

# Édesvíztároló rétegek agyagtartalmának meghatározása fúrólúkszelvények faktoranalízise alapján

SZABÓ NORBERT PÉTER<sup>1,\*</sup>, KORMOS KATALIN<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Miskolci Egyetem, Geofizikai Intézeti Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros

<sup>2</sup>MTA-ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport, 3515 Miskolc-Egyetemváros

\*E-mail: norbert.szabo.phd@gmail.com

Az agyagtartalom meghatározása kiemelt jelentőséggel bír a mélyfúrás geofizikai adatok kiértékelése szempontjából. A hagyományosan ebből a célból alkalmazott természetes  $\gamma$ -indexszel kifejezett lineáris modell gyakran csak durva közelítést ad, mely különösen igaz a sekély fúrások esetében. Az irodalomban számos nemlineáris modellt vezettek be, mellyel a valóságnak jobban megfelelő eredményeket kapunk. Jelen tanulmányban egy új nemlineáris, statisztikai elven alapuló modellt javasolunk az agyag százalékos részarányának meghatározására. A mélyfúrás geofizikai adatrendszer faktor analízisének eredménye az ún. faktorszelvénnyel, mely erős korrelációs kapcsolatot mutat az agyagos homok(kő)-formációk agyagtartalmával. Egy korábbi kutatás mélyfúrásokban olyan exponenciális kapcsolatot tárt fel egy faktoranalízissel nyert új változó (első faktor) és az agyagtartalom között, mely jó közelítéssel a mérési területtől független. A modellt sekély mélységű fúrások adatain is hasonló eredménnyel alkalmazhatjuk, melyet ezúttal két kelet-magyarországi példán mutatunk be. A kapott eredmények alapján egy közös (mindkét területre kiterjedő) regressziós modellt javasolunk. A statisztikai eljárással becsült agyagtartalom-értékek szoros egyezést mutatnak a gyakran alkalmazott Larionov-formula alapján számított értékekkel, ami megerősíti a nemlineáris közelítés érvényességét. Mindazonáltal, míg a Larionov-formula csak egyfajta szelvényt használ fel bemenő mennyiségként, az új statisztikai módszer egyidejűleg dolgozza fel mindazt a szelvényt, mely valamilyen mértékben érzékeny az agyag jelenlétére, és ezzel megbízható közetfizikai információt szolgáltat a mélyfúrás geofizikai adatok értelmezése számára.

## Szabó, N. P., Kormos, K.: Shale content of freshwater formations estimated by factor analysis of borehole logs

The calculation of shale volume is of great importance in the interpretation of well logs. The conventionally used linear model connecting natural  $g$ -ray index to shale content often gives a rough estimate especially in shallow boreholes. Different non-linear formulae have been introduced to get more realistic results. In the paper, a new non-linear statistical model is suggested to estimate the percentage of shale in the rock. The result of factor analysis of well-logging data is the factor log that highly correlates with the shale content of shaly-sand(stone) formations. An earlier study of deep wells revealed an exponential relationship between a new variable (i.e. the first factor) extracted by factor analysis and shale volume, which proved to be nearly independent of the measurement area. The model applied to shallow borehole data indicates a similar result which is shown here by two East-Hungarian examples. As a result, a local regression model is suggested which seems to be applicable to both measurement areas. It is shown that the shale volume log estimated by the statistical procedure is in sufficiently close agreement with that derived from the well-known Larionov's formula which confirms the validity of the non-linear approximation. However, whereas the formula of Larionov uses only one well log as an input to extract the shale volume, the new statistical method processes all those types of logs simultaneously, which to some extent are sensitive to the presence of shale content, thus providing highly reliable petrophysical information to the interpretation of well logs.

*Beérkezett:* 2012. hónap xx.; *elfogadva:* 2012. hónap yy.

## Bevezetés

Az agyag finomszemcsés üledék, mely agyagásványok és iszap közel egyenlő arányú keverékéből áll. Három különböző formában jelenhet meg a természetben: a pórusteret

kitöltő diszperz agyagrészecskék formájában vagy szerkezeti agyagként, amely beépül a kőzetmátrixba, továbbá vékony lemezszerű vízzáró réteget képezhet a porózus-permeábilis rétegek között. Az üledékes kőzetek fizikai tulajdonságai általában az agyag mennyiségével együtt változnak.

A tapasztalatok azt mutatják, hogy a szeizmikus sebesség közel lineárisan változik az agyagtartalommal (Han et al. 1986, Klimentos 1991). Az effektív porozitás a növekvő diszperz agyagtartalom miatt csökken, így annak pontosabb számítása megköveteli a karotázs szelvényadatok agyaghatásra történő korrekcióját (Thomas, Stieber 1975). A víztelítettség meghatározása céljából megfigyelt fajlagos ellenállás értéke az agyagban minimális, mivel az agyagásványok szemcseméretüknél fogva igen nagy felületi vezetőképességgel rendelkeznek. Emiatt általában olyan víztelítettség-modelleket alkalmazunk, melyek azt feltételezik, hogy a szabad víz és a diszperz agyagszemcsék elektrolitok elegyként vezetnek az elektromos áramot (De Witte 1955). Mivel a közszemcsék méretváltozása nagy hatással van a rétegek áteresztőképességére, ezért a permeabilitást erősen befolyásolja az agyag mennyisége. Terepi és laboratóriumi mérések tapasztalati kapcsolatot feltételeznek a permeabilitás és az agyagtartalom között (Revil, Cathles 1999, Slater, Lesmes 2002).

A felszín közeli szerkezetek közetfizikai paramétereinek meghatározása céljából alkalmazott fúrás geofizikai módszerek átfogó összefoglalóját Tselentis (1985) adta meg. Az agyagtartalmat mint az egyik kulcsparamétert determinisztikus, inverz vagy statisztikai modellezéssel számíthatjuk. A leggyakrabban használt megközelítés a determinisztikus eljárás, mely a karotázs szelvények egyedi elemzésén alapul. Ekkor az agyag jelenlétére legérzékenyebb méréseket, a természetes potenciált vagy természetes  $\gamma$ -intenzitást, egymástól független egyenletekbe helyesítve az agyagtartalmat külön eljárásban határozzuk meg (Asquith, Krygowski 2004). Ennél a módszernél általában megbízhatóbb eredményt ad, ha egyszerre több szelvényt is figyelembe veszünk, pl. a porozitásslvények kombinációját (Poupon, Gaymard 1970). A hazai gyakorlatban a tároló értékelési területén jelentős eredményeket értek el Szilágyi (1974), Baráth et al. (1976), Ferenczy és Kiss (1993). Felszín közeli rétegsorok agyagtartalmának mélyfúrás geofizikai adatokból történő meghatározására számos determinisztikus megoldáson alapuló esettanulmányt közöl az irodalom (Paillet 1995, Fisher et al. 1998, Cripps, McCann 2000, Kvapil, Mares 2003, Doveton, Merriam 2004, Hsieh et al. 2007, Adeoti et al. 2009).

A közetfizikai jellemzők becslésére alkalmas inverziós módszerek a szelvények együttes felhasználásán alapulnak, melynek keretében a geofizikai adatokat egyetlen kiértékelési eljárásba integráljuk. A módszer alkalmazásának alapfeltétele, hogy ismerjük a matematikai kapcsolatot a mérési adatok és a közetfizikai modell között. A vonatkozó egyenleteket az előremodellezési fázisban az elméleti adatok számításához használjuk. Az inverz feladatot egy alkalmasan választott optimalizációs algoritmus segítségével oldjuk meg, melynek révén a mélységpontban számított adatokat a mért adatokhoz illesztjük. Az eljárás végén az optimumhoz rendelt modellt tekintjük az inverz feladat megoldásának. Mivel az egyes mélységpontokban mért eltérő nagyságrendű (ill. zajjal terhelt) és mértékegységű adatok száma alig haladja meg a közetfizikai ismeretlenek számát, túlhatáro-

zott inverz feladatról beszélünk, melyet a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével oldhatunk meg (Menke 1984). A mélyfúrás geofizikai inverz feladat alapelvét és annak technikai megvalósítását Mayer és Sibbit (1980), Alberty és Hashmy (1984), Ball et al. (1987) részletezik, valamint egy újszerű inverziós módszert a ME Geofizikai Intézeti Tanszék munkatársai, Dobróka és Szabó (2010) közöltek. A karotázs inverziós módszerek néhány sekély alkalmazása megtalálható Paillet és Crowder (1996), Beltrami et al. (1997), Moret et al. (2004), Drahos (2005), valamint Jang és Kim (2008) munkáiban.

A fűrlyukszelvények feldolgozásának harmadik lehetősége a különböző statisztikai módszerek alkalmazása, melynek segítségével tapasztalati összefüggéseket kereshetünk az adatok és a nem mérhető közetfizikai mennyiségek között. Jelen tanulmányban egy többváltozós statisztikai módszert alkalmazunk a fűrlyuk-geofizikai adatok és az agyagtartalom közötti kapcsolat leírására. A faktoranalízist hagyományosan nagyméretű problémák változó számának csökkentésére és a közvetlenül nem mérhető háttérváltozók feltárására használják (Lawley, Maxwell 1962). A módszer mélyfúrás geofizikában történő alkalmazásának elvi lehetőségét Hemphins (1978) említette először, melyet Rao és Pal (1980), Herron (1986), Buoro és Silva (1994), Grana et al. (2011), Szabó et al. (2012) és Szabó (2012) alkalmazásai bizonyították. A mélyfúrás geofizikai szelvényekből faktoranalízissel egy új szelvényt (faktorszelvényt) képezhetünk, mely erős korrelációt mutat a víz-, ill. szénhidrogén-tároló agyagos homok(kő)-formációk agyagtartalmával. Ezt a kapcsolatot Szabó (2011), Szabó és Dobróka (2011) több mélyfúrásban is bemutatta. A faktoranalízissel származtatott új változó (faktor) és az agyagtartalom között olyan nemlineáris összefüggés létezik, mely különböző mérési területeken jó közelítéssel azonos formában érvényes. A fenti módszert sekély fúrások adatain is hasonló eredménnyel alkalmazhatjuk. Jelen tanulmányban két terepi példát ismertetünk, ahol a mélyfúrásokhoz hasonlóan ugyancsak erős korrelációs kapcsolat fedezhető fel a faktor és az agyagtartalom között. Reményeink szerint a regressziós formula nagyobb területre is kiterjeszhető, ami azt valószínűsíti, hogy a módszer egy független eljárásnak tekinthető.

## Determinisztikus módszerek

Az agyagtartalom ( $V_{sh}$ ) mint az agyag által kitöltött térfogat és a kőzet teljes térfogatának az aránya, a leggyakrabban a természetes  $\gamma$ -szelvény felhasználásával határozható meg. Mivel a nem radioaktív kőzeteket (pl. homokkő, karbonátok) a szelvény minimuma ( $GR_{min}$ ), a radioaktív agyagokat annak maximuma ( $GR_{max}$ ) jelzi, ezért a természetes  $\gamma$ -index

$$i_{\gamma} = \frac{GR - GR_{min}}{GR_{max} - GR_{min}} \quad (1)$$

felhasználásával az agyagtartalom lineárisan közelíthető:  $V_{sh} \cong i_{\gamma}$  (Poupon, Gaymard 1970), ahol  $GR$  az adott mélységben mért természetes  $\gamma$ -intenzitást jelöli. Az (1) egyenlet

csak az agyag részarányának durva becslésére alkalmas, mivel a  $GR_{\min}$  és  $GR_{\max}$  megválasztása nagymértékben függ a mérési terület földtani felépítésétől és a szelvényértelmező szubjektív döntésétől. Másrészt, a módszer azt feltételezi, hogy a kőzetben nincsenek jelen az agyagokon kívül más radioaktív ásványok, ami ugyancsak félrevezetheti az összetett kőzettani felépítésű formációk értelmezését.

A terepi tapasztalatok azt mutatják, hogy az (1) egyenlet az agyagtartalmat általában túlbecsüli, ami különösen igaz fiatal üledékek esetén. Realisabb becslés végezhető, ha nemlineáris összefüggést feltételezünk a természetes  $\gamma$ -index és az agyagtartalom között. Larionov (1969) harmadkorú vagy fiatalabb üledékekre javasolt formulája:

$$V_{sh} = 0,083(2^{3,7I_\gamma} - 1), \quad (2)$$

és a terciernél idősebb korú kőzetekre vonatkozó egyenlete:

$$V_{sh} = 0,33(2^{2,1I_\gamma} - 1). \quad (3)$$

Ugyancsak nemlineáris modelleket vezetett be Stieber (1970), Clavier et al. (1971), Bhuyan és Passey (1994), melyek mind óvatosabb becslést adnak az (1) egyenlethez képest. Az 1. ábra egy terepi példát mutat különböző módszerekkel számított agyagtartalom-értékek összehasonlítása céljából. A szelvényadatok egy dél-magyarországi szénhidrogén-kutató fúrás egy 50 m-es szakaszáról származnak. Az (1)–(3) egyenleteket és az inverz modellezést egymástól függetlenül alkalmazva megállapítható, hogy a lineáris közelítés a kívánatosnál nagyobb agyagtartalmat ad eredményül (1a. ábra). A különböző módszerek alkalmazásának eredményeként a számított agyagtartalom szelvények jelentős eltérést mutatnak (1b. ábra), ami nagymértékben befolyásolja más kőzetfizikai paraméterek számítását a fűrőlyuk-szelvények értelmezése során.

## Inverziós eljárások

Az inverz modellezés során valamennyi szelvényt egyidejűleg dolgozzuk fel. Vízkutató fúrásokban általában a természetes  $\gamma$ - ( $GR$ ), természetes potenciál- ( $SP$ ), valamint a sekély és mély behatolású fajlagosellenállás- ( $RS$  és  $RD$ ) szelvények állnak rendelkezésre. Ezeket alkalmanként kiegészítik porozitásszelvényekkel: sűrűség- ( $DEN$ ), akusztikus terjedési idő- ( $AT$ ) vagy neutronporozitás- ( $NPHI$ ) adatokkal. A lyukátmérő- ( $CAL$ ) és hőmérséklet- ( $TE$ ) szelvényekre nincsenek szonda válaszegyenletek, így azokat közvetlenül nem alkalmazzuk az inverz feladat megoldásakor. Az inverziós eljárások alkalmazásához ismernünk kell a matematikai kapcsolatot a mért mennyiségek és a kőzetfizikai modell paraméterei között. Az alábbi egyszerűsített elméleti szonda válaszegyenletek édesvízzel telített formációkra alkalmazhatók (Alberty, Hashmy 1984):

$$GR = V_{sh} GR_{sh} + V_{sd} GR_{sd}, \quad (4)$$

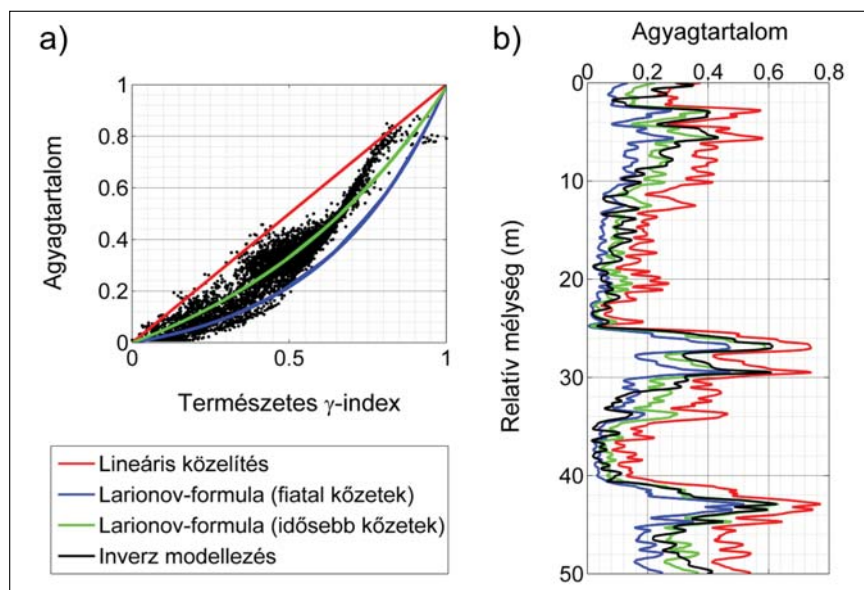
$$SP = V_{sh}(SP_{sh} - SP_{sd}) + SP_{sd}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\sqrt{RS}} = \left[ \frac{V_{sh}^{(1-0,5V_{sh})}}{\sqrt{R_{sh}}} + \frac{(\sqrt{\Phi})^m}{\sqrt{aR_{mf}}} \right] (\sqrt{S_{x0}})^n, \quad (6)$$

$$\frac{1}{\sqrt{RD}} = \left[ \frac{V_{sh}^{(1-0,5V_{sh})}}{\sqrt{R_{sh}}} + \frac{(\sqrt{\Phi})^m}{\sqrt{aR_w}} \right] (\sqrt{S_w})^n, \quad (7)$$

$$NPHI = \Phi + V_{sh} NPHI_{sh} + V_{sd} NPHI_{sd}, \quad (8)$$

$$DEN = \Phi + V_{sh} DEN_{sh} + V_{sd} DEN_{sd}, \quad (9)$$



**1. ábra** Agyagtartalom becslés egy dél-magyarországi fúrásban, (a) agyagtartalom – természetes  $\gamma$ -index kapcsolata különböző modellek alapján, (b) a modellek alapján becsült agyagtartalom-szelvények

**Figure 1** Shale volume estimation example from a South-Hungarian well, (a) shale volume-natural  $\gamma$ -ray index cross-plot using different models, (b) shale volume logs estimated by the relevant models

$$AT = \Phi AT_w + V_{sh} AT_{sh} + V_{sd} AT_{sd}, \quad (10)$$

$$\Phi = V_{sh} + V_{sd} = 1, \quad (11)$$

ahol  $\Phi$  az effektív porozitás,  $S_{x0}$  és  $S_w$  a kisépért és az érintetlen zóna víztelítettsége,  $V_{sd}$  a homok térfogata. A (4)–(11) egyenletekben az  $sh$ ,  $sd$ ,  $w$  indexek az agyag, homok és pórusvíz fizikai tulajdonságait jelölik. Az  $m$ ,  $n$ ,  $a$  konstansok a kőzetek texturális tulajdonságait fejezik ki, melyeket irodalmi adatokból vagy inverziós eljárással adhatunk meg (Dobróka, Szabó 2011). A (6)–(7) nemlineáris fajlagos-ellenállás-egyenletek (ún. indonéziai formulák) empirikusak, melyek alkalmazhatóságát nagyszámú laboratóriumi mérés igazolt (Poupon, Leveaux 1971). A (11) formula az egységnyi térfogatú kőzet anyagmérleg-egyenlete, melyet az inverziós paraméterek korlátozására használunk. Látható, hogy a fenti válasz egyenletek mindegyikében szerepel az agyagtartalom, mely azt fejezi ki, hogy a méréseket befolyásolja az agyag mennyisége. Az ilyen fajta, több egyenletben is megjelenő változó kedvezően határozható meg az inverziós eljárással.

A hagyományos inverziós módszerek az adott mélységpontban mért, különböző típusú szelvényadatokat együttesen dolgozzák fel a kőzetfizikai paraméterek meghatározása céljából. Képezzük a mélységpontban mért adatok vektorát

$$\mathbf{d}^{(\text{mért})} = [GR, SP, RS, RD, DEN, NPFI, AT]^T, \quad (12)$$

ahol  $T$  a transzponálást írja elő. A (12) vektor adatait együttesen invertáljuk a kőzetfizikai modell meghatározása céljából. A modell paramétereit – mint inverziós ismeretleneket – ugyancsak egy oszlopvektorba foglaljuk:

$$\mathbf{m} = [\Phi, S_{x0}, S_w, V_{sh}, V_{sd}]^T. \quad (13)$$

Mivel  $V_{sd}$  a (11) egyenletből kifejezhető, az adatok száma (ebben az esetben 7) nagyobb az ismeretlenek számánál (itt 4), tehát az inverz feladat túlhatározott. A (12) egyenletben szereplő adatok elvi értékeit a (4)–(10) egyenletek felhasználásával a direkt feladat keretében számítjuk. A mérési és az elméleti adatok eltérését iteratív eljárásban csökkentjük. Ehhez az alábbi, súlyozott euklideszi normán alapuló célfüggvényt minimalizáljuk (Mayer, Sibbit 1980)

$$E = \sum_{k=1}^K \left( \frac{d_k^{(\text{mért})} - d_k^{(\text{számított})}}{\sigma_k} \right)^2 = \min., \quad (14)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} GR'_1 & SP'_1 & RS'_1 & RD'_1 & DEN'_1 & NPFI'_1 & AT'_1 \\ GR'_2 & SP'_2 & RS'_2 & RD'_2 & DEN'_2 & NPFI'_2 & AT'_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ GR'_n & SP'_n & RS'_n & RD'_n & DEN'_n & NPFI'_n & AT'_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ GR'_N & SP'_N & RS'_N & RD'_N & DEN'_N & NPFI'_N & AT'_N \end{pmatrix}. \quad (17)$$

A fenti szelvények kombinációjából sekély alkalmazás-soknál hiányozhat egy-két mérésfajta, ugyanakkor egyes intervallumokon adathiány is előfordulhat. Ha legalább egy

ahol a  $d_k^{(\text{mért})}$  és  $d_k^{(\text{számított})}$  jelöli a  $k$ -adik mért és számított adatot ( $K$  az alkalmazott szondák száma). Mivel az adatok bizonytalansága eltérő, ezért adattérbeli súlyozás szükséges. Az adatok szórása függ az alkalmazott szondatípustól és a mérési környezet jellemzőitől, amelyek irodalmi közlések alapján megadhatók. A (14) optimalizálási feladat megoldása

$$\mathbf{m} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{d}^{(\text{mért})}, \quad (15)$$

ahol  $\mathbf{J}$  a Jakobi- (érzékenységi) mátrix,  $W_{kk} = \sigma_k^{-2}$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) olyan diagonális súlymátrix, mely az adatok a priori ismert varianciáit tartalmazza. Mivel az adat- és modelltérbeli kovarianciamátrixok egymással kapcsolatban állnak, a kőzetfizikai paraméterek becslési hibája számítható (Menke 1984). Ezzel az inverziós eredmények pontossága és megbízhatósága kvantitatív módon jellemezhető, ami igen vonzóvá teszi az inverziós módszerek alkalmazását a mélyfúrás-geofizikában. Az 1. ábrán egy inverziós kiértékelés eredménye látható. Ennek keretében a litológiára ( $GR$  és  $SP$ ), porozításra ( $DEN$ ,  $AT$ ,  $NPFI$ ) és víztelítettségre ( $RS$  és  $RD$ ) érzékeny szelvényeket együttesen invertáltuk (többek között) az agyagtartalom meghatározása céljából. A kapott eredmények rávilágítanak arra, hogy az egyetlen szelvényt felhasználó determinisztikus módszerek nem általános érvényűek, és az agyagtartalmat célszerű különböző módszerek alapján meghatározni.

## Új statisztikai eljárás

Az agyagtartalom statisztikai módszerrel történő meghatározása céljából először a mért változókat standardizáljuk, amivel azokat zérus középértékre és egységnyi szórásra transzformáljuk. A  $k$ -adik standardizált szelvény  $n$ -edik adata

$$d_{kn}^{(\text{mért})'} = \frac{(d_{kn}^{(\text{mért})} - \bar{d}_k^{(\text{mért})})}{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (d_{kn}^{(\text{mért})} - \bar{d}_k^{(\text{mért})})^2}}, \quad (16)$$

ahol  $\bar{d}_k^{(\text{mért})}$  a  $k$ -adik szelvény adatainak számtani átlaga ( $k = 1, 2, \dots, K$  a szelvények száma,  $n = 1, 2, \dots, N$  a mélységpontok száma). A (16) egyenlet szerint skálázott adatokat mátrixba foglaljuk:

változót (faktort) szeretnénk képezni az adatrendszerből, akkor minimálisan négy mérési szelvényt kell alkalmaznunk. Emellett a  $GR$ ,  $SP$ ,  $RS$  vagy  $RD$  szelvények mindig

szükségesek, mert ezek reagálnak legérzékenyebben a közzettani változásokra. Az inverziós gyakorlattól eltérően a faktoranalízisben felhasználhatjuk a lyukátmérő-szelvényt is, mivel a *CAL* mérések a kavernák és az iszaplepeny dektálásával hasznos közzettani információt szolgáltatnak a statisztikus eljárás számára.

Bontsuk fel a (17) egyenletben szereplő  $N \times K$  méretű adatmátrixot a következőképpen:

$$\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{L}^T + \mathbf{E}, \quad (18)$$

ahol az  $\mathbf{F}$  a faktorok  $N \times M$  méretű mátrixa,  $\mathbf{L}$  a faktorsúlyok  $K \times M$  méretű mátrixa, és  $\mathbf{E}$  az  $N \times K$  méretű hibakompo-

$$\begin{pmatrix} GR'_1 & SP'_1 & RD'_1 & DEN'_1 \\ GR'_2 & SP'_2 & RD'_2 & DEN'_2 \\ GR'_3 & SP'_3 & RD'_3 & DEN'_3 \\ GR'_4 & SP'_4 & RD'_4 & DEN'_4 \\ GR'_5 & SP'_5 & RD'_5 & DEN'_5 \\ GR'_6 & SP'_6 & RD'_6 & DEN'_6 \\ GR'_7 & SP'_7 & RD'_7 & DEN'_7 \\ GR'_8 & SP'_8 & RD'_8 & DEN'_8 \\ GR'_9 & SP'_9 & RD'_9 & DEN'_9 \\ GR'_{10} & SP'_{10} & RD'_{10} & DEN'_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1^{(1)} & F_1^{(2)} \\ F_2^{(1)} & F_2^{(2)} \\ F_3^{(1)} & F_3^{(2)} \\ F_4^{(1)} & F_4^{(2)} \\ F_5^{(1)} & F_5^{(2)} \\ F_6^{(1)} & F_6^{(2)} \\ F_7^{(1)} & F_7^{(2)} \\ F_8^{(1)} & F_8^{(2)} \\ F_9^{(1)} & F_9^{(2)} \\ F_{10}^{(1)} & F_{10}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

ahol  $F^{(1)}$  és  $F^{(2)}$  az első és második faktor (szelvény). Tételezzük fel, hogy a faktorok lineárisan függetlenek ( $\mathbf{F}^T\mathbf{F}/N = \mathbf{I}$ , ahol  $\mathbf{I}$  az egységmátrix), valamint az  $\mathbf{F}\mathbf{L}^T$  és  $\mathbf{E}$  mátrixok korrelálatlanok. Ekkor a standardizált mérési változók korrelációs mátrixa

$$\mathbf{R} = N^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{D} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T + \mathbf{\Psi}, \quad (20)$$

ahol  $\mathbf{\Psi} = \mathbf{E}^T\mathbf{E}/N$  a mért változók szórásnégyzeteinek a közös faktorokkal nem értelmezhető részét képviseli. A faktorsúlyok Jöreskog (2007) közelítő algoritmusával nem iteratív módon számíthatók. Képezzük az alábbi mátrixot

$$\mathbf{S}^* = (\text{diag } \mathbf{S}^{-1})^{1/2} \mathbf{S} (\text{diag } \mathbf{S}^{-1})^{1/2}, \quad (21)$$

ahol  $\mathbf{S}$  a standardizált mérési változók minta kovarianciamátrixa. Számítsuk ki az  $\mathbf{S}^*$  mátrix  $\lambda$  sajátértékeit és  $\mathbf{w}$  sajátvektorait, mellyel a faktorsúlyok mátrixa

$$\mathbf{L} = (\text{diag } \mathbf{S}^{-1})^{-1/2} \mathbf{\Omega}_M (\mathbf{\Gamma}_M - \theta \mathbf{I})^{1/2} \mathbf{U}, \quad (22)$$

ahol  $\mathbf{\Gamma}_M$  az első  $M$  számú (nagyság szerinti sorrendbe rendezett) sajátérték diagonális mátrixa,  $\mathbf{\Omega}_M$  az első  $M$  számú sajátvektor mátrixa (a sajátvektorokat az oszlopok tartalmazzák),  $\mathbf{U}$  egy  $M \times M$  méretű tetszőleges ortogonális mátrix. A  $\theta$  paraméter meghatározza a faktorok legkisebb számát, amikor

$$\theta = (K - M)^{-1}(\lambda_{M+1} + \lambda_{M+2} + \dots + \lambda_K) < 1. \quad (23)$$

A faktorok meghatározása a maximum-likelihood módszerrel történik az alábbi célfüggvény alkalmazásával

$$P = -(\mathbf{D} - \mathbf{F}\mathbf{L}^T)^T \mathbf{\Psi}^{-1} (\mathbf{D} - \mathbf{F}\mathbf{L}^T) = \max. \quad (24)$$

nens-mátrix. A faktorok számát  $M$ -el jelöljük, mely az eredeti változók számánál kevesebb. A  $\mathbf{F}$  mátrixot a faktorok különböző mélységpontokban becslt értékei, míg az  $\mathbf{L}$  mátrixot a mért változóknak a faktorokra eső súlyai alkotják. Gyakorlatilag a faktorokat a mérések lineáris kombinációjával állítjuk elő, ahol a súlyok az adatok és a faktorok korrelációs viszonyait fejezik ki. Számunkra az  $\mathbf{F}$  mátrix első oszlopa bír gyakorlati jelentőséggel, melyet az első faktornak (faktorszelvénynek) nevezünk. Példának okáért, végezzünk 10 különböző mélységben 4-féle mérést (*GR*, *SP*, *RD*, *DEN*), majd a mért mennyiségeket redukáljuk két új változóvá. Az egyszerűség kedvéért legyen  $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ , ekkor a (18) egyenlet a következő:

A (24) egyenletre lineáris megoldást Bartlett (1937) közzölt, amellyel előállíthatjuk a faktorokat:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{L}^T \mathbf{\Psi}^{-1} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{\Psi}^{-1} \mathbf{D}. \quad (25)$$

Abban az esetben, amikor a nyers faktorok közzettizikai jellemzőkkel nem azonosíthatók, akkor lehetőségünk van forgatási módszereket alkalmazni, amivel szemléletesebb jelentésű faktorokká alakíthatjuk át azokat. Az ortogonális rotációs módszerek korrelálatlan faktorokat eredményeznek. Jelen tanulmányban a Kaiser (1958) által javasolt *varimax* algoritmust alkalmaztuk.

Szabó (2011) az alábbi kapcsolatot találta az első faktor és az agyagtartalom között:

$$V_{sh} = \alpha e^{\beta F'_1}, \quad (26)$$

ahol  $\alpha$  és  $\beta$  helyi regressziós együtthatók. A fenti formula több hazai és tengerentúli mélyfúrásban is érvényesnek bizonyult a regressziós együtthatók közelítőleg azonos értékei mellett. A (26) egyenletben az első faktort alkalmas módon skálázzuk:

$$F'_1 = F'_{1,\min} + \frac{F'_{1,\max} - F'_{1,\min}}{F_{1,\max} - F_{1,\min}} (F_1 - F_{1,\min}), \quad (27)$$

ahol  $F_1$  az első faktor becslt értéke a mélységpontban,  $F_{1,\min}$  és  $F_{1,\max}$  az első faktorszelvény szélsőértékei,  $F'_{1,\min}$  és  $F'_{1,\max}$  az első faktor előírt új alsó és felső határa. A léptékváltásra a különböző fúrásokban kapott eredmények összehasonlítása miatt van szükség. Jelen tanulmányban bemutatjuk, hogy a (26) egyenlet sekély vízkiutató fúrások esetén is alkalmazható. A (26) egyenlet alapján számított agyag-

tartalom-értékeket független forrásból származó eredményekkel is ellenőrizhetjük. Az agyagtartalom-szelvények illeszkedésének jellemzésére az átlagos négyzetes hiba négyzetgyökét használjuk:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (V_{sh,n}^{(I)} - V_{sh,n}^{(II)})^2}, \quad (28)$$

ahol az (I) és (II) indexek az első és a második becslési módszert jelölik. Az első faktor és az agyagtartalom közötti nemlineáris kapcsolat erősségének jellemzésére a rangkorrelációs együtthatót alkalmazzuk (Spearman 1904)

$$R = 1 - \frac{6 \sum_{n=1}^N \delta_n^2}{N(N^2 - 1)}, \quad (29)$$

ahol  $\delta_n$  az aktuális két változó  $n$ -edik adatai rangjának a különbsége.

### A faktoranalízis terepi alkalmazása

A vizsgált fúrások az Alföld észak-keleti részén helyezkednek el (2. ábra). A Pannon-medence negyedidőszaki üledékei változatos mocsári, folyóvízi és delta üledékekből állnak. A vastag porózus-permeábilis kavics- és homokrétegek kiváló minőségű édesvizet tárolnak, melyeket közbetelepült agyagrétegek választanak el. A két területen a sekély mélységű fúrásos kutatás célja a felszíni geofizikai mérések kiegészítéseként az általános földtani jellemzés és a vízáradó rétegek felmérése a vízminőség védelme érdekében.

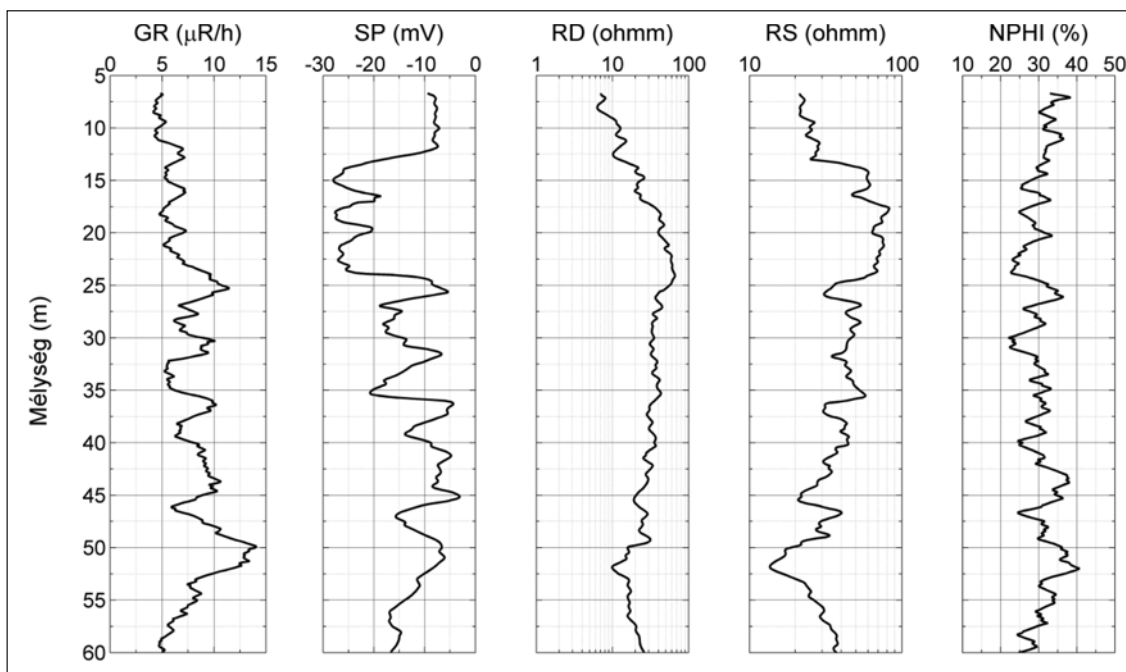


2. ábra | A vizsgált fúrások helyszínrajza

Figure 2 | Location map of the investigated wells

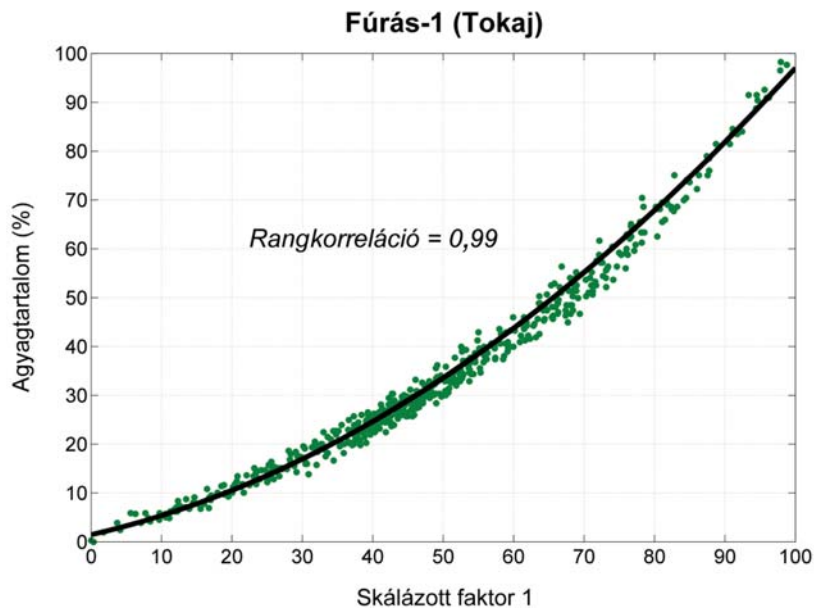
#### Teszt terület 1

Az első fúrás (Fúrás-1) a Tokaji Vízművek területén helyezkedik el, a Tisza és a Bodrog folyók találkozásánál (2. ábra). A fúrás miocén vulkanikus kőzeteken fekvő fiatal üledékeket keresztezett, melyek főleg pleisztocén folyóvízi homokból és kavicsból, valamint holocén homokból, iszapból és agyagból állnak. A területen a felszíni egyenáramú geoelektromos szondázások és a karotázsmérések üledékképződési ciklusok jelenlétére utalnak, melyek pro-delta kör-



3. ábra | Fúrás-1 karotázsszelvényei mint a faktoranalízis bemeneti adatrendszer

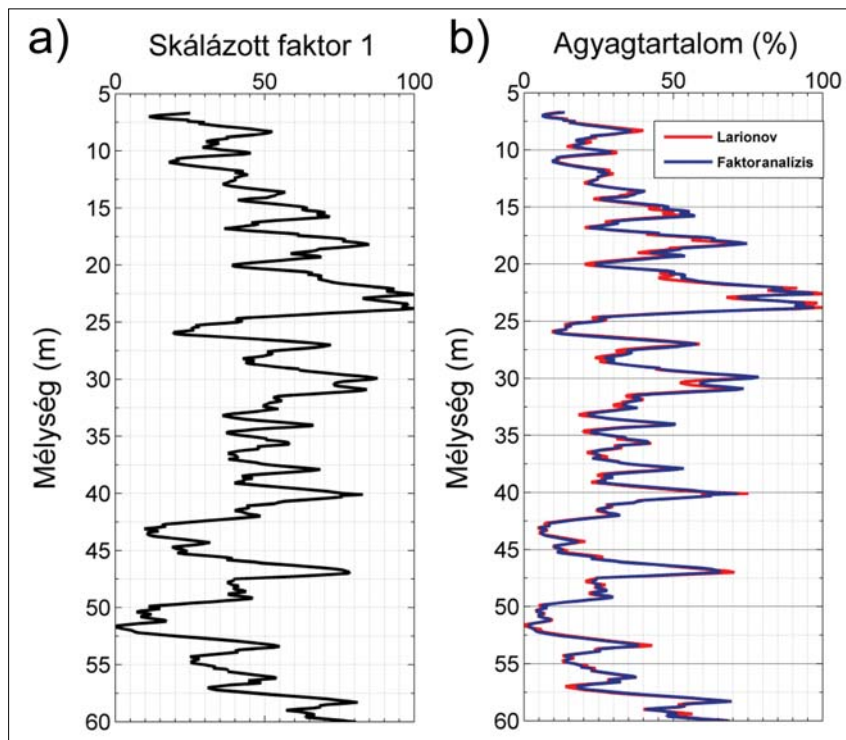
Figure 3 | Borehole logs measured from Well-1 as input for factor analysis



**4. ábra** | Az első faktor és az agyagtartalom kapcsolata Fúrás-1-ben  
**Figure 4** | The exponential relationship between the first factor and shale volume in Well-1

nyezetből indulnak 60–100 m körüli mélységben, majd feljebb deltafront jellegű (ciklikusan növekvő és csökkenő fajlagos ellenállású 4–5 m-es szakaszokkal) környezetbe váltanak 20 m körül (Bucsi Szabó 2001). A folyókhöz közel

elsősorban a durvaszemcsésű összetétel uralkodik, távolabb a Vízmű kútjaiban inkább a közép- és finomszemcsés összetétel a jellemző. Vizsgálatunk Fúrás-1 felső 60 m-es szakaszára terjedt ki. A 3. ábra a mért szelvényeket mutatja:

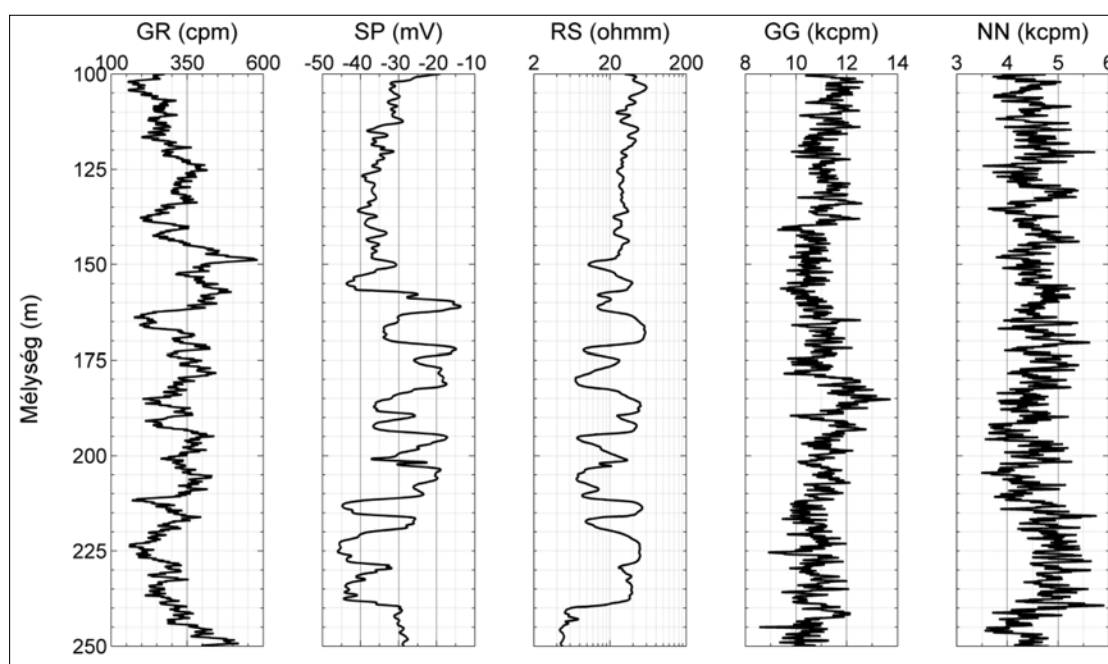


**5. ábra** | Faktoranalízissel előállított szelvények Fúrás-1-ben, (a) az első faktorszelvény, (b) a faktoranalízissel és a Larionov-formulával becsült agyagtartalom-szelvények  
**Figure 5** | Borehole logs estimated by factor analysis in Well-1, (a) the log of the first factor, (b) shale volume logs estimated by factor analysis and the Larionov's formula, respectively

természetes  $\gamma$ -sugárzás ( $GR$ ), természetes potenciál ( $SP$ ), sekély-behatolású fajlagos ellenállás ( $RS$ ), mélybehatolású fajlagos ellenállás ( $RD$ ) és neutronporozitás ( $NPHI$ ). A mérések Pearson-féle korrelációs együtthatóinak átlaga 0,09, ami gyenge lineáris kapcsolatot mutat a szelvények között. A maximum-likelihood módszer alkalmazása megköveteli a mért változók Gauss-eloszláshoz közeli eloszlását. Az adatok átlagos csúcossága és ferdesége  $-0,2$  és  $0,3$ , ami gyakorlatilag kielégíti a normalitás feltételét. A faktoranalízis alkalmazásával egyetlen faktort állítottunk elő, amely megőrizte a mért változók információjának nagy részét: az első faktor az adatok varianciájának 99%-át magyarázta (ezt főkomponens-analízissel állapítottuk meg). A faktort a (27) egyenlet alapján az  $F'_{1,\min} = 0$  és  $F'_{1,\max} = 100$  értékek előírásával skáláztuk, ahol az új intervallum megfelel az agyagtartalom százalékban kifejezett értéktartományának. A becsült faktorsúlyok:  $-0,37$  ( $GR$ ),  $-0,61$  ( $SP$ ),  $0,58$  ( $RD$ ),  $0,70$  ( $RS$ ),  $-0,94$  ( $NPHI$ ), ami azt mutatja, hogy az első faktor minden szelvényvel korrelál. Látható, hogy a litológiai szelvények ( $GR$  és  $SP$ ) mellett a porozításra és a víztelítettségre érzékeny mérések ( $NPHI$  és  $RS$ ) hatása is igen nagy. Az első faktor és az agyagtartalom kapcsolatát a 4. ábrán láthatjuk. A (26) egyenlet együtthatóinak becsült értékeit az 1. táblázat tartalmazza. A nemlineáris kapcsolat erősségét mérő rang-korrelációs koefficiens (0,99) erős (majdnem teljes) korrelációs kapcsolatot mutat a két mennyiség között. Az első faktor mélység-szelvényét az 5a. ábra mutatja. A faktoranalízissel becsült agyagtartalom szelvényét a (2) egyenletből (függetlenül) számított agyagtartalom szelvényével az 5b. ábrán hasonlíthatjuk össze. A két görbe közötti eltérés  $RMSE = 3,3$ . Azonban ha az agyagtartalmat az (1) egyenlet szerint számítjuk, akkor  $RMSE = 15,5$ -re nő.

### Teszt terület 2

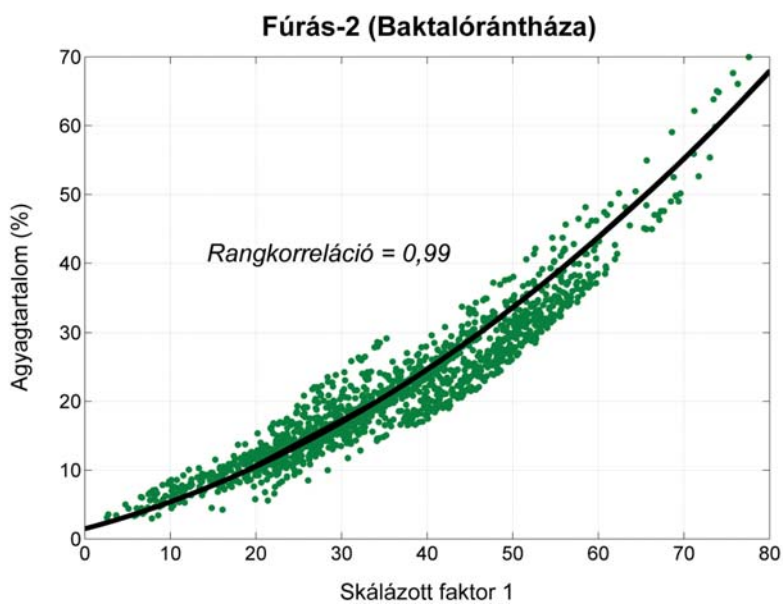
A második fúrás (Fúrás-2) Baktalórántháza közelében mélyült kb. 51 km-re kelet-délkeletre Tokajtól (2. ábra). Az 1197 m talpmélységű termálvízkutató fúrás felső szakaszán felső pleisztocén vízáadó rétegek helyezkednek el, melyekben a szemcseméret különböző. A közel horizontális helyzetű porózus sorozatokat agyagrétegek határolják. 100–160 m között homokos összlet található, alatta agyag, majd ez alatt 5–15 m vastagságú durvaszemcsés rétegek következnek. A fekü kb. 240 m mélységben található (Bucsi Szabó 2002). A felhasznált adatrendszer a Fúrás-1-hez képest egy mélyebb mélységtartományt képvisel (100–250 m). A 6. ábrán szereplő szelvények: természetes  $\gamma$ -intenzitás ( $GR$ ), természetes potenciál ( $SP$ ), sekélybehatolású fajlagos ellenállás ( $RS$ ),  $\gamma$ - $\gamma$  sűrűség ( $GG$ ) és neutron-neutron ( $NN$ ). A korreláció a mért adatok között átlagosan 0,08. A csúcosság- és ferdeségértékek rendre 0,8, ill. 0,3, melyek a Gauss-eloszlástól kissé hegyesebb eloszlásra utalnak. Ebben az esetben is egyetlen faktort határoztunk meg, mely a mért változók varianciáját 99%-ban magyarázta. A becsült faktorsúlyok:  $0,92$  ( $GR$ ),  $-0,13$  ( $SP$ ),  $-0,81$  ( $RS$ ),  $0,40$  ( $GG$ ),  $0,06$  ( $NN$ ). E mérési kombinációban a  $GR$  és  $RS$  szelvények korreláltak legjobban a faktoral, az  $SP$  és a porozításkövető szelvények hatása azonban relatíve gyenge volt. A faktorértékeket hasonlóan skáláztuk, mint a Fúrás-1 esetén. A (26) függvénykapcsolat ebben az esetben is fennáll (7. ábra). A tapasztalati függvény együtthatói az 1. táblázatban találhatóak. A rangkorrelációs együttható értéke 0,99, mely a nagyméretű minta ( $K \times N = 23415$ ) és a szoros nemlineáris kapcsolat eredménye. A 8. ábrán a becsült faktorszelvény és az agyagtartalom-szelvények láthatók. A determinisztikus és a sta-



6. ábra | Fúrás-2 fúróluk-szelvényei mint a faktoranalízis bemeneti adatrendszere

Figure 6 | Borehole logs measured from Well-2 as input for factor analysis

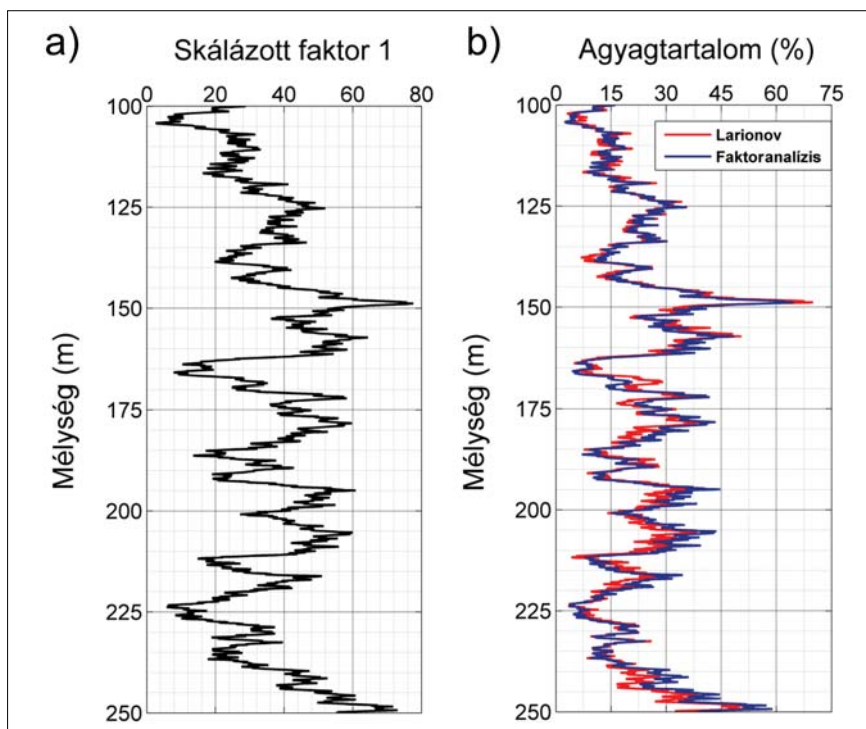




**7. ábra** | Az első faktor és az agyagtartalom kapcsolata Fúrás-2-ben  
**Figure 7** | The exponential relationship between the first factor and shale volume in Well-2

**1. táblázat.** Az agyagtartalom-faktor regressziós modell együtthatói, valamint a becslés alsó és felső korlátja 95%-os szignifikancia szint mellett

	$\alpha_{\min}$	$\alpha$	$\alpha_{\max}$	$\beta_{\min}$	$B$	$\beta_{\max}$
Fúrás-1	8,911	9,134	9,358	0,0243	0,0246	0,0249
Fúrás-2	7,586	7,661	7,735	0,0267	0,0268	0,0270
Átlag		8,397			0,0257	



**8. ábra** | Faktoranalízissel előállított szelvények Fúrás-2-ben, (a) az első faktorszelvény, (b) a faktoranalízissel és a Larionov-formulával becsült agyagtartalom-szelvények  
**Figure 8** | Borehole logs estimated by factor analysis in Well-2, (a) the log of the first factor, (b) shale volume logs estimated by factor analysis and the Larionov's formula, respectively

tisztikus megoldás eltérése  $RMSE = 2,8$ , mely jóval alacsonyabb, mint a faktoranalízissel és a lineáris módszerrel kapott eredmények különbsége ( $RMSE = 14,6$ ).

Az 1. táblázatban megadott átlagértékekkel a  $V_{sh} = 8,4e^{0,026F_T}$  helyi formulát javasoljuk az agyagtartalom meghatározására. Tapasztalatunk szerint, a természetes  $\gamma$ -szelvényből az (1) formulával kapott agyagtartalom-értékek kb. 20%-kal magasabbak a  $0,2 < V_{sh} < 0,8$  intervallumon a faktoranalízissel kapott értékeknél, ami összhangban van a Larionov-formulával kapott eredményekkel is. A fentieket figyelembe véve megállapítható, hogy a lineáris formulával kapott agyagtartalom-értékek korrekciója nélkülözhetetlen a vízzel telített rétegek pontosabb és megbízhatóbb tárolási tulajdonságainak számításánál.

## Összefoglalás

A tanulmány bemutatja, hogy a mélyfúrású geofizikai szelvényekből képzett első faktorszelvény erősen korrelál a törmelekes üledékes kőzetek, tárolók agyagtartalmával. A kapott eredményeket a független determinisztikus és inverziós módszerekkel végzett kiértékelés is alátámasztja. Az eddigi hazai és külföldi fúrású adatokon végzett kísérletek azt mutatják, hogy a (26) regressziós formula a mérési területtől függetlenül jó közelítéssel alkalmazható. Érdemes azonban szétválasztani két mélységtartományt, ahogyan azt Larionov is tette. A sekély mélységű, többnyire konszolidálatlan (víztároló-) üledékekben az első faktorra leginkább a porozitáskövető szelvények, míg nagyobb mélységben a tömörebb (szénhidrogén-tároló) formációkban leginkább a litológiai szelvények hatnak. E két zónában a (26) egyenlet alakja megegyezik, azonban a regressziós együtthatók különbözőek.

A statisztikai módszer egyik előnye annak gyorsasága. Míg a determinisztikus vagy inverziós eljárások pontról-pontra haladnak, addig a faktoranalízis együttesen dolgozza fel a szelvényezési intervallum valamennyi adatát. Ebbe természetesen az is belefér, hogy bizonyos intervallumokon adathiány is előfordulhat. A faktoranalízis algoritmus könnyen kiterjeszhető többfúrású alkalmazásokra is. Ha azonos területen található fúrásokban gyűjtött valamennyi adatot egyetlen statisztikai eljárásban dolgozzuk fel, akkor lehetővé válik az agyagtartalom nagyobb területre kiterjedő (2D vagy 3D) meghatározása. További gyakorlati jelentőséggel bír a faktoranalízisből származó agyagtartalom a priori ismeretként történő felhasználása a mélyfúrású geofizikai inverz feladat megoldásában. A független forrásból származó kőzetfizikai információ növeli az inverz feladat túlhatározottságát, ezáltal csökkenti az inverz feladatban részt vevő kőzetfizikai paraméterek (porozitás, víztelítettség, mátrix részarány) becslési hibájának mértékét és az esetleges többértelműséget, ami a vízkészletek pontosabb és megbízhatóbb számítását teszi lehetővé.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatómunka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében

– az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg. Az első szerző (SzNP) köszönetet mond az MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíj támogatásáért. A második szerző (KK) köszönetet mond az MTA-ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport támogatásáért. A szerzők köszönetet mondanak a HÁROMKŐ Földtani- és Geofizikai Kutató Betéti Társaság munkatársainak és vezetőjének, Bucsai Szabó Lászlónak a terepi adatok és a mérési területekre vonatkozó speciális ismeretek átadásáért, valamint Prof. Dr. Dobróka Mihálynak, a Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszéke Kutatócsoportja vezetőjének a kutatás elősegítéséért és hasznos tanácsaiért.

## Hivatkozások

- Adeoti L., Ayolabi E. A., James P. L., 2009: An integrated approach to volume of shale analysis: Niger Delta example, Orire Field. *World Applied Sciences Journal* 7, 448–452
- Alberty M. W., Hashmy K. H., 1984: Application of ULTRA to log analysis. SPWLA 25th Annual Logging Symposium, New Orleans, 1984-Z
- Asquith G., Krygowski D., 2004: Basic well log analysis, 2nd edition. AAPG
- Ball S. M., Chace D. M., Fertl W. H., 1987: The Well Data System (WDS): An advanced formation evaluation concept in a micro-computer environment. SPE Eastern Regional Meeting, Pittsburgh, 17034-MS
- Baráth I., Barlay Z., Markó L., Kisházi A., 1976: A világszínvonal helyzetének elemzése az ipari geofizikai információ automatizált feldolgozása és értelmezése terén. NIMDOK
- Bartlett M. S., 1937: The statistical conception of mental factors. *British Journal of Psychology* 28, 97–104
- Beltrami H., Cheng L., Mareschal J. C., 1997: Simultaneous inversion of borehole temperature data for determination of ground surface temperature history. *Geophysical Journal International* 129, 311–318
- Bhuyan K., Passey Q. R., 1994: Clay estimation from GR and neutron-density porosity logs. SPWLA 35th Annual Logging Symposium, Tulsa, 1994-DDD
- Buoro A. B., Silva J. B. C., 1994: Ambiguity analysis of well-log data. *Geophysics* 59, 336–344
- Bucsai Szabó L., 2001: Tokaj Vízmű veszélyeztetett ivóvízbázis diagnosztikai vizsgálata. Zárójelentés. HÁROMKŐ BT., Miskolc
- Bucsai Szabó L., 2002: Baktalórántházai Vízmű vízbázisa. Geofizikai vizsgálatok. Jelentés. HÁROMKŐ BT., Miskolc
- Clavier C., Hoyle W., Meunier D., 1971: Quantitative interpretation of thermal neutron decay time logs: Part I. Fundamentals and techniques. *Journal of Petroleum Technology* 23, 743–755
- Cripps A. C., McCann D. M., 2000: The use of the natural gamma log in engineering geological investigations. *Engineering Geology* 55, 313–324
- De Witte L., 1955: A study of electric log interpretation methods in shaly formations. *Petroleum Transactions AIME* 204, 103–110
- Dobróka M., Szabó N., 2010: Sorfejtéses inverzió II. Mélyfúrású geofizikai adatok feldolgozása intervalluminverziós eljárással. *Magyar Geofizika* 51, 25–42
- Dobróka M., Szabó N. P., 2011: Interval inversion of well-logging data for objective determination of textural parameters. *Acta Geophysica* 59, 907–934
- Doveton J. H., Merriam D. F., 2004: Borehole petrophysical chemostratigraphy of Pennsylvanian black shales in the Kansas subsurface. *Chemical Geology* 206, 249–258
- Drahos D., 2005: Inversion of engineering geophysical penetration sounding logs measured along a profile. *Acta Geodaetica et Geophysica* 40

- Ferenczy L., Kiss B., 1993: Szénhidrogén-tárolók mélyfúrési geofizikai értelmezése I. Kézirat, Nemzeti Tankönyvkiadó
- Fisher A. T., Barnhill M., Revenaugh J., 1998: The relationship between hydrogeologic properties and sedimentary facies: An example from Pennsylvanian bedrock aquifers, Southwestern Indiana. *Ground Water* 36, 901–912
- Grana D., Dvorkin J., Cibin P., 2011: Factor analysis prediction of effective stress from measurable rock attributes and calibration data. *First Break* 29, 63–72
- Jang H., Kim H. J. 2008: Permittivity inversion of borehole radar data measured in the vadose zone. *SEG Annual Meeting, Las Vegas*, 2008-1303
- Han D. H., Nur A., Morgan D., 1986: Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones. *Geophysics* 51, 2093–2107
- Hempkins W. B., 1978: Multivariate statistical analysis in formation evaluation. *SPE California Regional Meeting, San Francisco*, 7144-MS
- Herron M. M., 1986: Mineralogy from geochemical well logging. *Clays and Clay Minerals* 34, 204–213
- Hsieh B. Z., Chilingar G. V., Lu M. T., Lin Z. S., 2007: Estimation of groundwater aquifer formation-strength parameters from geophysical well logs: The southwestern coastal area of Yun-Lin, Taiwan. *Energy Sources Part A* 29, 1–19
- Jöreskog K. G., 2007: Factor analysis and its extensions. *Factor analysis at 100, Historical developments and future directions*. Lawrence Erlbaum Associates
- Kaiser H. F., 1958: The varimax criterion for analytical rotation in factor analysis. *Psychometrika* 23, 187–200
- Klimentos T., 1991: The effects of porosity-permeability-clay content on the velocity of compressional waves. *Geophysics* 56, 1930–1939
- Kvapil J., Mares S., 2003: Cone penetration logging for the direct detection of LNAPLs contamination. *Near Surface Geophysics* 1, 157–160
- Larionov V. V., 1969: Radiometry of boreholes. *Nedra*
- Lawley D. N., Maxwell A. E., 1962: Factor analysis as a statistical method. *The Statistician* 12, 209–229
- Mayer C., Sibbit A., 1980: GLOBAL, a new approach to computer-processed log interpretation. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas*, 9341-MS
- Menke W., 1984: *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*. Academic Press
- Moret G. J. M., Clementz W. P., Knollz M. D., Barrashz W., 2004: VSP traveltimes inversion: Near-surface issues. *Geophysics* 69, 345–351
- Paillet F. L., 1995: Integrating surface geophysics, well logs and hydraulic test data in the characterization of heterogeneous aquifers. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 0, 1–13
- Paillet F. L., Crowder R. E., 1996: A generalized approach for the interpretation of geophysical well logs in ground-water studies – Theory and application. *Ground water* 34, 883–898
- Poupon A., Gaymard R., 1970: The evaluation of clay content from logs. *SPWLA 11th Annual Logging Symposium, Los Angeles*, 1970-G
- Poupon A., Leveaux J., 1971: Evaluation of water saturation in shaly formations. *The Log Analyst* 12, 3–8
- Rao B. N., Pal P. C., 1980: Factor analysis for interpreting petrophysical data on Roro Ultramafics, Singhbhum district, India. *Geophysical Prospecting* 28, 112–118
- Revil A., Cathles III L. M., 1999: Permeability of shaly sands. *Water Resources Research* 35, 651–662
- Slater L., Lesmes D. P., 2002: Electrical-hydraulic relationships observed for unconsolidated sediments. *Water Resources Research* 38, 1–13
- Spearman C., 1904: The proof and measurement of association between two things. *The American Journal of Psychology* 15, 72–101
- Stieber S. J., 1970: Pulsed neutron capture log evaluation – Louisiana Gulf Coast. *SPE Fall Meeting AIME, Houston*, 2961-MS
- Szabó N. P., 2011: Shale volume estimation based on the factor analysis of well-logging data. *Acta Geophysica* 59, 935–953
- Szabó N. P., Dobróka M., 2011: Geostatistical approach for shale volume estimation in water-bearing formations. *Near surface 2011, Leicester*, P15
- Szabó N. P., 2012: Dry density derived by factor analysis of engineering geophysical sounding measurements. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica* 47, 161–171
- Szabó N. P., Dobróka M., Drahos D., 2012: Factor analysis of engineering geophysical sounding data for water-saturation estimation in shallow formations. *Geophysics* 77, WA35–WA44
- Szilágyi E., 1974: *Fejezetek a mélyfúrési geofizika gyakorlatából I. Kézirat, Nehézipari Műszaki Egyetem*
- Thomas E. C., Stieber S. J., 1975: The distribution of shale in sandstones and its effect upon porosity. *SPWLA 16th Annual Logging Symposium, New Orleans*, 1975-T
- Tselentis G. A., 1985: The processing of geophysical well logs by microcomputers as applied to the solution of hydrogeological problems. *Journal of Hydrology* 80, 215–236