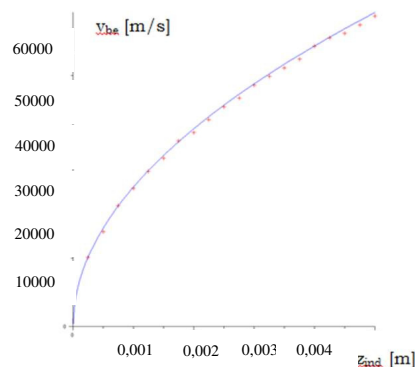
$$E_s(t_{mv}) = \sum_{i=1}^{p_{\text{max}}} \left( \left( \frac{1}{2} * m_{\text{argon}} * v_{be(i)}^2 \right) * p(A)[s, i] \right) \quad (68)$$

Egyszerűbb kezelni az időegység alatti energiaátadást. Ezzel egy teljesítmény dimenziójú mérőszámot kapunk, amivel kvázi folytonosság alatt jellemezzük a folyamatot. Értelemszerűen a 68. egyenletet  $t_{mv}$ -vel osztjuk, mert ennyi idő telik el az energia bevezetés alatt.

Időegység alatti energia a „ $p$ ”-edik oszlopban:

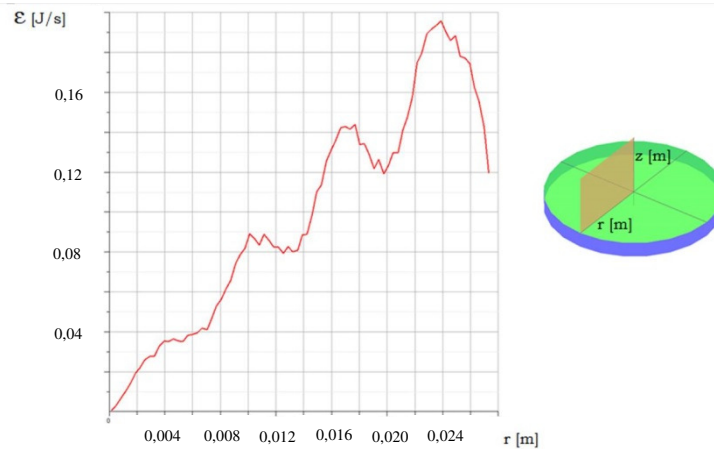
$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{p_{\text{max}}} \left( \left( \frac{1}{2} * m_{\text{argon}} * v_{be(i)}^2 \right) * p(A)[s, i] \right)}{t_{mv}} \quad \left[ \frac{J}{s} \right] \quad (69)$$

A 31. ábrából program segítségével kiolvashatjuk az argon pályáihoz tartozó becsapódási sebességeket. Rájövünk, hogy a 65. függvényhez hasonlót lehet a pontokra illeszteni (34. ábra).



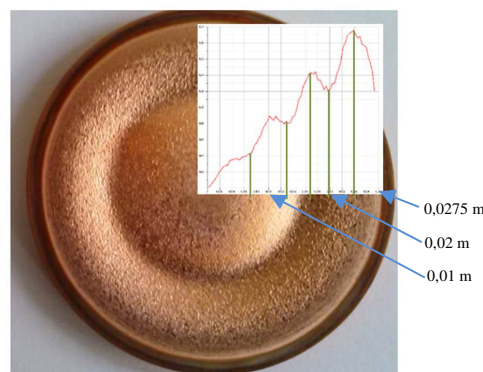
**34. ábra.** Becsapódási sebességek az indulási magasság függvényében.

Ábrázoljuk azt a függvényt, ami kvázi folytonosság mellett megmutatja, hogy a céltárgyat egy adott sugara mentén statisztikai módszerrel meghatározva mekkora energia éri (35. ábra).



**35. ábra.** *Statistikai energiagörbe*

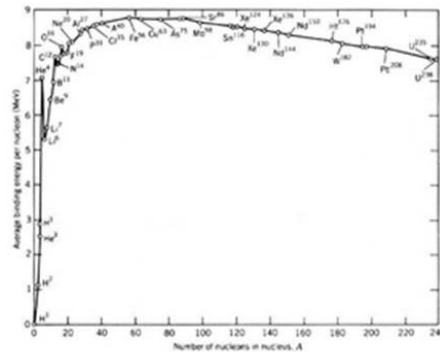
Arányosan ráhelyezve a réz céltárgy képére a diagramot összehasonlítjuk az elméletet az valós erózióval (36. ábra). Ezt az anyagot ugyanekkora feszültségen használják, mint esetünkben a titánt.



**36. ábra.** *Réz céltárgyon.*

Az első bejelölt vonalnál a görbe meredeksége hirtelen nőni kezd, ahol tényleg meredekebb a mélyedés. A második törésnél ismét lesz egy ugrás, itt még rohamosabban keletkezett a meder, és valóban az első kimagasló lokális szélsőértéknél van az árok legmélye. Aztán csökkenni látszik az energia-bevitel, ahol emelkedés látható a felületen egészen az utána következő lokális minimumig. A széle felé egy kicsit elcsúszni látszanak az arányok. Az újabb hirtelen meredekség változás nem jár olyan rohamos lejtésnövekedéssel. Igaz ismét jobban kopik, és a lokális maximum után már nagyon gyors anyagfogyás látszik, de a szélén vélhetően más hatások is számottevőbben érvényesülnek. Ezalatt értjük a céltárgy anyagában eldisszipáló energiát, melyet talán a geometria is befolyásolhat.

A másik, amiről szükséges szót ejteni, az az időegység alatt kapott energia. Felmerülhet a kérdés a nagyságrend helyességét illetően. Mi titán atomokat szeretnénk leporlasztani. Nézzük csak meg: mekkora a kötési energia? Ehhez tekintsük a 37. ábrát!



37. ábra. Egy atomra jutó kötési energia [10]

Az ábráról leolvasható ez 8 MeV. Ez  $1,2 \cdot 10^{-12}$  J. Az első gödörnél a statisztikai energia értéke: 0,14 J/s. Ez annyi energia, ami egy másodperc alatt  $1,9 \cdot 10^{11}$  darab kötés felbontásához elegendő. Azonban az gyorsan felejtjük el, hogy ennek határára ennyi atom tényleg kiválik a felületből, hiszen az energia legnagyobb részét a céltárgy anyaga el fogja nyelni. Vagyis lehet helyes a nagyságrend.

A céltárgy használata több évre vezethető vissza, az erózió pontos időtartama nem ismert. A kutatásunk egyik folytatása lehet, a porlasztási hozam meghatározása. Ezzel később pontosabb adatokkal támaszthatjuk alá az erózió mértékét.

## 5. Összefoglalás

Az egyenáramú magnetronos porlasztás többszörösen összetett fizikai folyamatokat foglal magában. A kölcsönhatások tanulmányozásához elengedhetetlenül fontos az erőterek feltérképezése. A mágneses tér mérésével, a villamos tér analitikus módszerekkel írható le. A közelítő módszerek alkalmazhatóságait több helyen beláttuk, azonban ehhez számosabb irodalomkutatás tartozik. A magnetron plazmájában mozgó töltéssel és tömeggel rendelkező részecskék elméleti pályagömbjét az úgynevezett „egy részecske modell” szerint egy háromtagú differenciálegyenlet-rendszer írja le. Feltehetően zárt alakú megoldást nem találunk, de nem parciális, mivel csak idő szerinti differenciálhányadosokat tartalmaz, ezért kevésbé bonyolult ábrázolni. A Runge-Kutta-Fehlberg módszert alkalmaztuk. A pályák alapján jutottunk a plazmasűrűség kimutatásához, majd az ionképződések bekövetkezési valószínűségéhez. E várható értékekből az argonbecsapódások által bevitt energiára és impulzusra statisztikai mérőszámot tudtunk adni. Az eredményül kapott görbét hasonlítottuk össze egy olyan céltárgy felületével, melyet azon a feszültségen használnak, mint amire felrajzoltuk. A félig analitikus félig statisztikai úton megalkotott modell közel mutatja a valóságot. Feltehetőleg az energiagörbe szerint számítható a porlasztás anyaghozama. Ez lehet kutatásunk folytatása.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatást támogatta az OTKA PD 101453 projekt. A szerzők köszönik az MTA TTK MFA Vékonyréteg fizika osztály munkatársainak a porlasztott minták előállításban és TEM vizsgálatokban nyújtott segítségét.



## Felhasznált irodalom

- [1] C. H. Shon, J. K. Lee, H. J. Lee, Y. Yang, and T. H. Chung; „Velocity Distributions in Magnetron Sputter”; IEEE Transaction on Plasma Science, 26 (6) (1998) 1635
- [2] D. Depla, S. Mahieu, J.E. Greene; „Sputter deposition processes”; In: Handbook of Deposition Technologies for Films and Coatings, Ed: P.M. Martin, ChemTec Publishing Inc. 2010
- [3] A-K. Hussain, A. Kadhim, A. Al-Hamdani and M.R. Abdulameer; „Simulation of plasma properties in magnetron sputtering with Krgas”; Intern Jof Appl Innovation in Eng & Management, 2 (2) (2013) 290
- [4] S. Kadlec; „Computer simulation of magnetron sputtering — Experience from their industry”; Surface & Coatings Technology , 202 , (4-7) (2007) 895
- [5] T. Kubart, R. Novák, J. Valter; „Modelling of magnetron sputtering process”; Czechoslovak Journal of Physics 01 (54) (2004) C1027
- [6] I. Hortobágyi, Zs. Rajkovits, J. Wajand Judit; „Négyjegyű függvénytáblázatok”; Konsept-H Kiadó, Piliscsaba, 2005
- [7] <http://www.alternativephysics.org/book/ElectronStructure.htm>
- [8] <http://periodictable.com/Elements/018/data.html>
- [9] <http://www.askamathematician.com/2013/11/q-why-does-iron-kill-stars/>