

**SZAKMAI ZÁRÓJELENTÉS A „K 063405” SZ.,
„TÖRTRENDŰ DERIVÁLTAK INTEGRÁLÁSA NEMLINEÁRIS RENDSZEREK ÚJ LÁGY
SZÁMÍTÁSI ELJÁRÁSOKON ALAPULÓ ADAPTÍV SZABÁLYOZÁSÁVAL” C.
KUTATÁSI PROGRAMRÓL
(2006-2010 JANUÁR)**

Tar József

Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar, Intelligens Mérnöki Rendszerek Intézet,
H-1034 Budapest, Bécsi út 96/B Tel.: +36-1-666-5543, E-mail: tar.jozsef@nik.uni-obuda.hu

1. BEVEZETÉS

A jelen beszámoló célja a 2006-2010 időszakban elvégzett tényleges kutató munka eredményeinek összefoglalása, összefüggésben a pályázat benyújtása idején készült munkatervvel. E tekintetben megjegyzendő, hogy egy kutatási projekt minden egyes részletét 4 vagy 5 év távlatában előre nem lehet látni (ha erre mód volna, magára a kutatási tevékenységre nem volna szükség), az azonban joggal várható el, hogy nagy vonalakban az elvégzett munka összhangban legyen a tervekkel.

Határozottan állítható, hogy a jelen kutatási projekt megfelel ennek a követelménynek. A programban bekövetkezett kisebb mértékű változások inkább a konkrét vizsgálatok elvégzéséhez és az eredmények illusztrálásához választott paradigmákban voltak. A BMF 2006-ban egy kutatói konzorcium vezetőjeként jelentős támogatást kapott az NKTH *RET-10/2006* sz. projektjének keretein belül, s megalapította „Közlekedésinformatikai és Telematikai Egyetemi Tudásközpontját”, amelynek 2.3. sz. „Járműviselkedés automatikus analízise” c. alprojektje határozottan járművek modellezését igényelte. Erre az igényre 2005-ben, a pályázat benyújtásakor még nem számíhattunk, így akkor elsősorban erősen nemlineáris vegyi folyamatok irányítására és vizsgálatára gondoltunk (a Belousov-Zhabotinsky reakció Field-Körös-Noyes (FKN) féle erősen egyszerűsített modellje). Ehelyett a későbbiekben célszerűbb volt inkább jármű-modellekkel dolgozni, amelyek mindkét projekt igényeinek megfeleltek. A jármű paradigmák választása az eredmények oktatásban való közvetlen hasznosítása szempontjából is előnyösebbnek mutatkozott, mivel a gépészmérnök hallgatók „Mechatronika” szakirányú képzése is inkább mechanikai eszközök vizsgálatát tudta hasznosítani. A továbbiakban a beszámolót a részletes munkatervben rögzített nagyobb csoportok szerint rendezzük.

2. A TÖRTRENDŰ DERIVÁLT FOGALMA KONVENCIONÁLIS ALAKJAINAK ELEMZÉSE

A terv a Grünwald-Letnikov féle

$$\frac{d^\alpha f}{dt^\alpha} := \lim_{h \rightarrow 0} \left[h^{-\alpha-1} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left(\frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)} \right) f(t-jh) \right] \quad (1)$$

[ebben $\Gamma()$ az Euler féle „gamma függvényt” jelenti], és a Caputo féle

$$\frac{d^\alpha f}{dt^\alpha} := \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \left[\frac{df(\tau)}{d\tau} \right] (t-\tau)^{-\alpha} d\tau \quad (2)$$

alak [73] vizsgálatára koncentrált, különös tekintettel a végtelen sok tag véges sok taggal való közelíthetőségére, és a (2) alak intgrandusának szinguláris jellege szempontjából.

Az irodalomból ismert volt, hogy a klasszikus mechanikai rendszerek kezdeti frakcionális modelljei (pl. [63], [64]) éppúgy, mint a különböző jelenségekre később kifejlesztett modellek (pl. [65], [66], [67], [68], [69], [70], [71]), amelyek az Euler-Lagrange egyenletek variációs elvből eredő általánosításait tartalmazzák, a parciális integrálás használata miatt a Riemann–Liouville féle frakcionális deriváltak mindig kevert, jobb- és baloldali formáinak megjelenésére vezetnek, amelyek egzakt megoldása nagy matematikai nehézségek mellett található meg speciális esetekben.

$$\begin{aligned} {}_b D_R^\alpha f(t) &:= \frac{1}{\Gamma(m+1-\alpha)} \left(\frac{-d}{dt} \right)^{m+1} \int_t^b \frac{f(\tau)}{(\tau-t)^{\alpha-m}} d\tau, \quad m < \operatorname{Re} \alpha < m+1, \\ {}_a D_L^\alpha f(t) &:= \frac{1}{\Gamma(m+1-\alpha)} \left(\frac{d}{dt} \right)^{m+1} \int_t^b \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m}} d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

Például a frakcionális diffúziós egyenlet adott kezdeti feltételhez köthető általános matematikai megoldásának fizikai interpretációja sem minden esetben tiszta, ennek oka a Riemann–Liouville féle frakcionális deriváltak definíciójában rejlik (3) [72]: világos, hogy konstans $f(s)$ is ad valami frakcionális derivált értéket, mivel az integrálon kívül vannak

deriválások, és a hatványkitevő nem egész. Hasonlóan, a klasszikus nemlineáris szabályozásmélet egész rendű deriváltakat feltételező mozgásegyenleteihez kreált, többnyire kvadrátikus szerkezetű Lyapunov függvény felállításával operáló megoldásai sem általánosíthatók közvetlenül frakcionális rendszerekre, hiszen az integrálást alkalmazó különböző frakcionális derivált definíciók (pl. Liouville, Riemann-Liouville, Hadamard, Caputo, Marchaud) deriválási szabályai nem öröklik a közönséges szorzatokra érvényes egyszerű deriválási szabályokat, mivel esetükben a szorzat függvények egy integrál belsejében helyezkednek el. Ezért bizonyos fizikai jelenségek mint pl. hővezetés és diffúzió a klasszikusnál árnyaltabb modellezésére nem mindegyik definíció alkalmas, mivel egyesek fizikailag nem értelmezhető megoldásokat eredményezhetnek. Észrevételezve, hogy a Caputo féle alak nem tartalmaz külső deriválást, és hogy az hogy konstans $f(s)$ esetén zérus deriváltat ad, a továbbiakban annak numerikus közelítésével foglalkoztunk.

3. A CAPUTO FÉLE ALAK NUMERIKUS KÖZELÍTÉSE

Tekintettel arra, hogy a frakcionális deriváltak különböző változatainak zöme lineáris műveleteket tartalmaz, s a hagyományos mérnöki gyakorlat szívesen alkalmaz Fourier, Laplace vagy Z transzformációkat ilyen rendszerek leírására és tervezésére, nagy irodalma van bizonyos komplex függvények polinomok hányadosaként való közelítésének (pl. [74], [75], [76]). Mivel a jelen kutatásban *nemlineáris rendszerek* vizsgálatát tűztük ki fő célul, e megközelítés helyett inkább az *időképben* vizsgáltunk. A kiemelt helyzetű $t = 0$ „kezdeti időpont” (2)-ből való eltüntetése érdekében az [54]-ben tekintettük a

$${}_a^C u_t^{n-1+\beta} \equiv u^{(n-1+\beta)}(t) = \int_a^t \frac{u^{(n)}(\tau)(t-\tau)^{-\beta}}{\Gamma(1-\beta)} d\tau, \quad [\beta \in (0, 1)] \quad (4)$$

definíciót, amelyben a $t - a$ különbséget fixáltuk mint memóriahosszat, s bevezettük az

$$u^{(n-1+\beta)}(t) = \int_{t-L}^t \frac{u^{(n)}(\tau)(t-\tau)^{-\beta}}{\Gamma(1-\beta)} d\tau, \quad [\beta \in (0, 1)] \quad (5)$$

definíciót $L = \text{const.}$ értékre. Fizikailag ugyanis jobban értelmezhető, ha egy konkrét időpont kiemelése helyett inkább egy rendszer „memóriahosszát” fixáljuk közelítően. Észrevéve, hogy konstans du/dt esetén (5) kézzel, zárt alakban kiszámolható, a véges memória-hosszat, azaz a $[t-L, t]$ intervallumot felosztottuk kis szakaszokra a $[t-T\delta t, t-(T-1)\delta t]$, $[t-(T-1)\delta t, t-(T-2)\delta t]$, $[t-(T-2)\delta t, t-(T-3)\delta t]$, ..., $[t-\delta t, t]$ ($L = T\delta t$) módon, és feltettük, hogy ezeken belül du/dt közelítőleg konstans. (Ez az eljárás hasonló a téglányösszegek bevezetéséhez a Riemann féle integrál esetében.) A kapott eredmény a következő lett:

$$u^{(n-1+\beta)}(t) \approx \sum_{s=0}^T G_s u^{(n)}(t-s\delta t), \quad G_s := \frac{\delta t^{1-\beta} [(s+1)^{1-\beta} - s^{1-\beta}]}{\Gamma(2-\beta)}. \quad (6)$$

Ha magára az egész rendű deriváltra is véges elem közelítést alkalmazunk, akkor kis δt időfelbontásra pl. a $\dot{u}(t) \approx [u(t) - u(t-\delta t)]/\delta t$, vagy a $\ddot{u}(t) \approx [u(t) - 2u(t-\delta t) + u(t-2\delta t)]/\delta t^2$ közelítéssel élhetünk, s ha magát az időt mint változót is diszkretizáljuk, azaz feltesszük, hogy az csak egy kis δt lépésköz egész számú többszöröse lehet, akkor *idő-sorokkal* is dolgozhatunk, s pl. a β . és a $(1+\beta)$. rendű deriváltakra kaphatjuk, hogy

$$u^{(\beta)}(t) = \sum_{s=0}^{T+1} H_s u(t-s), \quad u^{(1+\beta)}(t) = \sum_{s=0}^{T+2} J_s u(t-s) \quad (7)$$

amiben $H_0 = G_0/\delta t$, and for $i > 0$ $H_i = (G_i - G_{i-1})/\delta t$, $J_0 = G_0/\delta t^2$, $J_1 = (G_1 - 2G_0)/\delta t^2$, for $i = 2, 3, \dots, T$ $J_i = (G_{i-1} - 2G_i + G_{i+1})/\delta t^2$, $J_{T+1} = (G_{T-1} - 2G_T)/\delta t^2$, $J_{T+2} = G_T/\delta t^2$. Ha egy adott t pillanatban $u^{(\beta)}(t)$ vagy $u^{(1+\beta)}(t)$ értékét előírjuk, és bevezetjük a „*megelőző történet*” fogalmát, azaz ismerjük az $\{u(t-1), \dots, u(t-T-1)\}$ vagy $\{u(t-1), \dots, u(t-T-2)\}$ értékeket, $u(t)$ egyetlen lehetséges értékét egyértelműen meghatározza az alábbi megoldás:

$$u(t) = \frac{u^{(\beta)}(t) - \sum_{s=1}^{T+1} H_s u(t-s)}{H_0}, \quad u(t) = \frac{u^{(1+\beta)}(t) - \sum_{s=1}^{T+2} J_s u(t-s)}{J_0}. \quad (8)$$

Ily módon numerikusan jól kezelhető, egyértelmű megoldásokat kapunk „törtrendű differenciálegyenlet rendszerekre”, amelyeknek értelmes fizikai alkalmazása akkor is lehetséges, amikor a zárt alakú analitikus közelítések, amelyek kimunkálásával matematikusok kínlódnak, nagyon nehezek, mint pl. a [71], [69] vagy [72] referenciákban.

A (8) egyenlet nyilvánvalóan kauzális differenciálegyenlet rendszer *kauzális, iteratív sorozatokkal* való közelítésének felel meg, amiben a „*megelőző történet*” bizonyos értelemben megfelelője a „*kezdeti feltételek*” hagyományos fogalmának. E diszkrét közelítésben a „*frakcionális rendszert*” a $x^{(\gamma)}(t) = f(x, t)$ dinamikai mozgásegyenlet írja le, amelyben

$\gamma = \beta$ vagy $\gamma = 1 + \beta$ lehet. Az ilyen rendszerek tanulmányozása céljából a (8)-ben kódolt információ mátrix formában is felírható, így egy egyszerű, elsőrendű csillapított rendszer általánosítása vagy egy másodrendű harmonikus oszcillátor általánosítása a következő mozgásegyenletekkel adható meg: $x^{(\beta)}(t) = -\alpha x(t)$, $x^{(1+\beta)}(t) = -kx(t)$, stb.:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_t \\ u_{t-1} \\ \vdots \\ u_{t-T} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-H_1}{H_0+\alpha} & \frac{-H_2}{H_0+\alpha} & \cdots & \frac{-H_{T+1}}{H_0+\alpha} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t-1} \\ u_{t-2} \\ \vdots \\ u_{t-T-1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} u_t \\ u_{t-1} \\ \vdots \\ u_{t-T-1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-J_1}{J_0+k} & \frac{-J_2}{J_0+k} & \cdots & \frac{-J_{T+2}}{J_0+k} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t-1} \\ u_{t-2} \\ \vdots \\ u_{t-T-2} \end{bmatrix}, \text{ stb.} \end{aligned} \quad (9)$$

Mivel az „állapotterjedés” e rendszerek esetén e mátrixok szorzásával adható meg minden egyes lépésben, a rendszerek stabilitását e mátrixok spektrumának analizálásával is vizsgálhatjuk. A Levi-Civita szimbólum antiszimmetriái miatt kis δt és $\beta \approx 1$ esetén az elsőhöz közeli deriváltra $T = 2$, a másodikhoz közelire $T = 3$ minimális lépésszámmal élhetünk, s így viszonylag átlátható szekuláris egyenleteket kapunk a „klasszikus határeset” közelítésére:

$$\left(\frac{-H_1}{H_0+\alpha} - \lambda \right) \lambda^2 - \frac{-H_2}{H_0+\alpha} \lambda - \frac{-H_3}{H_0+\alpha} = 0 \quad (10)$$

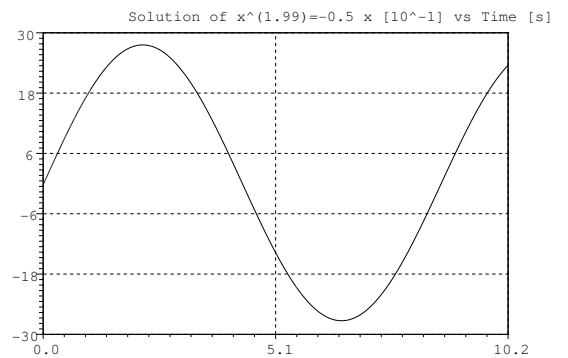
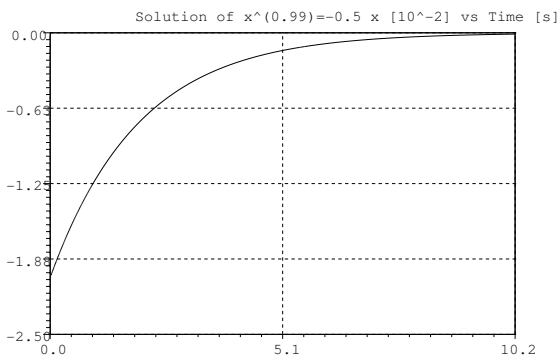
$$-\lambda^5 - \frac{-J_1}{J_0+k} \lambda^4 - \frac{-J_2}{J_0+k} \lambda^3 - \frac{-J_3}{J_0+k} \lambda^2 + \frac{-J_4}{J_0+k} \lambda - \frac{-J_5}{J_0+k} = 0. \quad (11)$$

Ha $\beta \rightarrow 1$, akkor $H_0 \rightarrow 1/\delta t$, $H_1 \rightarrow -1/\delta t$, $H_2 \rightarrow 0$, $H_3 \rightarrow 0$, $J_0 \rightarrow 1/\delta t^2$, $J_1 \rightarrow -2/\delta t^2$, $J_2 \rightarrow 1/\delta t^2$, $J_3 \rightarrow 0$, $J_4 \rightarrow 0$, $J_5 \rightarrow 0$, következésképp (11) tovább egyszerűsödik

$$\left(\frac{-H_1}{H_0+\alpha} - \lambda \right) \lambda^2 = 0 \quad (12)$$

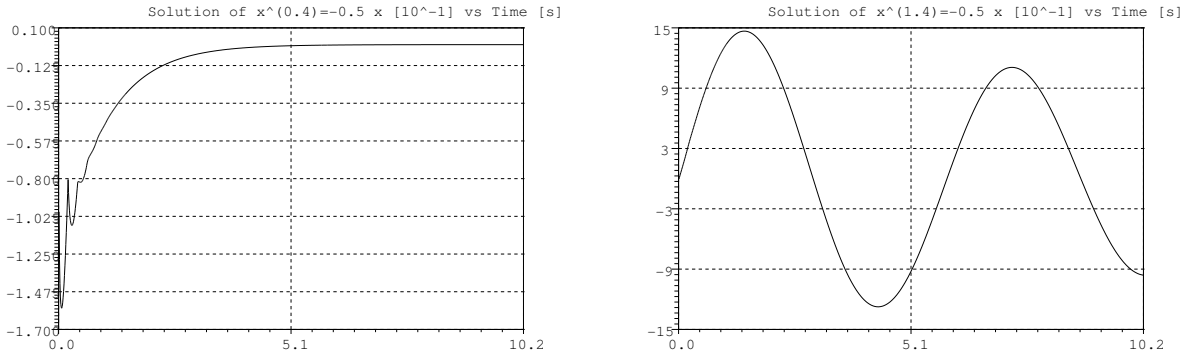
$$\left(-\lambda^2 - \frac{-J_1}{J_0+k} \lambda - \frac{-J_2}{J_0+k} \right) \lambda^3 = 0 - re, \quad (13)$$

aminek nemtriviális megoldása könnyen megkapható, mivel $\lambda = 1/(1 + \alpha \delta t) \approx 1 - \alpha \delta t$ a „csillapított rendszerre”, és $\lambda_{1,2} = \frac{1 \mp i \delta t \sqrt{k}}{1 + k \delta t^2} \approx 1 \mp i \delta t \sqrt{k}$ kis δt esetén az „oszcillátorra”. Tekintsük a differencia egyenlet rendszert a megfelelő sajátvektorokra! Nyilván $\dot{x}_k \approx (x_{k+1} - x_k)/\delta t = -\alpha x_k$ ami megfelel a szokásos exponenciális csillapításnak, és $\dot{x}_k \approx (x_{k+1} - x_k)/\delta t = \mp i \sqrt{k} x_k$ pedig a szokásos harmonikus oszcillátornak $\omega \approx \delta \varphi / \delta t = \sqrt{k}$ körfrekvenciával. Ez azt mutatja, hogy a frakcionális deriváltak általunk javasolt praktikus általánosítása határesetben korrekciót adja vissza az egész rendű rendszerek mozgásegyenletét. A spektrum kiszámításához ma már kényelmes numerikus módszerek állnak rendelkezésre, ha nem a határeseteket kell vizsgálnunk. A klasszikus határesetre példa látható az 1. ábrán. A 2. ábrán átlagos törtrendű eset látható.



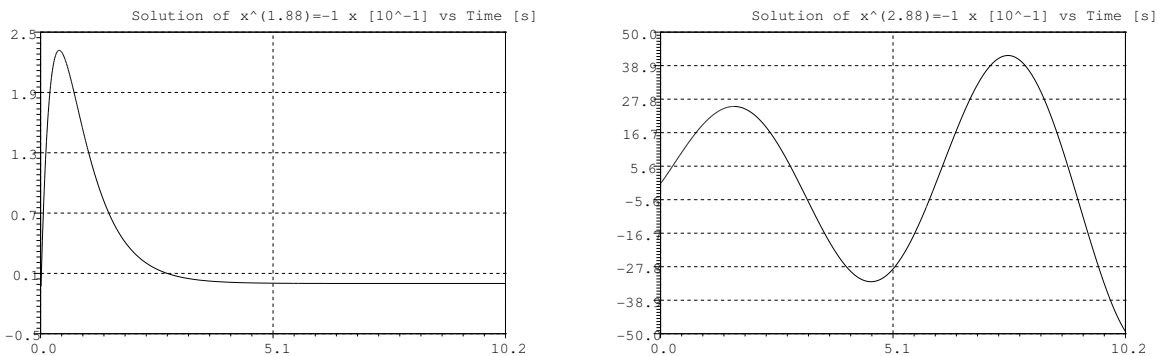
1. ábra. A klasszikus határeset exponenciális csillapodásra, ill. harmonikus oszcillációra

Érdeemes még megjegyezni, hogy míg a Caputo féle (2) alakban a $\beta \in (0, 1)$ megkötés lényeges, esetünkben a (8) kiértékelt eredményekben el is hagyható, és az eredmény számítható a $2 > \beta > 1$ értékekre is.



2. ábra. A tipikus „frakcionális rendszer” viselkedése jelentős memóriahosszal

A $\beta \in (1, 2)$ értékekre a 3. ábra mutat példát.



3. ábra. A „frakcionális rendszer” viselkedése $\beta \in (1, 2)$ jelentős memóriahosszal

Az itt bevezetett frakcionális derivált közelítés alkalmazási példái közül alkalmazásról a kifejlesztett szabályozási módszer bemutatása után szólhatunk, ezért előbb azt mutatjuk majd be be vonalakban.

4. AZ „ELVÁRT” – „REALIZÁLT” VÁLASZ SÉMÁJA

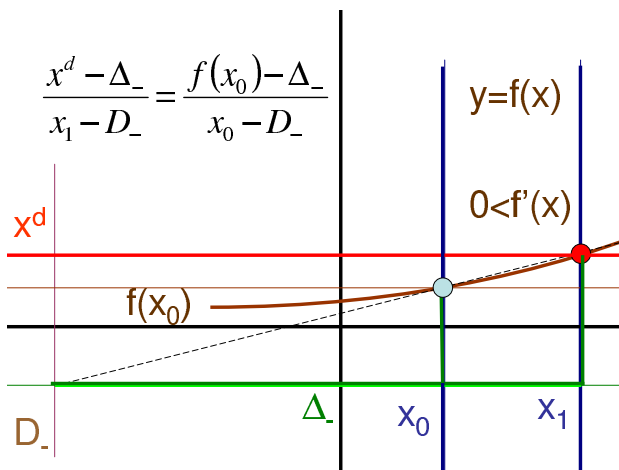
Bizonyos szabályozási feladatok megfogalmazhatók a következőképp: amennyiben a szabályozott rendszer fizikai állapota a Q „gerjesztés” segítségével befolyásolható, valamint adott egy előírt ún. „nominális” pálya, az attól való eltérés hibáival a lehető legkülönbözőbb módon kalkulálva kialakítható egy „kívánt rendszerválasz”, r^d . Az ehhez szükséges gerjesztés kiszámítható a rendszerről rendelkezésre álló *közelítő és részleges rendszermodell* alapján mint $Q = \varphi(r^d)$. A használt modell pontatlanságai és az esetleges ismeretlen külső zavarok miatt a „megvalósult válasz” r^r ettől eltérhet: $r^r \equiv \psi(\varphi(r^d)) \equiv f(r^d) \neq r^d$, ahol ψ a rendszer tényleges dinamikáját jellemzi. A $\varphi()$ és $\psi()$ függvények különböző rejtett paraméterekkel is bírhatnak. Fenomenológiai okokból a szabályozó legkönnyebben a bemeneti adatokat tudja manipulálni, torzítani egy r_*^d értékre, ideális esetben úgy, hogy $r^r \equiv \psi(r_*^d)$ legyen. Célunk e megfelelő deformáció iterációval való előállítását valamilyen $\Psi()$ függvényből $r_{n+1} = \Psi(r_n | r^d)$ módon úgy, hogy teljesüljön a $r_n \rightarrow r_*$ feltétel. Ha ez a iteráció konvergál, sőt elég gyorsan konvergál, a kívánt deformáció jól megközelíthető. Ennek lehetőségét *Single Input – Single Output (SISO)* rendszerekre először *Parametrikus Fixpont Transzformációval* mutattuk meg [1], [17], [15].

5. PARAMÉTERES FIXPONT TRANSZFORMÁCIÓK SISO RENDSZEREKRE

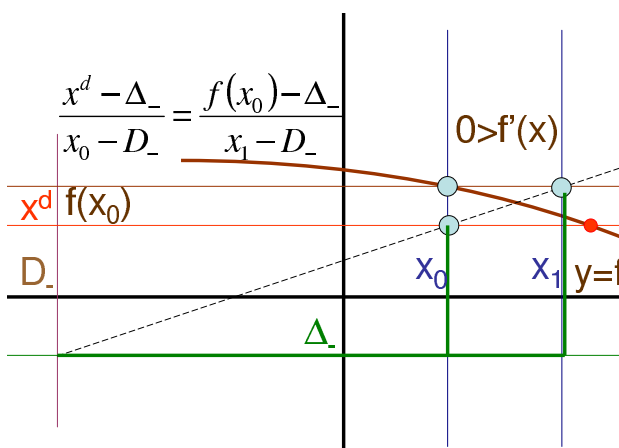
Az iterációt először *módszeresen* valamilyen G függvényből származtattuk a következő paraméterek és hasonló háromszögek alapján: $D_-, \Delta_+,$ és Δ_- az 4.–7. ábrák alapján.

$$h(x|x^d, D_-, \Delta_-) := \frac{(x^d - \Delta_-)(x - D_-)}{f(x) - \Delta_-} + D_-, \quad h(x_*|x^d, D_-, \Delta_-) = x_*, \quad h' = \frac{(x^d - \Delta_-)(f(x) - \Delta_- - f'(x)(x - D_-))}{(f(x) - \Delta_-)^2},$$

$$h'(x_*|x^d, D_-, \Delta_-) = 1 - f'(x_*) \frac{x_* - D_-}{x^d - \Delta_-} \quad (14)$$



4. ábra. Fixpont transzformáció $f'(x) > 0$ értékekre a D_- és Δ_- paraméterekkel az (14) egyenlet szerint; ha $x_* > D_-$, $x^d > \Delta_-$, $f'(x_*) > 0$, és $|f'(x_*)|$ elégé kicsi, a $h(x|x^d, D_-, \Delta_-)$ függvényvel generált iteráció konvergál x_* -hoz



5. ábra. Fixpont transzformáció $f'(x) < 0$ esetére a D_- és Δ_+ paraméterekkel (15)-ben; ha $x_* > D_-$, $x^d < \Delta_+$, $f'(x_*) < 0$, és $|f'(x_*)|$ elég kicsi, a $g(x|x^d, D_-, \Delta_+)$ függvényvel generált iteráció konvergál x_* -hoz

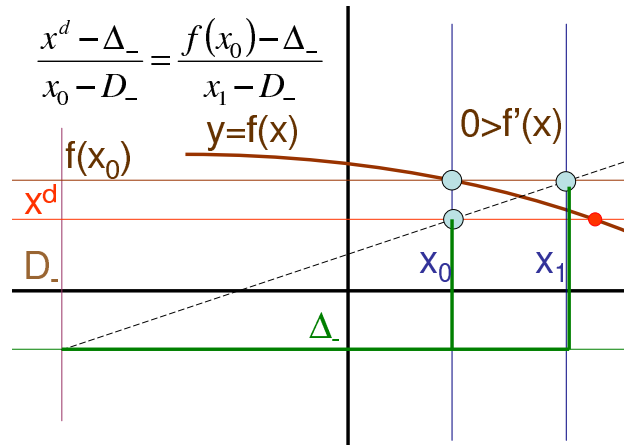
$$g(x|x^d, D_-, \Delta_+) := \frac{(f(x)-\Delta_+)(x-D_-)}{x^d-\Delta_+} + D_-, \quad g' = f'(x) \frac{x-D_-}{x^d-\Delta_+} + \frac{f(x)-\Delta_+}{x^d-\Delta_+}, \quad g'(x_*|x^d, D_-, \Delta_+) = 1 + f'(x_*) \frac{x_*-D_-}{x^d-\Delta_+} \quad (15)$$

$$g(x|x^d, D_-, \Delta_-) := \frac{(f(x)-\Delta_-)(x-D_-)}{x^d-\Delta_-} + D_-, \quad g' = f'(x) \frac{x-D_-}{x^d-\Delta_-} + \frac{f(x)-\Delta_-}{x^d-\Delta_-}, \quad g'(x_*|x^d, D_-, \Delta_-) = 1 + f'(x_*) \frac{x_*-D_-}{x^d-\Delta_-} \quad (16)$$

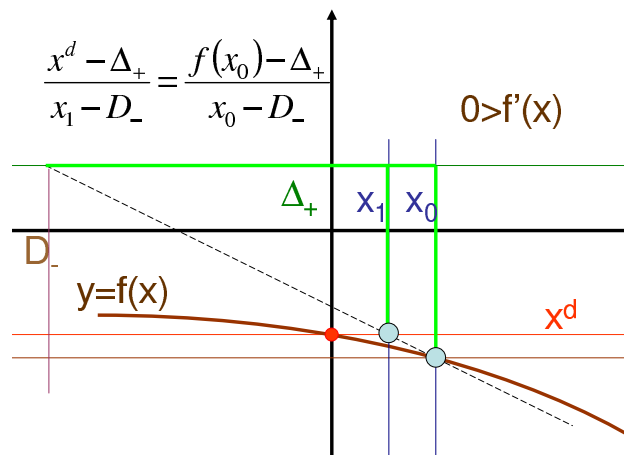
$$h(x|x^d, D_-, \Delta_+) := \frac{(x^d-\Delta_+)(x-D_-)}{f(x)-\Delta_+} + D_-, \quad h(x_*|x^d, D_-, \Delta_+) = x_*, \quad h' = \frac{(x^d-\Delta_+)(f(x)-\Delta_+ - f'(x)(x-D_-))}{(f(x)-\Delta_+)^2}, \quad h'(x_*|x^d, D_-, \Delta_+) = 1 - f'(x_*) \frac{x_*-D_-}{x^d-\Delta_+} \quad (17)$$

Ha az e függvények valamelyikéből nyert iteráció konvergens és elég gyorsan is konvergál, a keresett megoldás jól megközelíthető az iterációval. Ha szabályozási ciklusonként mindössze egyetlen iterációt számolunk ki, hasonló működésű rendszert kaphatunk, mint a Celluláris Neurális Hálózatok (CNN): ezek visszacsatolt hálózatok, melyek egy sztatikus bemeneti képet rövid tranzienst után sztatikus kimeneti képpé alakítanak (azaz „komplett stabilitással” bírnak [77]). Ha a tranzienst dinamikájához képest a bemeneti kép lassan változik, a hozzá tartozó feldolgozott kimeneti kép is lassan változik. Az adaptív szabályozó így követni tudja a szabályozott rendszer viselkedését az iterációs sorozat elemeit az időben lassan változó $x^d(t)$ szerint a lassan változó megoldás, $x_*(t)$ környezetében tartva.

A *Single Input – Single Output (SISO)* rendszerek esetén a valós kimenet konvergenciája biztosítható, ha Cauchy sorozatokat tudunk generálni, hiszen azok teljes térben konvergensek is, sőt, a megoldásba mint a fixpontba kell, hogy konvergáljanak az alábbi becslés miatt: ha $x_n \rightarrow x_*$, akkor



6. ábra. Fixpont transzformáció $f'(x) < 0$ esetére a (16) egyenlethez tartozó D_- és Δ_- paraméterekkel; ha $x_* > D_-$, $x^d > \Delta_-$, akkor $f'(x_*) < 0$, és $|f'(x_*)|$ elég kicsi, a $g(x|x^d, D_-, \Delta_-)$ függvénnyel generált iteráció konvergál x_* -hoz



7. ábra. Fixpont transzformáció $f'(x) < 0$ esetére D_- és Δ_+ paraméterekkel a (17) egyenlet szerint; ha $x_* > D_-$, $x^d < \Delta_+$, $f'(x_*) < 0$ és $|f'(x_*)|$ elég kicsi, akkor a $h(x|x^d, D_-, \Delta_+)$ függvénnyel generált iteráció konvergál x_* -hoz

$$|G(x_*) - x_*| \equiv |G(x_*) - x_n + x_n - x_*| \leq |G(x_*) - x_n| + |x_n - x_*| = |G(x_*) - G(x_{n-1})| + |x_n - x_*| \rightarrow 0. \quad (18)$$

A következő lépés a konvergencia szükséges vagy legalább elégséges feltételének biztosítása. Ehhez nyilván elégséges a G függvényből nyert leképezés *kontraktivitásának* biztosítása az iteráció által befutott tartományban, azaz a $|G(a) - G(b)| \leq K|a - b|$, $0 \leq K < 1$ feltétel garantálása, hiszen kontraktív leképezés Cauchy sorozatot eredményez, mivel $(|x_{n+L} - x_n| \rightarrow 0 \forall L$ pozitív egész számra):

$$|x_{n+L} - x_n| = |G(x_{n+L-1}) - G(x_{n-1})| \leq \dots \leq K^n |x_L - x_0| \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow \infty. \quad (19)$$

5.1. Paraméteres fixpont transzformációk alkalmazása polimerizációs folyamat adaptív szabályozásra

A tervek szerint először egy erősen nemlineáris kémiai reakciót vizsgáltunk („methyl-metachrylate” szabad gyökös polimerizációja „azobis(isobutyro-nitrile)” iniciátorral „toluene” oldatban, köpenyes, folytonosan keverő tankreaktorban), melynek adatait az irodalomból vettük [78]. (Nem lévén vegyész, a vegyületek nevei nekem semmit sem mondanak, s pontos magyar fordításukra sem vállalkoztam, hanem meghagytam az angol elnevezéseket.) E modell identifikálására Madár János PhD értekezésében genetikusan algoritmusokat alkalmazott [79]. A modellt matematikailag a következő részben elemezzük.

A polimerizációs folyamat matematikai modellje

[78] szerint a rendszer időbeni fejlődését a következő egyenletrendszer írja le:

$$\dot{x}_1 = A(B - x_1) - Cx_1x_2^{1/2}, \quad \dot{x}_2 = Du - Ex_2, \quad \dot{x}_3 = Fx_1x_2^{1/2}, \quad \dot{x}_4 = Fx_1x_2^{1/2} - Jx_4, \quad y := x_4/x_3 \quad (20)$$

melyben az „állapotváltozók” x_1, \dots, x_4 a reakcióban résztvevő különböző kémiai komponensek *dimenziótlan* koncentrációi. A számunkra érdekes változók az x_1 , ami a *monomer koncentrációja*, valamint a rendszer kimenete, y ami a polimer átlagolt molekulásúlya. A folyamat bemenete az iniciátor dimenziótlan térfogat-árama, u , amelynek manipulálásával tudjuk ellenőrzés alatt tartani a reakciót. A megfelelő paraméterek [78] szerint a következő értékekkel bírtak: $A = 10, B = 6, C = 2.4568, D = 80, E = 10.1022, F = 0.024121, G = 0.112191, H = 10, I = 245.978, sJ = 10$. Megjegyzendő, hogy bár negatív u érték fizikailag talán interpretálható volna (a megfelelő komponens rendszerből való kivonását jelenthetné), a tekintett példában ennek csak zérus vagy pozitív értékeit lehet megvalósítani. Világos, hogy konstans u bemenetre (??) stabil stacionárius értékeket szolgáltat nulla idő-szerinti deriváltakkal:

$$x_2^{stac} = \frac{Du}{E}, \quad x_1^{stac} = \frac{AB}{A + C\sqrt{x_2^{stac}}}, \quad x_3^{stac} = \frac{FAB\sqrt{x_2^{stac}}}{H(A + C\sqrt{x_2^{stac}})} + \frac{G Du}{HE}, \quad x_4^{stac} = \frac{IAB\sqrt{x_2^{stac}}}{J(A + C\sqrt{x_2^{stac}})} \quad (21)$$

amelyben a számítások sorrendje kézenfekvő volt. Mivel $u \geq 0$ a (20)-ben adott konstansokkal a stacionárius megoldásokra pozitív számok adódnak. Ezek stabilitását [80]-ben perturbációszámítással mutattuk meg. Nagyobb u -beli ugrásokra ez nyilván nem elégséges, és numerikus számítások elvégzése szükséges. E célból drasztikus ugrást hajtottunk végre az u szabályozó jelben $[5 \times 10^{-3} \rightarrow 15 \times 10^{-3}]$ módon, figyelembe véve, hogy speciális függvénykapcsolataink vannak az $y(x), \dot{y}(x, \dot{x}), \dot{x}(u, x)$ formában, ezért $\dot{y}(u, x), \ddot{y}(u, \dot{u}, x)$ összefüggésekkel kell számolnunk. Részletesebben, (20) szerint a következőket kapjuk:

$$\dot{y} = \dot{x}_4x_3^{-1} - x_4x_3^{-2}\dot{x}_3, \quad \ddot{y} = \ddot{x}_4x_3^{-1} - 2\dot{x}_4x_3^{-2}\dot{x}_3 - 2x_4x_3^{-3}\dot{x}_3^2 - x_4x_3^{-2}\ddot{x}_3. \quad (22)$$

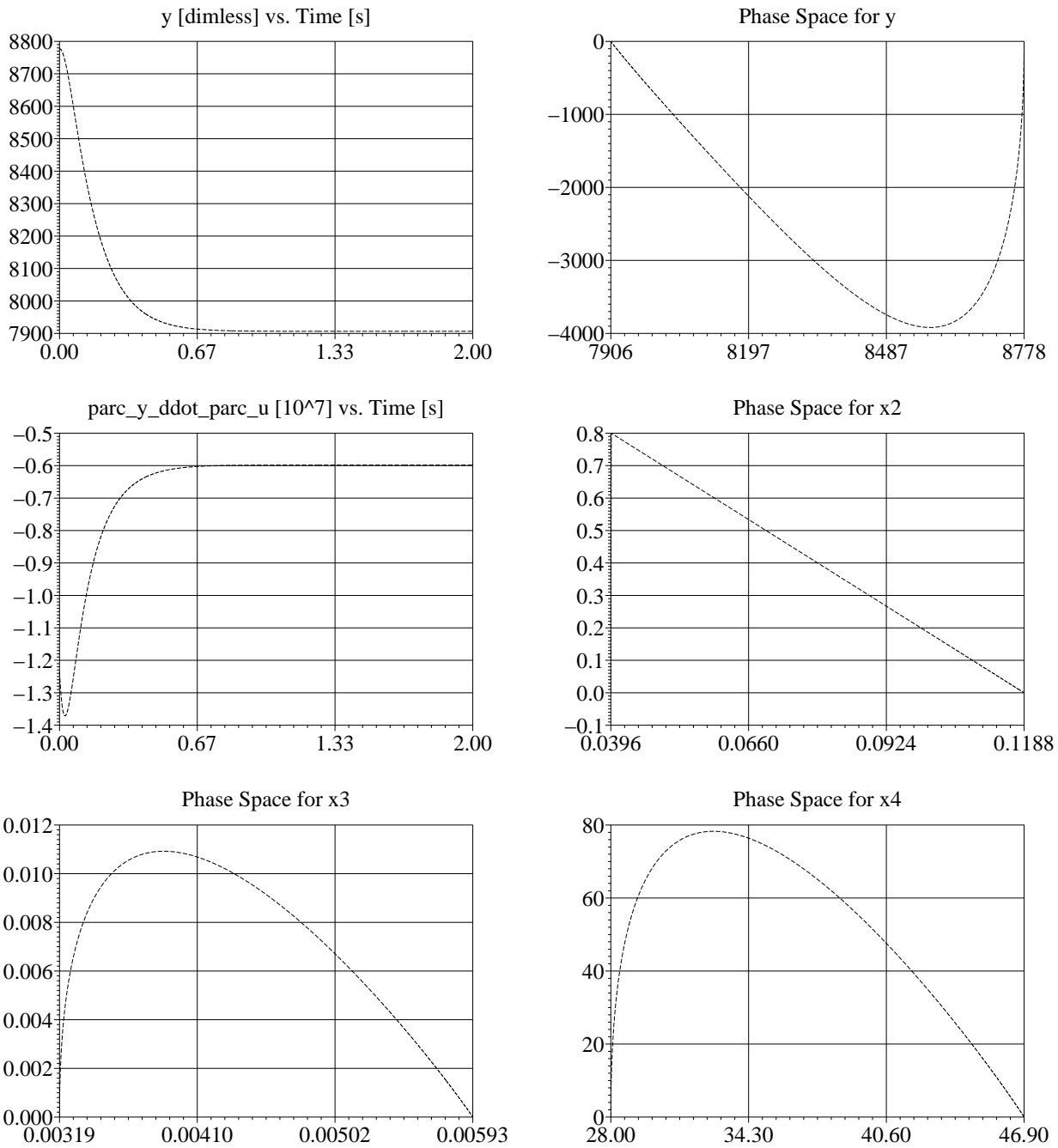
Ismét (20)szerint:

$$\ddot{x}_4 = I\dot{x}_1x_2^{1/2} + 0.5Ix_1x_2^{-1/2}\dot{x}_2 - A\dot{x}_4 \quad \ddot{x}_3 = F\dot{x}_1x_2^{1/2} + 0.5Fx_1x_2^{-1/2}\dot{x}_2 + D\dot{x}_2 - H\dot{x}_3. \quad (23)$$

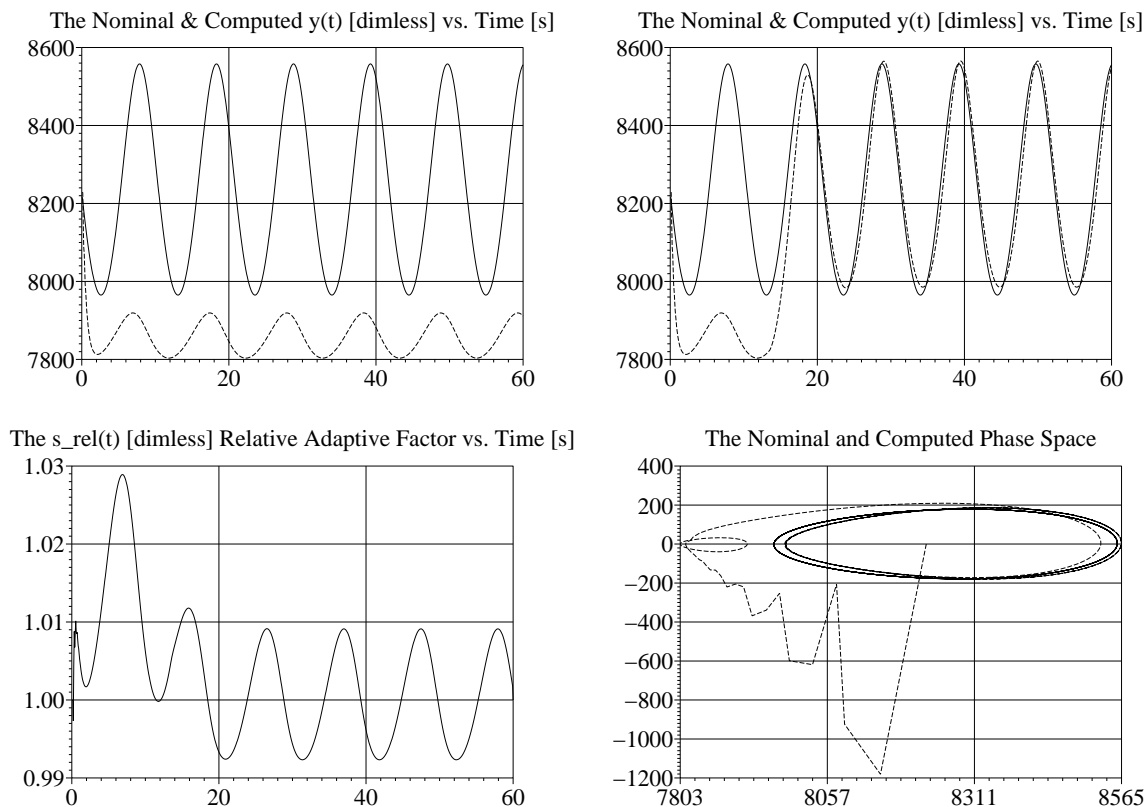
Tekintettel arra, hogy a $\{\dot{x}_i\}$ halmazból csupán \dot{x}_2 függ közvetlenül u -tól, azt kapjuk, hogy

$$\frac{\partial \ddot{x}_4}{\partial u} = 0.5Ix_1x_2^{-1/2}D, \quad \frac{\partial \ddot{x}_3}{\partial u} = 0.5Fx_1x_2^{-1/2}D + GD, \quad \frac{\partial \ddot{y}}{\partial u} = \frac{0.5IDx_1}{x_3x_2^{1/2}} - x_4x_3^{-2} \left(0.5Fx_1x_2^{-1/2} + G \right) D. \quad (24)$$

Ez egy viszonylag egyszerű eredmény, ami hasonlít egy klasszikus mechanikai rendszer mozgásához, melynek tömege nem állandó: \ddot{y} arányos u -val mint ahogy a mechanikai rendszerek általános koordinátáinak 2. deriváltja arányos az általános erővel plusz additív tagokkal $\ddot{\vec{x}} = \tilde{a}(\vec{x})u + \tilde{b}(\vec{x})$. A numerikus eredményeket a 8. ábra mutatja.



8. ábra. Az y változó „trajektóriája” és fázistrajektóriája (1. sor), a $\partial\ddot{y}/\partial u$ „inercia” és x_2 fázistrajektóriája (2. sor), valamint az x_3 és x_4 változók fázistrajektóriája (3. sor)



9. ábra. Nominális és szimulált $y(t)$ trajektória a durva modell szerinti szabályozóra (bal felső grafikon), a g függvényt használó adaptív szabályozóra (jobb felső grafikon), az $s_{rel}(t)$ „adaptív faktor” változása az időben (bal alsó grafikon), és a nominális és szimulált mozgások fázistrajektóriái adaptív szabályozás esetén (jobb alsó grafikon)

Szimulációs vizsgálatok a polimerizációs folyamatra

A fenti polimerizációs folyamat szabályozására több megközelítéssel tettünk kísérletet ([6], [7], [4], [80]), a legjobb eredményt viszont a [43]-ban alkalmazott paraméteres fixpont transzformáció adta. A 8. ábrán látható eredményekkel összhangban a következő, nagyságrendileg becsült modellel indítottuk: $\tilde{a}_{Mod} = -6 \times 10^6$ és $\tilde{b}_{Mod} = 10^5$. A kívánt trajektória-követést kinematikailag írtuk elő mint $\dot{y}^d = \dot{y}^{Nom} + d(\dot{y}^{Nom} - \dot{y}) + p(y^{Nom} - y)$. A szükséges gerjesztést a „kívánt gyorsulásból” és a durva modellből számoltuk mint $u = (\dot{y}^d - \tilde{b}_{Mod}) / \tilde{a}_{Mod}$, s ez a következő „megvalósuló” értéket adta: $\ddot{y} = \frac{\tilde{a} \cdot \dot{y}^d}{\tilde{a}_{Mod}} - \frac{\tilde{a} \cdot \tilde{b}_{Mod}}{\tilde{a}_{Mod}} + \tilde{b}$ ami \dot{y}^d növekvő függvénye ha $\tilde{a} < 0$ és $\tilde{a}_{Mod} < 0$, tehát céljainknak a $g(x|x^d, D_-, \Delta_+)$ és $h(x|x^d, D_-, \Delta_-)$ paraméteres fixpont transzformációk ígértek használhatónak. A szabályozó egy ciklusideje alatt egy lépés történt az iterációban: $\ddot{y}(t_n) = g(\ddot{y}(t_{n-1})|\dot{y}^d(t_n), D_-, \Delta_+)$ or $\ddot{y}(t_n) = h(\ddot{y}(t_{n-1})|\dot{y}^d(t_n), D_-, \Delta_-)$, $D_- = -7 \times 10^4$, $\Delta_- = -2 \times 10^6$, és $\Delta_+ = 2 \times 10^6$ beállítással $t_{n+1} - t_n = 0.067s$ idő-felbontás mellett, ami már finoman követi a 8. ábrán megnyilvánuló dinamikát. A módszer jobb megvilágítása érdekében bevezettük az „adaptív faktor” fogalmát mint az $s_{rel} = \frac{\ddot{y}^d(t_n) - \Delta_-}{\ddot{y}(t_n) - \Delta_-}$ értéket a h függvényre, illetve mint az $s_{rel} = \frac{\ddot{y}^d(t_n) - \Delta_+}{\ddot{y}(t_n) - \Delta_+}$ értéket a g függvényre. A szimulációs eredmények az 9. ábrán láthatók. *Egyértelműen megállapítható, hogy az módszer jelentős mértékben javította a durva modellel alapozott eredményeket és stabil, pontos követést adott az időben változtatni kívánt nominális kimenetre.*

5.2. Paraméteres fixpont transzformációk alkalmazása csatolt, pontatlanul modellezett szakaszok adaptív szabályozására

A potenciális közlekedési alkalmazások irányában haladva módszerünket megkíséreltük egymást automatikusan követő szakaszok szabályozására használni. A tekintett járművek különböző követési stratégia szerint haladtak egymás után, általában dinamikai modelljük nem volt pontosan ismert, és feltettük, hogy valamilyen rugalmas kapcsolat fűzi őket az általuk szállított, szintén nem modellezett hasznos teherhez ([24], [22], [23], [28]). A problémát úgy fogalmaztuk meg, hogy a szakasz utolsó tagjának a közlekedés egyéb résztvevői által könnyen követhetően, egyenletesen, simán kell mozognia, valamint nem kívánatos a szállított terhek (mint nem modellezett, dinamikailag csatolt belső szabadsági fokok) mozgásának gerjesztése a szakasz tagjainak gyakori gyorsítása ill. fékezése által. Ehhez kellett meghatározni az első, vezető jármű megfelelő mozgását, amit a rá következő tag követ, s.í.t.

A csatolt járművek matematikai modellje a következőképp volt adott: Ha az első kocsit az 1. index jelöli, megkísérelhetjük előírni az alábbi nominális mozgást az n . [$n > 1$] kocsira:

$$\begin{aligned} \delta x_n &:= x_n - x_{n-1} + L_n, \delta \dot{x}_n := \dot{x}_n - \dot{x}_{n-1} \quad F_n^{Drive} = h_n \left(\tilde{M}_n (\mu_n \ddot{x}_{n-1} - P_n \delta x_n - D_n \delta \dot{x}_n) \right) \\ \ddot{x}_n^{Nom} &= (F_n^{Drive} + F_n^{Cont}) / M_n \end{aligned} \quad (25)$$

ahol L_n (m) egy konstans nominális, biztonságos távolságot jelöl az $(n-1)$. és az n . kocsi közt, P_n (s^{-2}), és D_n (s^{-1}) a kocsik közti „mesterséges csatolás” proporcionális és derivált (PD) kapcsolatának együtthatói, és $\mu_n = 1$ esetén a megelőző kocsi gyorsulásának követése történik, $\mu_n = 0$ esetén pedig csak „távolság- és relatív sebesség-követés”. 25-ben h_n jelöli azt a szigmoid függvényt, amely a hajtások telítődését modellezi. Fenomenológiailag (25) megvalósítható: az aktuális $x_n - x_{n-1}$ távolság lokális szenzorokkal mérhető, a \ddot{x}_{n-1} ($m \cdot s^{-2}$) helyi gyorsulás inerciális vonatkoztatási rendszerekhez képest szintén mérhető lokális gyorsulásmérő szenzorokkal (az út közel inerciális vonatkoztatási rendszer). E cél elérése érdekében az n . kocsi *lokális szabályozója*, amely a kocsi tömegére nézve az \tilde{M}_n (kg) feltételezéssel él, $\tilde{M}_n \ddot{x}_n^{Nom}$ erőt kísérelhet meg kifejteni. Ez nem az egyedüli erő, amely a kocsit gyorsítja, mert ehhez még hozzá jön a kocsi-szállított tömeg kölcsönhatásából eredő erő is. Ez általában valami elasztikus rugó-erővel és valamilyen súrlódási modell alapú csillapítással reprezentálható:

$$F_n^{Cont} = k_n (x_n^{Load} - x_n) + v_n (\dot{x}_n^{Load} - \dot{x}_n) \quad (26)$$

melyben k_n (N/m) és v_n (Ns/m) jelöli a megfelelő rugóállandókat és csillapítási együtthatókat.

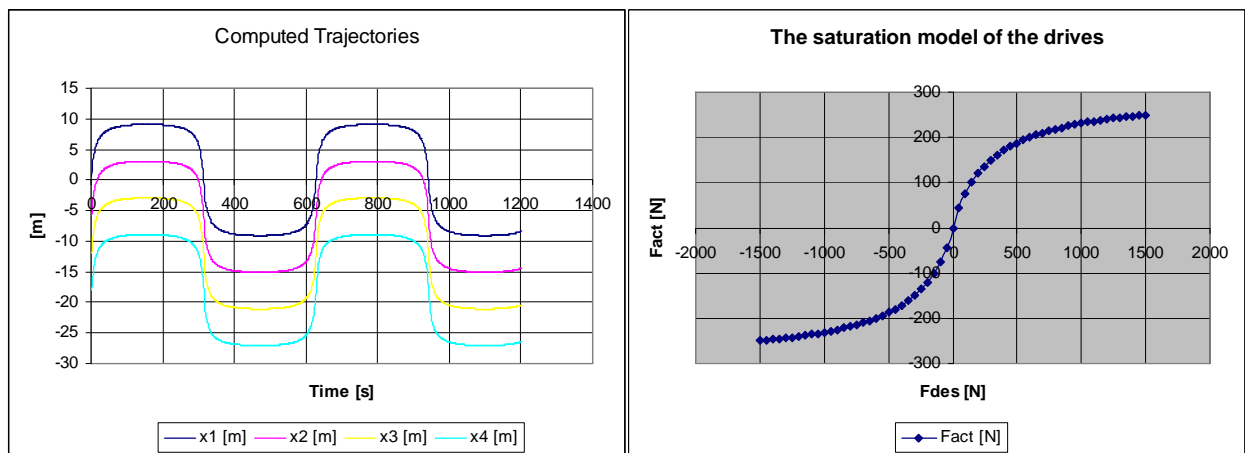
Az n . teher gyorsulása nyilván az arra ható erőtől és annak tömegétől függ: $\ddot{x}_n^{Load} = -\frac{F_n^{Cont}}{M_n^{Load}}$. E terhek léte nem ismert a szabályozási algoritmus oldaláról. Egy visszacsatolt szabályozóban a \ddot{x}_n^{Nom} tagot valamilyen visszacsatolást is tartalmazó tag helyettesítheti, amely „kívánt” gyorsulást használ „nominális” helyett \ddot{x}_n^{Des} . érdemes megjegyezni, hogy (25)-ben és (26)-ben a különböző kocsik különböző paraméterekkel rendelkezhetnek, amelyeket a szabályozó nem pontosan ismer, de amelyek meghatározzák a \ddot{x}_1 gyorsulást. Egy adaptív szabályozó alkalmazása azért is előnyös lehet, mert a különböző paraméterű kocsikból álló szakasz összeállításakor ezek részleteit nem kell „programozni”. Szintén fontos megjegyezni, hogy az utolsó kocsi \ddot{x}_N gyorsulása közvetlenül függ az első kocsitól (\ddot{x}_1), ha gyorsulás-követés van, egyébként annak csak magasabb rendű deriváltjai állnak kapcsolatban az \ddot{x}_1 gyorsulással. Az alkalmazott szigmoid függvény pozitív deriváltja miatt az első kocsi gyorsulása pozitív módon áll kapcsolatban az utolsóéval, emiatt alkalmazható a fentiekben ismertetett szabályozási fixpont transzformációs módszer. Esetünkben a (15)-ben adott függvényt használtuk, VisualBasic nyelven készült szimulációkhoz.

Négy tipikus lehetséges szabályozási megoldás eredményeit vizsgáltuk és hasonlítottuk össze egymással: „nem adaptív távolság- és sebességkövetés”, „adaptív távolság- és sebességkövetés”, „nem adaptív gyorsuláskövetés”, s végül „adaptív gyorsuláskövetés”. A kocsik közti biztonságos követési távolságot a példákban 6 m-re állítottuk be. PD-típusú kinematikailag megfogalmazott szabályozást alkalmaztunk az $\ddot{x}_4^d = \ddot{x}_4^{Nom}(t) + P_{ctrl} (x_4^{Nom}(t) - x_4(t)) + D_{ctrl} (\dot{x}_4^{Nom}(t) - \dot{x}_4(t))$ egyenlet szerint $P_{ctrl} = 0.3$ ($1/s^2$) és $D_{ctrl} \approx 5.477$ ($1/s$) paraméter-beállítással, amely oszcilláció-mentes követést garantál, amennyiben megvalósul. A kocsik „tényleges tömege” $M_n = 1200$ (kg) volt, a terhek tömege $M_n^{Load} = 200$ (kg). A kocsik és a terhek közti csatolás rugóállandója és csillapítási állandója $k_n = 300$ (N/m) és $v_n \approx 346$ (Ns/m) voltak. A durva kezdeti modell szerint a kocsik modell-tömege $\tilde{M}_n = 600$ (kg) volt, a kocsik közti követési törvény arányos együtthatója $P_n = 0.4$ (s^{-2}), csillapítási együtthatója $D_n \approx 6.325$ (s^{-1}) volt. Fontos megemlíteni, hogy a kocsi-teher relatív távolság kis értéken való tartása nagyon merev rugót és nagy csillapítást is igényelt. Az adaptív szabályozó paraméterei $D_- = -20$ és $\Delta_+ = 80$ [mindkettő (m/s^2)-ben] voltak. A nominális trajektóriák és a hajtások telítődését a 10. ábra mutatja. A használt trajektória mind élesen változó, mind pedig lapos részeket is tartalmazott annak érdekében, hogy a szabályozók működését e két „sarkított” esetben is, illetve a köztük való átmenet folyamán is vizsgálhassuk. Tipikus eredmények láthatók a 11. ábrán.

Világos, hogy a legjobb eredményt az „adaptív gyorsuláskövetés” adta, bár azzal összemérhető az „adaptív távolság- és sebességkövetés” eredménye is. A másik két megoldás erősen gerjeszteni látszik a nem modellezett belső szabadsági fokokat. Hasonló következtetés vonható le a 12. ábrából is, amely a kocsik és terhek közt ébredő kontakt erőket, illetve a vezető kocsi mozgásának fázis trajektóriáját mutatja. Ebből az ábrából világos a belső, csatolt szabadsági fokok jelentős gerjesztése.

A hordott terhek lengésének jellemzésére bevezettük a terhek gyorsulása abszolút értékének időegységre vetített átlagát a vizsgált időtartamra vonatkozóan. Másik jellemző a kocsi-teher relatív elmozdulás fázisgörbéje. Mint az az 13. ábrán látható, e szempontból is a kombinált megoldás a legjobb. Ahogy a szabályozási módszer finomodik, e relatív mozgás sebessége egyre kisebb lesz, a komplex és zsúfolt fázisgörbék „kiszűnnek”. A többi kocsi terhe relatív elmozdulásának fázisgörbéjével is ez történik.

Az eredményeket összefoglalva elmondható, hogy számos szimulációs vizsgálatot folytattunk le többé-kevésbé realisztikusnak tekinthető paraméter-beállítások mellett. Azt tapasztaltuk, hogy a „nem adaptív távolság- és sebességkövetés” módszere nagyon primitív és durva eredményre, rázkódásokra vezet, amely a vizsgált modellbe beépített nagyon erős csillapítások ellenére is jelentős mértékben gerjeszti (gerjesztheti) a kocsi-teher kapcsolódását jelentő szabadsági fokokat, a

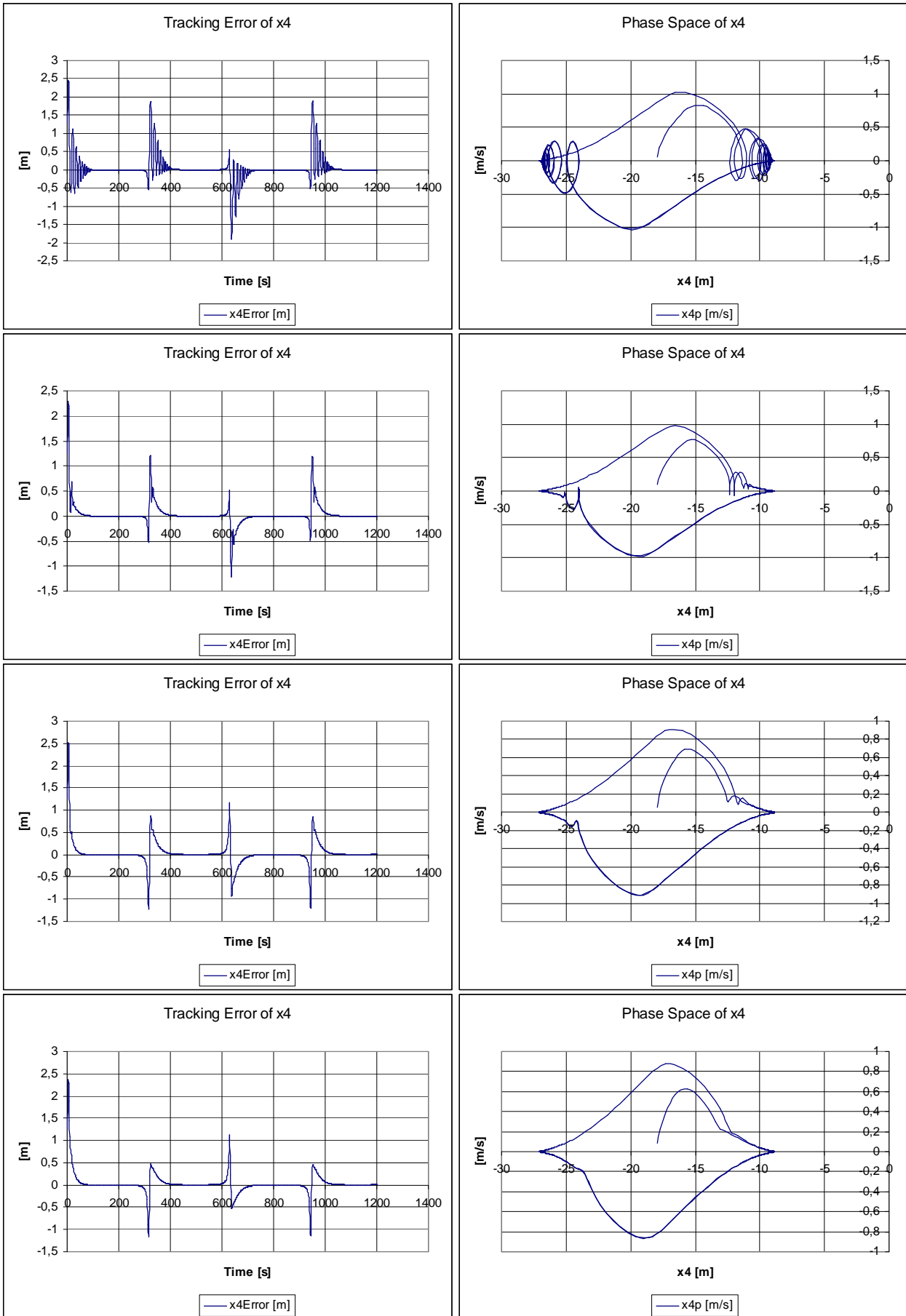


10. ábra. A követendő pálya az idő függvényében (bal oldal), és a hajtások telítődését modellező kívánt erő – kifejtett erő szigmoid függvény gráfja (jobb oldal)

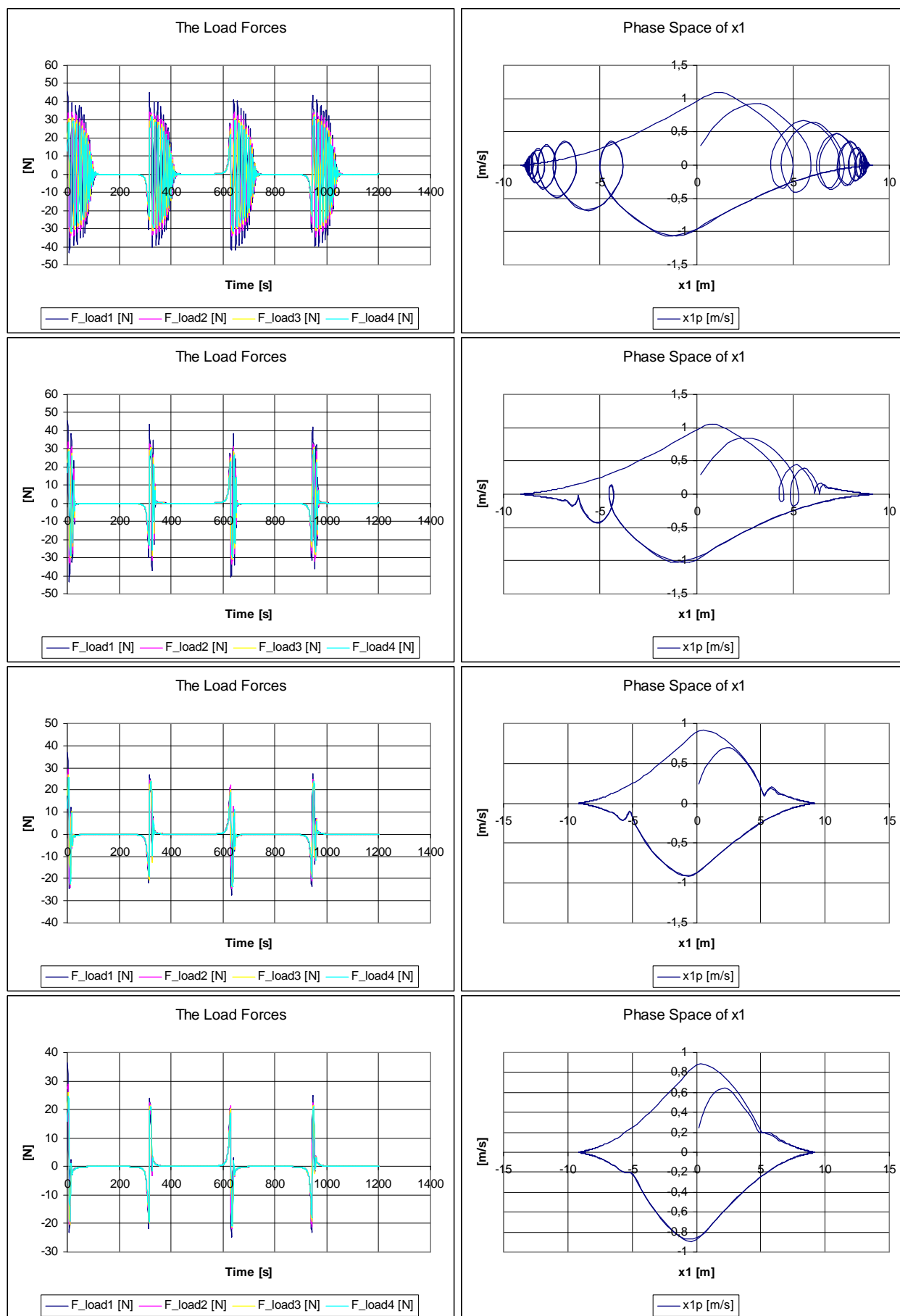
terhek jelentős abszolút gyorsulására vezet, s a kocsiknak is (azok fázisterében megfigyelhető) jelentősen egyenetlen mozgására vezet. Hasonló jelenség sokszor érzékelhető „régimódi” vasúti szerelvényekben, amelyekben egyetlen mozdony húz egy hosszú szerelvényt. (A modern motorvonatok mozgásában, amelyekben valamennyi kocsinak van önálló hajtása, ilyen effektus alig érzékelhető).

Azt tapasztaltuk, hogy a fenti módszer jelentősen javítható akár a szimpla, „nem adaptív gyorsuláskövetés”, akár az intelligensebb „adaptív távolság-és sebességekövetés” módszerével. A legjobb megoldásnak minden szempontból az „adaptív gyorsuláskövetés” bizonyult.

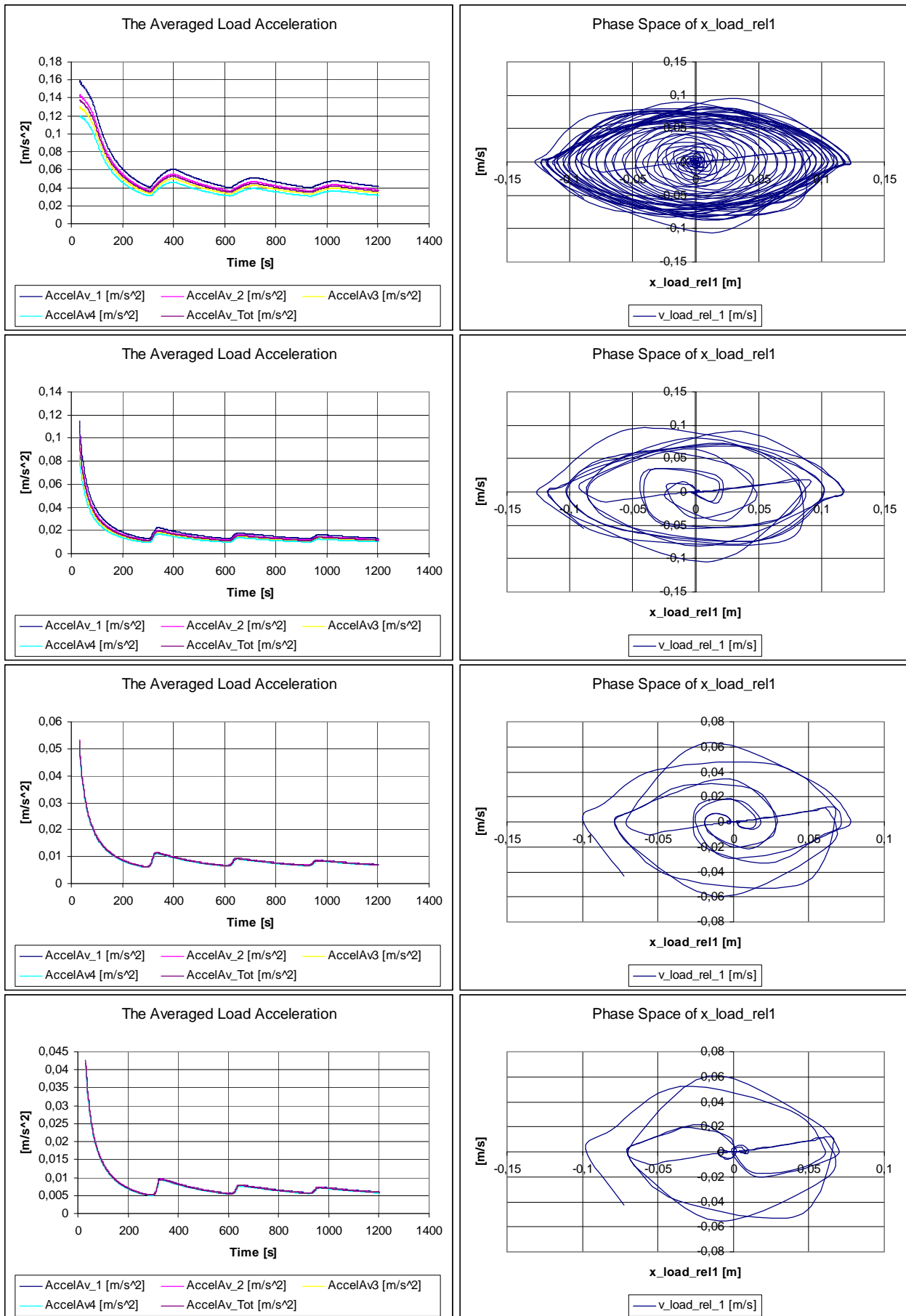
A fentebb kapott eredmények kapcsán megjegyezhető, hogy annak alakjában az analitikusan általában nem, csak „elvárt” és „mért” adatok párjaival megismerhető f függvény jelentős szerepet játszik. Ez befolyásolhatja a fixpont körüli vonzási medence méretét, ezért célszerűnek látszott az f függvény tulajdonságaitól jobban függetlenül, erősen telített nemlineáris függvény segítségével „robusztusabb” fixpont transzformációkat keresni.



11. ábra. Az utolsó (4.) kocsi pályakövetés hibája az idő függvényében és e mozgás fázistrajektóriája: nem adaptív távolság- és sebességekvetés (1. sor), nem adaptív gyorsuláskövetés (2. sor), adaptív távolság- és sebességekvetés (3. sor), és adaptív gyorsuláskövetés (4. sor)



12. ábra. A kocsik és terhek közti kontakt erők az idő függvényében (bal oldal), és a vezető kocsi fázisrajtória (jobb oldal): nem adaptív távolság- és sebességkövetés (1. sor), nem adaptív gyorsuláskövetés (2. sor), adaptív távolság- és sebességkövetés (3. sor), és adaptív gyorsuláskövetés (4. sor)



13. ábra. A terhek gyorsulása abszolút értékének időátlaga (bal oldal), valamint a vezető kocsi terhe relatív mozgásának fázisgörbéje (jobb oldal): nem adaptív távolság- és sebességkövetés (1. sor), nem adaptív gyorsuláskövetés (2. sor), adaptív távolság- és sebességkövetés (3. sor), és adaptív gyorsuláskövetés (4. sor)

6. ROBUSTUS FIXPONT TRANSZFORMÁCIÓK BEVEZETÉSE SISO RENDSZEREKRE

A robusztus transzformációt megvalósító függvény alakja lehet a következő forma [90]:

$$G(x|x^d) := (x + K) [1 + B \tanh(A[f(x) - x^d])] - K, \quad f(x_*) = x^d, \quad G(x_*|x^d) = x_*, \quad (27)$$

$$G(-K|x^d) = -K, \quad G(x_*|x^d)' = (x_* + K)ABf'(x_*) + 1,$$

amit a \tanh függvény erős nemlinearitása robusztussá tesznek az $f()$ függvény sajátságaival szemben. Ezt egyszerűen belátható, ha (27)-be annak affin közelítését helyettesítjük be. Természetesen a \tanh függvény helyett más szigmoid függvény is használható, ha arra igaz, hogy $\sigma(0) = 0$, pl. az $\sigma(x) := x/(1 + |x|)$ függvény.

Nyilvánvaló, hogy az (27) egyenletben definiált transzformációnak van egy „valódi”, a $(f(x_*) = x^d)$ tulajdonsággal bíró, és egy „hamis” $G(-K|x^d) = -K$ fixpontja. Míg a korábban javasolt (16), (17), (14) és (15) megoldásai a valódi fixpont környezetéből kiesve ellenőrizhetetlenül elkalandozhattak, a jelen változat esetében beülnek a hamis fixpontba, aminek értéke viszont egyértelműen felismerhető. Ez jelentős előny.

Az A , B , és K szabályozó paraméterek nyilván beállíthatók úgy, hogy a fixpont környékén kontraktív leképezést kapjunk, ami a konvergenciához kell. Belövésükhöz célszerű szimpla PID szabályozással szimulálni a rendszer működését, és az így kapott nagyságrendi adatok figyelembe vételével (27) szerint a G függvény deriváltját "laposra" állítani a fixpont környezetében. Kvalitatív elemzés szempontjából világos, hogy kis A paraméter „széles ablakban” vizsgálja a válaszhibát, míg K addicionális eltolással gyorsíthatja az iteráció konvergenciáját. A továbbiakban a módszer általánosítását adjuk meg „Multiple Input – Multiple Output (MIMO)” rendszerekre.

6.1. Alkalmazási példa robusztus fixpont transzformáció használatára

A vizsgálatok céljára a népszerű nemlineáris paradigmát, a van der Pol által 1927-ben leírt gerjedő oszcillátort [85] választottuk, melynek egész rendű eredeti [40], és általánosított törtrendű [44] változatát kíséreltük meg adaptívan szabályozni. Ezt a modellt a legkülönbözőbb tudományterületeken használják a káosz és nemlineáris oszcillációk tanulmányozása céljából [86].

Az eredeti, egész rendű oszcillátor esete

A Φ^6 van der Pol oszcillátort a (28) egyenlet definiálja, amelyet az $m = 1$ esetre kiterjedten tanulmányoztak:

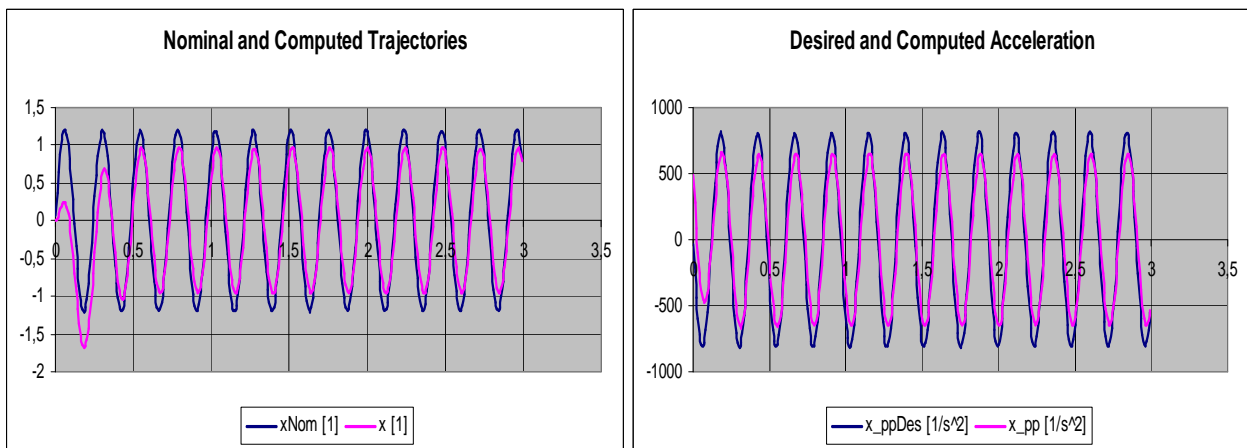
$$m\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x + \alpha x^3 + \lambda x^5 = g. \quad (28)$$

Ebben a modellben m valamiféle „inerciának” felel meg, az $-\mu(1 - x^2)\dot{x}$ amplitúdótól függően disszipatív ($|x| > 1$ esetén) vagy gerjesztő ($|x| < 1$ esetén) jellegű, a maradékok pedig valamilyen nemlineáris rugóra emlékeztető visszatérítő erőt szimbolizál. A g mennyiség jellemzi azt a külső hatást, amelynek segítségével a rendszer szabályozható. A szimulációkban a következő „egzakt” értékek $\mu = 0.4$, $\omega_0 = 0.46$, $\alpha = 1$, $\lambda = 0.1$, and $m = 1$ közelítő modell-megfelelőit használtuk: $\hat{\mu} = 0.38$, $\hat{\omega}_0 = 0.43$, $\hat{\alpha} = 0$, $\hat{\lambda} = 0$, and $\hat{m} = 0.7$. A nominális mozgás alakja a következő volt: $x^{Nom}(t) = B \sin(\omega t)$ $B = 1.2$ és $\omega = 26$ értékekkel. PD típusú pályakövetést írtunk elő a

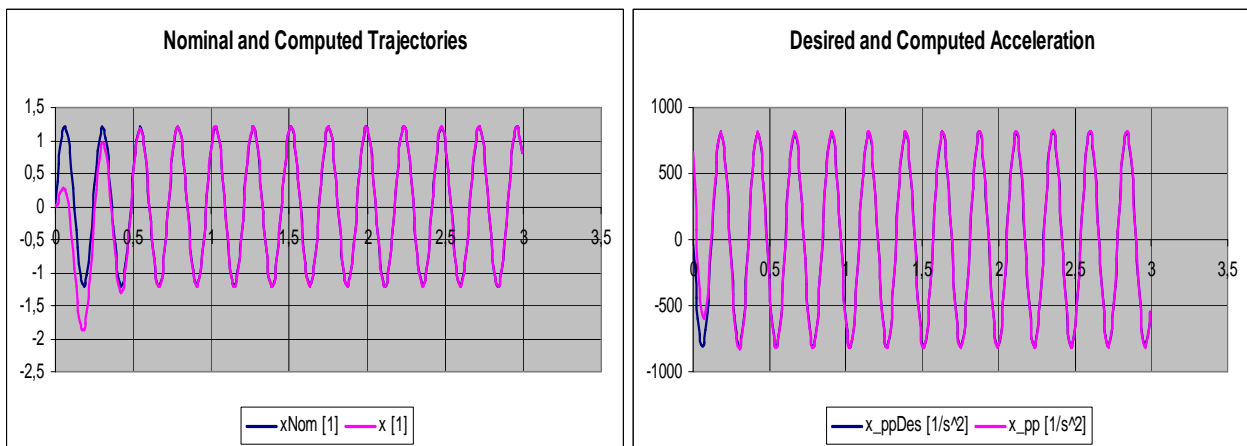
$$\ddot{x}^d = \dot{x}^{Nom} + P(x^{Nom} - x) + D(\dot{x}^{Nom} - \dot{x}) \quad (29)$$

formában $P = \Lambda^2$, $D = 2\Lambda$ ($\Lambda = 12/s$) értékekkel. A szimulációban $\Delta t = 1ms$ időfelbontású Euler– integrálást alkalmaztunk. A nem adaptív, pontatlan modellt használó PD szabályozó működését az 14. ábra mutatja. Ennek adaptív megfelelője a 15. ábrán látható $A = 5 \times 10^{-4}/b$, $K = -3000$, $B = 1$ mellett. A pályakövetés pontosságának javulása nyilvánvaló. A követési hibákat külön ábrázolja a 16. ábra.

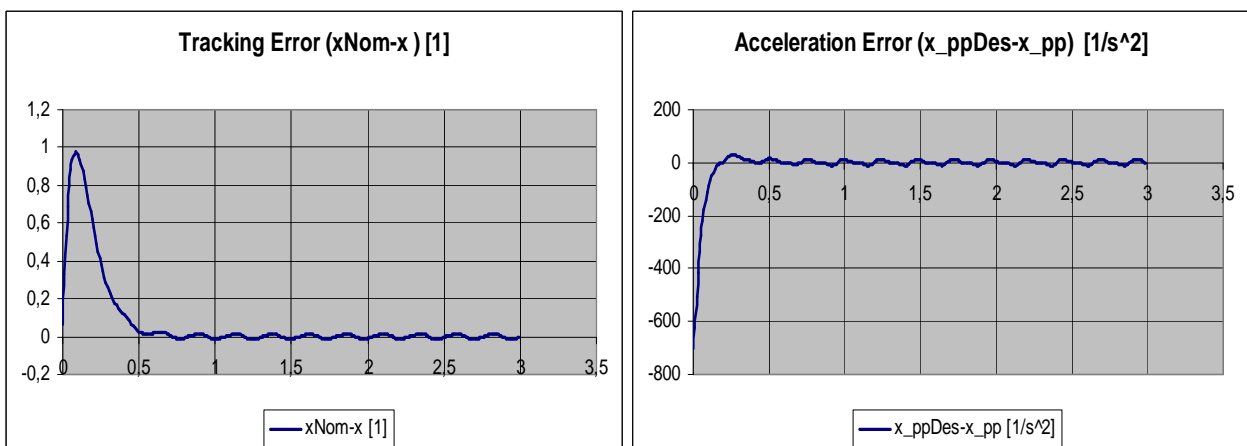
A rendszer frakcionális és két szabadsági fokú általánosítását a fixponttranszformációk többdimenziós általánosítása után mutatjuk be.



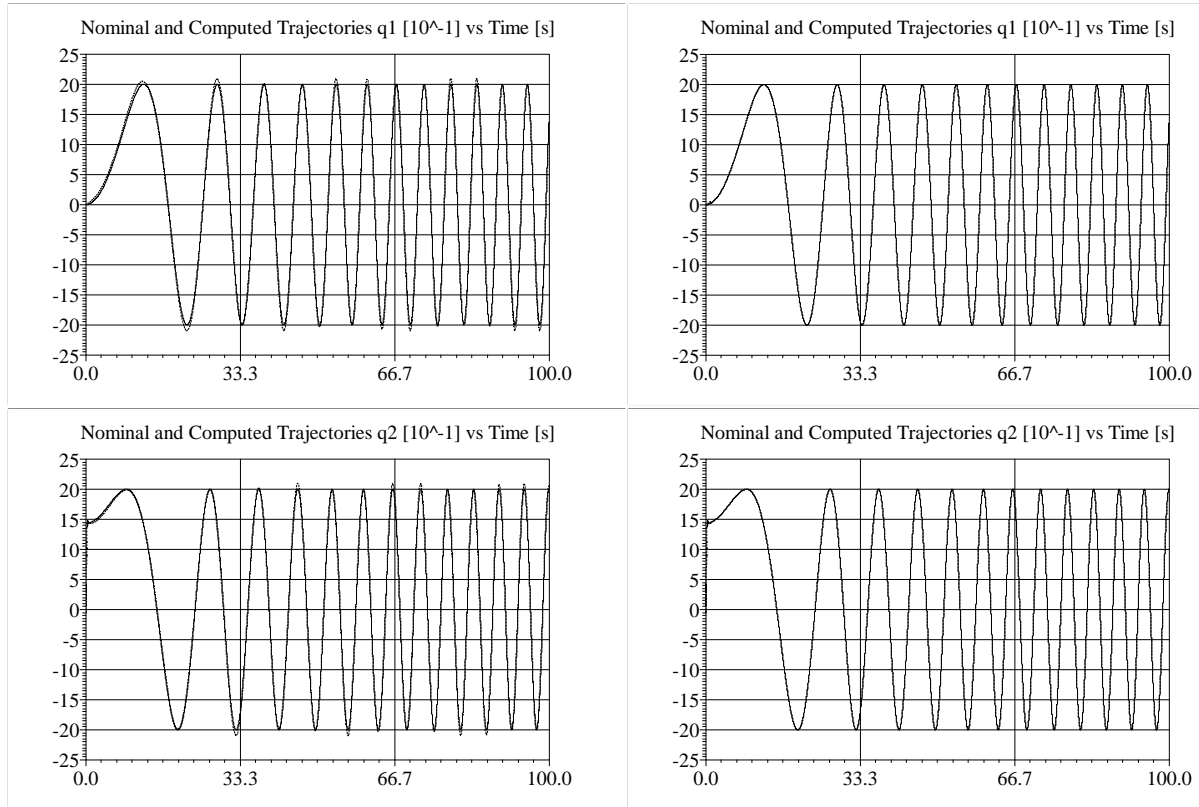
14. ábra. Pályakövetés (bal oldali diagram) és gyorsulás (jobb oldali diagram) a nem adaptív szabályozásra



15. ábra. Pályakövetés (bal oldali diagram) és gyorsulás (jobb oldali diagram) az adaptív szabályozásra



16. ábra. A pályakövetés hibája (bal oldali diagram) és a gyorsuláshiba (jobb oldali diagram) az adaptív szabályozó esetén



17. ábra. A nem adaptív (bal oldali) és az adaptív (jobb oldali) szabályozó grafikonjai (1. és 2. sor)

7. A ROBUSTUS FIXPONT TRANSZFORMÁCIÓ ÁLTALÁNOSÍTÁSA MIMO RENDSZEREKRE

7.1. Koordinátánkénti transzformálás

Ennek egy lehetséges módja, ha a vektor értékű, azaz többkomponensű \vec{r} rendszerválasz minden egyes komponensére alkalmazunk egy egyváltozós szigmoid függvényt. Ezzel tudunk kontraktív leképezéssel Cauchy sorozatokat generálni egy *lineáris, teljes, normált térben* vagy *Banach térben*, amelyekről tudjuk, hogy konvergensek is, így az előző (18) egyenletben abszolút értékekre végzett becslés megismételhető normákkal. A következő norma-becslés végezhető el esetünkben: legyen a $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ értékre a norma $\|\vec{x}\| := \sum_{i=1}^n |x_i|$. Ha a következő, több komponensű $\vec{\sigma} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $y_i = \sigma^{(i)}(x_i)$ $\{i = 1, 2, \dots, n\}$ szigmoid minden egyes komponensében kontraktív, akkor $\forall i \exists 0 \leq M_i < 1$ úgy, hogy $|\sigma^{(i)}(a) - \sigma^{(i)}(b)| \leq M_i |a - b|$, ezért állítható, hogy $\|\vec{\sigma}(\vec{a}) - \vec{\sigma}(\vec{b})\| := \sum_{i=1}^n |\sigma^{(i)}(a_i) - \sigma^{(i)}(b_i)| \leq [\max_{i=1}^n \{M_i\}] \sum_{j=1}^n |a_j - b_j| \equiv M \|\vec{a} - \vec{b}\|$, $0 \leq M < 1$, azaz kontraktív leképezésünk van. Ezt a módszert alkalmaztuk pl. robotkocsi adaptív szabályozására [55].

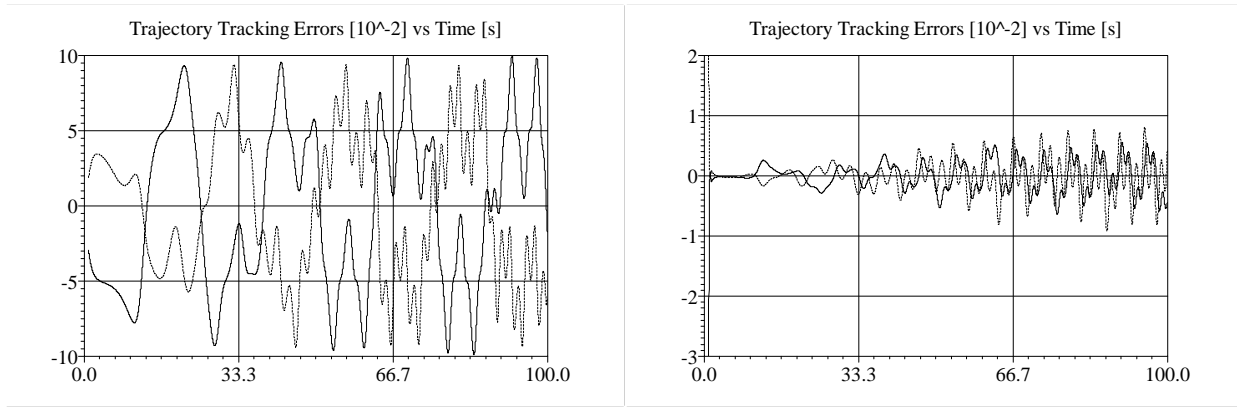
Az általánosított, 2 szabadsági fokú törtrendű van der Pol oszcillátor esete

Az itt bemutatott eredmények [44]-ből származnak. Az általánosításban az állapot két komponensű, $\vec{q} = [q_1, q_2]^T$, mozgásegyenlete az alábbi:

$$mq_1^{(1+\beta)} - \mu(1 - \vec{q}^2)\dot{q}_1 + \omega_0^2 q_1 + \alpha q_1^3 + \lambda q_1^5 = g_1, \quad mq_2^{(1+\beta)} - \mu(1 - \vec{q}^2)\dot{q}_2 + \omega_0^2 q_2 + \alpha q_2^3 + \lambda q_2^5 = g_2.$$

A szimulációkban a pontos modell-adatok $\mu = 0.4$, $\omega_0 = 0.46$, $\alpha = 1$, $\lambda = 0.1$, and $m = 6$ voltak. A rendelkezésre álló modell-adatok ezektől jelentősen eltértek: $\hat{\mu} = 2$, $\hat{\omega}_0 = 6$, $\hat{\alpha} = 2$, $\hat{\lambda} = 0.3$, and $\hat{m} = 8$. A nominális pályát a $q_1^N(t)$ és $q_2^N(t)$ komponensek képezték, ezek egymáshoz képest fázisban el voltak tolvá, és kezdeti fluktuációkat is tartalmaztak, ami a „megelőző történet” valamilyen beállításai voltak. A következő kinematikai pályakövetés volt előírva: $q_i^{(1+\beta)^d}(t) = q_i^{(1+\beta)^N}(t) + K_{C1}(\dot{q}_i^N(t) - \dot{q}_i(t)) + K_{C0}(q_i^N(t) - q_i(t))$, $\beta = 0.4$, $T = 10$, $K_{C1} = 5$ és $K_{C0} = 50$. Az adaptív szabályozó beállításai mindkét tengelyre a következők voltak: $A = 10^{-3}$, $B = 0.8$, and $K = -200$. A szimulációkban egymással ellentétes előjelű külső zavarok adódtak g_1 -hez és g_2 -höz. Az eredményeket a 17. és a 18. ábra mutatja.

Az adaptivitás javító hatása nyilvánvaló.



18. ábra. A nem adaptív (bal oldali) és az adaptív (jobb oldali) szabályozó grafikonjai: a pályakövetési hibák finom részletei

7.2. Vetítés a válaszhiba irányára

A fenti megoldásnak van néhány hátránya: sok paramétert tartalmaz (minden egyes komponenshez hozzá kell rendelni a maga A , B és K adaptív paramétereit), és a különböző irányú válaszhibákra ez a módszer nem lesz egyformán érzékeny. A másik kézenfekvő út a válaszhiba irányvektorára vetítve szétbontani az (27) egyenletben széthulló tagokat:

$$\begin{aligned} \vec{h}_n &:= \vec{r}_n - \vec{r}^d, & \vec{e}_n &= \frac{\vec{r}_n - \vec{r}^d}{\|\vec{r}_n - \vec{r}^d\|_{Fro}}, & \|\vec{h}_n\|_{Fro} &> \varepsilon & \vec{r}_{n+1} &= (1 + \tilde{B})\vec{r}_n + \tilde{B}K\vec{e}_n \\ \vec{r}_{n+1} &= \vec{r}_n & \tilde{B} &:= B \tanh(A\|\vec{h}_n\|_{Fro}), \end{aligned} \quad (30)$$

ahol most Frobenius féle (eukleidészi jellegű) normákkal dolgozunk. Ez utóbbi megoldás igen szép eredményeket adott, ezért tartósan áttértünk annak használatára. Amit ebből a következő részben bemutatunk, egy háromkerekű, omnidirekcionális kerekekkel hajtott robotkocsi modellje.

A vetítéses transzformáció használata robotkocsi mozgásának adaptív szabályozására

A járműmodellek vizsgálatához közelítendő, vizsgálati paradigmaként kidolgoztuk egy omnidirekcionális kerekekkel hajtott háromkerekű robotkocsi dinamikai modelljét. A 19. ábra szerint e kerekek a nagy kerekek tengelyén keresztül számottevő talaj-kocsi kontakt erő kifejtésére képesek, a kis kerekek azonban a saját tengelyük mentén gyakorlatilag ellenállás nélkül elgördülhetnek. [59]-ben tisztáztuk, hogy háromnál több kerék illetve hajtással rendelkező kis kerekek esetén a kívánt mozgás gyorsulásai és a kerekek hajtásai közt nem áll fent egyértelmű kapcsolat (ugyanolyan mozgás megvalósításánál a kerekek dolgozhatnak egymás ellen is), ezért egy Moore-Penrose féle általánosított inverz segítségével optimalizálva tettük a megoldást egyértelművé. Kimutattuk, hogy a kis kerekek koordinált hajtására javasolt megoldás csökkenthetné az egyes kerekek teljesítmény-felvételét. A rendszer dinamikai modelljét szintén itt részleteztük.

Az (30) szerinti transzformációt [58]-ben használtuk e kocsi szabályozására úgy, hogy a bizonytalan dinamikai modellt kiegészítettük a szabályozó által nem ismert, nem modellezett, dinamikailag csatolt részrendszerrel, majd megdöntöttük a pályát és hajtás-modellt is alkalmaztunk. Kimutattuk, hogy amennyiben a nominális pálya maga nem gerjeszti a csatolt részrendszer mozgását, a megfelelő nominális pálya pontos követése miatt az adaptív szabályozó működése megfelelő, míg a nem adaptív, szimpla PID változat a csatolt részrendszer állandó gerjesztését okozza [55].

A jelen példában a 20. ábra a nem adaptív szabályozásra vonatkozik. A nagyon rossz minőségű orientációkövetés nyilvánvaló.

A 21. ábra a 20. ábra adatainak felel meg, de most adaptív mozgásra. Erre érdemes a 22. ábrán látható sebesség-profilokat és a kerekek teljesítményfelvételét is ábrázolni az adaptív esetre (22). Az adaptivitás minőségjavító hatása hatása nyilvánvaló.

Az omnidirekcionális kerék és a robotkocsi szerkezete

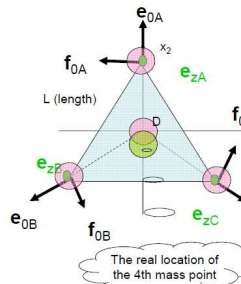


Fig. 1. The rough description of the vehicle model co

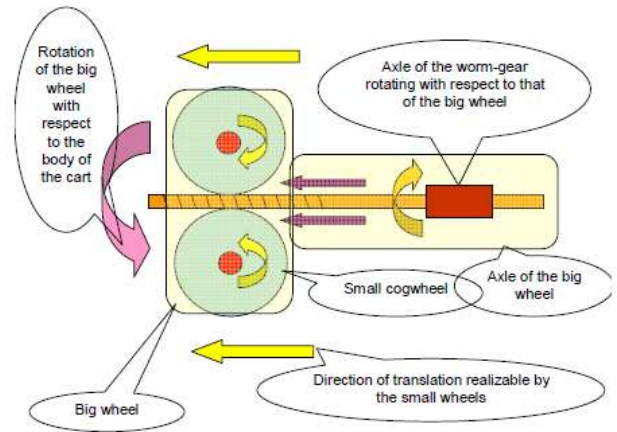
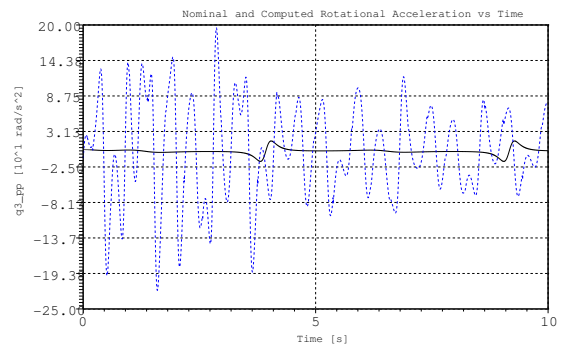
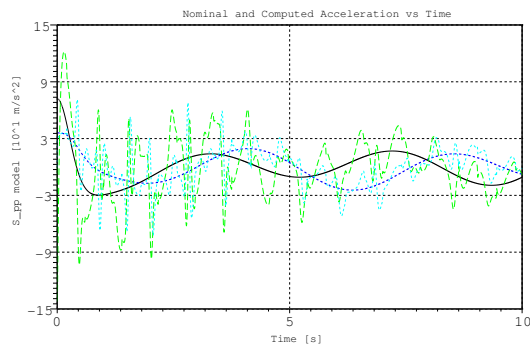
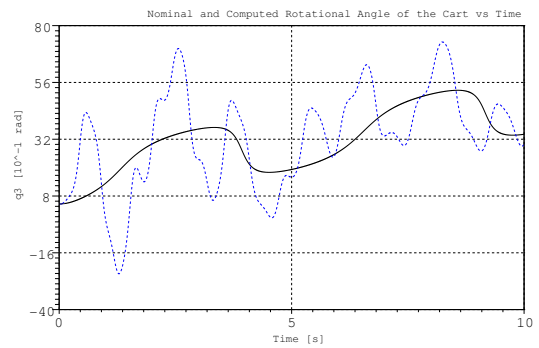
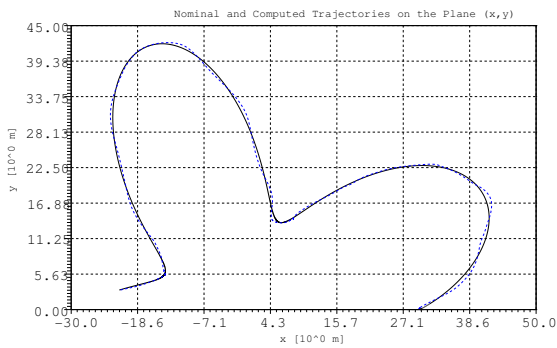
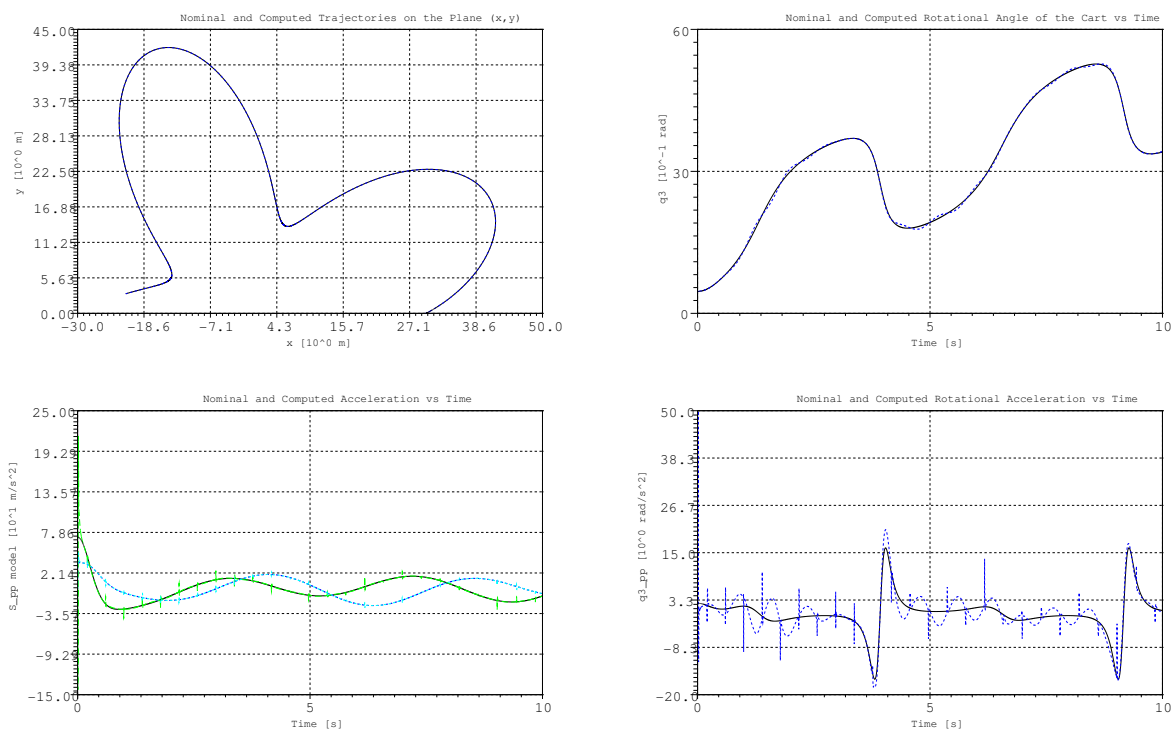


Fig. 2. The outline of the proposed improvement of the driving system

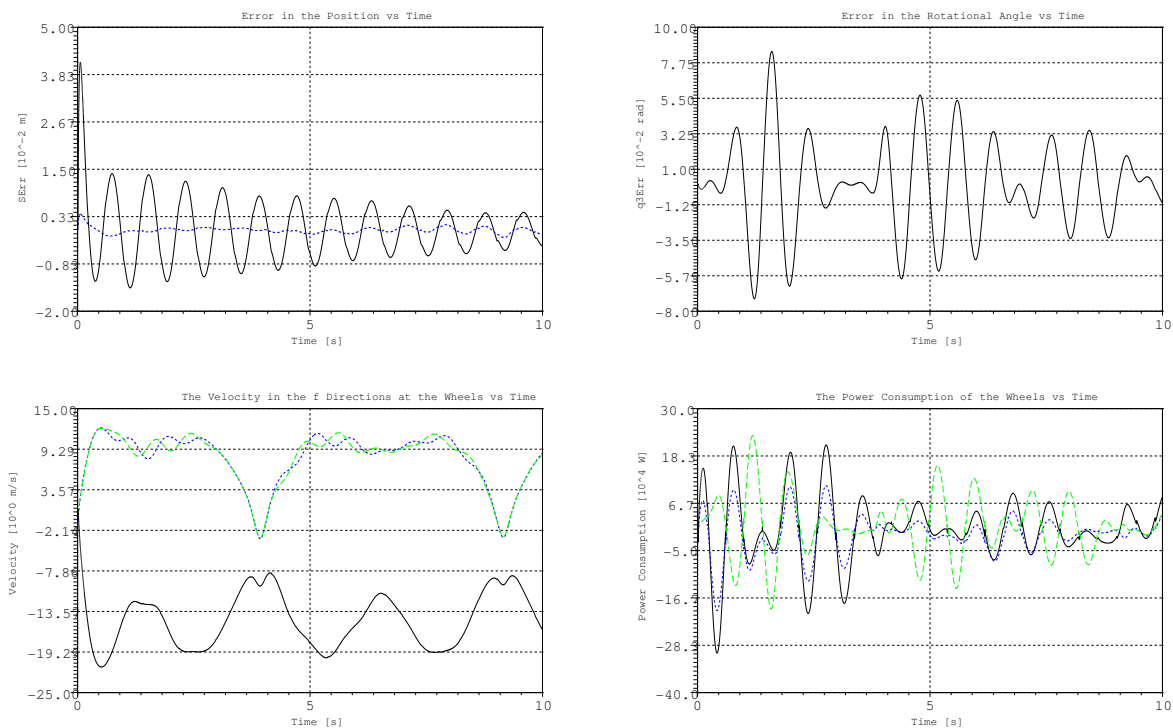
19. ábra. Az omnidirekcionális kerék és a robotkocsi szerkezete, valamint a [59]-ben javasolt koordinált hajtás a kis kerekre



20. ábra. Az omnidirekcionális kerekű robotkocsi pozíció- és orientáció követése (felső sor), és gyorsuláskövetése (alsó sor) *nem adaptív* szabályozásra



21. ábra. Az omnidirekcionális kerekű robotkocsi pozíció- és orientáció követése (felső sor), és gyorsuláskövetése (alsó sor) *adaptív* szabályozásra

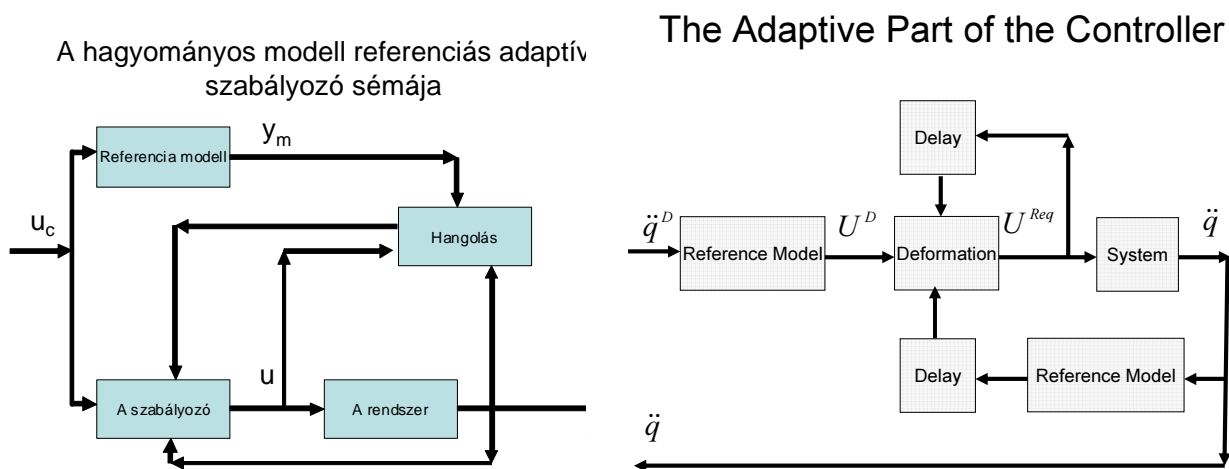


22. ábra. Az omnidirekcionális kerekű robotkocsi pozíció- és orientáció hibája (felső sor), sebesség profilja és a kerekek teljesítmény-felvétele (alsó sor) *adaptív* szabályozásra

8. A LYAPUNOV FÜGGVÉNY TECHNIKA KIVÁLTÁSA FIXPONT TRANSZFORMÁCIÓKKAL A „MODELL REFERENCIÁS ADAPTÍV SZABÁLYOZÓKBAN”

A kutatás folyamán részletekbe menően elemeztük a hagyományos adaptív szabályozási technikákat, melyeket klasszikus mechanikai rendszerekre, leginkább robotokra dolgoztak ki, mint a Slotine–Li szabályozó ([87]) [88], „Adaptív Inverz Dinamika” szabályozó [87], [46], [89], [53]. Összefoglalva megállapítható volt, hogy ezek a) érzékenyek az ismeretlen külső zavarokra, és b) viszonylag sok paraméterrel nehézkesen és lassan hangolhatók. Ezek kiváltására javasoltuk a robusztus fixpont transzformációt lokális vonzási tartománnyal, magasabb egész rendű rendszerekre is, mint pl. vasgolyó mágneses lebegtetése [52] (ez harmadrendű rendszer), valamint lengési problémák kezelésére [51], [61]. Ezek részleteire itt nem térünk ki.

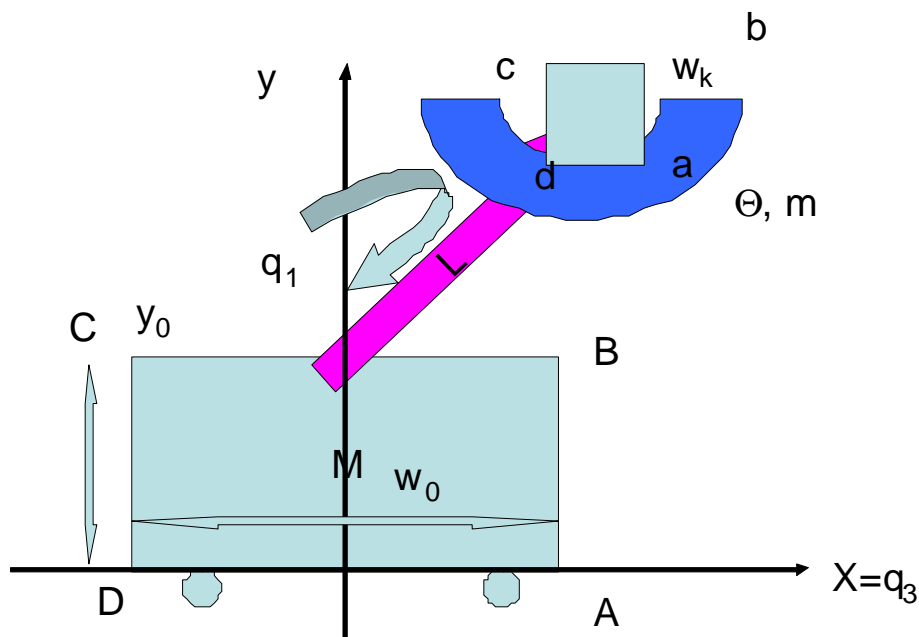
A hagyományos szabályozáselmélet közkedvelt módszere az ún. „Modell Referenciás Adaptív Szabályozó”, amelynek lényege, hogy a szabályozott rendszert belső hurkokkal olyan viselkedésűvé alakítja, mint egy kellemesen kezelhető referencia modell viselkedése, amely azután könnyen szabályozható. A legtöbb irodalom erre a célra Lyapunov függvényeket és valamilyen additív visszacsatolást használ (pl. [91], [92], [94], [93], [95]), ami a módszert általában komplikálttá és nehézkesé teheti. Ennek kiváltására is javasoltuk a robusztus fixpont transzformációkat a 23. ábra szerint.



23. ábra. Az MRAC technika hagyományos additív formája (bal oldal), és az általunk javasolt új forma (jobb oldal)

A sémát először egy nemlineáris SISO rendszeren mutattuk meg (egy elektrosztatikus mikroaktuátor gyors szabályozása kapcsán, ahol a „referencia modell” sem volt lineáris, hanem a névleges paramétere szerinti viselkedést kellett produkálnia a tényleges eltérések ellenére) [62]. A jelen összefoglalóban ezt egy MIMO rendszer példáján mutatjuk meg (24).

Paradigm for Simulation Investigations: Cart + Beam + Hamper System



$$\begin{bmatrix} (mL^2 + \Theta) & \Theta & mL \cos q_1 \\ \Theta & \Theta & 0 \\ mL \cos q_1 & 0 & (m + M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mgL \sin q_1 \\ 0 \\ -mL \sin q_1 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}$$

24. ábra. A kocsi, gerenda, kosár rendszer dinamikai vázlata

A szimulációs eredmények egyértelműen mutatják, hogy a fixpont transzformáció alkalmazásával el lehetett érni a referencia modellhez hasonló viselkedést ebben az esetben is, a jelentős modellhibák és külső zavarok fennállása mellett.

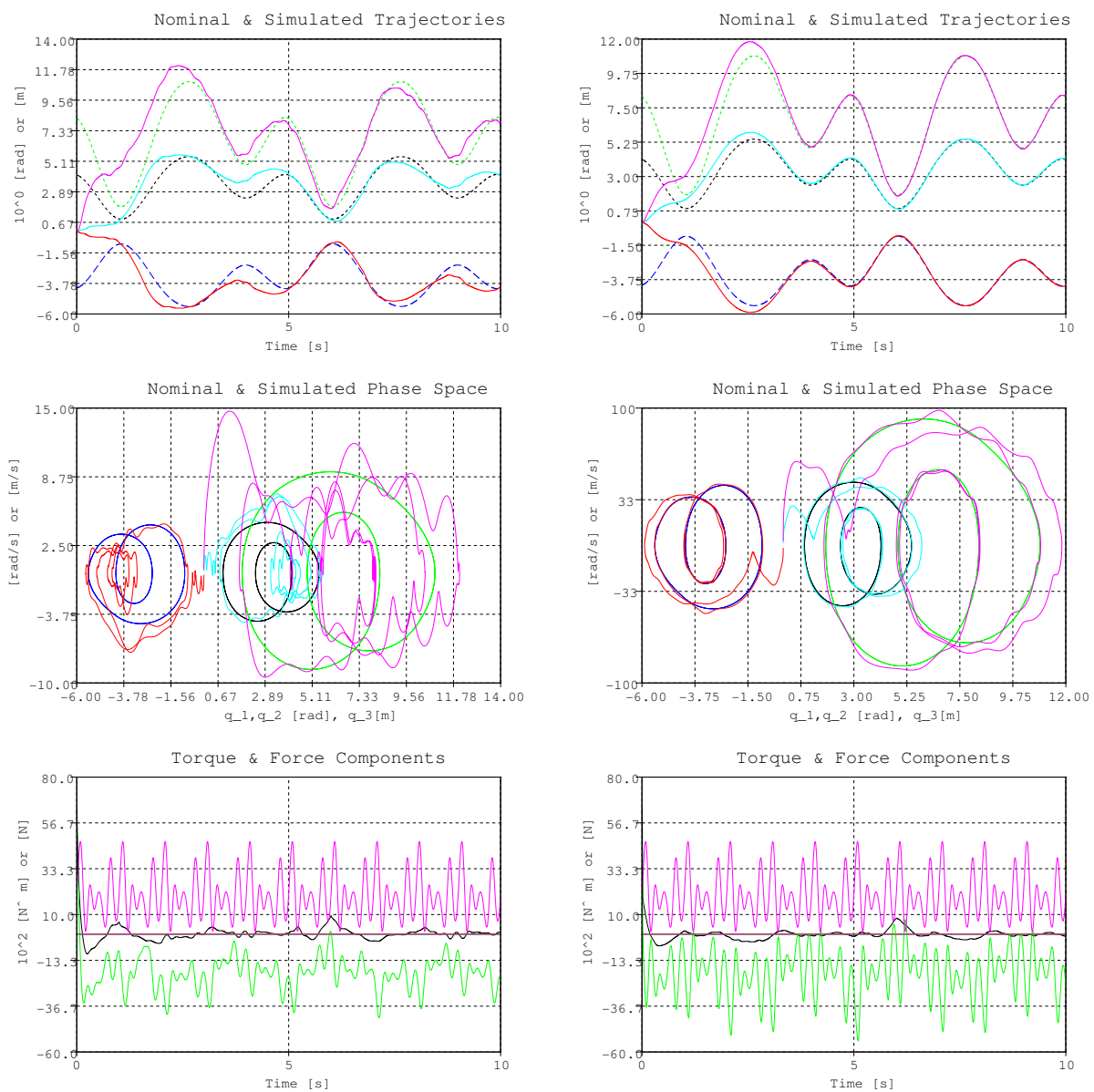
9. ÖSSZEFOGLALÁS, TOVÁBBI KUTATÁSOK

A projekt keretében számos rendszerre dolgoztunk ki sikeres szimulációt különböző egyszerű, gyorsan hangolható fixpont transzformációs módszerek adaptív szabályozásban való alkalmazására. E beszámoló ebből mutatott meg néhány példát. A továbblépés még bonyolultabb jármű rendszerek, forgalmi rendszerek modellezése és szabályozása irányában történhetne, és lehetőség szerint laboratóriumi méréseket is célszerű lenne végezni.

Hivatkozások

A projekt keretében létrejött közlemények

- [1] Imre J. Rudas, József K. Tar, Béla Pátkai: Compensation of Dynamic Friction by a Fractional Order Robust Controller, IEEE International Conference on Computational Cybernetics (ICCC 2006), Tallinn, Estonia, August 20-22, 2006, pp. 15-20, ISBN 1-4244-0071-6, 2006
- [2] Imre J. Rudas, József K. Tar, Kazuhiro Kosuge: Stabilization of the Adaptive Control of a 4th Order System Using Coordinate and Velocity Potentials, 3rd IEEE International Conference on Mechatronics, July 3-5, 2006, Budapest, Hungary (ICM 2006), pp. 513-518, CD issue: ISBN 1-4244-9713-4, 2006



25. ábra. A nem adaptív szabályozás (bal oldal), és az adaptív szabályozás (jobb oldal) eredményei: trajektória követés (első sor), fázistrajektória követés (2. sor), a kifejtett általános erők (3. sor)

- [3] Imre J. Rudas, Jozsef K. Tar, Kazuhiro Kosuge: Fractional Robust Control of a Ball-Beam System, 32nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2006), Conservatoire National des Arts & Metiers Paris - FRANCE - Nov. 7-10, 2006 pp. 5408-5413, 2006
- [4] József K. Tar, Imre J. Rudas: Sophisticated Dynamic Adaptive Control of a Polymerization Process, Proc. of the 7th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence, November 24-25, 2006, Budapest, Hungary, pp. 107-120, ISBN 963-7154-54-X, 2006
- [5] József K. Tar, Imre J. Rudas, János F. Bitó, Kazuhiro Kosuge: Adaptive Control of a Differential Hydraulic Cylinder with Dynamic Friction Model, 4th Serbian-Hungarian Joint Symposium on Intelligent Systems (SISY 2006), September 29-30, 2006, Subotica, Serbia, pp. 361-374, ISBN 963 7154 50 7, 2006
- [6] József K. Tar, Imre J. Rudas, Kazuhiro Kosuge: Dynamic Analysis and Control of a Polymerization Reaction, Proc. 10th International Conference on Intelligent Engineering Systems 2006, London Metropolitan University, UK, June 26-28, 2006, pp. 123-128, CD, ISBN 1-4244-9709-6, 2006
- [7] József K. Tar, Imre J. Rudas, Kazuhiro Kosuge: Improved Adaptive Dynamic Control of a Polymerization Process, World Automation Congress 2006 (WAC 2006), July 24-27, 2006, Budapest Hilton, Budapest, Hungary, CD issue, file: isiac_134, ISBN 1-889335-26-6, 2006
- [8] József K. Tar, Imre J. Rudas, Stefan Preitl, Radu-Emil Precup: Robust, Potential Limited Control for an Indirectly Driven Saturated System, Transactions on AUTOMATIC CONTROL and COMPUTER SCIENCE, Vol. 51 (65), No. 1, March 2006, pp. 25-30, ISSN 1224-600X, 2006
- [9] József K. Tar, János F. Bitó, Imre J. Rudas, Stefan Preitl, Radu-Emil Precup: The Effect of the Static Striebeck Friction in the Robust VS/Sliding Mode Control of a Ball-Beam System, Proc. of the 15th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region, June 15-17, 2006, Balatonfüred, Hungary, CD issue, File:Tar.pdf, pp. 1-6, ISBN 963 7154, 2006
- [10] József K. Tar, János F. Bitó, Stefan Preitl, Radu-Emil Precup: Robust, Potential Limited Control for Systems of Unmodeled Internal Degrees of Freedom, Proc. 3rd Romanian-Hungarian Joint Symposium on Applied Computational Intelligence, May 25-26, 2006, (SACI 2006), Timișoara, Romania, pp. 278-285, 2006
- [11] J.K. Tar: Decentralized Control of Platoons Based on a Novel Adaptive Control of Lucid Geometric Interpretation, 9th WSEAS Intl. Conf. on Mathematical and Computational Methods in Science and Engineering (MACMESE'07), Trinidad and Tobago Islands, November 5-7 2007, pp. 185-190, 2007
- [12] J.K. Tar, K. Lőrincz, L. Nádai, R. Kovács: Investigation of Various Tracking Rules in Platoons of Unmodeled Loads and Saturated Drives, Proc. of the 2nd IEEE International Workshop on Soft Computing Applications, 21-23 August, 2007 Gyula - Hungary, Oradea - Romania (SOFA 2007), pp. 205-210, 2007
- [13] János Fodor: How to Aggregate Information in Intelligent Systems?, Proc. of the 5th IEEE International Conference on Computational Cybernetics, October 19-21, 2007, Gammarth, Tunis, ISBN 1-4244-1146-7, pp. 35-38, 2007
- [14] János Fodor: Aggregation of Ordinal Information in Decision Making, Proc. of the 5th IEEE International Conference on Computational Cybernetics, October 19-21, 2007, Gammarth, Tunis, ISBN 1-4244-1146-7, pp. 233-236, 2007
- [15] József K. Tar: Fixed Point Transformations as Simple Geometric Alternatives in Adaptive Control, Proc. of the 5th IEEE International Conference on Computational Cybernetics, October 19-21, 2007, Gammarth, Tunis, ISBN 1-4244-1146-7, pp. 19-34, 2007
- [16] József K. Tar, Imre J. Rudas: Geometric Approach to Nonlinear Adaptive Control, Tutorial, in the Proc. of the 4th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI 2007), May 17-18, 2007, Timișoara, Romania, pp. 9-23, 2007
- [17] József K. Tar, Imre J. Rudas and Krzysztof R. Kozłowski: Fixed Point Transformations-Based Approach in Adaptive Control of Smooth Systems, Lecture Notes in Control and Information Sciences 360 (Eds.: M. Thoma and M. Morari), Robot Motion and Control 2007 (Ed.: Krzysztof R. Kozłowski), pp. 157-166, Springer, 2007
- [18] József K. Tar, Imre J. Rudas, Béla Pátkai: Comparison of Fractional Robust and Fixed Point Transformations Based Adaptive Compensation of Dynamic Friction, Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics Vol.11, No.9, pp. 1062-1071, 2007
- [19] József K. Tar, Imre J. Rudas, Stefan Preitl, Radu-Emil Precup: Adaptive Control of the TORA System based on a Simple Causal Filter, Proc. of 16th Int. Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region - RAAD 2007, Ljubljana, June 7-9, 2007, pp. 363-370, 2007
- [20] József K. Tar, János F. Bitó: Robustness Analysis of a Novel Adaptive Control based on Geometric Approach, Proc. of the 4th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI 2007), May 17-18, 2007, Timișoara, Romania, pp. 99-104, ISBN 1-4244-1, 2007

- [21] József K. Tar, József Gáti, Zoltán Puklus: SVD-Based Multiple Dimensional Generalization of an Adaptive Control of Geometric Interpretation, Proc. of the 5th IEEE International Conference on Computational Cybernetics, October 19-21, 2007, Gammarth, Tunis, ISBN 1-4244-1146-7, pp. 81-86, 2007
- [22] József K. Tar, Katalin Lőrinc, Krishnan Agbemasu, László Nádai, Roland Kovács: Investigation of the Behavior of Adaptively Controlled Platoons with Unmodeled Loads, Proc. of the International Symposium on Logistics and Industrial Informatics (LINDI 2007), 13-15 September, 2007, Wildau, Germany, ISBN: 1-4244-1441-5, pp. 137-142, 2007
- [23] József K. Tar, Katalin Lőrinc, Krishnan Agbemasu, László Nádai, Roland Kovács: Adaptive Control of a Semi-Automatic Convoy of Unmodeled Internal Degrees of Freedom, Proc. of the 5th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics (SISY 2007), August 24-25, 2007, Subotica, Serbia, ISBN: 1-4244-1443-1, pp. 129-134, 2007
- [24] József K. Tar, Katalin Lőrincz, Roland Kovács: Adaptive Control of an Automatic Convoy of Vehicles, Proc of the 11th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems 2007, June 29-July 2, 2007, Budapest, Hungary, pp. 21-26, 2007
- [25] László Horváth: Description of Structure of Dependencies in Product Model, Proc. of the 9th WSEAS Intl. Conf. on Mathematical and Computational Methods in Science and Engineering", Trinidad and Tobago Islands, November 5-7 2007, pp. 191-196, 2007
- [26] László Horváth, Imre J. Rudas: Methods for Enhanced Level of Automation in Intelligent Product Modeling, Proc. of the 5th IEEE International Conference on Computational Cybernetics, October 19-21, 2007, Gammarth, Tunis, ISBN 1-4244-1146-7, pp. 147-152, 2007
- [27] László Horváth, Imre J. Rudas and Karel Jezernik: Towards Content Oriented Integration of Product and Robot System Models, Proc. of the International Symposium on Logistics and Industrial Informatics (LINDI 2007), 13-15 September, 2007, Wildau, Germany, ISBN: 1-4244-1441-5, pp. 7-12, 2007
- [28] Tar József, Lőrincz Katalin, Nádai László, Kovács Roland: Ismeretlen terhelésű szakaszok adaptív szabályozása, Proc. of the Conference „Innováció és fenntartható felszíni közlekedés” 2007. szeptember 4-5-6 Budapest, Hungary, 2007
- [29] D. Ruiz-Aguilera, J. Torrens, B. De Baets and J. Fodor: On idempotent discrete uninorms, Proc. of the 12th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, Malaga, Spain, 2008, pp.1296-1302., 2008
- [30] J.K. Tar: Geometriai módszerek és fixpont transzformációk az adaptív szabályozásban, előadás a Galamb József Szakkollégium oktatói napján, Budapest, BMF, 2008. november 7., 2008
- [31] J.K. Tar, I.J. Rudas: Analysis of the Fixed Point Transformation Based Adaptive Robot Control, Proc. of the 12th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems 2008 (INES 2008), February 25-29 2008, Miami, Florida, pp. 24–30., 2008
- [32] J.K. Tar, I.J. Rudas, Gy. Hermann, J.F. Bitó: Analysis of an SVD-Based Adaptive Controller Using the Double Pendulum + Cart System as a Paradigm, Proc. of the 8th WSEAS Intl. Conf. on Applied Informatics and Communications, New Aspects of Applied Informatics and Communications, Rhodes, Greece, pp. 164-169, 2008
- [33] J.K. Tar, I.J. Rudas, Gy. Hermann, J.F. Bitó, J.A. Tenreiro Machado: On the Robustness of the Slotine-Li and the FPT/SVD-based Adaptive Controllers, WSEAS Transactions on Systems and Control, Issue 9, Volume 3, September 2008, pp. 686 700, 2008
- [34] J.K. Tar, I.J. Rudas, J.F. Bitó, J.A. Tenreiro Machado, and K.R. Kozłowski: Improvement of a Fixed Point Transformations and SVD-based Adaptive Controller, Proc. of the 9th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence and Informatics (CINTI 2008), Budapest, November 6-8, 2008., pp. 77–89, 2008
- [35] József K. Tar, Imre J. Rudas, János F. Bitó: Constraints' Resolution by Optimal Trajectory Planning for Anholonom Devices, Proceedings of the 34th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2008), 10-13 November 2008, Orlando, FL, U.S.A., pp. 1597–1601
- [36] J.K. Tar, I.J. Rudas, J.F. Bitó, S. Preitl and R-E. Precup: Dynamic Friction Compensation in the Slotine–Li and in an SVD–Based Adaptive Control, 17th International Workshop on Robotics in Alpe–Adria–Danube Region (RAAD 2008), September 15-17, 2008, Ancona, Italy, paper #5 in a CD issue, 2008
- [37] J.K. Tar, I.J. Rudas, L. Nádai, R. Kovács: Model-based Optimal Control for Resolving Loose and Strict Constraints in Anholonom Devices, 15th World Congress on Intelligent Transport Systems – ITS America's 2008 Annual Meeting, Nov. 16-20, 2008, New York, USA, paper SC15-20291.pdf, 2008
- [38] J.K. Tar, J.F. Bitó, A.L. Bencsik, T. Bán: Preliminary Design of a Fractional Order Controller for an Active Car Body Suspension System, Proc. of the 6th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMI 2008), January 21-22, 2008, Herl'any, Slovakia, pp. 297-302, 2008

- [39] J.K. Tar, J.F. Bitó, I.J. Rudas, L. Nádai: Anholonom járművek fixpont transzformáció alapú optimális adaptív szabályozása, Proceedings of the conference "Innováció és fenntartható felszíni közlekedés (IFFK-2008)", Budapest, Budapesti Műszaki Főiskola, 2008. szeptember 3-5., 2008
- [40] J.K. Tar, J.F. Bitó, I.J. Rudas, K.R. Kozłowski, J.A. Tenreiro Machado: Possible Adaptive Control by Tangent Hyperbolic Fixed Point Transformations Used for Controlling the Phi6-Type Van der Pol Oscillator, 6th IEEE International Conference on Computational Cybernetics (ICCC 2008), November 27-29, 2008, Hotel Academia, Stará Lesná, Slovakia, pp. 15-20, IEEE Xplore, 2008
- [41] J.K. Tar, J.F. Bitó, L. Nádai, J.A. Tenreiro Machado: Preliminary Sketch of Possible Fixed Point Transformations for Use in Adaptive Control, Proc of the 6th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, Subotica, Serbia, 2008, pp 1-6, IEEE Xplore, 2008
- [42] J.K. Tar, L. Nádai, S. Preitl, Radu-Emil Precup: Gradient Descent- and PSO-based Optimal Trajectory Planning for Nonholonomic Devices, Proc. of the The 8th International Conference on Technical Informatics, 5-6 June 2008 (CONTI'2008), Timișoara, Romania, Vol. 3, pp. 15-20, 2008
- [43] József K. Tar, Imre J. Rudas: Fixed Point Transformations Based Iterative Control of a Polymerization Reaction, in Intelligent Engineering Systems and Computational Cybernetics (Eds. J.A. Tenreiro Machado, Imre J. Rudas, Béla Pátkai), Springer Science+Business Media B.V., 2008, pp. 279-289 [ISBN 978-1-4020-8677-9]
- [44] J.K. Tar, I.J. Rudas, J.F. Bitó, J.A. Tenreiro Machado, K. Kozłowski: Adaptive Controller for Systems of Fractional Dynamics Based on Robust Fixed Point Transformations, Proc. of the 7th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMI 2009), Herlany, Slovakia, 2009, pp. 117-123, 2009
- [45] J.K. Tar, I.J. Rudas, J.F. Bitó, J.A. Tenreiro Machado, K. Kozłowski: Adaptive VS/SM Controller based on Robust Fixed Point Transformations, Proc. of the 13th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems 2009 (INES 2009), Barbados, April 16-18, 2009, pp. 51-55 ISBN: 978-1-4244-4113-6, 2009
- [46] J.K. Tar, J.F. Bitó, I.J. Rudas, S. Preitl, and R.-E. Precup: An SVD Based Modification of the Adaptive Inverse Dynamics Controller, Proceedings of 5th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics, Timișoara, Romania, 2009, pp. 193-198, ISBN 978-1-4244-4478-6, 2009
- [47] József K. Tar and János F. Bitó: Adaptive Control Using Fixed Point Transformations for Nonlinear Integer and Fractional Order Dynamic Systems, Studies in Computational Intelligence 241 - Aspects of Soft Computing, Intelligent Robotics and Control", Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009 pp. 253-267, 2009
- [48] József K. Tar, Csaba Ráti, Imre J. Rudas, János F. Bitó, José A. Tenreiro Machado: Evasion of Instabilities Caused by Neglected Subsystems and Saturations in the Control of a Cart of Asynchronous Electric Drives, Proc. of the 7th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, September 25-26, 2009, Subotica, Serbia, pp. 389-394, ISBN: 978-1-4244-5349-8, 2009
- [49] József K. Tar, Imre J. Rudas: Adaptive Optimal Dynamic Control for Nonholonomic Systems, COMPUTING AND INFORMATICS (ISSN: 1335-9150) 28: pp. 339-351. (2009), 2009
- [50] József K. Tar, Imre J. Rudas, János F. Bitó, José A. Tenreiro Machado, and Krzysztof R. Kozłowski: Decoupled Fixed Point Transformation Based Adaptive Control of the Generalized 2 DOF F6-Type Van der Pol Oscillator, Proc. of the ECC'09 European Control Conference, 23-26 August 2009, Budapest, Hungary, ISBN 978-963-311-369-1, pp. 579-584, 2009
- [51] József K. Tar, Imre J. Rudas, János F. Bitó, José A. Tenreiro Machado, Krzysztof R. Kozłowski: A Higher Order Adaptive Approach to Tackle the Swinging Problem, Proc of the 10th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence and Informatics (CINTI 2009), Budapest, November 12-14, 2009, pp. 145-153, 2009
- [52] József K. Tar, Imre J. Rudas, János F. Bitó, Stefan Preitl, and Radu E. Precup: Adaptive Control of a 3rd Order Electromechanical System Using Robust Sigmoidal Fixed Point Transformation, Proceedings of the RAAD 2009 18th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region, May 25-27, 2009, Brasov, Romania, CD issue, file: 87.pdf, 2009
- [53] József K. Tar, Imre J. Rudas, József Gáti: Improvements of the Adaptive Slotine & Li Controller - Comparative Analysis with Solutions Using Local Robust Fixed Point Transformations, invited lecture and paper 14th WSEAS International Conference on APPLIED MATHEMATICS (MATH'09), Puerto De La Cruz, Spain, December 14-16, 2009, pp. 305-311, 2009
- [54] József K. Tar, Imre J. Rudas, László Nádai, Krzysztof R. Kozłowski, José A. Tenreiro Machado: Fixed Point Transformations in the Adaptive Control of Fractional Order MIMO Systems, Lecture Notes in Control and Information Sciences 396 - Robot Motion and Control 2009 Chapter 10, pp. 103-112 ISBN 978-1-84882-984-8, 2009
- [55] József K. Tar, János F. Bitó, Csaba Ráti: Avoiding the saturation and resonance effects via simple adaptive control of an electrically driven vehicle using omnidirectional wheels, Acta Technica Jaurinensis Vol. 2 No. 2, 2009, pp. 217-231, ISSN 1789-6932, 2009

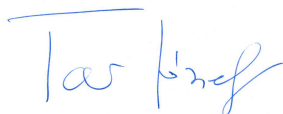
- [56] József K. Tar, János F. Bitó, Krzysztof R. Kozłowski, José A. Tenreiro Machado: Application of Robust Fixed Point Transformations for Technological Operation of Robots, *Lecture Notes in Control and Information Sciences* 396 - Robot Motion and Control 2009 Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Chapter 9, pp. 93-101 ISBN 978-1-84882-984-8, 2009
- [57] József K. Tar, János F. Bitó, László Náday, José A. Tenreiro Machado: Robust Fixed Point Transformations in Adaptive Control Using Local Basin of Attraction, *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 6 Issue No. 1 2009, pp. 21-37, ISSN:1785-8860, 2009
- [58] J.K. Tar, I.J. Rudas, I. Nagy, K.R. Kozłowski, J.A. Tenreiro Machado: Simple Adaptive Dynamical Control of Vehicles Driven by Omnidirectional Wheels, *Proc. of the 7th IEEE International Conference on Computational Cybernetics (ICCC 2009)*, Palma de Mallorca, Spain, November 26-29, 2009, pp. 91-95, 2009
- [59] József K. Tar, János F. Bitó, István Gergely, László Náday: „Possible Improvement of the Operation of Vehicles Driven by Omnidirectional Wheels”, in *Proc. of the 4th International Symposium on Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 21-25 October 2009 Egypt (ISCIII 2009), pp. 63–68, IEEE Catalog Number: CFP0936C-CDR, ISBN:978-1-4244-5382-5, Library of Congress: 2009909581
- [60] József K. Tar: Robust Fixed Point Transformations Based Adaptive Control of an Electrostatic Microactuator, *Acta Electrotechnica et Informatica*, Vol. 10, No. 1, 2010 (under press), 2010
- [61] József K. Tar, Imre J. Rudas, János F. Bitó, José A. Tenreiro Machado, Krzysztof R. Kozłowski: Adaptive Tackling of the Swinging Problem for a 2 DOF Crane - Payload System, under publication at Springer as a book excerpt, 2010
- [62] József K. Tar, János F. Bitó, Imre J. Rudas: Replacement of Lyapunov’s Direct Method in Model Reference Adaptive Control with Robust Fixed Point Transformations, Submitted for publication at 14th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems 2010, Las Palmas of Gran Canaria, Spain May 5-7, 2010, 2010

Egyéb szakirodalmi referenciák

- [63] Riewe F., *Phys. Rev.*, E 53, 1890 (1996)
- [64] Riewe F., *Phys. Rev.*, E 55 3581 (1997)
- [65] Agrawal O.P., *J. Math. Anal. Appl.*, 272 368 (2002)
- [66] Agrawal O.P., *J. Phys. A*, 39 10375 (2006)
- [67] Baleanu D., Avkar T., *Nuovo Cimento*, 119 73 (2004)
- [68] Baleanu D., Muslih S.I., *Czech. J. Phys.*, 55 633 (2005)
- [69] Baleanu D., *Signal Processing*, 86 2632 (2006)
- [70] Cresson J., *J. Math. Phys.*, 48 033504 (2007)
- [71] Małgorzata Klimek: Lagrangian fractional mechanics - a noncommutative approach, *Czechoslovak Journal of Physics*, Vol. 55 (2005), No. 11, pp. 1447–1453 (2005)
- [72] Francesco Mainardi, Yuri Luchko, and Gianni Pagnini: The fundamental solution of the space-time fractional diffusion equation, *Fractional Calculus and Applied Analysis*, Vol. 4 No 2 (2001) 153-192.
- [73] Michele Caputo: Linear Models of Dissipation whose Q is almost Frequency Independent-II, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, Volume 13 Issue 5, pp. 529–539 (1967)
- [74] H. Padé: Mémoire sur les développements en fractions continues de la fonction exponentielle pouvant servir d’introduction à la théorie des fractions continues algébriques, *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.* (3) 16 (1899), pp. 395–426.
- [75] Walter Van Assche: Padé and Hermite-Padé Approximation and Orthogonality, *Surveys in Approximation Theory*, Volume 2, 2006. pp. 61–91.
- [76] J.A. Tenreiro Machado, Alexandra M. Galhano, Anabela M. Oliveira, & József K. Tar: „Optimal approximation of fractional derivatives through discrete-time fractions using genetic algorithms”, (Short communication), *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* 15 (2010) pp. 482–490 (2010)
- [77] T. Roska: Development of Kilo Real-time Frame Rate TeraOPS Computational Capacity Topographic Microprocessors, Plenary Lecture at 10th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2001), Budapest, Hungary, August 22–25, 2001.
- [78] F. J. Doyle, B. K. Ogunnaiké, and R. K. Pearson: Nonlinear Model-based Control using Second-order Volterra Models, *Automatica*, Vol. 31, p. 697, 1995.
- [79] J. Madár: Application of a priori Knowledge in Chemical Process Engineering, PhD Thesis, University of Veszprém, Hungary, 2005.

- [80] József K. Tar, Imre J. Rudas, Kazuhiro Kosuge: „Adaptive Control of a Polymerization Process”, Proc. of the 4th Slovakian-Hungarian Joint Symposium on Applied Machine Intelligence (SAMI 2006), Herl’any, Slovakia, January 20-21, 2006, pp. 414–425, ISBN: 963 7154 44 2.
- [81] S.V. Emelyanos, S.K. KOROVIN & L.V. Levantovsky: Higher order sliding regimes in the binary control systems, Soviet Physics, Doklady, Vol. 31, 1986, 291–293.
- [82] V.I. Utkin: Sliding Modes in Optimization and Control Problems, 1992, Springer Verlag New York.
- [83] A. Levant: Arbitrary-order sliding modes with finite time convergence, Proc. of the 6th IEEE Mediterranean Conference on Control and Systems, June 9-11, 1998, Alghero, Sardinia, Italy.
- [84] Petros A. Ioannou & Jing Sun: Robust Adaptive Control, Prentice Hall, Upper Slade River, NJ, 1996.
- [85] Balth. van der Pol Jun.: VII. Forced oscillations in a circuit with non-linear resistance. (Reception with reactive triode), Philosophical Magazine Series 7, Volume 3, Issue 13 January 1927 , pp. 65–80
- [86] F.M. Moukam, Kakmeni, S. Bowong, C. Tchawoua , E. Kaptouom: „Chaos control and synchronization of a ϕ^6 -Van der Pol oscillator”, Physics Letters A , 322, pp. 305—323, 2004
- [87] Jean–Jacques E. Slotine, W. Li: Applied Nonlinear Control, Prentice Hall International, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [88] TAR, J.K., RUDAS, I.j., HERMANN, GY., BITÓ, J.F. & TENREIRO MACHAO, J.A.: On the robustness of the Slotine-Li and the FPT/SVD-based adaptive controllers, WSEAS Transactions on Systems and Control, Vol. 3, No. 9, 2008, 686–700
- [89] J.K. Tar, J.F. Bitó, I.J. Rudas, S. Preitl, & R.-E. Precup: An SVD Based Modification of the Adaptive Inverse Dynamics Controller, Proc. of 5th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics, Timișoara, Romania, 2009, pp. 193–198
- [90] J.K. Tar, J.F. Bitó, I.J. Rudas, K.R. Kozłowski & J.A. Tenreiro Machado: Possible adaptive control by tangent hyperbolic fixed point transformations used for controlling the Φ^6 -type Van der Pol oscillator, Proc. of the 6th IEEE International Conference on Computational Cybernetics (ICCC 2008), November 27–29, 2008, Stará Lesná, Slovakia, pp. 15–20.
- [91] C.J. Khoh & K.K. Tan: Adaptive robust control for servo manipulators, Neural Comput & Applic (2003) 12: pp. 178–184,
- [92] Kamal Hosseini-Suny, Hamid Momeni, Farrokh Janabi-Sharifi: Model Reference Adaptive Control Design for a Teleoperation System with Output Prediction, J Intell Robot Syst, Springer Science+Business Media B.V., 10 February, 2010
- [93] Samir Ladaci & Abdelfatah Charef: On Fractional Adaptive Control, Nonlinear Dynamics (2006) 43: 365—378
- [94] R. Kamnik, D. Matko & T. Bajd: Application of Model Reference Adaptive Control to Industrial Robot Impedance Control, Journal of Intelligent and Robotic Systems 22: p. 153–163, 1998.
- [95] XIAO Bin, YANG Tie-Jun, & LIU Zhi-Gang: A nonlinear model reference adaptive inverse control algorithm with pre-compensator, Journal of Marine Science and Application, Vol. 4, No. 4, pp. 34–42, December 2005

Budapest, 2010. február 28.



Tar József
témavezető