



## A KOMBINATÍV KÉPESSÉG RÖVID TÁVÚ FEJLESZTHETŐSÉGE 3. ÉVFOLYAMON TERMÉSZETTUDOMÁNYOS KONTEXTUSBAN

**Szabó Zsófia Gabriella\*, Korom Erzsébet\*\* és Pásztor Attila\*\*\***

\* SZTE BTK Neveléstudományi Doktori Iskola

\*\* SZTE BTK Neveléstudományi Intézet Oktatásméлет Tanszék

\*\*\* MTA-SZTE Képességfejlődés Kutatócsoport

Általánosan elfogadott vélemény, hogy az iskolában az ismeretek közvetítése mellett a képességek, különösen a gondolkodási képességek fejlesztésére is kiemelt figyelmet kell fordítani (Csapó, 2004; Csapó és Molnár, 2012; Molnár, 2006; Resnick, 1987). A gondolkodási képességek fejlesztésének fontosságára utal, hogy a gyenge iskolai teljesítmények háttérében – többek között – a gyenge gondolkodási képességek állnak (Hamers és Overtoom, 2000), valamint az, hogy a tanulók egy része alacsony szinten működő gondolkodási képességekkel lép ki a közoktatásból (Nagy, 1999). Azonban a gondolkodási képességek iskolai keretek közötti fejlesztése nem könnyű feladat, a fennálló nehézségek mögött számos tényező áll. Az egyik ilyen tényező a megfelelő módszerek és fejlesztőeszközök hiánya (Csapó, 2004), így az iskolai fejlesztőmunkát nagymértékben segítheti, ha könnyen elérhető és alkalmazható programok állnak rendelkezésre.

Kutatásunk az alapvető gondolkodási képességek közül a kombinatív gondolkodásra irányult. Célunk egy természettudományos kontextusba ágyazott program kifejlesztése és hatékonyságvizsgálata volt harmadik évfolyamos diákok körében. A kombinatív gondolkodás vizsgálata és pedagógiai vonatkozásainak tárgyalása elsősorban a matematikai neveléshez kötődő kutatásokban intenzív. Számos munka foglalkozik e képesség fejlődési folyamatainak elemzésével, a gyerekek gondolkodási stratégiájának feltárásával (pl. English, 2005; Lockwood, 2013), a kombinatorika és a matematika más területeinek összefüggésével (DeTemple és Webb, 2014), illetve a kombinatorikai gondolkodást befolyásoló tényezőkkel (Schröder, Bödeker, Edelstein és Teo, 2000). A kombinatorika a matematika tananyag része, egyszerűbb elemei már a kisiskolások matematikaóráin is szerepelnek, ugyanakkor a kombinatív gondolkodás fejlesztésére más területeken, más tantárgyakban, például a természettudományokban is lehetőség adódik. A kombinatív gondolkodás szerepét a természettudományok tanulásában több vizsgálat is megerősíti. Fejlettsége előrejelzi az iskolai teljesítményt, hatással van a tudományos ismeretek megértésére (Bitner, 1991; Cavallo, 1996; Cavallo, Potter és Rozman, 2004; Yilmaz és Alp, 2006), a természet-

tudományos gondolkodás fejlődésére (Lawson, 1995, 2004). Azonban az e képességet középpontba állító, természettudományos tartalomba ágyazott fejlesztőprogramok nem állnak rendelkezésre.

## Elméleti háttér, kutatási előzmények

### A kombinatív képesség definiálása és mérése

A kombinatív képesség teszi lehetővé megadott elemekből meghatározott feltételek szerint rendezett összeállítások létrehozását (Adey és Csapó, 2012). A kombinatív képesség a művelési képességek egyike. Olyan állandósult pszichikus szabályozási rendszer, „amelynek működése révén az ember képes dolgok vagy események megadott összességéből meghatározott feltételek szerint bizonyos számút kiválasztani, és létrehozni ezek összes különböző, megadott feltételeket kielégítő összeállítását” (Csapó, 1988. 28. o.). Nagy József (2001) átfogó rendszerében a kombinatív képesség a kognitív kompetencia egyik alapképességének, a gondolkodási képesség része.

A kombinatorikai műveleteket már Piaget is behatóan tanulmányozta, fejlődésmodelljében a kombinatív gondolkodás központi szerepet tölt be a formális gondolkodás kialakulásában (Inhelder és Piaget, 1967; Piaget, 1970). Az értelmi fejlődésről alkotott elmélete szerint az egyes fejlődési szinteket más és más gondolkodási (feladatmegoldási) stratégiák jellemzik (Inhelder és Piaget, 1967; Piaget, 1970, 1997; Piaget és Inhelder, 2004). Eszerint a műveletek előtti szintre a véletlen próbálkozás jellemző. A konkrét művelési szinten – bár megjelenik a rendszerben való gondolkodás – még nem alakul ki az összes lehetséges megoldás megtalálásához szükséges stratégia. A formális műveletek szintjén alakul ki az a gondolkodás, ami szisztematikus kereséssel lehetővé teszi az összes lehetséges konstrukció megtalálását. Az említett szakaszokat Piaget életkorokhoz köti (Piaget, 1970, 1997; Piaget és Inhelder, 2004), ami alapján a vizsgálatunk tárgyát képező harmadik évfolyamos (9 és 10 éves) diákok a konkrét művelési szinten tartanak (ám az eltérő egyéni fejlődések okán nem állíthatjuk biztosan, hogy minden tanuló a Piaget által leírt életkorban ér el egy-egy szakaszt). A kombinatív képességre irányuló segítő-fejlesztő programok előkészíthetik és elősegíthetik a gondolkodásban megjelenő stratégiaváltást, ezzel együtt a következő szintre lépést. Ennek jelentősége – többek között – az, hogy a kombinatív gondolkodás megfelelő szintű fejlettsége elengedhetetlen olyan magasabb rendű gondolkodási képességek hatékony működéséhez, mint a természettudományos gondolkodás (pl. kísérletek tervezésekor a változók kezelése és kontrollja), a problémamegoldás (pl. a lehetséges megoldások számbavétele) vagy a kreativitás (pl. szokatlan összeállítások megtalálása; English, 1993; Funke, 1991; Kishta, 1979; Simonton, 2010).

A kombinatív képesség szisztematikus, rendszerszintű leírása hazánkban a képesség nyolc műveletből álló elméleti modelljének megalkotásával az 1980-as években kezdődött. Csapó (1988) a nyolc művelet vizsgálatára 37 matematikai szerkezetet (feladatstruktúrát) alkalmazott, melyek a műveleteknek megfelelően nyolc szubtesztet alkottak. A teszt

kitöltési idejének optimalizálása érdekében a nyolc szubtesztet két tesztstruktúrába rendezték: a „variálás” tesztek tartalmazzák a Descartes-féle sorozatok, az ismétléses variációk, az ismétlés nélküli variációk és az összes ismétléses variáció képzéséhez, a „kombinálás” tesztek az ismétléses kombinációk, az összes részhalmaz, az ismétlés nélküli kombinációk, valamint az ismétléses permutációk képzéséhez tartozó feladatstruktúrákat. A 37 feladatstruktúra mindegyikéhez háromféle, különböző absztrakciós szintű (manipulatív, képi és formális) feladat készült, így a rendszer összesen 111 feladatból állt.

A kombinatív képesség fejlődésének feltárására a 111 feladatot tartalmazó teszttel 1980-ban felmérést végeztek 4., 8. és 11. évfolyamon (Csapó, 1988). A képességet legjobban reprezentáló feladatok kiválasztásával létrejött egy 12 feladatot tartalmazó rövidített tesztváltozat, melyben hat művelettípushoz (kimaradt műveletek: ismétléses kombinációk, ismétléses permutációk) egy-egy képi és egy-egy formális feladat tartozik (Csapó, 2001, 2003). A rövidített tesztváltozattal országos reprezentatív mintán, öt évfolyamon (3., 5., 7., 9., 11.), 1997 őszén történt felmérés (Csapó, 2001, 2003). Mivel a tesztek ki-közvetítése és az adatok kiértékelése jelentős humán erőforrást emészthet fel, kihasználva a technológia alapú mérés-értékelés előnyeit, elkészült a teszt digitalizált változata, ami automatikusan kiszámol egy mutatót, a j-indexet, és a mérés végén azonnali visszacsatolást ad a teszten elért teljesítményről (Csapó, Pásztor és Molnár, 2015; Pásztor, Csapó és Molnár, 2014; Csapó és Pásztor, 2015). A j-index figyelembe veszi a helyes és a felesleges konstrukciókat az összes lehetséges konstrukcióhoz viszonyítva (Csapó, 1988. 54. o.). Az index minden feladat esetében 0 és 1 közötti értéket vehet fel, ahol az 1-es érték az összes helyes konstrukció – felesleges konstrukciók nélküli – felsorolását jelenti.

Nagy (2004) az elemi kombinatív képességet vizsgálta, amit értelmezésében négy készség – ismétléses variálás, ismétlés nélküli variálás, ismétléses kombinálás, ismétlés nélküli kombinálás – és azon belül 16 részkészség alkot. A modell alapján létrehozott 16 szimbolikus (Csapó, 2003 értelmezésében formális) feladatot tartalmazó teszttel országos reprezentatív mintán 2003 májusában 4., 5., 6., 8. és 10. évfolyamon történt az elemi kombinatív képesség fejlődésének feltárása (Nagy, 2004). Nagy taxonómiájából kiindulva Hajdúné (2004) fiatalabb korosztály (4–8 évesek) esetében vizsgálta az elemi kombinatív képességet egy 16 manipulatív feladatot tartalmazó teszttel, amivel 2004–2005 során végzett felmérést. A bemutatott kutatásoknak (Csapó, 1988, 2001, 2003; Nagy, 2004; Hajdúné, 2004) köszönhetően megfelelő mérőeszközök állnak rendelkezésünkre, melyek a kombinatív képesség spontán fejlődésének mérése mellett alkalmasak a fejlesztő beavatkozások hatásának vizsgálatára is.

### **A kombinatív képesség fejlesztésére irányuló kísérletek**

A továbbiakban két hazai, többek között a kombinatív képesség fejlesztésére is irányuló egyéves fejlesztőkísérlet (Csapó, 2003; Pap-Szigeti, 2009) jellemzőit ismertetjük. Mindkettő több gondolkodási művelet fejlesztését is magában foglalta, melyek közül a kombinatív képességet érintő részeket emeljük ki.

Csapó (2003) egyéves kísérlete – egy 1997 és 1999 közötti felméréssorozat részeként – 4. és 7. évfolyamon zajlott. A kombinatív képesség tantárgyba ágyazott fejlesztése a

4. évfolyamon ( $N_{\text{kísérleti}}=269$ ,  $N_{\text{kontroll}}=176$ ) nyelvtan és/vagy környezetismeret, a 7. évfolyamon ( $N_{\text{kísérleti}}=184$ ,  $N_{\text{kontroll}}=100$ ) kémia és/vagy fizika tantárgy keretében valósult meg. A fejlesztés során minden tanuló legalább 50 kombinatív feladatot oldott meg. A kísérlet eredményességét a *Csapó* által kidolgozott, 12 képi és formális feladatot tartalmazó teszttel mérték a tanév elején és végén. A vizsgálat alapján a kombinatív képesség a 4. és a 7. évfolyamon eredményesen fejleszthető, a fejlődés hatásmérete átlagosan 0,27 és 0,7 közötti az átlagos 0,10 és 0,19 közötti spontán fejlődéssel szemben (*Csapó*, 2003). A kombinatív képesség spontán fejlődése és fejleszthetősége egyaránt nagyobb mértékűnek bizonyult az alacsonyabb évfolyamon.

*Pap-Szigeti* (2009) 5. évfolyamosok körében végzett, szintén tartalomba ágyazott kísérlete a szövegértés és négy gondolkodási képesség (köztük az elemi kombinatív képesség) fejlesztésére irányult. A gondolkodási képességek, így a kombinatív gondolkodás fejlesztésére néhány perces, tanóra eleji feladatokkal került sor. A kísérlet kombinatív képességre vonatkozó eredményességét a *Nagy* által kidolgozott elemi kombinatív teszttel mérték. A vizsgálat előkísérletében (2004–2005;  $N=350$ ) a tanulók elemi kombinatív képessége 47,8 %p-ról 59,7 %p-ra emelkedett, ami meghaladja a *Nagy*-féle nagymintás vizsgálat alapján számított spontán fejlődést. A fejlesztésben (2006–2007;  $N_{\text{kísérleti}}=329$ ,  $N_{\text{kontroll}}=83$ ) a kísérleti csoport tanulói szignifikánsan jobban teljesítettek az utómérésen, mint a kontrollcsoport tagjai (kísérleti csoport:  $x_{\text{előteszt}}=41,1\%p$ ,  $x_{\text{utóteszt}}=57,7\%p$ ; kontrollcsoport:  $x_{\text{előteszt}}=41,3\%p$ ,  $x_{\text{utóteszt}}=59,9\%p$ ). A kísérleti csoportban a fejlődés közel duplája volt a spontán fejlődésnek, a fejlesztés hatásmérete 0,24.

A bemutatott kutatások igazolták, hogy a kombinatív képesség a fejlesztő szándékú beavatkozásokra érzékeny, eredményesen fejleszthető képesség. A vizsgált korosztályokban (4., 5. és 7. évfolyam) a fejlesztés meghaladta a képesség spontán fejlődésének mértékét. Azonban a kombinatív képesség alsóbb évfolyamokon való fejleszthetőségéről nincsenek hazai adatok. Bár a kombinatív képesség fejlődésére vonatkozó vizsgálatok eredményei szerint a kombinatív képesség szenzitív szakasza a felső tagozatra esik, *Csapó* (2003) kutatása azt mutatta, hogy e képesség fejleszthetősége a 4. évfolyamon eredményesebb, mint a 7. évfolyamon. Ennek fényében érdemesnek tartottuk a fejleszthetőség vizsgálatát fiatalabb korosztályban, hiszen a játékos feladatok segíthetik a képesség fejlődésének hamarabbi megindulását.

## A fejlesztőkísérlet

A kutatás célja egy környezetismeret tananyagot felhasználó, hathetes program kidolgozása és kipróbálása volt. Ennek keretében vizsgáltuk, hogy a kombinatív képesség rövid időtávú fejlesztése mennyiben módosítja a képesség spontán fejlődését.

### Minta

A kutatásban három budapesti iskola hét osztálya vett részt, a kísérleti csoportot négy, a kontrollcsoportot három osztály alkotta. Az intézményekre bíztuk annak eldöntését,

A kombinatív képesség rövid távú fejleszhetősége 3. évfolyamon természettudományos kontextusban

hogyan az iskolában kiválasztott osztályok melyikében valósuljon meg a fejlesztés. A minta összetételét az 1. táblázat mutatja.

1. táblázat. A kísérleti és a kontrollcsoport tanulójának nem és születési év szerinti eloszlása

Tanulók jellemzői	Kísérleti csoport (N=92)		Kontrollcsoport (N=73)		
	Gyakoriság (fő)	Gyakoriság (%)	Gyakoriság (fő)	Gyakoriság (%)	
Nem	fiú	50	54,3	40	54,8
	lány	42	45,7	33	45,2
Születési év	2004	5	5,4	1	1,4
	2005	56	60,9	53	72,6
	2006	31	33,7	19	26,0

## Mérőeszköz

Az elő- és az utómérés során a tanulók kombinatív képességét a *Csapó* által kifejlesztett teszt digitalizált változatával mértük az online adatfelvételre és visszajelzésre alkalmas eDia-plaformon (*Csapó és Pásztor, 2015; Molnár, 2015*). A korosztályra való tekintettel az eredeti 12 feladat közül csak a hat képi feladatot használtuk. Így összesen 6 pontot lehetett elérni a teszten, de a mérőeszköz felbontása ennél sokkal érzékenyebb, hiszen a *j*-index törtszám is lehet. A feladatok hat művelet értékelését teszik lehetővé: Descartes-féle sorozatok, összes részhalmaz, összes ismétléses variációk, ismétlés nélküli variációk, ismétléses variációk, ismétlés nélküli kombinációk. A számítógép alapú tesztelésnek köszönhetően a teszt eredményeinek rögzítéséhez nem szükséges humán erőforrás, a *j*-index automatikus kiszámolásával műveletenként és a teljes tesztre is részletes, százalékos átszámítható eredményeket kapunk.

## Adatfelvétel

Az előmérés 2014 szeptember–októberében, az utómérés 2014 decemberében, az iskolákkal előre egyeztetett időpontokban valósult meg. A tanulók háttéradatairól a pedagógusokat kérdeztük. Mivel a szülők iskolai végzettségéről két iskola nem nyilatkozott, a teljes mintára vonatkozóan ilyen adatokkal nem rendelkezünk.

## A program jellemzői

### *A fejlesztendő műveletek és a program szerkezete*

A fejlesztőprogram *Csapó* (1988, 2003) elméleti modelljére épült, hat kombinatív művelet fejlesztésére irányult. Műveletenként kilenc feladatot tartalmazott, így összesen

54 saját fejlesztésű kombinatív gyakorlatból állt. A feladatok arányosan oszlottak el, minden héten három művelettípussal, műveletenként 3-3 gyakorlattal találkozhattak a tanulók. A fejlesztés első két hetében előkerült a fejlesztés során érintett összes művelettípus, melyek hármásával további két fejlesztési héten jelentek meg ismét. A feladatok művelettípusok, illetve fejlesztési időszak szerinti eloszlását a 2. táblázat mutatja.

2. táblázat. A fejlesztés feladatainak eloszlása a műveletek és a fejlesztési hetek szerint

Művelet	Feladatok száma						
	1. hét	2. hét	3. hét	4. hét	5. hét	6. hét	Összesen
Ismétléses variációk	3	–	3	–	3	–	9
Összes részhalmaz	3	–	3	–	3	–	9
Ismétlés nélküli variációk	3	–	3	–	3	–	9
Descartes-féle sorozatok	–	3	–	3	–	3	9
Ismétlés nélküli kombinációk	–	3	–	3	–	3	9
Összes ismétléses variáció	–	3	–	3	–	3	9
<i>Összesen</i>	9	9	9	9	9	9	54

A fejlesztés során a feladatok összetettsége nő, az egyes művelettípusokon belül emelkedik a kiinduló elemek, valamint a létrehozható konstrukciók száma (1. 3. és 4. táblázat). A fejlesztés kerettörténetbe ágyazott, a feladatok szövege egy gyerek naplóját idézi, aki családjával bejárta az országot (Naplóm magyarországi barangolásainkról), és az élmények kapcsán feladatot ad a tanulóknak. A feladatok felvezető szövege érdekességeket tartalmaz az adott városról, tájegységről, majd ebből bontakozik ki a feladat. A feladatokban az adott művelettípus gyakorlása mellett környezetismereti tartalmakra vonatkozó kérdések is megjelennek.

A feladatok természettudományos keretbe ágyazódtak, de nem kapcsolódtak szervesen a harmadik évfolyamos tananyaghoz. A program Magyarország nagytájainak híres városait, látványosságait, tájegységeit mutatja be, ennek köszönhetően a tanulók a fejlesztés végére a hat nagytáj kilenc-kilenc jellegzetességével találkoznak. A feladatok tartalmának kiválasztásához a második és a harmadik évfolyamon használt környezetismeret tankönyveket tekintettünk át, az ezekben megjelenő témák ihlették a feladatokat. Bár Magyarország nagytájainak megismerése a későbbi évek tananyaga (részletesen a 6. évfolyamon), a feladatok a háttérismeretek adásával előkészítik ezt a témakört. A kombinatív műveletek gyakoroltatása és fejlesztése mellett a feladatok tartalma lehetőséget ad általánosabb témák (pl. a környezetvédelem) megbeszélésére is.

A programhoz hat tanulói és hat tanári füzetet készítettünk. A tanulói füzetek munkafüzet jellegűek, egy oldalon egy feladat bevezető szövege, illetve a feladat megoldását segítő kitölthető rész szerepel. A tanári füzetek a megoldott feladatokon kívül az adott időszak feladatainak áttekintő táblázatát (művelettípus, feladat száma és típusa, kellékek, javasolt időpont, megvalósulás időpontja) is tartalmazzák.

A kombinatív képesség rövid távú fejleszthetősége 3. évfolyamon természettudományos kontextusban

3. táblázat. A páratlan fejlesztési hetek feladatainak összetettsége művelettípusok és témák szerint

Művelet	Feladatok jellemzői	1. hét	3. hét	5. hét
		Alföld	Nyugat-magyarországi peremvidék	Dunántúli-középhegység
Ismétléses variációk	Elemek száma	2	2	2
	Konstrukciók hossza	2	3	3
	Konstrukciók száma	4	8	8
Összes részhalmaz	Elemek száma	3	3	4
	Konstrukciók hossza	1, 2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3, 4
	Konstrukciók száma	7	7	15
Ismétlés nélküli variációk	Elemek száma	3	4	5
	Konstrukciók hossza	2	2	2
	Konstrukciók száma	6	12	20

4. táblázat. A páros fejlesztési hetek feladatainak összetettsége művelettípusok és témák szerint

Művelet	Adott hét témája	2. hét	4. hét	6. hét
		Kisalföld	Dunántúli-dombság	Északi-középhegység
Descartes-féle sorozatok	Elemek száma	3+2	3+3	4+3
	Konstrukciók hossza	2	2	2
	Konstrukciók száma	6	9	12
Ismétlés nélküli kombinációk	Elemek száma	4	5	5
	Konstrukciók hossza	2	2	3
	Konstrukciók száma	6	10	10
Összes ismétléses variáció	Elemek száma	2	3	4
	Konstrukciók hossza	1, 2	1, 2	1, 2
	Konstrukciók száma	6	12	20

A feladatok változatossága érdekében hat feladattípust alkalmaztunk, ezeket a tanári füzetekben is feltüntettük: (1) kiegészítés: a konstrukciók leírása rövid szöveg segítségével; (2) ábrához írás: a konstrukciók leírása ábra segítségével; (3) jelölés: a konstrukciók jelölése ábrán vagy táblázatban; (4) rajzolás: a konstrukciók lerajzolása, amit ábra vagy szöveg segít; (5) színezés: a konstrukcióknak ábra színezésével való megadása; (6) tevékenység: a konstrukciók szimulálása tevékeny tanulói részvétellel. Az 1. és a 2. ábra a program egy-egy példafeladatát mutatja.

Az egyik nap nem mindennapi élményben volt részünk: az Abaligeti-barlangban jártunk! Ez a barlang a Mecsek egyik patakos barlangja. A barlang a szép patakmeder mellett a mészkőben kialakult cseppkőképződményeiről híres. Ócsi szemfüles volt és az egyik távoli falon észrevett egy apró fekete foltot. Közelebb érve láttuk, hogy egy denevér. A barlangi vezetőnktől megtudtuk, hogy a denevérek sok időt töltenek a barlangokban, de olykor például rókák is előfordulnak a bejáráshoz közeli részeken. Hazafelé apa mesélt a különböző élőhelyeken megtalálható állatokról. Készítettem egy táblázatot, segíts kitölteni!

**Párosítsd** a táblázat fölött felsorolt **állatokat és az élőhelyeket!** A párokat írd be a táblázat megfelelő oszlopába! Az **összes lehetséges párt** keresd meg!

**Állatok:** denevér, róka, béka

**Élőhelyek:** barlang, erdő, víz

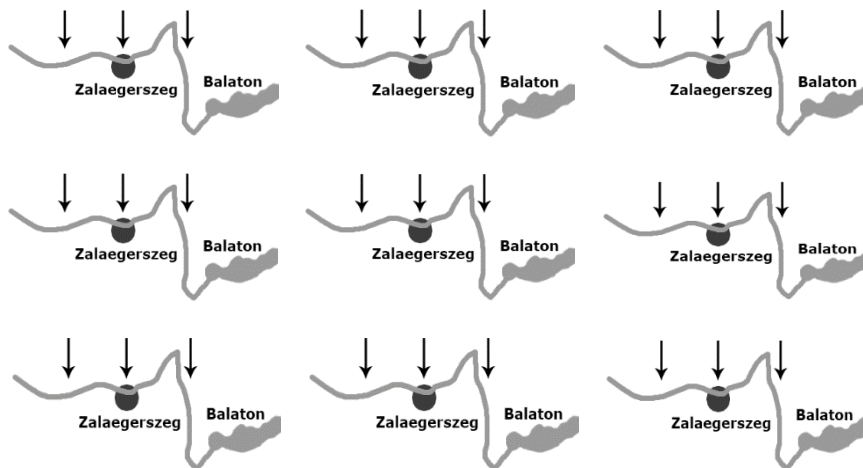
Sok időt tölt ott		Előfordul ott		Ha teheti, elkerüli	
állat	élőhely	állat	élőhely	állat	élőhely

1. ábra

*Feladat Descartes-féle sorozatok művelettipusra*

Felkerestük Zala megye székhelyét, Zalaegerszeget. A város felfedezése során a települést átszelő Zala folyó partján sétáltunk. A Zala Magyarországon ered és a Kis-Balatonon keresztül a Balatonba torkollik. Láttunk egy gyárat, ami nagy csövekből szennyezett vizet öntött a folyóba. Hugi felsóhajtott: „Még jó, hogy a gyár itt önti bele a koszt a vízbe, nem a folyó város alatti szakaszán, ahol délután horgászni fogunk!” Jogos Hugi megállapítása? A folyó **város fölötti**, **városi** és **város alatti szakasza** lehet **tiszta vagy szennyezett**. Keressétek meg az **összes lehetőséget!**

Rajzolj a folyó három szakaszát jelző nyilak fölé mosolygós (tiszta vízre utaló) vagy szomorú (szennyezett vízre utaló) arcot!



Az összes lehetőség megkeresése után húzd át azokat az ábrákat, amelyek olyat jelölnek, ami a valóságban nem fordulhat elő!

2. ábra

*Feladat ismétlés nélküli kombinációk művelettipusra*



### A fejlesztés körülményei

A fejlesztést az általunk kidolgozott segédanyagok (tanulói és tanári füzetek, fejlesztési útmutató) alapján a tanítók valósították meg. Azt kértük, hogy lehetőség szerint mindennap foglalkozzanak a feladatokkal. A fejlesztés pontos idejét nem határoztuk meg, ezen a pedagógusok naponta vagy hetente is változtathattak, egyedül azt kértük, hogy akkor valósítsák meg, amikor az egész osztály jelen van.

A fejlesztési útmutatóban meghatároztuk a feladatok megoldásának menetét: (1) A feladat közös értelmezése: a tanító vezetésével a feladat szövegének tanulmányozása, arról való meggyőződés, hogy a tanulók megértették a feladatot. (2) Egyéni/páros/csoportos feladatmegoldás: a feladatok jellege és a tanító döntése alapján (érdemes mindhárom munkaformát alkalmazni a fejlesztés során; a csoportmunkánál 3-4 fős csoportokat célszerű kialakítani). (3) Közös megbeszélés: a tanító vezetésével a feladatmegoldás ellenőrzése. A tanulók segítése abban, hogy a feladatmegoldás stratégiáját is megértsék.

Felhívtuk a tanítók figyelmét arra, hogy különösen fontos a feladat helyes megoldásához annak pontos értelmezése, hiszen ez határozza meg a lehetséges összeállításokat (ebben az értelemben a program a szövegértés fejlődésére is pozitív hatással lehet). A fejlesztési útmutatóban kitértünk arra is, hogy a feladatok egy részénél a válaszok számára több hely/ábra adott, mint a helyes megoldások száma. Felhívtuk a pedagógusok figyelmét arra, hogy ezeknél érdemes rámutatni, hogy a megoldásokat szisztematikusan célszerű megadni, és nem biztos, hogy mindig annyi megoldás van, amennyi válaszadási lehetőség. Ebben az életkori szakaszban van a legnagyobb terünk a szisztematikus gondolkodás fejlesztésére – Piaget elmélete szerint a formális gondolkodás kialakulásának segítésére –, így itt érdemes expliciten is megfogalmazni a különböző feladatmegoldó stratégiákat.

## Eredmények

A mérőeszköz megbízhatósága az elő- és az utóteszt során is megfelelőnek bizonyult (előteszt: Cronbach- $\alpha=0,79$ ; utóteszt: Cronbach- $\alpha=0,80$ ). Az előmérés során a kontrollcsoport szignifikánsan jobban teljesített, mint a kísérleti csoport (5. táblázat). Ez az eredmény arra utal, hogy mindhárom iskola az alacsonyabb képességűnek vélt osztályát választotta kísérleti osztálynak. Az utóteszt eredményei alapján a kísérleti és a kontrollcsoport teljesítménye közötti különbség megszűnt, a két minta teljesítménye között nincs szignifikáns különbség (6. táblázat).

5. táblázat. A kísérleti ( $N=92$ ) és a kontrollcsoport ( $N=73$ ) előteszten elért eredménye

Minta	Teszteredmény (%p)		Levene-próba		Kétmintás t-próba	
	Átlag	Szórás	F	p	t	p
Kísérleti	43,0	21,3	0,097	n.s.	2,902	0,004
Kontroll	52,5	20,8				

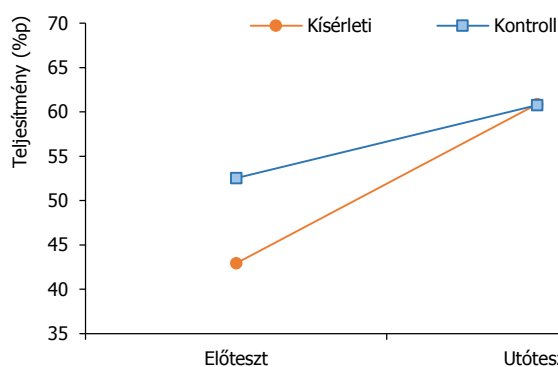
Megjegyzés: n.s. = nem szignifikáns

6. táblázat. A kísérleti (N=92) és a kontrollcsoport (N=73) utóteszten elért eredménye

Minta	Teszteredmény (%p)		Levene-próba		Kétmintás t-próba	
	Átlag	Szórás	F	p	t	p
Kísérleti	60,9	21,9	0,560	n.s.	0,028	n.s.
Kontroll	60,8	21,6				

Megjegyzés: n.s. = nem szignifikáns

A 3. ábra a kísérleti és a kontrollcsoport elő- és utóteszten elért eredményeit szemlélteti. A statisztikai próbák alapján a kombinatív képesség mindkét részmintában szignifikánsan fejlődött (kísérleti:  $t=8,864$   $p<0,01$ , kontroll:  $t=4,898$   $p<0,01$ ) a két mérés között. A kísérleti csoportban az átlagos fejlődés (17,9%p) több mint duplája a kontrollcsoporténak (8,2%p). A szignifikánsan nagyobb mértékű fejlődésből (7. táblázat) arra következtethetünk, hogy a fejlesztőfeladatok hozzájárultak a kísérleti csoport kombinatív képességének fejlődéséhez. A két minta átlagos fejlődése és szórásátlaga alapján a program hatásmérete  $d=0,57$ , ami *Cohen* javaslata (idézi *Csikos*, 2012) alapján közepes kísérleti hatást jelöl, átlagosan kicsivel több, mint fél szórásnyi fejlődést sikerült elérni.



3. ábra

A kísérleti és a kontrollcsoport teljesítménye az elő- és az utóteszten

7. táblázat. A kísérleti (N=92) és a kontrollcsoport (N=73) fejlődése a két mérés között

Minta	Fejlődés (%p)		Levene-próba		Kétmintás t-próba	
	Átlag	Szórás	F	p	t	p
Kísérleti	17,9	19,4	3,774	n.s.	3,564	<0,001
Kontroll	8,2	14,4				

Megjegyzés: n.s. = nem szignifikáns

Mind a kísérleti, mind a kontrollcsoportban szignifikáns negatív korreláció tapasztalható az előmérés eredménye, valamint a két mérés közötti változás között (kísérleti:  $r=-0,43$   $p<0,01$ ; kontroll:  $r=-0,30$   $p<0,01$ ). Ez arra utal, hogy az előteszten gyengébben teljesítők többet fejlődtek a vizsgált időszakban, mint az előteszten jobb eredményt elérők. A kísérleti csoport esetében közepes erősségű az összefüggés, a kontrollcsoportnál gyenge a kapcsolat a két vizsgált változó között. Ez az összefüggés nem meglepő, *Csapó* (2003) felhívta a figyelmet az indulószint és a fejlődés negatív korrelációjára mind a spontán fejlődés, mind a fejlesztés esetében, és *Pap-Szigeti* (2009) is hasonló következtetésre jutott a fejlődés mértékét vizsgálva.

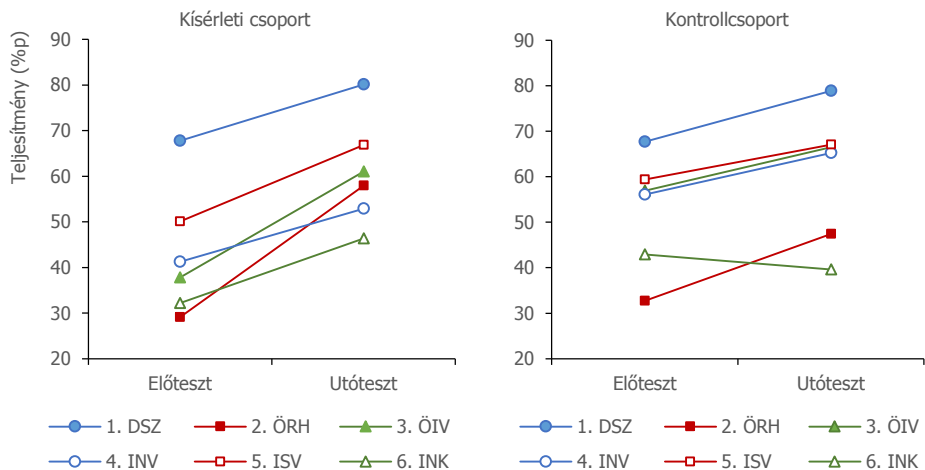
A két mintát (kísérleti és kontrollcsoport) nemek szerint négy részmintára bontottuk. Az elő- és utómérés eredményei, valamint a két mérés közötti változás (fejlődés) alapján se a kísérleti, se a kontrollcsoportban nincs szignifikáns különbség ( $p>0,05$ ) a fiúk és a lányok teljesítménye között, vagyis a vizsgálatban részt vevő osztályokban a kombinatív képesség fejlettségében és fejlődésében nem mutatkoznak jelentős nem szerinti eltérések.

#### **A fejlesztőprogram hatása a kombinatív műveletekre**

A művelettípusok szerinti eredményeket a kísérleti és a kontrollcsoportban a két mérési pont eredményei alapján a 4. ábra szemlélteti. A kontrollcsoport az előmérés során három művelettípus esetében – összes ismétléses variáció, ismétlés nélküli variációk, ismétlés nélküli kombinációk – teljesített szignifikánsan ( $p<0,05$ ) jobban, a többi műveletnél nincs számottevő különbség ( $p>0,05$ ) a két minta teljesítményében. Az utómérésben az ismétlés nélküli variációk művelettípus esetében továbbra is szignifikánsan jobban ( $p<0,05$ ) teljesített a kontrollcsoport, ám az összes részalmaz művelettípusnál a kísérleti csoport ( $p<0,05$ ). A többi művelet esetében nincs szignifikáns különbség ( $p>0,05$ ) a két minta között.

A két mérés eredményeit összevetve, a kísérleti csoportban a statisztikai próbák szerint mind a hat művelettípus esetében szignifikáns ( $p<0,05$ ) a fejlődés. A kontrollcsoportnál – az ismétlés nélküli kombinációt leszámítva – minden művelettípusnál szignifikáns fejlődésre utalnak az adatok. Az egyetlen eltérően viselkedő műveletnél – ami a teszt utolsó feladata – nincs szignifikáns változás a két mérés adatai között.

A kísérleti és a kontrollcsoportban műveletenként bekövetkező változásokat összehasonlítva három művelettípus – összes részalmaz, összes ismétléses variáció, ismétlés nélküli kombinációk – esetében tapasztalható a kísérleti csoport javára szignifikánsan ( $p<0,05$ ) nagyobb arányú fejlődés. Ez a három művelettípus volt a legnehezebb a tanulóknak, ezeken a feladatokon a legalacsonyabb mind a kísérleti, mind a kontrollcsoport tagjainak az átlagos teljesítménye. Ebből arra következtethetünk, hogy a fejlesztés a kombinatív képesség azon három műveletére volt pozitív hatással, amelyek a mérőeszköz alapján a legnagyobb kihívást jelentették a tanulóknak. Annak a három műveletnek a fejlődéséhez, amelyekhez kapcsolódó feladatokon jobban teljesítettek a tanulók, nem járult hozzá a fejlesztés.

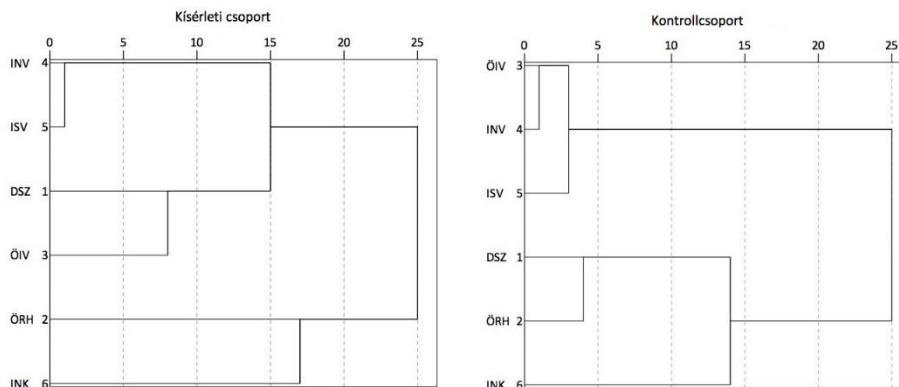


4. ábra

A fejlesztés alatt bekövetkezett változás a kombinatív műveletekben (DSZ: Descartes-féle sorozatok; ÖRH: Összes részhalmaz; ÖIV: Összes ismétléses variáció; INV: Ismétlés nélküli variációk; ISV: Ismétléses variációk; INK: Ismétlés nélküli kombinációk)

A kísérleti és a kontrollcsoportban a műveletenként bekövetkezett fejlődés további elemzésére klaszteranalízis végeztünk (5. ábra). A kísérleti csoport esetében először a legkevesebbet fejlődő, ismétlés nélküli variáció és a második legkönnyebbnek bizonyult művelet, az ismétléses variáció kapcsolódott össze, amit a legkönnyebb feladat, a Descartes-féle sorozatok és a nehezebb feladatok közé sorolható összes ismétléses variáció kapcsolódása követett. Az említett két pár összekapcsolódásával azok a műveletek kerültek egy klaszterbe, amelyek a *Csapó*-féle (1988) vizsgálat variálás tesztjében is szerepelnek, ezekenél a műveleteknél a konstrukciók összeállításánál lényeges az elemek sorrendje. Ezt követi az összes részhalmaz és az ismétlés nélküli kombinációk összekapcsolódása. Ez a két feladat bizonyult az előteszt alapján a két legnehezebbnek. E két művelet a *Csapó*-féle (1988) vizsgálat kombinálás tesztjében szerepelt, esetükben a létrehozható konstrukcióknál az elemek sorrendje nem számít. A bemutatott eredmények szerint a kísérleti csoportban a variáláshoz és a kombináláshoz kapcsolódó műveletek két külön klaszterbe rendeződtek. A kontrollcsoportnál hamar összekapcsolódott a három variáláshoz szorosan köthető művelet: az összes ismétléses variáció, az ismétlés nélküli variáció, majd az ismétléses variáció. Ezen három műveletben a kontrollcsoport az elő- és utóteszten hasonlóan teljesített (4. ábra), és a kombinatív tesztben ehhez a három művelethez kapcsolódó feladat hasonlít leginkább egymásra (jelsorozatok létrehozása). A másik klaszterbe először a legkönnyebb feladat, a Descartes-féle sorozatok és a legnehezebb feladat, az összes részhalmaz kapcsolódott össze, amit a második legnehezebb feladat, az ismétlés nélküli kombinációk kapcsolódása követett. A kombinálás tesztben ez az a három feladat, aminél kis képeken való jelölés segítségével kell felsorolni a konstrukciókat.

A kombinatív képesség rövid távú fejleszthetősége 3. évfolyamon természettudományos kontextusban

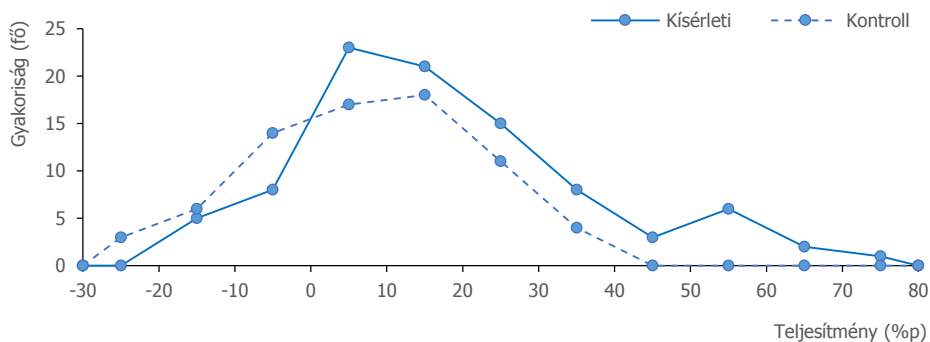


5. ábra

A műveletenkénti fejlődés klaszteranalízise a kísérleti és a kontrollcsoportban (DSZ: Descartes-féle sorozatok; ÖRH: Összes részhalmaz; ÖIV: Összes ismétléses variáció; INV: Ismétlés nélküli variációk; ISV: Ismétléses variációk; INK: Ismétlés nélküli kombinációk)

### Tanulói eredmények a kísérleti és a kontrollcsoportban

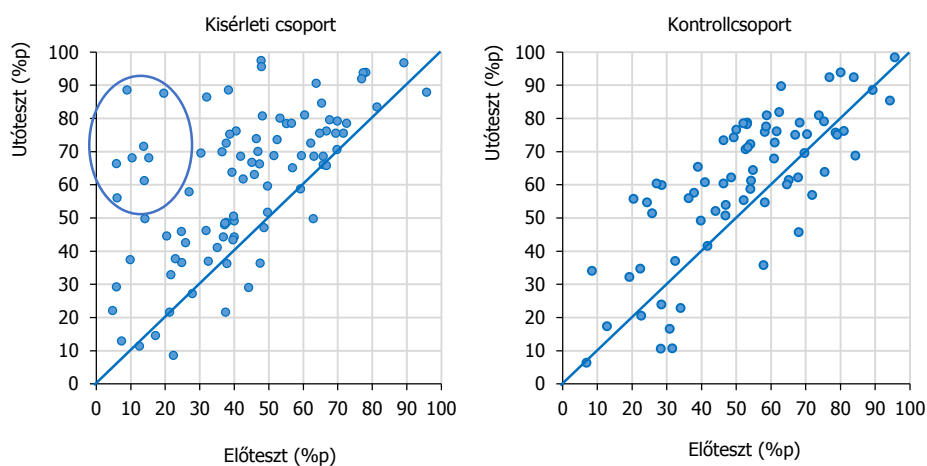
A vizsgálat során bekövetkezett fejlődés tanulói szintű elemzése érdekében ábrázoltuk a kísérleti és a kontrollcsoport tagjainak két mérés közötti teljesítménykülönbségének eloszlását (6. ábra). A két rész minta fejlődési görbéjét összehasonlítva azt tapasztaljuk, hogy a kontrollcsoportban többen teljesítettek gyengébben (negatív tartomány) az utóteszten az előteszthez képest. A pozitív tartományban ennek az ellenkezőjét látjuk, a kísérleti csoport tanulóit szemléltető görbe a kontrollcsoport görbéje felett található..



6. ábra

A kísérleti és a kontrollcsoport tagjainak eloszlása a két mérés közötti teljesítménykülönbség alapján

Az elő- és az utóteszt eredményeit tanulói szinten is összevetettük, ennek eredményét a 7. ábra szemlélteti. Az egyenesen és annak környékén szerepelnek azok a tanulók, akik ugyanúgy vagy nagyon hasonlóan teljesítettek a két mérésen, az egyenes alatt azok, akik az utóteszten gyengébb, fölötté pedig azok, akik az utóteszten jobb eredményt értek el. A kontrollcsoport tagjai egyenletesebben oszlanak el az egyenes körül, mint a kísérleti csoport tagjai, azonban esetükben többen vannak azok, akik jobb eredményt értek el az utóteszten. Ez feltételezhetően a két mérés közötti időszakban bekövetkezett spontán fejlődésnek és/vagy a teszt megismeréséből eredő hatásnak tudható be (ennek megállapítására további vizsgálatok szükségesek). A kísérleti csoport tagjai között kevesen vannak azok, akik gyengébb teljesítményt értek el az utómérés során, és többen, akik – feltételezhetően a fejlesztésnek is köszönhetően – jobban teljesítettek az utóteszten.



7. ábra

*A kísérleti és a kontrollcsoport tagjainak teljesítménye az elő- és az utóteszten*

A 7. ábrán a kísérleti csoport tagjai közül karikázással jelöltük azt a nyolc tanulót, akik az előteszten való gyenge, jelentősen átlag alatti (5–20%p) teljesítmény után az utóteszten átlag körüli, illetve jelentősen átlag fölötti (56–89%p) teljesítményt értek el. Az eredmények tanúsága szerint ezek a tanulók a fejlesztés ideje alatt nagymértékben meghaladták a kísérleti csoport átlagos fejlődését (47–80%p). Eredményeik annyira kiugróak, hogy esetükben felmerült a kísérletből való kizárás is, ezért alaposabban megvizsgáltuk jellemzőiket. A tanulók nem szerinti megoszlása egyenletes (négy fiú, négy lány), az életkorukat tekintve inkább a minta fiatalabb tanulói közé tartoznak (öt tanuló 2006-ban született, kettő 2005 őszén és egy diák 2004 tavaszán). A tanulók közel egyenletesen oszlanak meg a négy kísérleti osztály között (3–2–2–1), így elvethetjük a mérés és/vagy a fejlesztés körülményeiből eredeztethető hatást. Az előteszten a nyolc tanuló közül egy kivételével mindenkinek van legalább egy nulla pontos feladata, míg az utóteszten csak egy tanuló van, akinek van olyan feladata, amit egyáltalán nem tudott megoldani. Az előteszt során a nulla pontos feladatok a teszt vége felé gyakoribbak, de a teszt elején is találkozunk ilyenekkel

(nulla pontot elérő tanulók száma feladatonként: 1/4/0/5/5/6 fő). Vizsgáltuk a feladatokkal eltöltött időt a két mérésben, mely szerint két tanuló az előteszt alkalmával töltött el több időt, egy tanuló közel ugyanannyi időt töltött a két teszttel, öt tanuló jelentősen több időt töltött az utóteszt során a feladatokkal. Utóbbiak közül hárman több mint dupla annyi időt foglalkoztak az utómérés során a feladatokkal. A vizsgált nyolc tanuló elő- és utóteszten elért teljesítményét, a két mérés közötti fejlődést, valamint a két mérés során a feladatokkal eltöltött időt a 8. táblázatban részleteztük

8. táblázat. A kísérleti csoport 6. ábrán jelölt nyolc tanulójának jellemzői

Tanuló	Eredmény (%p)			Feladatokkal töltött idő (perc)	
	Előteszt	Utóteszt	Fejlődés	Előteszt	Utóteszt
1.	13,9	61,2	47,2	11,4	24,5
2.	6,0	56,0	50,0	10,7	11,6
3.	15,2	68,0	52,8	14,8	20,4
4.	10,4	68,0	57,6	20,5	16,8
5.	13,8	71,5	57,8	11,0	31,0
6.	5,8	66,3	60,5	4,8	17,6
7.	19,6	87,5	67,9	29,5	18,9
8.	8,9	88,5	79,6	9,0	12,5

A fent leírtak, illetve a 8. táblázat alapján nem találtunk a szóban forgó nyolc tanuló egyértelmű kizárására vagy másként kezelésére okot adó tényezőt. Előfordulhat, hogy a fejlesztés és/vagy egyéb tényezők hatására rájöttek a tanulók a feladatok megoldásához szükséges stratégiára. A fejlesztés és/vagy egyéb tényezők hatása hozzájárulhat a tesztől való félelem csökkenéséhez, ami szintén okozhat teljesítménynövekedést.

## Összegzés

Kutatásunk célja egy, a kombinatív gondolkodás hat műveletének fejlesztésére kidolgozott, környezetismeret és természetismeret tantárgyi tartalmakat felhasználó, hathatós fejlesztőprogram kipróbálása volt harmadik évfolyamos tanulók körében. Az adatok alapján a program eredményes. A kombinatív képesség a kísérleti és a kontrollcsoport esetében is szignifikánsan fejlődött, viszont a kísérleti csoportban az átlagos fejlődés (17,9%p) több mint duplája a kontrollcsoporténak (8,2%p). A program hatásmérete közepes erősségű ( $d=0,57$ ). A fejlesztés eredményességére utal, hogy a kísérleti csoport tagjai között – a kontrollcsoportéhoz viszonyítva – kisebb arányban vannak azok a tanulók, akiknek romlott a teljesítményük a két mérés között, és nagyobb arányban azok, akiknél fejlődést tapasztaltunk. Más vizsgálatokhoz hasonlóan szignifikánsan nagyobb teljesítménynövekedést azonosítottunk azon tanulóknál, akik az előteszten gyengébb eredményt értek el, tehát az alacsonyabb kezdeti képességszintű tanulóknál hatékonyabbnak bizonyult a fejlesztés.

A fiúk és a lányok között nem találtunk szignifikáns különbséget az elő- és az utóteszten sem a kísérleti, sem a kontrollcsoportban.

A program az érintett hat művelet közül az előmérésben nehezebbnek bizonyult három műveletre (összes részhalmaz, összes ismétléses variáció, ismétlés nélküli kombinációk) volt pozitív hatással, ezeknél szignifikáns az eltérés a kontrollcsoport fejlődéséhez képest. A feladatok közötti összefüggések a műveletek típusai szerint alakultak, a klaszteranalízis során egy csoportba rendeződtek a kombinálás, illetve a variálás műveletei mind a kísérleti, mind a kontrollcsoport esetében.

A program kipróbálása igazolta, hogy a kombinatív gondolkodást fejlesztő feladatok eredményesen alkalmazhatók kisiskolások körében, beépíthetők a tanórák menetébe, és kidolgozhatók olyan természettudományos tartalmú feladatok, amelyek kombinatorikai műveleteket igényelnek. A rövid távú fejlesztés hatékonynak bizonyult, ugyanakkor további kutatási feladat a fejlesztés tartósságának vizsgálata. További vizsgálat tárgyát képezheti, hogy a számszerű fejlődés mellett tapasztalható-e változás a feladatmegoldás stratégiájában a fejlesztést követően. Ennek lehetősége adott az online tesztelésben, hiszen a feladatmegoldás menetére, a teszt kitöltésére vonatkozó adatok részletesen elemezhetők (Csapó és Pásztor, 2015). A bemutatott kutatás a program kipróbálását tűzte ki célul, korlátozza a kontrollcsoport kis száma, ami nem tette lehetővé a minta illesztését. Ezért a kutatás továbbfejlesztésében tervezzük a kísérleti és a kontrollcsoportok nagyságának bővítését, valamint a kombinatív képesség fejlettségét befolyásoló változók, háttér adatok felvételét, elemzését.

---

A kutatás az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával a TAMOP-3.1.9-11/1-2012-0001 azonosító jelű „*Diagnosztikus mérések fejlesztése*” című kiemelt projekt és az MTA Szakmódszertani Pályázat 2014 keretében valósult meg.

## Irodalom

- Adey, Philip és Csapó Benő (2012): A természettudományos gondolkodásfejlesztése és értékelése. In: Csapó Benő és Szabó Gábor (szerk.): *Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikus értékeléséhez*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 17–58.
- Bitner, B. L. (1991): Formal operational reasoning modes: Predictors of critical thinking abilities and grades assigned by teachers in science and mathematics for students in grades nine through twelve. *Journal of Research in Science Teaching*, **28**. 3. sz. 265–274. DOI: [10.1002/tea.3660280307](https://doi.org/10.1002/tea.3660280307)
- Cavallo, A. M. L. (1996): Meaningful learning, reasoning ability and students' understanding and problem solving of genetics topics. *Journal of Research in Science Teaching*, **33**. 6. sz. 625–656. [http://dx.doi.org/10.1002/\(sici\)1098-2736\(199608\)33:6<625::aid-tea3>3.0.co;2-q](http://dx.doi.org/10.1002/(sici)1098-2736(199608)33:6<625::aid-tea3>3.0.co;2-q)
- Cavallo, A. M. L., Potter, W. H. és Rozman, M. (2004): Gender differences in learning constructs, shifts in learning constructs, and their relationship to course achievement in a structured inquiry, yearlong college physics course for life science majors. *School Science and Mathematics*, **104**. 6. sz. 288–300. DOI: [10.1111/j.1949-8594.2004.tb18000.x](https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2004.tb18000.x)
- Csapó Benő (1988): *A kombinatív képesség struktúrája és fejlődése*. Akadémiai Kiadó, Budapest.



A kombinatív képesség rövid távú fejleszthetősége 3. évfolyamon természettudományos kontextusban

- Csapó Benő (2001): A kombinatív képesség fejlődésének elemzése országos reprezentatív felmérés alapján. *Magyar Pedagógia*, **101**. 4. sz. 511–530.
- Csapó Benő (2003): *A képességek fejlődése és iskolai fejlesztése*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Csapó Benő (2004): Képességfejlesztés az iskolában - problémák és lehetőségek. In: Csapó Benő (szerk.): *Tudás és iskola*. Műszaki Kiadó, Budapest. 89–100.
- Csapó Benő és Molnár Gyöngyvér (2012): Gondolkodási készségek és képességek. In: Csapó Benő (szerk.): *Mérlegen a magyar iskola*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 407–440.
- Csapó Benő és Pásztor Attila (2015): A kombinatív képesség fejlődésének mérése online tesztekkel. In: Zsolnai Anikó és Csapó Benő (szerk.): *Online diagnosztikus mérések az iskola kezdő szakaszában*. Oktatókutatató és Fejlesztő Intézet, Budapest. 367–385.
- Csapó, B., Pásztor, A. és Molnár, Gy. (2015): Online assessment of combinatorial reasoning: Perspectives of measuring a challenging construct. Előadás. 16th Biennial EARLI Conference, Limassol, Cyprus. 2015. augusztus 25-29.
- Csikos Csaba (2012): *Pedagógiai kísérletek kutatás-módszertana*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- DeTemple, D. és Webb, W. (2014): *Combinatorial reasoning. An introduction to the art of counting*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- English, L. D. (1993): Children's strategies for solving two- and three-dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, **24**. 3. sz. 255–273. DOI: [10.2307/749347](https://doi.org/10.2307/749347)
- English, L. D. (2005): Combinatorics and the development of children's combinatorial reasoning. In: Jones, G. A. (szerk.): *Exploring probability in school: Challenges for Teaching and Learning*. Springer, New York. 121–141. DOI: [10.1007/0-387-24530-8\\_6](https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_6)
- Funke, J. (1991). Solving complex problems: exploration and control of complex systems. In: Sternberg, R. J. és Frensch, P. A. (szerk.): *Complex problem solving: principles and mechanisms*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale. 185–222.
- Hajdúné Holló Katalin (2004): Az elemi kombinatív képesség fejlődésének kritériumorientált diagnosztikus feltárása 4–8 évesek körében. *Magyar Pedagógia*, **104**. 3. sz. 263–292.
- Hamers, J. H. M. és Overtoom, M. Th. (2000): A gondolkodásra nevelés európai programjai. *Új Pedagógiai Szemle*, **50**. 7–8. sz. 107–114.
- Inhelder, B. és Piaget, J. (1967): *A gyermek logikájától az ifjú logikájáig*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Kishta, M. A. (1979): Proportional and combinatorial reasoning in two cultures. *Journal of Research in Science Teaching*, **16**. 5. sz. 439–443. DOI: [10.1002/tea.3660160511](https://doi.org/10.1002/tea.3660160511)
- Lawson, A. E. (1995): *Science teaching and the development of thinking*. CA: Wadsworth, Belmont.
- Lawson, A. E. (2004): The nature and development of scientific reasoning: A synthetic view. *International Journal of Science and Mathematics Education*, **2**. 3. sz. 307–338. DOI: [10.1007/s10763-004-3224-2](https://doi.org/10.1007/s10763-004-3224-2)
- Lockwood, E. (2013): A model of students' combinatorial thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, **32**. 2. sz. 251–265. DOI: [10.1016/j.jmathb.2013.02.008](https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.02.008)
- Molnár Gyöngyvér (2006): Az ismeretek alkalmazhatóságának korlátai: komplex problémamegoldó gondolkodás fejlettsége 7. és 11. évfolyamon. *Magyar Pedagógia*, **106**. 4. sz. 329–344.
- Molnár Gyöngyvér (2015): A képességmérés dilemmái: a diagnosztikus mérések (eDia) szerepe és helye a magyar közoktatásban. *Génius Műhely Kiadványok*, 2. sz. 16–29.
- Nagy József (1999): A kognitív készségek és képességek fejlesztése. *Iskolakultúra*, **9**. 1. sz. 14–26.
- Nagy József (2001): A személyiség alaprendszere. *Iskolakultúra*, **11**. 9. sz. 22–38.
- Nagy József (2004): Az elemi kombinatív képesség kialakulásának kritériumorientált diagnosztikus feltárása. *Iskolakultúra*, **14**. 8. sz. 3–20.
- Pap-Szigeti Róbert (2009): Kritériumorientált képességfejlesztés tantárgyi tartalmakkal az 5. évfolyamon. PhD értekezés. Szegedi Tudományegyetem, Szeged.

- Pásztor, A., Csapó, B. és Molnár, Gy. (2014): Computer-based diagnostic assessment of thinking skills – the case of combinatorial reasoning. EARLI SIG 1 Conference, Madrid, Spain. 2014. augusztus 27–29. 42–43.
- Piaget, J. (1970): *Válogatott tanulmányok*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Piaget, J. (1997): *Az értelem pszichológiája*. Kairos Kiadó, Győr.
- Piaget, J. és Inhelder, B. (2004): *Gyermeklélektan*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Resnick, L. B. (1987): *Education and learning to think*. National Academy Press, Washington, D. C.  
DOI: [10.17226/1032](https://doi.org/10.17226/1032)
- Schröder, E., Bödeker, K., Edelstein, W. és Teo, T. (2000): *Proportional, combinatorial, and correlational reasoning. A manual including measurement procedures and descriptive analyses. Study „Individual Development and Social Structure”*. Data Handbooks Part 4. Max Planck Institute for Human Development, Berlin.
- Simonton, D. K. (2010): Creative thought as blind-variation and selective-retention: Combinatorial models of exceptional creativity. *Physics of life reviews*, 7. 2. sz. 156–179. DOI: [10.1016/j.pprev.2010.02.002](https://doi.org/10.1016/j.pprev.2010.02.002)
- Yilmaz, A. és Alp, E. (2006): Students' understanding of matter: the effect of reasoning ability and grade level. *Chemistry Education Research and Practice*, 7. 1. sz. 22–31. DOI: [10.1039/b5rp90013a](https://doi.org/10.1039/b5rp90013a)

## ABSTRACT

### DEVELOPMENT OF THIRD GRADE STUDENTS' COMBINATIVE REASONING IN SCIENCE CONTEXT

Zsófia Gabriella Szabó, Erzsébet Korom and Attila Pásztor

Combinative reasoning enables us to enumerate constructs from different elements, based on specific conditions. It is essential for applying higher order thinking skills such as scientific reasoning or problem solving. The development of combinatorial reasoning is usually a part of mathematics education, and there are only a limited number of examples of developmental programs targeting this skill in science context. The aim of our research was to test our six week program for developing six combinatorial operations of the reasoning of third grade students (9-10-year-old) in science context. The sample included seven classes of three elementary schools in Budapest ( $N_{\text{experimental}}=92$ ,  $N_{\text{control}}=73$ ). The developmental program was based on *Csapó's* theoretical model (1988, 2003). It contained nine tasks for each operation, a total of 54 new combinatorial tasks. The tasks were distributed evenly, with students working on three tasks for each of three operations selected for every week. The developmental tasks had a story line embedded in a science context, and the program was taught as a part of regular curricular lessons. The skill was assessed in pre- and posttest with the digitalised version of *Csapó's* combinative test (*Csapó and Pásztor, 2015*) through the eDia (Electronic Diagnostic Assessment) platform via internet in the schools' ICT labs. Combinatorial reasoning developed significantly for both the experimental and the control group. However, the average development of the experimental group (17,9%) is almost the double of the development of the control group (8,2%). The effect size of the program is moderate (Cohen's  $d=0,57$ ). Improvement in performance was significantly higher for students who had lower scores on the pre-test, so the program proved to be more effective for children with lower initial levels of the skill. There were no significant gender differences in the pre- and posttest, either in the experimental or in the control group. Of the six operations targeted, the program was effective for the three that proved most difficult in the pretest, and the difference is significant regarding these operations compared to the control group. The relations between the tasks depended on the types of the operations. In the cluster analysis, variation and combination tasks were in the same cluster for both the experimental and the control group. The results showed that the program is effective: the combinative reasoning tasks embedded in science context can be effectively applied at early school age. However, further research is required to explore the long term and transfer effects of this short term developmental program.

Magyar Pedagógia, 115(4). 383–401. (2015)  
DOI: 10.17670/MPed.2015.4.383

Levelezési cím / Address for correspondence:

Szabó Zsófia Gabriella, SZTE BTK Neveléstudományi Doktori Iskola, H–6722 Szeged, Petőfi Sándor sgt. 30–34.

Korom Erzsébet, SZTE BTK Neveléstudományi Intézet Oktatásméлет Tanszék, H–6722 Szeged, Petőfi Sándor sgt. 30–34.

Pásztor Attila, MTA-SZTE Képességfejlesztés Kutatócsoport, H–6722 Szeged, Petőfi Sándor sgt. 30–34.