

Rétegek közötti szilárdság vizsgálata ELS típusú üveg/poliészter kompozit próbatesteken

SZEKRÉNYES ANDRÁS*

doktorandusz

UJ JÓZSEF*

egyetemi docens

Bevezetés

Kompozitok rétegek közötti törésével foglalkozó szakirodalomban igen gyakori a magasabb rendű elméletek alkalmazása. Ezek az Euler-Bernoulli rúdelmélet mellett lehetővé teszik különféle korrekciós függvények származtatását. A rétegek közötti törés I-es, II-es és kevert I/II-es terhelési módok hatására következhet be. KANNINEN [1] klasszikus munkája az I-es módú, ún. DCB (double-cantilever beam) próbatest esetére mutatja be a Winkler-féle rugalmas ágyazás alkalmazását. Később WILLIAMS kiterjesztette ezt a megoldást ortotrop anyag esetére is [2]. Ezt a megoldást más szerzők munkáiban is megtalálhatjuk [3, 4]. KANNINEN és WILLIAMS elegáns megoldása alapján II-es módú terhelési esetre is születtek hasonló megoldások. DING és KORTSCHOT [5] bemutatott egy ilyen modellt, de a levezetett egyenletek túlságosan bonyolultak voltak, másrészt pedig nem lehetett őket közvetlenül alkalmazni. Később WANG és QIAO [6] új megközelítésben vizsgálta a problémát. A származtatott egyenletek hasonló formát öltöttek, mint KANNINEN és WILLIAMS megoldása, mindemellett közvetlenül alkalmazható formulát sikerült levezetniük a II-es módú, ún. ENF (end-notched flexure) próbatest rugóállandójára és repedésterjedési energiájára.

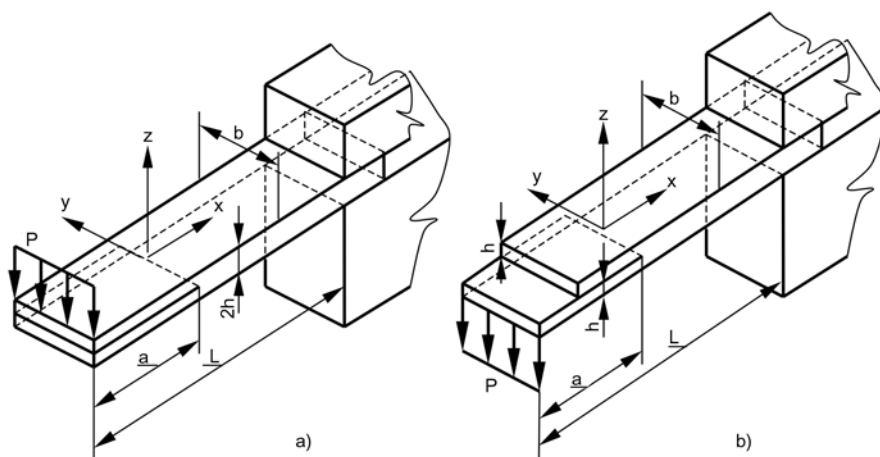
ELS (end-loadwed split) típusú próbatestek mélyebb analízisét tűztük ki célul az említett munkák alapján. Az ELS típusú próbatestnek két formája ismeretes. Az 1. ábrán ezek láthatók. Az 1a. ábrán az ELS-II, míg az 1b. ábrán az ELS-I/II próbatestet mutatjuk be. Az ELS típusú próbatesteket HASHEMI és társai használták fel kísérleti vizsgálatokhoz [7, 8]. HUTCHINSON és SUO [9], valamint BAO és társai [10] az ELS típusú próbatesteket elvi szem-

pontból elemezték. Tanulmányunk célja, hogy az említett kétféle próbatestre a rugóállandót és a törési energiát pontosabban határozzuk meg. Az analízishez többek között a Winkler-Pasternak-féle rugalmas ágyazást is felhasználjuk. A Pasternak-féle ágyazás [11–13] azt feltételezi, hogy az ágyazás és a rúd kapcsolódási pontjaiban nemcsak erők, hanem nyomatók is ébrednek, ezek arányosak a rúd szögelfordulásával. Kevert módú próbatestek esetén fontos a teljes energia I-es és II-es komponensekre való szétválasztása. A szakirodalomban két analitikus módszer ismert ennek megoldására. A globális módszert WILLIAMS fejlesztette ki [14], azt megtaláljuk DUCEPT és társai [15], valamint BRUNO és GRECO munkájában is [16]. A lokális módszer SUO és HUTCHINSON [17] munkáján alapszik, azt szintén számos szerző felhasználta [15, 18]. Szimmetrikus esetben a két módszer azonos eredményt ad. Munkánkban ezért csak a globális módszert alkalmaztuk és egészítettük ki magasabb rendű elméletekkel.

1. A próbatestek analízise

1.1. Rúdelméletek alkalmazása

Az ELS-II próbatest rugóállandójára a következő



1. ábra. ELS típusú kompozit próbatestek. a – II-es módú ELS próbatest; b – I/II-es módú ELS próbatest

*Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Műszaki Mechanikai Tanszék,

összefüggés fogalmazható meg előző tanulmányok alapján:

$$C = \frac{3a^2 + L^3}{2bh^3E_{11}} + \frac{3}{\pi} \frac{L^2}{bh^2E_{11}} \left(\frac{E_{11}}{G_{13}} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{a^3}{2bh^3E_{11}} \left[0,982 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_{11}}{G_{13}} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,428 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_{11}}{G_{13}} \right) \right] \quad (1)$$

ahol az első tag az Euler-Bernoulli rúdelmélet, a második tag a Saint Venant-féle hatás [3], az utolsó tag pedig a repedéscsúcs nyírási deformációjának [6] figyelembevételével származtatható. A repedésterjedési energia az IRWIN-KIES képlet [5] felhasználásával számítható:

$$G_C = \frac{P^2}{2b} \frac{dC}{da} \quad (2)$$

Így az energia a (2) egyenletből:

$$G_{II} = \frac{9P^2a^2}{4b^2h^3E_{11}} \cdot \left[1 + 0,218 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_{11}}{G_{13}} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,0476 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_{11}}{G_{13}} \right) \right] \quad (3)$$

Ugyanígy fel lehet írni a az ELS-I/II próbatest hasonló mennyiségeit is. A rugóállandó:

$$C = \frac{7a^3 + L^3}{2bh^3E_{11}} + \frac{a^3}{2bh^3E_{11}} \cdot \left[2,71 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_{11}}{E_{33}} \right)^{\frac{1}{4}} \phi^{\frac{1}{2}} + 2,45 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_{11}}{E_{33}} \right)^{\frac{1}{2}} \phi + 1,11 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \left(\frac{E_{11}}{E_{33}} \right)^{\frac{3}{4}} \phi^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4)$$

ahol az első tag az Euler-Bernoulli rúdelmélet, a második a Winkler-Pasternak-féle rugalmas ágyazás [11, 12], a harmadik a Saint Venant-féle hatás [3], az utolsó pedig a nyírási deformáció figyelembevételével határozható meg. A (4) képletben szereplő szorzó:

$$\phi = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{G_{13}}{\sqrt{E_{11}E_{33}}} \quad (5)$$

A repedésterjedési energia I-es és II-es módú komponense a globális módszer [14] alkalmazásával:

$$G_I = \frac{12P^2a^2}{4b^2h^3E_{11}} \cdot \left[1 + 0,451 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_{11}}{E_{33}} \right)^{\frac{1}{4}} \phi^{\frac{1}{2}} + 0,204 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_{11}}{E_{33}} \right)^{\frac{1}{2}} \phi \right] \quad (6)$$

$$G_{II} = \frac{9P^2a^2}{4b^2h^3E_{11}} \cdot \left[1 + 0,218 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_{11}}{\lambda G_{13}} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,048 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_{11}}{\lambda G_{13}} \right) \right] \quad (7)$$

A teljes energia a (6) és (7) képletek összegzésével számítható. A repedésterjedési energia II-es módú komponense a két próbatest esetén azonos, mint ahogy az a (3) és (7) egyenletekből látható.

1.2. A repedési hossz korrekciója

A terhelő fej rádiusza miatt a közte és a próbatest között létrejövő érintkezési vonal helyzete a terhelés változásával változik. Így a geometriai viszonyok megváltoznak, a repedés hosszát módosítani kell. Ennek megoldására egy közelítő módszert alkalmaztunk az Euler-Bernoulli rúdelmélet alapján. A korrigált távolságok:

$$a \equiv a^* - R \left(\chi \delta - \frac{(\chi \delta)^3}{6} \right) \quad L \equiv L^* - R \left(\chi \delta - \frac{(\chi \delta)^3}{6} \right) \quad (8)$$

és

$$\chi = \frac{3(3a^{*2} + L^{*2})}{2(3a^{*3} + L^{*3})} \quad (9)$$

Ugyanígyen megfontolások alapján az ELS-I/II próbatestre is el lehet végezni ezt a számítást. Azonban csak a χ együttható értéke változik:

$$\chi = \frac{3(7a^{*2} + L^{*2})}{2(7a^{*3} + L^{*3})} \quad (10)$$

Az egyenletekben a a korrigált, a^* a repedési hossz, és hasonlóan, L a korrigált, L^* a mért hossz. Továbbá δ a kísérletileg mért elmozdulás. A terhelőfej rádiusza: $R=10$ mm.

2. Kísérletek

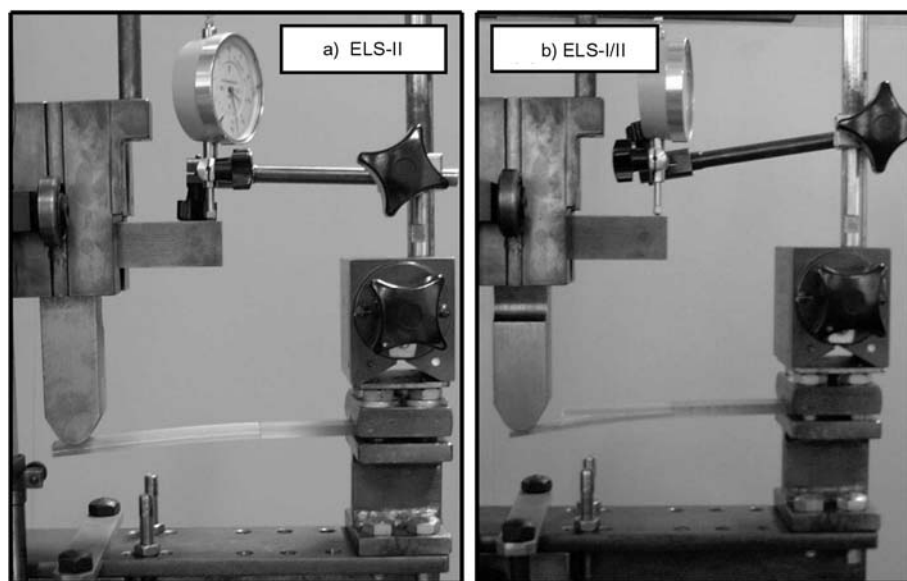
2.1. Próbatetek és kísérleti berendezés

Az egyirányú üvegszál erősítésű poliészter próbateteket speciális présszer-számban állítottuk elő. A szerszámban 14 réteget préseltünk össze, a középsíkban egy vékony fólia segítségével hoztuk létre a repedési felületet. A gyártás folyamán 20 mm széles, 6 mm vastag és 180 mm hosszú névleges méretekkel rendelkező próbateteket készítettünk. A kompozit próbatetek száltérfogataránya mérések alapján 43%-nak adódott. A próbateteket gyártás után a beillesztett fólia végétől mérve 5–10 mm-re továbbrepszettük. Ily módon feltételezhető, hogy minden próbatestnél hasonló repedéscsúcs alakult ki. A hajlító rugalmassági moduluszt 6 repedésmentes (azonos méretekkel rendelkező) próbatest segítségével határoztuk meg, a mérés $E_{11}=33$ GPa értéket eredményezett. A többi rugalmassági jellemzőt ez alapján közelítő képletekkel becsültük. A NIEDERSTADT szerinti képleteket [19] alkalmazva kaptuk: $G_{13}=3$ GPa, $E_{33}=7,2$ GPa.

A kísérleti berendezéseket a 2. ábra mutatja. Mindkét konfiguráció esetében csak a repedés kiindulásához tartozó törési tulajdonságokat határoztuk meg, azaz a próbateteket csak addig terheljük, amíg a repedés éppen el kezdett terjedni. Ennek megfelelően több próbatestet használtunk, minden egyes próbatestet eltérő repedési hosszal ellátva. Az ELS-II típusú konfiguráció esetén a repedési hossz értékei: $a=20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 90, 100, 110, 120, 130$ és 140 mm. Az ELS-I/II teszt esetén: $a=35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 90, 100, 110, 120, 130$ és 140 mm. A kísérleteket egy AMSLER típusú elmozdulásvezérelt szakítógépen végeztük el. A mérés folyamán két paramétert regisztráltunk: a terhelő erőt és a próbatest elmozdulását. Az elmozdulás értékét mechanikus mérőóra segítségével mértük, amely a 2. ábrán is látható. A próbatest átlátszó jellege lehetővé tette a repedéscsúcs változásának vizuális megfigyelését. A kritikus erő akkor jelentkezik, ha a repedés elkezd terjedni, egyenes alakja megváltozik.

2.2. A kísérleti adatok feldolgozása

A kísérletileg mért adatokat egy kalibrációs módszerrel [4] dolgoztuk fel. Minden egyes próbatestre (az-



2. ábra. Kísérleti berendezés az ELS-II (a) és ELS-I/II (b) típusú vizsgálatokhoz

az minden egyes repedési hosszra) a kritikus terhelésnél meghatároztuk a rugóállandót. Az így kapott pontokra a következő polinom segítségével egy folytonos görbét illesztettünk:

$$C = C_0 + ma^3 \quad (11)$$

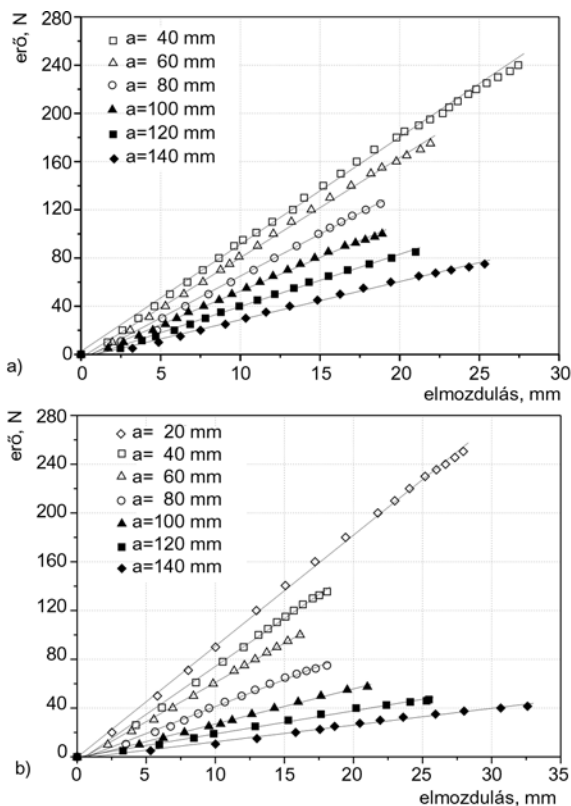
ahol C_0 a rugóállandó kezdő értéke. A (11) egyenletben a C_0 és m paramétereket a legkisebb négyzetek módszerére alapján határoztuk meg. A repedésterjedési energia értékeit a (2) egyenlettel számoltuk ki.

3. Eredmények

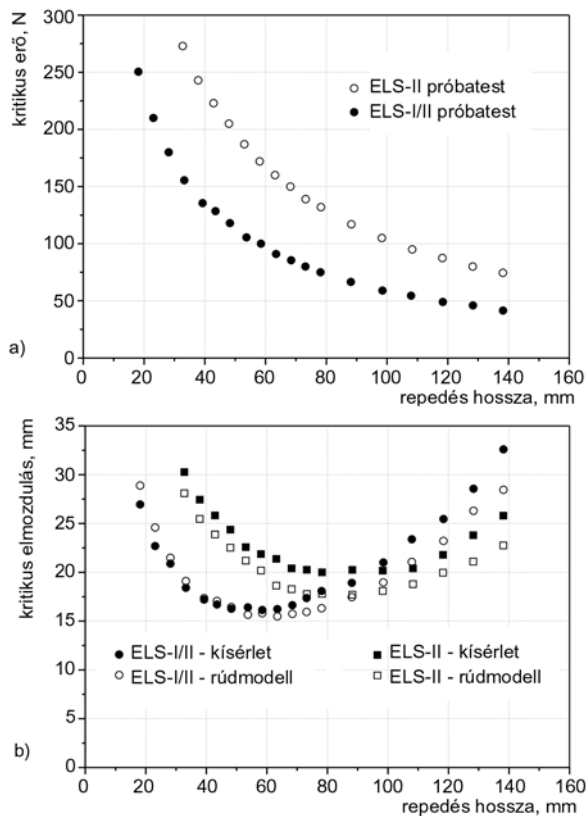
3.1. Erő-elmozdulás görbék

A mért erő-elmozdulás görbék a 3. ábrán láthatóak. Mindkét esetben közelítőleg lineáris görbéket mértünk. A lineáris görbék végpontja a kritikus pontot határozza meg, a repedés itt kezdett el terjedni.

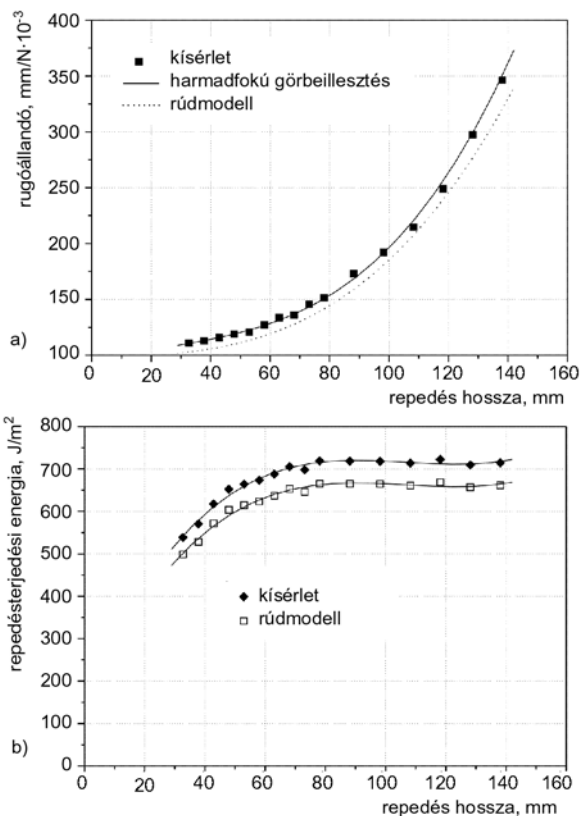
A kritikus erőt a repedés hosszának függvényében a 4a. ábra szemlélteti. Az erő hiperbolikusan változik a repedési hosszal. Megfigyelhető, hogy az ELS-II próbatestnél nagyobb erő szükséges a repedés terjedéséhez, ami az ELS-II próbatest nagyobb merevségéből adódik. A kritikus elmozdulás diagramjait a 4b. ábrán láthatjuk. Mindkét próbatest esetén a rúdmodellek eredményeit is feltüntettük. A modell és a kísérlet eredménye egymáshoz közeli értéket ad. A nagy elmozdulások elkerülése érdekében definiálni lehet a célszerű repedési hossz tartományait. A 4b. ábra alapján az ELS-II-nél a $0,33L < a < 0,87L$, az ELS-I/II-nél a $0,23L < a < 0,8L$ tartomány tűnik célszerűnek.



3. ábra. Erő-elmozdulás görbék a repedés kiindulásáig



4. ábra. A kritikus erő és a kritikus elmozdulás a repedési hossz függvényében



5. ábra. Rugóállandó és repedésterjedési energia, ELS-II próbatest

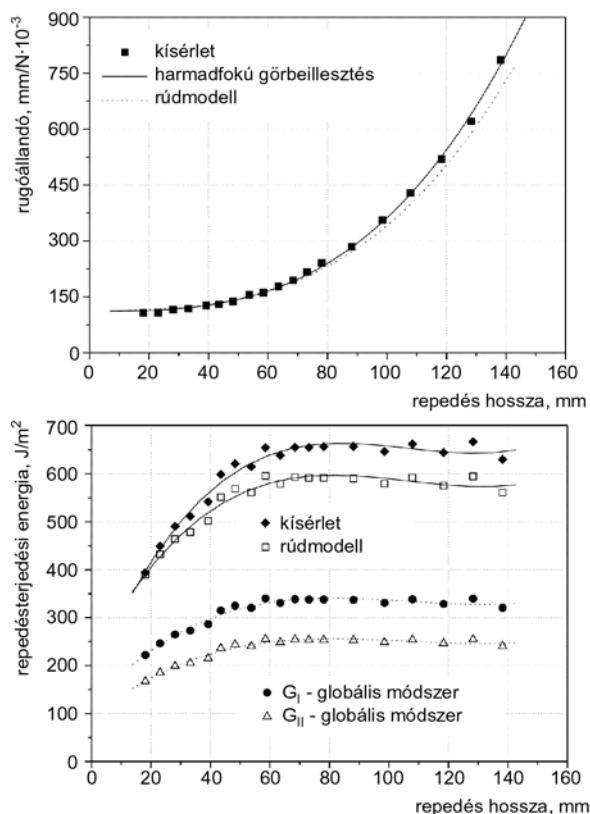
3.2. Rugóállandó és repedésterjedési energia

Az ELS-II teszt folyamán meghatározott rugóállandó görbéket az 5a. ábra mutatja. Az (1) egyenlet eredménye igen jól egyezik a kísérletileg kimért görbével. A mért és számolt repedésterjedési energia diagramja az 5b. ábrán látható. Az $a=40$ mm-es repedési hosszánál a kísérleti eredmény $G_{II}=538$ J/m², míg a modell $G_{II}=534$ J/m² értéket ad. A repedésterjedési energia görbéje egy állandósult értéket vesz fel a repedési hossz növekedése folyamán. A kísérletek alapján ennek közelítő értéke $G_{II,ss}=713$ J/m², míg a modell ugyanerre $G_{II,ss}=676$ J/m² értéket ad.

Az ELS-I/II próbatest alapján mért és számolt görbék a 6. ábrán láthatók. A kísérleti és elméleti rugóállandók között szintén jó korrelációt állapíthatunk meg (6a. ábra). A repedésterjedési energia görbéit a 6b. ábrán mutatjuk be. Az energia értéke $G_{I/II}=394$ J/m², $a=20$ mm repedési hossz mellett. A modell $G_{I/II}=390$ J/m² értéket mutat. Az állandósult értékekre vonatkozó számadatok: $G_{I/II,ss}=645$ J/m² a kísérletek alapján és $G_{I/II,ss}=586$ J/m² a modell alapján.

A szétválasztott energia komponensek szintén láthatók a 6b. ábrán. Az analízis az I-es mód dominanciáját mutatja. A két komponens aránya $(G_I/G_{II})=4/3$ bármely

repedési hosszánál, ami megegyezik az egyszerű elmélet eredményével. HASHEMI és társai hasonló kísérleti eredményeket mutattak be mindkét próbatestre [7, 8].



6. ábra. Rugóállandó és repedésterjedési energia, ELS-I/II próbatest

3.3. Korrekció magasabb rendű elméletek alapján

Fontos kérdés lehet, hogy az alkalmazott magasabb rendű rúdmodeltek mekkora értékkel növelik a törésmechanikai tulajdonságokat az egyszerű rúdelmélet mellett. Másrészt az is lényeges, hogy ezek az értékek hogyan változnak a repedési hossz függvényében. Az eredményeket és az egyes elméletek alapján számolt értékeket az 1. táblázatban foglaltuk össze.

A számértékek azt mutatják, hogy mindkét próbatest esetén a nyírási deformáció a rugóállandót a repedés hosszának növelésével egyre inkább növeli. Az ELS-I/II próbatest esetén a két-paraméteres rugalmas ágyazás hasonló értékekkel növeli a rugóállandót. A Saint Venant-féle hatás mindkét próbatestnél hasonló értéket ad, az eltérést a teljes próbatesthossz különböző korrekciója okozza. Mivel ez a tag független a repedés hosszától, így a repedésterjedési energiát nem befolyásolja. A rugalmas ágyazásból és nyírási deformációból számolt energiaértékek a repedési hossz növelésével fokozatosan csökkennek. Mindezek alapján megállapíthatjuk, hogy a levezetett egyenletek pontosabb megoldást nyújtanak, mint az egyszerű rúdelmélet és jó egyezést mutatnak a kísérleti eredményekkel.

4. Összefoglalás

Kompozit próbatestek elméleti és kísérleti vizsgálata során ELS típusú próbatesteket használtunk a rétegek közötti törés meghatározásához. A rúdanalízis alapján megállapítottuk, hogy

– a rugóállandó mindkét próbatest esetén teljes harmadfokú polinomot ad a repedési hossz függvényében,

1. táblázat.
Rugóállandók és repedésterjedési energiák

a mm	Terhelési mód											
	ELS-II					ELS-I/II						
	C _{EB}	C _{SH}	C _{SV}	G _{I,EB}	G _{I,SH}	C _{EB}	C _{W-P}	C _{SH}	C _{SV}	G _{I/II,EB}	G _{I/II,W-P}	G _{I/II,SH}
	mm/N·10 ⁻³			J/m ²		mm/N·10 ⁻³				J/m ²		
20	—	—	—	—	—	102,71	0,16	0,12	12,65	345,79	24,70	19,24
30	—	—	—	—	—	106,80	0,35	0,27	12,69	430,21	19,08	14,84
40	92,41	0,40	11,51	528,15	32,60	115,51	0,65	0,51	12,72	475,50	14,81	11,51
50	97,19	0,64	11,52	603,85	29,06	126,90	0,97	0,75	12,72	544,90	13,68	10,63
60	104,38	0,92	11,54	623,43	24,59	146,03	1,40	1,09	12,71	574,48	11,82	9,18
70	108,92	1,22	11,18	653,04	21,83	172,37	1,90	1,48	12,70	575,06	10,06	7,81
80	121,50	1,59	11,19	665,48	19,31	206,33	2,46	1,91	12,68	576,17	8,80	6,84
90	137,64	2,01	11,19	665,14	17,06	251,77	3,11	2,41	12,68	576,30	7,78	6,04
100	158,07	2,48	11,19	664,67	15,27	311,37	3,87	3,00	12,67	567,34	6,84	5,31
110	183,08	3,01	11,20	660,96	13,75	377,31	4,63	3,59	12,65	581,11	6,38	4,95
120	212,82	3,57	11,19	668,69	12,71	465,54	5,55	4,31	12,65	565,29	5,65	4,38
130	247,90	4,19	11,18	656,90	11,50	564,79	6,50	5,05	12,63	585,18	5,39	4,18
140	288,98	4,85	11,17	661,61	10,74	680,33	7,53	5,84	12,62	552,59	4,72	3,66

C_{EB}: Euler-Bernoulli rúdelmélet; C_{W-P}: Winkler-Pasternak-féle ágyazás; C_{SH}: nyírási deformáció; C_{SV}: Saint Venant-féle hatás;
G_{II,EB}, G_{I/II,EB}: Euler-Bernoulli rúdelmélet; G_{II,SH}, G_{I/II,SH}: nyírási deformáció; G_{I/II,W-P}: Winkler-Pasternak-féle ágyazás

– a globális szétválasztó módszert kiegészítettük az említett magasabb rendű elméletek eredményeivel. A két-paraméteres rugalmas ágyazás szimmetrikus próbatesteknél csak az I-es komponens támogatja, míg a nyírási deformációból származtatott tag a II-es komponens növeli.

Üvegszál erősítésű poliészter próbatesteken ellenőriztük az elméleti képleteket, és arra a következtetésre jutottunk, hogy

– mindkét próbatest típusra a repedés kiindulásához tartozó kritikus erő hiperbolikusan, a kritikus elmozdulás parabolikusan változik a repedési hossz függvényében, – az analitikusan és kísérletileg meghatározott rugóállandó és repedésterjedési energia mindkét vizsgálatnál jó egyezést mutat.

Hasonló egyenletek vezethetők le a rugóállandóra és a repedésterjedési energiára más típusú próbatestek esetén is. Ezek az egyenletek kísérletek direkt kiértékelésére is alkalmasak.

A kutatómunkát az OTKA T037324 számú terv támogatta. Köszönettel tartozom ezen túl édesapámnak, aki jelentős segítséget nyújtott a próbatestek gyártásában és a kísérleti segédeszközök előállításában.

Irodalomjegyzék

- [1] Kanninen, M. F.; Popelar, C. H.: Advanced Fracture Mechanics, Oxford University Press, 1985.
- [2] Williams, J. G.: End corrections for orthotropic DCB specimens, Composites Science and Technology, 35, 367–376 (1989).
- [3] Olsson, R.: A simplified improved beam analysis of the DCB specimen, Composites Science and Technology, 43, 329–338 (1992).
- [4] Ozdil, F.; Carlsson, L. A.: Beam analysis of angle-ply laminate DCB specimens, Composites Science and Technology, 59, 305–315 (1999).
- [5] Ding, W.; Kortschot, M. T.: A simplified beam analysis of the end notched flexure mode II delamination specimen, Composite Structures, 45, 271–278 (1999).
- [6] Wang, J.; Qiao, P.: Novel beam analysis of the end notched flexure specimen for mode-II fracture, Engineering Fracture Mechanics, 71, 219–231 (2004).
- [7] Hashemi, S.; Kinloch, J.; Williams, J. G.: The effects of geometry, rate and temperature on mode I, mode II and mixed-mode I/II interlaminar fracture toughness of carbon-fibre/poly(ether-ether ketone) composites, Journal of Composite Materials, 24, 918–956 (1990).
- [8] Hashemi, S.; Kinloch, J.; Williams, J. G.: Mechanics and mechanisms of delamination in a poly(ether sulphone)-fibre composites, Composites Science and Technology, 37, 429–462 (1990).
- [9] Hutchinson, J. W.; Suo, Z.: Mixed mode cracking in layered materials. In: Advances in Applied Mechanics, Academic Press, New York, 1992.
- [10] Bao, G.; Ho, S.; Suo Z.; Fan, B.: The role of material orthotropy in fracture specimens for composites, International Journal of Solids and Structures, 29, 1105–1116 (1992).
- [11] Filipich, C. P.; Rosales, M. B.: A further study about the behaviour of foundation plies and beams in a Winkler-Pasternak soil, International Journal of Mechanical Sciences, 44, 21–36 (2002).
- [12] Coskun, I.: The response of a finite beam on a tensionless Pasternak foundation subjected to a harmonic load, European Journal of Mechanics, 22, 151–161 (2003).
- [13] De Rosa, M. A.: Free vibrations of Timoshenko beams on two-parameter elastic foundation, Computers & Structures, 57, 151–156 (1995).
- [14] Williams, J. G.: On the calculation of energy release rates for cracked laminates, International Journal of Fracture, 36, 101–119 (1988).
- [15] Ducept, F.; Gamby, D.; Davies, P.: A mixed-mode failure criterion derived from tests of symmetric and asymmetric specimens, Composites Science and Technology, 59, 609–619 (1999).
- [16] Bruno, D.; Greco, F.: Mixed mode delamination in plates: a refined approach, International Journal of Solids and Structures, 38, 9149–9177 (2001).
- [17] Suo, Z.; Hutchinson, J. W.: Interface crack between two elastic layers, International Journal of Fracture, 43, 1–18 (1990).
- [18] Dahlen, C.; Springer, G. S.: Delamination growth in composites under cyclic loads, Journal of Composite Materials, 28, 732–781 (1994).
- [19] Thamm, F.: Műanyagok szilárdságtana II., Budapest, 1985.