

KÖRÖSI GÁBOR

## A lány továbbra is szolgál...

Mellár Tamás közelmúltbeli cikkében az empirikus makrogazdaságtan vélt vagy valós problémáiért, az elmúlt évek hibásnak bizonyult makrogazdasági előrejelzéseiért egyedül az ökonometriában találta meg a felelőst. Nem mehetek el szó nélkül e túlzó állítás mellett. Az empirikus makrogazdaságtan és az ökonometriai módszertan kapcsolatának néhány fontos kérdéséről írok, különös tekintettel az aggregált idősorok használatának problémáira. Felvázolom, hogy miért nincs értelme gazdasági idősorok trendbecslésének, kitérek az egyensúlyi modellekre, végül megmutatom az előrejelzések készítésének feltételeit és korlátait.\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C01, C5, E17, E32, E37.

Mellár Tamás indulatos iratában (Mellár [2016]) Robert Lucas 40 évvel ezelőtti kritikájának (Lucas [1976]) példáját követi: ökonometriai alkalmazásokon keresztül bírálja a makrogazdaságtant. Lucas azonban ezt a kritikát kettéválasztotta: tanulmányának első felében kifejtette elméleti kritikáját, a második felében pedig három témakörben (fogyasztás, beruházás és a Phillips-görbe empirikus elemzése) megmutatta, hogy a szerinte hibás elméleti alapokon nyugvó ökonometriai modellek hibás következtetésekhez vezetnek. Mellár Tamás, sajnos, nem alkalmaz ilyen elhatárolást, mondandójában keveredik a gazdaságelmélet és az empirikus gyakorlat kritikája.<sup>1</sup>

De nem ez a legnagyobb gond a kritikával, hanem hogy, sajnos, gyakran meglehetősen pontatlan. Gyakran olyasmikért kritizálja az ökonométeket, amit nem ők követtek el. Javasolok egy nagyon egyszerű kritériumot: az az ökonometria tárgya, amit meg lehet találni a standard, széles körben elfogadott ökonometria-tankönyvekben. Mellár Tamás nagyon sok olyan dolgot ró fel az ökonométekre, amit ökonometria címszó alatt sohasem tanítottak. Ezek jelentős része a makrogazdaságtan része, nem az ökonometriáé.

\* Hálás vagyok Halpern Lászlónak és Madarász Aladárnak a cikk írásához nyújtott hasznos információikért és tanácsaikért.

<sup>1</sup> Érdekes, hogy Mellár Tamás rosszul emlékszik a Lucas-kritika címére, *Econometric* helyett *Economic policy evaluation*ot írt.

Természetesen vannak Mellár Tamásnak fontos tételei, amelyekkel egyetértek. De nagyon sok mindennel nem. Nemcsak az ökonometriával kapcsolatos kérdésekben nem értek egyet az állításaival, de ebben a válaszban inkább az ökonometria-kritikájára fogok reagálni. Nem tudom azonban megállni, hogy ne szóljak egy elmélettörténeti pontatlanságról is.

## Keynesizmus

Mellár Tamás felemlégeti Keynes vitáját Tinbergennel az ökonometriai modellezés lehetőségéről. Keynes valóban szkeptikus volt az ökonometriával szemben, de ehhez az is hozzátartozik, hogy a második világháború előtt mást értettek ökonometrián, mint ma – a mai értelemben vett ökonometria a második világháború után alakult ki. Az 1930-as években a formalizált, matematizált közgazdaságtant hívták ökonometriának, s az Ökonometriai Társaság és az *Econometrica* máig képviseli ezt az örökséget. A modern ökonometria születési helyén, a Cowles Commissionban még egy csapatban dolgoztak a mai értelemben vett ökonométerek a modern matematikai közgazdaságtan, valamint gazdaság- és pénzülmélet megalapítóival (például Arrow, Debreu, Hurwicz, Markowitz, Modigliani, Phelps, Simon, Stiglitz, Tobin, hogy csak a Nobel-díjasokat említsem).

A második világháború után nemcsak a modern ökonometria alapjait rakták le, hanem a formalizált, matematikai köntösbe öltöztetett közgazdaságtanét is, amelynek akkor legfontosabb irányzata a keynesi közgazdaságtan volt. Keynes Tinbergennel folytatott vitájában alapvetően azt kifogásolta, hogy a közgazdaságtan formalizálása a fizika eszköztárának felhasználásával történt. Éppen ezért valószínűleg nem nagyon lelkesedett volna a hatvanas évek keynesi közgazdaságtanáért sem – részben olyasmik miatt, amiket Mellár Tamás a mai közgazdászok és ökonométerek szemére vet. Például azért sem, mert a hatvanas évekre az akkori keynesinek nevezett makrogazdaságtan ugyanúgy a neoklasszikus alapokra épített, mint a vele vitatkozó monetarista közgazdaságtan – a neoklasszikus közgazdasági eszközök használatában meglehetősen széles konszenzus volt a kor közgazdászai körében.

Egyrészt a vita nem erről szólt, hanem a gazdaságpolitika alapját képező elméleti kérdésekről, amelyek természetesen valamilyen módon megjelentek a kor ökonometriai (empirikus) modelljeiben is. Ezekről a kérdésekről rendkívül éles, esetenként személyeskedő ideológiai vita zajlott. A kor viszonylag fiatal közgazdászainak egy csoportja (akik közül Kydland, Lucas, Prescott és Sargent a legismertebbek) a hetvenes évek második felében részben azért tudta olyan rövid idő alatt, olyan gyorsan átformálni a makrogazdaságtant, mert a közgazdászok széles körének elege lett a szekértáborok közti terméketlen háborúskodásból.

Másrészt természetesen nagyon fontos szerepe volt annak, hogy az 1973–1974-es olajválság következtében megváltozott gazdasági környezetben kudarcot vallottak a korábbi elméleti alapokra épült ökonometriai modellek, valójában a korábbi makrogazdaságtan. A válság, valamint a részben a válság keltette elméleti megújulási igény jórészt magával sodorta a hatvanas évek mindkét domináns makrogazdasági

iskoláját: a monetarizmust is, meg a keynesizmust is. Néhány év alatt kialakult az új makrogazdaságtan eszköztára, amit természetesen azóta is finomítanak, de a legfontosabb eszközök: a racionális várakozás,<sup>2</sup> Euler-egyenlet stb. már a nyolcvanas évek eleje óta szerepelnek a makrogazdaságtan tankönyveiben.

Az új makrogazdaságtan valójában a monetáris iskolát söpörte el szinte nyomtalanul. Milton Friedman *bon mot*-it ugyan mindmáig rendszeresen idézik, és néhány ötletét az új makrogazdaságtan lelkesen használja, de a pénz szinte eltűnt a standard makrogazdaságtanból, ami nem feltétlenül tett jót neki.<sup>3</sup> A keynesi iskola a hetvenes évek második felében szektákra hullott: poszt-, neo-, új- stb. keynesi csoportokra, és egy ideig ugyanolyan marginálisnak látszott, mint a monetarizmus. A különböző keynesi iskolák közül viszonylag gyorsan dominánssá vált az újkeynesianizmus.<sup>4</sup> Az újkeynesiánus iskola habozás nélkül felhasználja az új makrogazdaságtan eszköztárát, de azt más, keynesi tartalommal tölti meg. Az újkeynesiánus makrogazdaságtan nem csak a – nyolcvanas években egy ideig egymással is éles vitákat folytató – keynesiánusok között vált népszerűvé: jó évtizede, még bőven a nagy „nyugi” idején, egy Angliában dolgozó neves makrogazdász kolléga arról panaszkodott, hogy Európában már alig találni nem keynesiánus közgazdászt. Az újkeynesi makrogazdaságtan eszközeiben természetesen lényegesen különbözik a hagyományos keynesi közgazdaságtantól, de főbb gondolati vázában azért sok minden közös. Jelentősen eltolódott a hangsúly a költségvetési politika felől a pénzpolitika felé, de ez a gazdaság alapvető változását tükrözi: Keynes általános elméletének idején a jegybanknak még egészen más, sokkal korlátozottabb szerepe volt a gazdaságpolitikai döntésekben.

A keynesi indíttatású gazdaságpolitika – elsősorban a fejlett országok jegybankjai – a 2007–2008-as válságra is keresletteremtéssel reagált. Ez eleinte komoly vitát provokált az elméleti makrogazdászok között, de néhány év után egyértelművé vált

<sup>2</sup> Mellár Tamás hosszan bírálja a racionális várakozások használatát. Ebben nagyon sokan egyetértenek vele: a viselkedési közgazdaságtan művelőinek egyik kedvenc témája, hogy megmutatják e feltevés alaptalanságát. Mégis, a racionális várakozások hasznos közelítés: egy olyan konstrukció, ami sok mindent egyszerűen kezelhetővé tesz. Ökonometerek azonban többnyire nem racionális, hanem *modellkonzisztens* várakozásokról beszélnek, mert a racionális várakozások feltételezte információs készlet a modell számszerűsítésénél úgysem áll rendelkezésre. A várakozások gyakran fontos magyarázó változói az elméleti modellnek, és mivel ezekre általában nincs megbízható statisztikai adat, az empirikus elemzésben valamilyen feltevéssel kell közelíteni azokat. Erre a racionális várakozás logikáján alakuló forma gyakran jobb, mint más várakozási modellek. De a modellkonzisztens várakozások használata ma már távolról sem mindig magától értetődő: a tanulási modellekben például tipikusan adaptív várakozásokat használnak.

<sup>3</sup> Tíz-tizenöt éve a makrogazdászok leginkább mesterségbeli tudásuk demonstrálására játszottak az-al, hogy is lehet a pénzt betenni a hasznossági függvénybe, megmutatni: lám, erre is képesek, de ennek valódi jelentősége ritkán volt a modellekben. *Kónya* [2015] elméleti leírásában van pénz, de a nemrég megjelent *Caraiani* [2016] empirikus tanulmány például arra a következtetésre jut, hogy bele lehet ugyan rakni a pénzt a makromodellbe, de a modell ettől bonyolultabbá, s az empirikus modell ezért bizonytalanabbá válik, míg az előrejelzés pontosságát ez alig javítja. A Fed több száz egyenletes előrejelző modelljéből (*Brayton és szerzőtársai* [2014]) teljességgel hiányzik a pénz és a pénzügyi szféra (!).

<sup>4</sup> Valamikor a kilencvenes évek közepe táján megkérdeztem egy ausztrál kollégámat, hogy tulajdonképpen hova is sorolja magát. A válasz az volt, hogy ő ugyan igazából posztkeynesiánus, de természetesen az újkeynesi makrogazdaságtant tanítja.

a jegybanki pénzteremtés sikere.<sup>5</sup> Természetesen az sem érdektelen, hogyan is történt a keresletteremtés. Egyrészt nem mindegy, hogy az csak a jegybanki pénzpolitikán keresztül zajlik, vagy a költségvetési politika is teremt többletforrásokat. A jegybank elsősorban a pénzügyi szféra számára tud többletforrásokat teremteni, amivel elégtelen beruházási lehetőségek mellett viszonylag gyengén hathat a gazdaság más területein.<sup>6</sup> Sok országban megbomlott a pénz- és költségvetési politika összhangja, ami nehezítette a válság következményeinek felszámolását.

Másrészt a költségvetési kereslet teremtésénél sem csak a gazdaság szereplőinek juttatott többletpénz mennyisége számít. Például Magyarországon 2011-ben a költségvetés hiánya (folyó áron) megduplázódott: aránya a bruttó hazai termékben belül 6,1 százalékra nőtt (2010-ben 3,2 százalék volt).<sup>7</sup> A költségvetési hiány növekedésének egyik fontos összetevője az egykulcsos személyi jövedelemadó bevezetése miatti bevételcsökkenés volt: a költségvetés szja-bevétele nominálisan 22 százalékkal csökkent.<sup>8</sup> A lakosság rendelkezésre álló jövedelme ennek következtében reálértékben 2,3 százalékkal nőtt, de a háztartások fogyasztásának növekedése csak 0,2 százalék volt. Az unortodoxnak nevezett, de valójában keynesi indíttatású költségvetési politika hatása a GDP növekedésében sem látszott: a bruttó hazai termék (változatlan áron) 2010-es 1,3 százalékos növekedési üteme 2011-ben alig változott: 1,6 százalék volt. (2012-ben azután 1,7 százalékkal csökkent a GDP – többek között a költségvetési hiány kényszerűen drasztikus, nominálisan 64 százalékos megszorításának hatására, amikor a költségvetés hiánya mindössze a GDP 2,2 százaléka lett. Vagyis a költségvetési hiányon keresztüli finanszírozás – adott esetben annak elmaradása – nagyon is hatott a gazdasági növekedés lehetőségére, de csak akkor, amikor az összhangban volt a gazdaságpolitika más elemeivel.)

Nyilván több oka is volt annak, hogy a nagymértékű költségvetési lazításnak 2011-ben nem volt látható eredménye, de az egyik minden bizonnyal az, hogy a lakossági jövedelmek növekedése jelentős jövedelemátrendeződés mellett zajlott le. Az egykulcsos jövedelemadó bevezetése csak a viszonylag gazdagok nettó jövedelmét növelte, az alsó középosztályét csökkentette. A szegény háztartásokat a pénzbeli

<sup>5</sup> Mellár Tamás ebből a vitából csak Lucas Economist-cikkét idézi. 2009-ben az Economist több neves (többnyire Nobel-díjas) közgazdásztól is kért véleménycikket. Az igazán éles vita azonban a napilapokban (leginkább: New York Times, Wall Street Journal és Financial Times) zajlott.

<sup>6</sup> Gagnon [2016] amellett érvel, hogy a jegybanki pénzpumpálásnak komoly makrogazdasági reálhatása volt, és így jelentősen hozzájárult a gazdaság növekedéséhez. Ez ügyben én szkeptikusabb vagyok: a vállalatok és bankok hatalmas pénzhegyeken ülnek, és a befektetések sokkal inkább a tőzsdei árfolyamok, és kevésbé a GDP növekedését hozták magukkal.

<sup>7</sup> A bekezdésben szereplő adatok forrása: KSH [2012], [2013].

<sup>8</sup> Bakos–Benczúr–Benedek [2008] 2005-ös adóhivatali adatokon alapuló szimulációval készített előrejelzést arra, hogy az egykulcsos jövedelemadó mennyiben befolyásolja egyes aggregált változók – jövedelem, adóbevételek, költségvetési egyenleg – alakulását, de az egyrészt nagyon más makrogazdasági környezetre vonatkozott, másrészt kizárólag csak az adóváltozás hatásával foglalkozott. Számításaikban feltették, hogy a minimálbér adómentes marad. Jelezték, hogy az egykulcsos adó bevezetésével megnőnek a jövedelemegyenlőtlenségek, de úgy becsülték, hogy a magas keresetűek munkakínálata lényegesen nő, aminek pozitív jövedelemhatása lesz. 2010–2011-ben a makrogazdasági környezet nagyon más volt, másképpen vezették be az egykulcsos adót, és sok más jövedelem-összetevő is átalakult. Ezek közül a legfontosabb a munkanélküli- és szociális segély, valamint a családtámogatás változása.

## 1. táblázat

Kvantilis fogyasztási regressziók, 2011

	log (JÖVE- DELEM)	Kis- GYERMEK	ISKOLÁS GYERMEK	FOGLAL- KOZTA- TOTT	NYUG- DÍJAS	KONSTANS	Pseudo R <sup>2</sup>
Alsó decilis							
Együttható	0,626	0,089	0,128	0,087	-0,130	4,689	0,401
Standard hiba	0,011	0,017	0,013	0,018	0,015	0,150	
t-érték	56,86	5,26	9,99	4,77	-8,77	31,30	
Alsó kvartilis							
Együttható	0,624	0,056	0,135	0,092	-0,145	4,911	0,403
Standard hiba	0,010	0,014	0,012	0,016	0,015	0,142	
t-érték	60,97	4,08	11,40	5,79	-10,02	34,52	
Medián							
Együttható	0,601	0,056	0,133	0,082	-0,163	5,477	0,387
Standard hiba	0,010	0,013	0,011	0,014	0,012	0,140	
t-érték	60,12	4,36	12,08	6,08	-13,70	39,01	
Felső kvartilis							
Együttható	0,565	0,052	0,128	0,070	-0,191	6,242	0,350
Standard hiba	0,011	0,015	0,011	0,013	0,012	0,159	
t-érték	50,66	3,49	11,44	5,23	-15,42	39,18	
Felső decilis							
Együttható	0,512	0,056	0,116	0,056	-0,228	7,261	0,311
Standard hiba	0,014	0,025	0,019	0,018	0,015	0,200	
t-érték	36,26	2,25	6,13	3,08	-15,66	36,37	

A függő változó a folyó fogyasztás logaritmus, amely tartalmazza a háztartás rendszeresen vásárolt fogyasztási kiadásait, nem tartalmazza a saját termelésű fogyasztást, illetve a fogyasztói beruházásokat: tartós fogyasztási cikkeket, ingatlanvásárlást stb. A táblázatban szereplő standard hibák 1000 ismétléses bootstrap becslések.

*Kontrollváltozók:* a háztartásban van iskoláskorúnál kisebb gyerek (KISGYERMEK); van legfeljebb 18 éves iskolás gyerek (ISKOLÁS GYERMEK); van rendszeresen foglalkoztatott (FOGLALKOZTATOTT), van nyugdíjas (NYUGDÍJAS). Az alternatív becslésekben indikátor helyett darabszám, illetve különböző egyéb családszerkezeti, területi és településtípust leíró változók, valamint a háztartás egyéb körülményei (eszközfelszereltség stb.) szerepeltek. A becslést elvégeztem a 26 darab 10 millió forint feletti jövedelemmel rendelkező háztartás nélkül is, az eredményeket ez nem befolyásolta. A kontrollváltozók nélküli jövedelemrugalmasságokban nagyobbak voltak a különbségek, ezek sorrendben: 0,72, 0,71, 0,69, 0,59 és 0,51.

társadalmi juttatások 1,5 százalékos reálcsökkentése sújtotta. Márpedig a háztartások fogyasztói viselkedése heterogén. 2011-es háztartás-statisztikai adatokon végeztem fogyasztásfüggvény-becsléseket kvantilis regresszióval a 10., 25., 50., 75. és 90. percentiliséknél.<sup>9</sup> A regressziót tucatnyi különböző kontrollváltozó-együttes mellett elvégeztem, de a becslések meglehetősen robusztusak voltak, az eredmények alig változtak. Az 1. táblázat foglalja össze a legegyszerűbb, még elégséges kontrollváltozó-halmaz melletti becslést. A becslések függő változója minden esetben a háztartás folyó fogyasztásának logaritmus, a mintanagyság 10 041 háztartás.

A becslült egyenletekben a jövedelem logaritmusának együttthatója a fogyasztás adott háztartástípusra jellemző jövedelemrugalmassága. Látszik, hogy a szegény és az alsó középosztálybeli háztartások jövedelemrugalmassága több mint 0,1-del magasabb, mint a gazdagoké, vagyis a makrogazdász szemmel keynesi indíttatású gazdaságpolitika, amely adócsökkentéssel növelte a háztartások reáljövedelmét, egy ezzel ellentétes hatású társadalompolitikával párosult, ami az aggregált szinten látszólag keresletösztönző politikát az ellentétébe fordította. Azoknak csökkent a jövedelmük, akik abból jobban növelték volna a fogyasztói keresletet, és azoké nőtt, akik az átlagnál kevesebb keresletet teremtettek. Amiben teljesen egyetértünk Mellár Tamással: nem elég az aggregált makroadatok elemzése, mert a gazdasági szereplők viselkedésének heterogenitása megfelelően csak mikroadatok felhasználásával kezelhető. Még mindig nagyon sok makrogazdász csak az aggregált számokat nézi, implicite feltételezve, hogy a gazdaság szereplőinek viselkedése homogén (= reprezentatív ágens feltevése).<sup>10</sup> De a gazdaságpolitika tényleges hatását ilyen információ alapján nem lehet megbízhatóan vizsgálni.

## Trend

Amikor Udny Yule-t 90 éve megválasztották a brit Királyi Statisztikai Társaság elnökének, székfoglaló előadásában részletesen elemezte, hogy milyen változókkal végzett regressziós becslések adhatnak értelmetlen eredményeket (Yule [1926]). Az egyik példája a trendet tartalmazó változók voltak. Addigra már rendelkezésre álltak azok a fogalmak – Brown-mozgás, véletlen bolyongás, Wiener-folyamat –, amelyekkel matematikailag elemezni lehetett a nem stacionárius idősorokat. Mégis, a *Box-Jenkins* [1970] könyvig kellett várni arra a fogalmi keretre, ami a gyakorlatban is használhatónak bizonyult a gazdasági idősorok leírására. E könyv óta beszélünk integrált változókról, vagyis olyan változókról, amelyeknek a várható értéke nem állandó (általában,

<sup>9</sup> Adatok forrása: MTA KRTK KTI Adatbank. A kvantilis regresszió az átlag helyett a függő változó eloszlásának egy adott percentilisére koncentrálva becsüli meg az egyenlet ismeretlen paramétereit, így a különböző percentilisekhez tartozó becslésekkel feltérképezhető a viselkedés heterogenitása. Koenker-Hallock [2001] a kvantilis regresszió technikai részletek nélküli ismertetését adja. A számítások Statával készültek.

<sup>10</sup> Azt gondolom, az újkeynesi makrogazdaságtan legnagyobb hibája eleinte az volt – és sok művelőjére ez még mindig igaz –, hogy az új makrogazdaságtan eszköztárából a reprezentatív ágens feltevését is átvette, igaz, ezt implicite az 1960-as évek keynesi közgazdaságtana is alkalmazta. Ma azért már sokan figyelembe veszik a viselkedés heterogenitását is.

mert trendjük van), de valamelyik (a gyakorlatban első vagy második) differenciája stationer, vagyis tulajdonságaik időben állandók. Néhány évvel később megszületett az első próba is ennek vizsgálatára (Fuller [1976], Dickey–Fuller [1979]). Ennek következményeként hamarosan tisztázták, hogy a gazdasági idősoroknak (illetve nagyon gyakran azok logaritmusának) sztochasztikus, és nem determinisztikus trendjük van,<sup>11</sup> a reálváltozóknak általában lineáris (vagyis a változók elsőrendűen integráltak), az árindexeknek és – ennek következtében – a nominális változóknak pedig kvadrátikus (vagyis ezek a változók másodrendűen integráltak) (Nelson–Plosser [1982], Stock–Watson [1986]).<sup>12</sup> A lineáris sztochasztikus trend azt jelenti, hogy a trend meredeksége adott, hosszabb távon állandó, de a helye folyamatosan föl-le csúszkál. Ez viszont azt jelenti, hogy azok a változók, amelyeknek sztochasztikus trendjük van, trendbecsléssel nem jelezhetők előre.

Az aggregált makrogazdasági idősorok stationer differenciái azonban általában erősen autokorreláltak, ezért a sokkok sorozata ugyan folyamatosan föl-le rángatja az idősorokat, de ezek a hatások a múltbeli sokkok hatásának továbbélése miatt tom-pítottak. Így a gyakorlatban ezek az idősorok ritkán csúsznak el nagyon. De időről időre elcsúsznak. Ennek demonstrálására Mellár [2016] 1. ábrájának GDP-idősorát használom,<sup>13</sup> pontosabban az idősor logaritmusát, mivel csak az elsőrendűen integrált, vagyis annak van lineáris sztochasztikus trendje, nem az alapidősornak: a logaritmikus első differenciákra végzett ADF-próba értéke  $-4,61$  ( $p = 0,0003$ ), aminek alapján elvethetem azt a nullhipotézist, hogy a differenciák idősora integrált. A 2. táblázat összefoglalja a különböző almintákra végzett trendbecslések eredményeit, az 1. ábra pedig be is mutatja a becsült trendeket.

Érdemes megfigyelni, hogy még nagyon kis mintára is látszólag milyen jól illeszthető egy lineáris trend. Ennek két oka van. Az egyik, hogy a trend együtthatójának becslése sokkal gyorsabban konvergál a határértékéhez, mint egy „normál” regresszióegyüttható-becslés:  $\sqrt{T}$  helyett  $\sqrt{T^3}$  sebességgel. A másik, hogy ez a szezonálisan kiigazított, simított idősor, amiből a trenden kívül szinte minden mást „kiátlagolt” a kiigazítás. A kiigazítás nélküli változatlan áras idősorra<sup>14</sup> sokkal nagyobb hibaszórással becsülhető a trend, és ezért rosszabbul illeszkedik, de csak a 2009 első negyedéve és a 2011 első negyedéve közötti időszakra ad a trend

<sup>11</sup> Lehet valamilyen elméleti magyarázata is a determinisztikus trend használatának. Jánossy [1975] elméleti alapon azt tételezi fel, hogy gazdasági idősoroknak determinisztikus trendjük van, és ezt empirikusan is alátámasztja. Ez viszont egy egészen különleges időszakra, a világháború utáni újjáépítésre vonatkozik. A trendvonal elméleti alapja az emberi tőke folyamatos, töretlen felhalmozásának folyamata. Hasonló gondolat megjelenik a Solow-féle növekedési modell egyes változataiban is, de ott a népesség növekedésének konstans üteme is szükséges ahhoz, hogy a GDP növekedési üteme állandó legyen, vagyis a logaritmusának lineáris trendje legyen. Ascari–Sbordone [2014] az infláció perzisztenciájának magyarázatánál a jegybanki inflációs célra használ determinisztikus trendet, mivel a jegybank hosszú ideig állandó mértéken tartja az elérni kívánt inflációs ütemet. De ezek a kivételek.

<sup>12</sup> Az elmúlt 10-15 év tartósan alacsony inflációjának következtében a közelmúlt nominális és áridősorai gyakran elsőrendűen integrálnak bizonyulnak.

<sup>13</sup> Bruttó hazai termék 2005. évi átlagáron, szezonálisan és naptári hatással kiigazított és kiegyensúlyozott adatok. Az adatok forrása: [http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat\\_evkozi/e\\_qpt007b.html](http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_evkozi/e_qpt007b.html) (3.1.7-es táblázat).

<sup>14</sup> Forrás: [http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat\\_evkozi/e\\_qpt004a.html](http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_evkozi/e_qpt004a.html) (3.1.4-es táblázat).

## 2. táblázat

A GDP logaritmusának trendbecslései

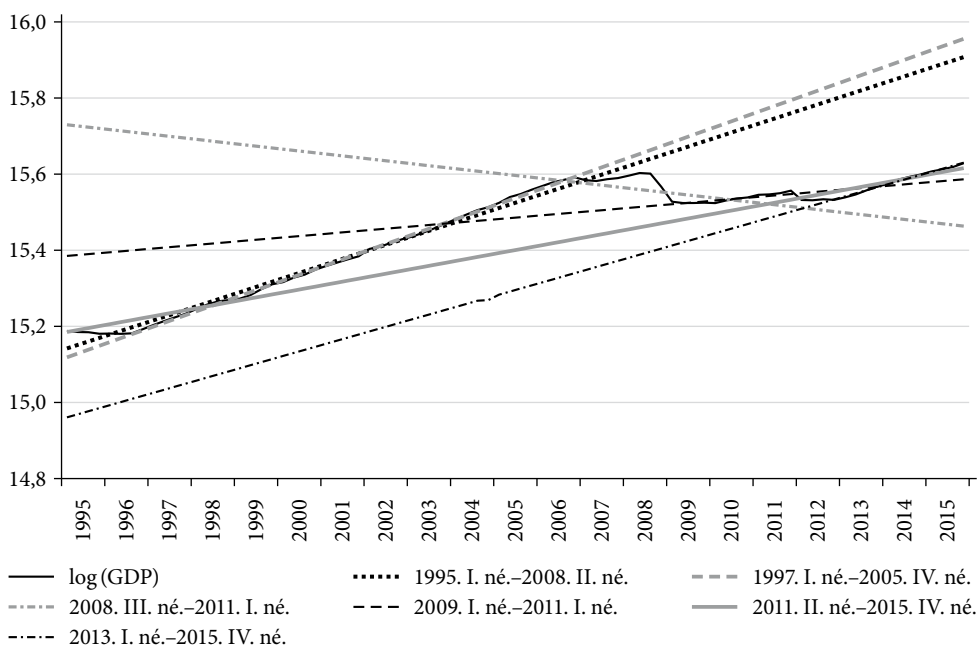
Mintaidőszak	Merekség	<i>t</i> -érték	$R^2$	Reziduális szórás <sup>a</sup>	<i>N</i>	Növekedés (százalék) <sup>b</sup>
1997. I. né.–2005. IV. né.	0,0100	138,5	0,995	0,005	36	4,08
1995. I. né.–2008. II. né.	0,0092	69,4	0,989	0,015	54	3,75
2008. III. né.–2011. I. né.	–0,0032	–1,5	0,196	0,023	11	–1,27
2009. I. né.–2011. I. né.	0,0024	4,2	0,716	0,004	9	0,96
2011. II. né.–2015. IV. n. é	0,0052	8,3	0,803	0,015	19	2,10
2013. I. né.–2015. IV. n. é	0,0081	37,2	0,993	0,003	12	3,29

Becslési módszer: klasszikus legkisebb négyzetek módszere. *N* a minta elemszáma.<sup>a</sup> A regresszió standard hibája.<sup>b</sup> A trend mereksége alapján becsült átlagos éves növekedési ütem.

A számítások Eviews-programmal készültek.

## 1. ábra

A GDP logaritmusának trendbecslései



merekségére olyan becslést, ami kívül esik a szezonálisan kiigazított adatokon alapuló becslés 95 százalékos konfidencia-intervallumán. Ugyanakkor a minta-időszak viszonylag kis változása is egyaránt szignifikáns változást hozott a trend becsült merekségében az első két, a 3. és 4., és az utolsó két időszakból, ami jól mutatja, hogy nemcsak a válság billentette ki a trendet az „eredeti pályáról”, hanem az valóban folyamatosan csúszkál.



A 2. táblázat azt sugallja, hogy a válság után újra közel akkora a trend meredeksége, mint előtte; így az ábrán majdnem párhuzamosak a minta elejéből és végéből becsült trendek. Csak közben lejjebb csúszott a trend. Mindegy, hogy milyen trend-előrejelző módszert használtak 2007-ben a GDP előrejelzésére, lineáris regressziót, Hodrick–Prescott (HP) szűrőt, Kálmán-filtert<sup>15</sup> vagy valami mást, beütött a korábbi-nál sokszorosán nagyobb sokk, és bizonyította, hogy a trend bizony sztochasztikus. Ez egyébként nagyon sok más ország GDP-idősorán pontosan ugyanígy megmutatható (lásd például *Martin–Munyan–Wilson* [2015]).

Mindehhez képest mellékes kérdés, hogy a HP-szűrő elvileg is alkalmatlan trend-szűrésre. A tanulmány ugyan 1997-ben jelent meg folyóiratban (*Hodrick–Prescott* [1997]), de azt valójában 1981-ben írták, és 1997-ig kéziratban terjedt. 1997-ben nyilván azért hozta le egy neves folyóirat, mert a HP-szűrő rendkívül népszerű, általánosan használt lett. Mellár Tamás azt sugallja (290. o.), hogy az ökonometerek ajánlották a makrogazdászoknak a HP-szűrő használatát. Ezzel engem jól meglepett. Végignéztam tucatnyi idősor-modellezéssel behatóan foglalkozó ökonometria-tankönyvet.<sup>16</sup> Ezek közül egyetlen könyv említi meg a HP-szűrőt a bevezetésben (*Lütkepohl–Krätzig* [2004] 20. o.), mint egy olyan eszközt, amit a gazdasági ciklusokat elemzők gyakran használnak. De ez a könyv másodszor gondosan olyan formában is felírja a képletét (21. o.), amiből egy idősoelemzésben jártas ökonométer azonnal látja, hogy ez ekvivalens egy ARMA-folyamattal, ami csak stacioner idősorok esetén becsülhető konzisztensen. Amikor ökonometerek használják a HP-szűrőt, annak egy olyan módosított alakjával dolgoznak, amely integrált idősorokra is alkalmazható (*Stock–Watson* [1999]). Kár, hogy ezt a makrogazdászok nem vették észre. Igaz, 2007-ben ez sem segített volna rajtuk. Tény ugyanakkor, hogy a HP-szűrő torzítása a gyakorlatban általában elég kicsi ahhoz, hogy elhanyagolható legyen.

A trendszűrés hagyományosan a gazdasági ciklusok vizsgálatának, a konjunktúrákutatásnak egyik népszerű eszköze: hagyomány, hogy az idősorokat a cikluskutatók felbontják trendre és ciklikus komponensekre. A gazdasági ciklusok elemzése természetesen már nagyon régóta fontos területe a makrogazdaságtannak – sokan sokféle módszerrel dolgoztak. A trendszűrésnek rengeteg különböző módszerét kidolgozták, a Hodrick–Prescott-szűrő ennek csak egyik lehetséges módszere, ami a gazdasági ciklusok reálmodelljével (RBC modell) vált népszerűvé, mivel annak alapműve a *Kydland–Prescott* [1982] cikk, és Prescott az RBC modellezés egyik legfontosabb képviselője. Mellár Tamásnak abban igaza van, hogy az RBC modellek az új makrogazdaságtan fontos építőelemei: azt kívánják megmutatni, hogy a gazdasági ciklusokban a nominális változóknak nincs érdemi szerepük, és így a gazdaságpolitika nem képes érdemben befolyásolni lefutásukat. De az ökonometriának ehhez nincs sok köze, ez alapvetően egy elméleti keret, amelyen számos empirikus vizsgálat is alapul. Ha van ökonometriai indíttatása, az éppen a makroökonometriai modellek cáfolásának szándéka (vö. *Prescott* [2016]), bár

<sup>15</sup> *Brayton és szerzőtársai* [2014] modelljében egy összetett állapot–tér modellel becsülnek 14 változóra közös (esetenként időben változó paraméterű) trendeket és ciklusokat.

<sup>16</sup> Ha már a tankönyveknél tartok: ezek közül egyikben sem szerepelt sem az RBC, sem a DSGE modell. Ezek nem tárgyai az ökonometriának, de erre majd még visszatérek.

természetesen ökonométerek dolgoztak ki módszertani eszközöket az RBC modellek vizsgálatára is. De az empirikus RBC modellek általában nem ökonometria modellek: paramétereit vagy legalábbis azok egy részét tipikusan nem ökonometria eszközökkel becsülik meg, hanem kalibrálással, ami az én ökonométer szememben is a hasra ütés tudományos igényű módja. Ebben sincs vita köztünk.

A kalibrálás használatának alapvető oka, hogy a modellek olyan bonyolult nemlineáris összefüggéseket tartalmaznak, amelynek paramétereit vagy identifikálhatóság híján egyáltalán nem becsülhetők, vagy a szegényes mintainformációból a paraméterek megbízható becslése „csak” technikailag kivitelezhetetlen. A kalibrálás során a modellező próba szerencse alapon (részben természetesen korábbi modellek tapasztalatait felhasználva) keres olyan paraméterértékeket, amelyek „értelmesek”, és amelyek segítségével a modelltől számított, illesztett változók momentumai viszonylag közel vannak a megfigyelésekből számítottakhoz. Abban természetesen egyetérték Mellár Tamással, hogy ez rossz. Csak azt nem értem, hogy ezt miért varrja az ökonométerek nyakába. Az ökonometria statisztikai módszerek használatáról és a használhatóság korlátairól szól, nem találgatásról... A modell paramétereit nem becsülhetők ökonometria eszközökkel (korrekten valójában semmilyen eszközzel sem), ha a modell struktúrája olyan, hogy a paraméter nem identifikált. Lokálisan nem identifikált  $\beta$  az  $x/(1 - \beta)$  tagban  $\beta = 1$ -nél, ha  $x$  változó,  $\beta$  pedig modellparaméter. Globálisan nem identifikált  $\alpha$  és  $\beta$  az  $\alpha x/(1 - \beta)$  tagban, ha a két együttható sehol máshol nem szerepel a modellben, mert nem becsülhetők egymástól függetlenül. (Például az  $\alpha = 1$  és  $\beta = 0,5$  ekvivalens az  $\alpha = 0,5$  és  $\beta = 0,75$  értékpárral.) Szomorú, hogy vannak makrogazdászok, akik figyelmen kívül hagyják a modellezés számukra kényelmetlen matematikai korlátait, és például identifikálatlan paraméterek használatával vagy valamilyen más inkorrekt eszközzel „szépítik” a modelljüket. (Vö. *Romer* [2015].)

Ökonométerek (*Harding–Pagan* [2002]) éppen azt mutatták meg, hogy a gazdasági ciklusok elemzéséhez semmi szükség trendszűrésre, ezért teljesen felesleges bármilyen trendet becsülni, mert a ciklusok, azok fordulópontjai anélkül is megbízhatóan elemezhetők. Úgyhogy a ciklusokat kutató makrogazdászok nyugodtan a sutba vághatják az összes trendbecslési módszert, beleértve a HP-szűrőt is.

Mellár Tamás cikkében felteszi a kérdést: mit mutat a trend, és mit nem? Az ökonométer válasza erre az, hogy általában semmit – nagyon speciális körülmények kellenek ahhoz, hogy mutasson valamit. Semmiképpen sem ökonométerek tanácsolták a makrogazdászoknak, hogy trendekkel játszadozzanak.

## Egyensúly

Mellár Tamás nem szereti a potenciális kibocsátást és kibocsátási rést. Szíve joga. Azért sem szereti, mert meg nem figyelhető, vagyis látens változók. De ha a látens változókkal általában baja van, akkor a közgazdaságtannal van baja. Sajnos a közgazdaságtan tele van meg nem figyelhető, vagyis látens változókkal: technikai haladás, innováció, vállalat (fundamentális) értéke, állandó jövedelem, kormányzás minősége, bizalom, jólét, hasznosság, kockázat, emberi tőke, rezervációs bér,

sorolhatnám napestig. A közgazdaságtan talán legfontosabb látens változója az egyensúly. Mennyivel egyszerűbb lenne a gazdasági folyamatok elemzőinek a dolga, ha a statisztikusok a változók: például kamatláb, árfolyam, GDP stb. értéke mellett azonnal azok aktuális egyensúlyi értékét is közölnék! Sajnos, erre még egyetlen statisztikus sem volt képes. Ha valamit nem tudunk mérni (a statisztikusok nem tudják mérni), és fontosnak gondoljuk, akkor valamilyen plauzibilisnek tűnő feltevéssel élünk, és annak segítségével közelítünk.

Közgazdászok, ökonóméterek számos módszert kitaláltak az egyensúly és az egyensúlytalanság mérésére. Maga Mellár Tamás is foglalkozott ilyesmivel: a kandidátusi disszertációját egyensúlytalansági modellekből írta (*Mellár [1990a], [1990b]*). Egy ökonóméter számára alighanem a kointegráció és hibakorrekció a legszimpatikusabb (lásd *Engle–Granger [1987]*), ahol a változók közötti egyensúlyi pályát és az egyensúlyi pálya körüli negatív visszacsatolósos alkalmazkodási folyamatot egy egységes modellben becsüljük – csak sajnos, az egyensúlyi pálya becsléséhez a gyakorlatban túl hosszú idősorok kellenének, és ezért ritkán becsülhető egy hosszabb távon is stabil egyensúlyi pálya.

A potenciális kibocsátás és a kibocsátási rés is egy egyensúlyi pályát, illetve az attól való eltéréssel az egyensúlytalanságot próbálja mérni.<sup>17</sup> Minden ilyen módszernek vannak buktatói, ennek is. Minden ilyen mérést lehet rosszul is csinálni. A korábban írtak fényében talán nem meglepő, hogy én is rossznak tartom, amikor a potenciális kibocsátást a GDP (vagy logaritmus) HP-szűrt értéke képviseli. Sokan valamilyen termelési függvényt becsülve próbálják mérni a potenciális kibocsátást. Ez számomra sokkal szimpatikusabb, de természetesen ezzel a közelítéssel is lehet baj. És nem is használható mindenre. Ez egy empirikus kérdés: az ökonometria kidolgozott modellválasztási eljárásokat, próbákat, módszereket, amelyekkel vizsgálható, hogy egy adott modell keretein belül melyik közelítés adja a legjobb, legelfogadhatóbb eredményt. Például *Gali–Gertler [1999]* megmutatta, hogy a(z újkeynesi) Phillips-görbe becslésben a munka GDP-n belüli részarányának a trendjétől való eltérése – mint egyensúlytalansági mérték – nemcsak elméletileg áll közelebb a Phillips-görbe logikájához, hanem a gyakorlatban is jobb becslést ad, mint a kibocsátási rés.<sup>18</sup>

A Phillips-görbe természetesen csak egy egyenlet – a gazdaság állapotát számos, egymással szorosan összefüggő változó együttese írja le. Ezért a makrogazdászok nagyon gyakran olyan többegyenletes modellekben gondolkodnak, ami leírja a változók együttes pályáját. Ökonóméterek az ilyen modellek becslésére, vizsgálatára több különböző eljárást is kidolgoztak. A hagyományos megoldás a szimultán strukturális ökonometriai modell volt. Az 1970-es években ezt a makrogazdászok többsége elvetette, mert kiderült, hogy az akkori makroökonometriai modelleknek kevés közük volt a makrogazdasági elmülethez, és a gyakorlatban is megbuktak: az 1973–1974-es olajválság után kibukó specifikációs problémák következtében irreális előrejelzéseket produkáltak.

<sup>17</sup> A kibocsátási rést egyébként makrogazdászok, nem ökonóméterek találták ki (lásd *Kónya [2015]*).

<sup>18</sup> Ebben az esetben számomra elfogadható a trendbecslés, mert mögötte az a feltevés áll, hogy a munka részesedése a gazdasági teljesítményben egy ismeretlen, de sima egyensúlyi pálya mentén alakul.

Válaszul Sims [1980] a szimultán modell dinamikus redukált formáját, a vektor-autoregresszív (VAR) modellt ajánlotta.<sup>19</sup> Ez megoldotta a struktúra esetlegességéből származó problémákat, ezért a VAR modellek lényegesen jobb előrejelzést adhattak, és az impulzus–válasz függvényekkel a változók egymásra hatásának időbeli lefutása is vizsgálható. A makrogazdászok azonban nem tudtak egyensúly nélkül élni. Ezért fokozatosan visszacsempészték a VAR-ba a struktúrát. Másképpen, mint a korábbi strukturális modellekben, az elmélethez sokkal pontosabban illeszkedve, de meg kellett adni a strukturális összefüggéseket ahhoz, hogy a modell egyensúlyi állapotát le lehessen írni. És ezzel megszületett a dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi modell, azaz a DSGE modell. A DSGE modellek a különböző egyensúlyi pályáktól való eltérésekkel magyarázzák a gazdaság dinamikáját. Ez egy általános modellezési keret, amit egyaránt meg lehet tölteni újklasszikus és újkeynesi tartalommal – mindkettővel rendszeresen meg is töltik. A modellben szereplő összefüggések szerkezete határozza meg, milyen DSGE modellről van szó. Például nagyon sok RBC modellt DSGE formában írnak fel.

Mellár Tamás állításával szemben a DSGE modelleket nem az ökonométerek, hanem a makrogazdászok dolgozták ki (vö. Kónya [2015]). Az ökonométerek jó része olyan nagyon nem is szereti a DSGE modelleket, van, aki egyenesen kényszerzubbonynak nevezi (Pesaran–Smith [2011]). Mivel azonban a makrogazdászok ragaszkodnak a kényszerzubbonyhoz, mit tehet az ökonóméter: megpróbál olyan módszertant kidolgozni, amellyel a DSGE modellek korrekten becsülhetők (Koop–Pesaran–Smith [2013]). A DSGE modellekkel ökonóméter szemmel sok baj van, vagy legalábbis lehet. A DSGE modellek ökonometriai problémái jórészt közösek az RBC modellekével. Közülük a legfontosabb, hogy a DSGE modellek gyakran (lokálisan vagy globálisan) nem identifikált paramétereket tartalmaznak, vagyis olyanokat, amelyek a modell struktúrája miatt semmiképpen sem becsülhetők függetlenül a többi paramétertől. Emellett a DSGE modellek gyakran bonyolult nem lineáris összefüggéseket tartalmaznak, ami elméletileg lehet nagyon szép, de az empirikus elemzéshez rendelkezésre álló aggregált idősorok információtartalma általában elégtelen ezek megbízható becsléséhez. Ezért a DSGE modellek paramétereit – különösen 2008 előtt – a makrogazdászok előszeretettel kalibrálták korrekt ökonometriai becslés helyett. Ezek a kalibrált modellek aztán annak rendje és módja szerint fejre is álltak 2008-ban, ámbar ez kisebb publicitást kapott, mint a makroökonometriai modellek 1970-es évek közepi fejre állása.

A makrogazdászok lázasan dolgoznak a DSGE modellek (és az azokat megalapozó elméletek) revízióján, elsősorban is a pénz és ezzel a nominális folyamatok rehabilitálásán (lásd Kónya [2015] elméleti oldalról – vagy például Caraianni [2016] a gyakorlat oldaláról). És két éve jött a meglepetés: a Fed, amely korábban élharcosa volt a VAR-,

<sup>19</sup> A VAR eredetileg kizárólag előrejelzési célt szolgált. Stock–Watson [1996] megmutatta, hogy a gazdasági idősorok VAR modelljei gyakran túl instabilak ahhoz, hogy jó előrejelzést adjanak. Ez természetesen az ökonometriai eszközökkel végzett előrejelzések sokkal általánosabb problémája: statisztikailag megbízható előrejelzések csak viszonylag hosszú mintaidőszak alapján végezhetők, a gazdaság szereplőinek viselkedése viszont folyamatosan átalakul, ha nem is feltétlenül úgy, ahogy azt a Lucas-kritika állította.

majd a DSGE-alapú modellezésnek, köztette új előrejelző modelljét: egy szimultán strukturális makroökonometriai modellt (*Brayton és szerzőtársai* [2014]). Ez természetesen egészen más, mint amilyen modellekkel az 1960-as, 1970-es években dolgoztak, de mégis elég nagy felzúdulást okozott.

A különböző megközelítések összevetése, az empirikus eredmények elmélettel való megerősítése és „jósága” dönti el, hogy mikor melyik megközelítés ad jobb eredményt. *Brayton és szerzőtársai* [2014] modellje például egy igazi hibrid: a különböző gazdasági folyamatoknál egymástól eltérő módon méri az egyensúlyi állapotot, illetve az egyensúlytalanságot. Van, ahol kointegrációval és hibakorrekcióval, van, ahol kibocsátási réssel, van, ahol Kálmán-filterrel becsül közös trendeket és ciklusokat, van, ahol alternatívan egy DSGE blokkal, amikor elemeznek, illetve annak redukált formájával, vagyis VAR-ral, amikor a modellt előrejelzésre használják. Mindig azzal, ami éppen a legjobbnak bizonyult. Ez az ökonóméter számára szimpatikus megközelítés. De a modell természetesen távolról sem tökéletes, biztos most is dolgoznak a javítgatásán.

## Előrejelzés

Mellár Tamás az ökonométereket és a modellezőket kárhóztatja azért, hogy a 2008-as válságot nem jelezték előre: ennek szerinte az volt a legfőbb oka, hogy rossz modelleket használtak. Természetesen nagyon valószínű, hogy a modellek tényleg rosszak voltak, de távolról sem csak erről van szó.

Az előrejelzés módszertana kétség kívül az ökonometria tárgya. Mindjárt hozzátésem: többnyire nemszeretem tárgya. Galbraithnek tulajdonítják azt a mondatot, hogy a közgazdászok nem azért jeleznek előre, mert tudják, hanem mert erre kérik őket. Ez a kelletlenség meglátszik az ökonometria-tankönyveken: a jól ismert, hagyományos könyvek egyike sem foglalkozik komolyan az előrejelzéssel, gyakran ez a legrövidebb, legfelületesebb „muszáj” rész. De éppen, mert muszáj, közel húsz éve néhány ökonóméter elkezdett komolyabban foglalkozni vele, és mára több komoly munkához nyúlhat, aki előrejelzést akar (vagy kénytelen) csinálni: *Stock–Watson* [1999] az infláció előrejelzés példáján írt le fontos dolgokat, *Clements–Hendry* [1998], [1999], [2011] vagy *Elliott–Timmermann* [2008] pedig az előrejelzés elméleti és gyakorlati problémáit tárgyalja különböző modelltípusokra.<sup>20</sup> Ezek nagyon sok mindent elmondanak arról, hogy mikor lesz rossz az előrejelzés. De ezek ismerete legfeljebb arra lehet biztosíték, hogy jól csináljuk az előrejelzést, és semmiképp sem arra, hogy az előrejelzés be is válik. Ennek okát egy *Berndt* [1991] 7. fejezetében lévő tankönyvi mintapéldán mutatom meg.

1965 őszén az Egyesült Államok északkeleti partvidékének nagyvárosait egy hatalmas áramszünet bénította meg, ami sok helyen fél napnál is tovább tartott. Ennek

<sup>20</sup> Az előrejelzés módszertana részben a várakozások jobb modellezésének igénye miatt lett érdekes, és a felsorolt művek egy része elsősorban a várakozások előrejelzésének ökonometriai modellbe illesztésével foglalkozik.

hatására felállították a North American Electric Reliability Councilt (NERC), amely megvizsgálta, hogyan lehet garantálni a zavartalan áramellátást. A NERC 1984-ig évente közzétett egy előrejelzést a következő évtized áramfogyasztásának várható átlagos növekedési ütemére. 1973 után ezek az előrejelzések messze túlzottnak bizonyultak: ugyan évről évre egyre alacsonyabb ütemet jeleztek előre, de a tényleges kereslet növekedése messze alulmúlta a jelzettet.

Berndt [1991] közölte a releváns adatokat: az áramfogyasztás (*kwh*), a változatlan áras (reál-) GNP (mint jövedelem, *gnp*) és az elektromos áram relatív ára (*pelec*, az infláció üteméhez viszonyítva) éves idősorát 1951 és 1984 között. Becsüljük meg az adatokból a kor standard dinamikus fogyasztási függvényét:<sup>21</sup>

$$(\Delta)\log(kwh)_t = \alpha + \varphi(\Delta)\log(kwh)_{t-1} + \beta_1(\Delta)\log(pelec)_t + \beta_2(\Delta)\log(gnp)_t + \varepsilon_t$$

ahol  $\Delta$  a változók első differenciáját jelöli. A természetes várakozás az, hogy a keresleti függvényben 1974 után strukturális törést figyelhetünk meg, vagyis megváltoznak a paraméterek, mivel az olajsokk ráébresztette a fogyasztókat arra, hogy az energiával takarékoskodni kell.<sup>22</sup> Természetesen az elektromos áram fogyasztása alapvetően az árammal működő eszközök fogyasztásától függ, így nem várhatunk azonnali változást, de egy évtizedes távon minden bizonnyal jelentős elmozdulást figyelhetünk meg, különösen azért, mert 1981-ben a második olajválság mindenkit emlékeztetett arra, hogy megváltozott a világ.

A 3. táblázat tartalmazza a modell becslését differenciákra és szintekre a teljes mintán. Ezután a két modellt megbecsültük az 1973-ig tartó idősoron, és elkészítettük az áramkereslet dinamikus előrejelzését az 1974–1984-es időszakra. A becsléshez a klasszikus legkisebb négyzetek esztimátorát használtuk. A dinamikus előrejelzésben a függő változó megfigyelt értéke helyett a második előre jelzett időszaktól kezdve a változó előre jelzett értékét használtuk a késleltetett endogén változóban, így az esetleges előrejelzési hibák az idő előrehaladtával kumulálódtak.

A 2. és 3. ábra mutatja meg az előrejelzéseket. A 2. ábrához a könnyebb értelmezés kedvéért a logaritmikus differenciákból kiszámoltuk az éves növekedési ütemeket, illetve a fogyasztás nagyságát is visszaszámítottuk millió kilowattóra a 3. ábrán. Mindkét ábrán szerepel az előrejelzés 95 százalékos konfidenciaintervalluma is, a 3. ábrán a szokásos legyező formában.

<sup>21</sup> A NERC összetétele vegyes volt: a kormányhivatalnokok, mérnökök, vállalatok képviselői mellett közgazdászok is voltak köztük; ezt a modellt minden bizonnyal megbecsülte és előre jelezte néhányuk.

<sup>22</sup> 1973-ban az arab–izraeli háború idején az arab országok olajbojkottot hirdettek az Izraellel szövetséges államok ellen, aminek nem egyszerűen egy nagyon jelentős áremelkedés volt a következménye: az Egyesült Államokban (is) abszolút olajhiány volt, és komoly kampányban hívták fel a fogyasztókat az energiával, többek között az árammal való takarékoskodásra. Ekkor hozták az első energiahatékonysági normákat is. Így mindenki bízott, hogy az energiafogyasztást fontos lenne csökkenteni.

## 3. táblázat

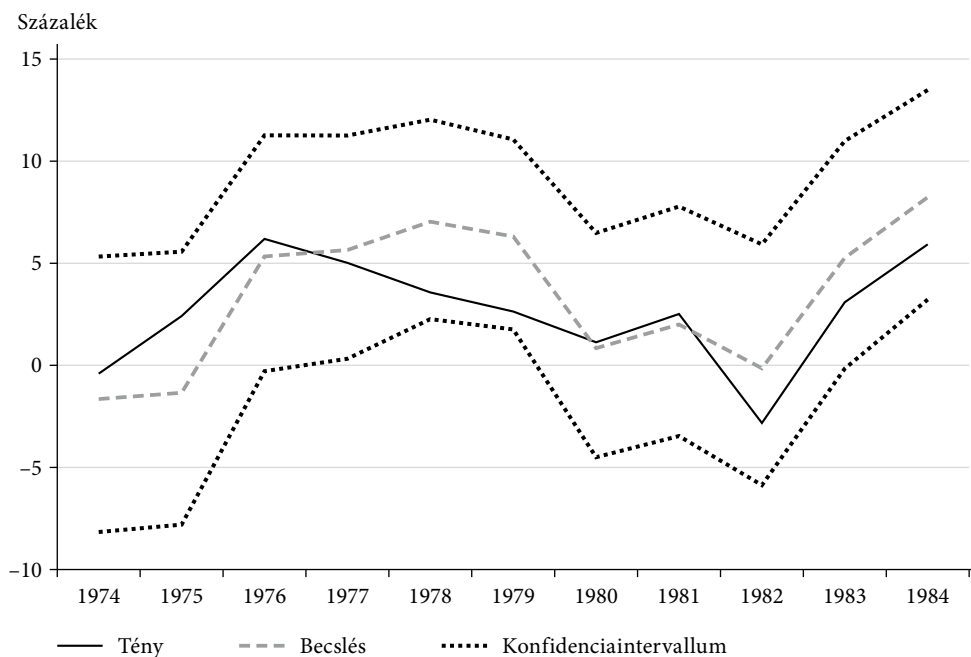
Az elektromos áram dinamikus keresleti modellje, Egyesült Államok

	Együttható	Standard hiba	<i>t</i> -érték	<i>p</i> -érték
FÜGGŐ VÁLTOZÓ: $\Delta \log(kwh)$				
$\Delta \log(kwh)_{t-1}$	0,304	0,110	2,8	0,01
$\Delta \log(gnp)$	0,544	0,175	3,1	0,00
$\Delta \log(pelec)$	-0,326	0,095	-3,4	0,00
Konstans	0,023	0,010	2,2	0,03
Statikus (egyensúlyi) rugalmasság				
$\Delta \log(gnp)$	0,781	0,309	2,5	0,02
$\Delta \log(pelec)$	-0,469	0,126	-3,7	0,00
Minta: 1953–1984 (32 megfigyelés)				
$R^2$	0,718	korrigált $R^2$		0,688
Breusch-Godfrey-féle LM-próba	1,517	Durbin-Watson-próba		1,365
Chow 1. próba	2,059	Chow 2. próba		0,887
Reset-próba	1,616	Breusch-Pagan-Godfrey-próba		0,467
FÜGGŐ VÁLTOZÓ: $\log(kwh)$				
$\Delta \log(kwh)_{t-1}$	0,754	0,049	15,5	0,00
$\Delta \log(gnp)$	0,375	0,089	4,2	0,00
$\Delta \log(pelec)$	-0,128	0,028	-4,6	0,00
Konstans	-0,712	0,274	-2,6	0,01
Hosszú távú (egyensúlyi) rugalmasság				
$\log(gnp)$	1,525	0,074	20,5	0,00
$\log(pelec)$	-0,519	0,109	-4,8	0,00
Minta: 1952–1984 (33 megfigyelés)				
$R^2$	0,999	korrigált $R^2$		0,998
Breusch-Godfrey-féle LM-próba	1,161	Durbin-Watson-próba		1,691
Chow 1. próba	1,609	Chow 2. próba		0,791
Reset-próba	2,587	Breusch-Pagan-Godfrey-próba		1,988

A közölt diagnosztikai próbák: Chow 1. próba: egy 1974-es strukturális törésre vonatkozó hagyományos Chow-próba, 2. próba szintén 1974-re az előre jelzési Chow-próba; a Durbin-Watson-próba a hibatag elsőrendű, a Breusch-Pagan-Godfrey LM-próba a hibatag első- és másodrendű autokorrelációjára vonatkozik, a Breusch-Godfrey LM-próba a hibatag homoszkedaszticitásának próbája, Ramsey Reset-próba a modell keresztmetszeti tulajdonságainak (függvényforma, strukturális stabilitás, homoszkedaszticitás) általános diagnosztikai próbája. Mindegyik próba nullhipotézise, hogy a modellspecifikáció helyes. A két becslést egyenlet egyik diagnosztikai próbája sem szignifikáns 0,05-ös valószínűségi szinten. A számítások Eviews-programmal készültek.

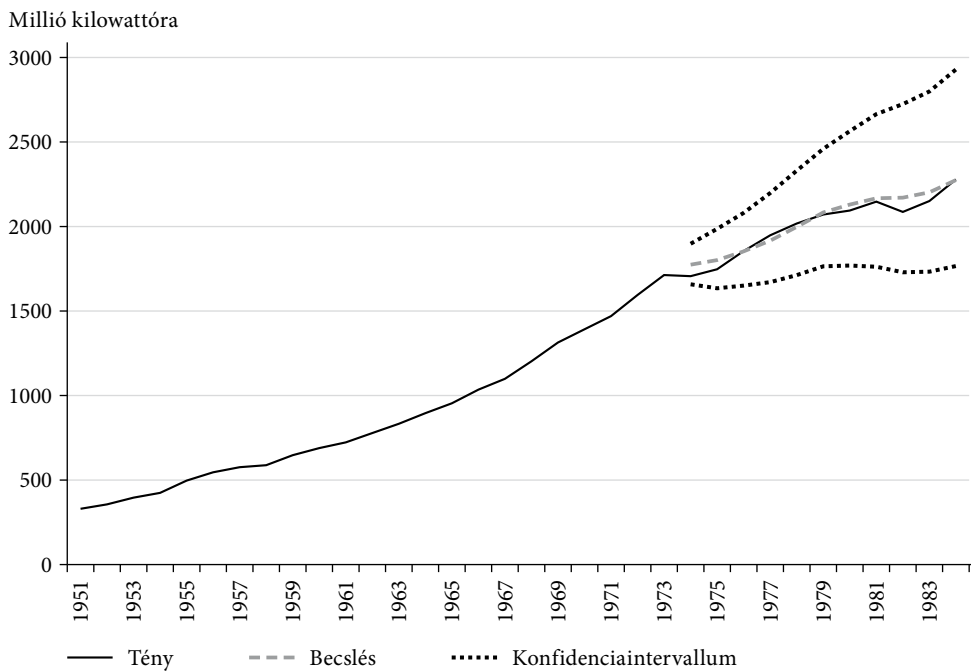
## 2. ábra

Az áramfogyasztás növekedési ütemének előrejelzése, Egyesült Államok, 1974–1984 (százalék)



## 3. ábra

Az áramfogyasztás szintjének előrejelzése, Egyesült Államok, 1974–1984 (millió kilowattóra)





És lám, itt a meglepetés: nincs semmilyen strukturális törés, mint ahogy semmilyen más probléma sem: egyetlen diagnosztikai próba sem utasítja el a modellspecifikációt, és a modell jól illeszkedik a differenciákra is! (A szintre természetesen jól illeszkedik, mert a szinteknek trendjük van.) Soha senkinek nem tanácsolnám, hogy 21, illetve 22 megfigyelésből becsült regressziós modellel 11 megfigyelést jelezzon előre, mert ez egy abszurd feladat. De itt, lám, tökéletesek az előrejelzések, a tényleges előrejelzési hiba jóval kisebb a konfidenciaintervallum által jelzettnél. Pedig ha valahol azt várhatnánk, hát itt, hogy jogos a Lucas-kritika, hogy a gazdaság szereplői alkalmazkodnak a körülmények változásához, és ezért a régi paraméterekkel készült előrejelzés érdektelen, mert értéktelen.

1973-ban a NERC az áramkereslet 7,5 százalékos átlagos növekedési ütemét jelezte előre a következő évtizedre, a 2. ábrán látszik, hogy egyetlen évben sem érte el a fogyasztás változása ezt az ütemet (a 11. évben majdnem). Márpedig, ha valaki is használt ökonometriai modellt a NERC-ben a kereslet előrejelzésére, ezt a modellt biztos megbecsülte és előre jelezte. Hogy is lehet ez, hol is csaltam?

Az előrejelzés mindig feltételes állítás. Nem a modellben csaltam: a modell valóban megdöbbenően jó. Az előrejelzéshez azonban szükség van az exogén változók jövőbeli értékére, az endogén változó előrejelzése ezek függvénye. A modell leírja az endogén változó alakulását az exogén változók függvényében. De az exogén változók (itt a jövedelem és a relatív ár) azért exogének, mert értékük a modellen kívülről jön. 1973-ig az elektromos áram relatív ára folyamatosan csökkent. 1973 után az áram (általában: az energia) minden évben jobban drágult a többi termékénél. Aki 1973-ban előrejelzést készített az áramkeresletre, semmiképpen sem gondolhatta, hogy az áram relatív árának trendje megfordul. Előrejelzés készítésekor mindig célszerű alternatív forgatókönyveket felírni a külső tényezők alakulására, és ezek függvényében feltérképezni a célváltozó lehetséges pályáit. De sohasem szabad azt gondolnunk, hogy pontosan tudjuk, hogyan is alakulnak ezek a feltételek! Éppen ezért az előrejelzés elengedhetetlenül fontos alkotóeleme azon feltevések ismertetése, ami mellett az előrejelzés készült, mert csak azok ismeretében értelmezhető az előrejelzés.

Mivel ez egyegyenletes modell, amely nem írja le a magyarázó változók alakulását, előrejelzésre csak nagyon korlátozottan használható; ahhoz egy többegyenletes modell kellene. Sok másra azonban nagyon is jól használható, számos következtetés levonható belőle. 1. Nincs összhangban a Lucas-kritikával, és így 2. a racionális várakozások feltevésével sem, mert a körülmények lényegi változása ellenére jó évtizeden át sem változott meg a szereplők viselkedése. 3. Nincs összhangban az adaptív árvárakozások feltevésével sem (mert az autokorrelált hibatagot generálna, lásd *Berndt* [1991]). Viszont a szintbeli, vagyis integrált adatokon számított regresszió hibatagja stacioner (annyira, hogy autokorrelálatlan), vagyis a felhasznált áram mennyisége kointegrált a jövedelemmel és a relatív árral, vagyis 4. ez egy stabil egyensúlyi összefüggés, csak nem a standard kétegyenletes formában van felírva. (De ha úgy írnánk fel, kiderülne, hogy ott a negatív visszacsatolás. Csak 33 megfigyelés kevés a kointegráció valóban megbízható becsléséhez. A 3. táblázat tartalmazza az egyensúlyi pálya együtthatóit is.) 5. Ennek következtében a modell dinamikája az egyensúly körüli alkalmazkodási folyamatból származik.

★

Mellár Tamás bírálja az MNB szakértőit, hogy a 2006–2007-es inflációs jelentésekben messze túlbecsülték a gazdasági növekedést 2008–2009-re, nem jelezték előre a válságot. Ez igaz. De azért az inflációs jelentések azt jelezték, hogy vannak olyan feszültségek a magyar gazdaságban, amelyek a növekedés lassulásához is vezethetnek. Azonban 2008–2009 magyar recessziója alapvetően nem a magyar gazdaság folyamataiból következett, hanem a világ gazdasági folyamatok küldték padlóra a belső feszültségek miatt sérülékeny magyar gazdaságot. Ha Mellár Tamás azért bírálná az MNB szakértőit, hogy 2008 őszén nem figyelmeztették az MNB vezetőit, hogy ne állítsák még a válság kitörése előtt néhány héttel is, hogy hozzánk nem gyűrűznek be a világ gazdaság bajai, akkor erre rábólintanék. De ma már pontosan lehet tudni, hogy 2007 végén még a Fed előrejelző modellje sem jelzett semmi komoly bajt, pedig a Fed (meg a többi nagy jegybank) vezetői már két kézzel szórták a pénzt, hogy valahogy kihúzzák a bankokat a likviditási válságból. Hogy jelezhetette volna akkor előre a MNB modellje, hogy Amerikában nagy baj lesz, és az azonnal sújtani fogja a magyar gazdaságot is?

Tökéletesen igaza van Mellár Tamásnak abban, hogy az ökonometria előrejelzések nem tökéletesek. Elsősorban nem is azért, mert a modellek nem tudják követni a viselkedés változását, hanem azért, mert az ökonometria modellek statisztikai módszereket használnak. Statisztikai módszerekkel azt lehet eredményesen vizsgálni, ami rendszeresen, visszatérően előfordul. Ha egy modell információs bázisában, mondjuk 25 év idősorában nem volt egyetlen komoly recesszió sem,<sup>23</sup> akkor nagyon nehéz ökonometria eszközökkel recessziót modellezni. De azért ez ügyben valóban van az ökonométereknek házi feladatuk. A közelmúltban az Economist hívta fel a figyelmet arra (*Economist* [2016]), hogy az IMF World Economic Outlookban szereplő 191 országban a közelmúltban 220 esetben következett be, hogy legalább egy teljes éves növekedés után a gazdaság recesszióba fordult, és a 220 esetből az IMF kétévi időtávra készült előrejelzéseiben egyetlen esetben sem sikerült megjósolni, hogy a rövid távon várható növekedés után recesszióra kell készülni. Vagyis az MNB modellezői nincsenek egyedül ezzel a kudarccal.

Mellár Tamás cikkének végén arra biztatja az ökonométereket, hogy az aggregált idősorokon alapuló modellek helyett keresztmetszeti és paneladatokat felhasználásával dolgozzanak. Ezzel a biztatással kicsit elkésett, ez már legalább 20 éve zajlik. Két barátom lehet, hogy nemsokára a negyedik kiadását szerkesztheti majd a panelökonometriáról szóló kötetüknek (*Mátyás–Sevestre* [1992], [1996], [2008]), amelyek a címek hasonlósága ellenére nagyon is különböznek: a 2008-as kötet anyagának nagyobbik része azért nem volt benne a két korábbiiban, mert azóta született. Az az igazság, hogy a makromodellezés az ökonometria legkevésbé fejlődő ága, az elmúlt 20 évben igazából nem született semmi komoly módszertani újdonság. Ennek fő oka, hogy amíg az elmúlt 20 évben a közgazdaságtan gyakorlatilag minden más területén valóságos adatrobbanásnak vagyunk szemtanúi, a makrogazdasági idősorok lényegében ugyanazok, mint amelyeket a fejlett országokban már 30 éve is

<sup>23</sup> Itt most természetesen nem a magyar gazdaságra gondolok.

publikáltak: részben havi, de összességében csak negyedéves aggregált idősorok, lényegében ugyanarra a változóhalmazra.

Eközben pénzügyekben ezredmásodperc pontossággal rögzített tranzakciós adatokkal lehet dolgozni. Munkagazdaságtanban és vállalati gazdaságtanban, kereskedelemelemzésben számtalan nagyméretű, rendkívül részletes paneladatbázis található. A Szerzőt mint a Központi Statisztikai Hivatal volt elnökét kérdezem: a makroadatokban miért nincs fejlődés? Miért nincs havi, heti, napi idősor – és természetesen a makrogazdasági elemzésben releváns változók sokkal szélesebb körére? Érdemes megnézni az ökonometria PhD-kurzusok két messze legnépszerűbb tankönyvét: *Greene* [2011] viszonylag kis része foglalkozik idősoralapú modellezéssel, *Wooldridge* [2010] pedig egyáltalán nem: ez ma már nem érdekes, mert nincs semmi izgalmas újdonság benne.

Nagyon sokan dolgoznak mikroalapú makroelemzéseken, amikor a vállalati, munkavállalói, háztartási vagy termékszintű adatbázisokat felhasználva elemeznék makrogazdasági problémákat. Ebben semmi újdonság sincs. Illetve természetesen rengeteg érdekes új eredmény születik, csak az nem új, hogy ilyen vizsgálatok zajlanak. Ezek az elemzések azonban egyre nem alkalmasak: előrejelzéseket nehéz belőlük készíteni. Egyrészt azért, mert hosszú ideig tart, amíg az ilyen paneladatbázisok olyan állapotba kerülnek, hogy azokkal érdemi ökonometria elemzést lehessen végezni. Ezen elvben segíthetne a folyamatok automatizálása, a számítástechnika. Másrészt (és főleg) azért, mert ezeknek az időtávja rövid. Ezek nem alkalmasak a dinamika előrejelzésére, mert nincs elég hosszú történelem az adatokban.

Természetesen megoldás az is, hogy nem csinálunk előrejelzéseket. Csak hát az a helyzet, hogy követelik tőlünk. Nem csak az ökonometerektől, a közgazdászoktól általában. Mindenki azt kérdezi, miért is nem szólt a szakma, hogy baj lesz. Mint Galbraith oly pontosan megmondta: a közgazdászok nem azért jeleznek előre, mert tudják, hanem mert erre kéri őket. Az ökonométerek is.

### *Hivatkozások*

- ASCARI, G.–SBORDONE, A. M. [2014]: The Macroeconomics of Trend Inflation. *Journal of Economic Literature*, Vol. 52. No. 3. 679–739. o. <http://dx.doi.org/10.1257/jel.52.3.679>.
- BAKOS PÉTER–BENCZÚR PÉTER–BENEDEK DÓRA [2008]: Az adóköteles jövedelem rugalmassága. *Közgazdasági Szemle*, 55. évf. 9. sz. 733–762. o.
- BERNDT, E. R. [1991]: *The Practice of Econometrics: Classic and Contemporary*. Addison-Wesley, Reading, MA.
- BOX, G. E. P.–JENKINS, M. [1970]: *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden Day, San Francisco.
- BRAYTON, F.–LAUBACH, T.–REIFSCHNEIDER, D. [2014]: *The FRB/US Model: A Tool for Macroeconomic Policy Analysis*. Board of Governors of the Federal Reserve System, <http://www.federalreserve.gov/econresdata/notes/feds-notes/2014/a-tool-for-macroeconomic-policy-analysis.html>.
- CARAIANI, P. [2016]: The role of money in DSGE models: a forecasting perspective. *Journal of Macroeconomics*, Vol. 47. 315–330. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmacro.2015.10.001>.

- CLEMENTS, M. P.–HENDRY, D. F. [1998]: *Forecasting economic time series*. Cambridge University Press, <http://dx.doi.org/10.1017/cbo9780511599286>.
- CLEMENTS, M. P.–HENDRY, D. F. [1999]: *Forecasting non-stationary economic time series*. MIT Press, Cambridge, MA.
- CLEMENTS, M. P.–HENDRY, D. F. (szerk.) [2011]: *The Oxford Handbook of Economic Forecasting*. Oxford University Press, <http://dx.doi.org/10.1093/oxfordhb/9780195398649.001.0001>.
- DICKEY, D. A.–FULLER, W. A. [1979]: Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74. No. 366. 427–431. o.
- ELLIOTT, G.–TIMMERMAN, A. [2008]: Economic Forecasting. *Journal of Economic Literature*, Vol. 46. No. 1. 3–56. o. <http://dx.doi.org/10.1257/jel.46.1.3>.
- ENGLE, R. F.–GRANGER, C. W. J. [1987]: Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, Vol. 55. No. 2. 251–276. o. <http://dx.doi.org/10.2307/1913236>.
- ECONOMIST [2016]: A mean feat. Despite forecasters' best efforts, growth is devilishly hard to predict. *The Economist*, január 9., európai kiadás: 64. o. <http://www.economist.com/forecasting16>.
- FULLER, W. A. [1976]: *Introduction to Statistical Time Series*. Wiley, New York.
- GALI, J.–GERTLER, M. [1999]: Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 44. No. 2. 195–222. o. [http://dx.doi.org/10.1016/s0304-3932\(99\)00023-9](http://dx.doi.org/10.1016/s0304-3932(99)00023-9).
- GAGNON, J. E. [2016]: *Quantitative Easing: An Underappreciated Success*. Peterson Institute, Policy Brief, PB 16-4.
- GREENE, W. H. [2011]: *Econometric Analysis*. 7. kiadás, Edition Pearson Education, [http://rum.pr.f.jcu.cz/public/mecirova/eng\\_ekonomka/William\\_H\\_Greene-Econometric\\_Analysis-Prentice.pdf](http://rum.pr.f.jcu.cz/public/mecirova/eng_ekonomka/William_H_Greene-Econometric_Analysis-Prentice.pdf).
- HARDING, D.–PAGAN, A. [2002]: Dissecting the cycle: a methodological investigation. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 49. No. 2. 365–381. o. [http://dx.doi.org/10.1016/s0304-3932\(01\)00108-8](http://dx.doi.org/10.1016/s0304-3932(01)00108-8).
- HODRICK, R.–PRESCOTT, E. C. [1997]: Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29. No. 1. 1–16. o. <http://dx.doi.org/10.2307/2953682>.
- JÁNOSSY FERENC [1975]: *A gazdasági fejlődés trendvonala és a helyreállítási periódusok*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KOENKER, R.–HALLOCK, K. F. [2001]: Quantile Regression. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15. No. 4. 143–156. o. <http://dx.doi.org/10.1257/jep.15.4.143>.
- KOOP, G.–PESARAN, M. H.–SMITH, R. P. [2013]: On Identification of Bayesian DSGE Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 31. No. 3. 300–313. o. <http://dx.doi.org/10.1080/07350015.2013.773905>.
- KÓNYA ISTVÁN [2015]: *Az RBC–DSGE modellcsalád és a munkapiac makroökonómiája*. Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, Pécs.
- KSH [2012]: *Magyar statisztikai évkönyv, 2011*. Központi Statisztikai Hivatal, Budapest.
- KSH [2013]: *Magyar statisztikai évkönyv, 2012*. Központi Statisztikai Hivatal, Budapest.
- KYDLAND, F. E.–PRESCOTT, E. C. [1982]: Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, Vol. 50. No. 6. 1345–1370. o. <http://dx.doi.org/10.2307/1913386>.
- LÜTKEPOHL, H.–KRÄTZIG, M. [2004]: *Applied Time Series Econometrics*, Cambridge University Press.

- LUCAS, R. E. JR. [1976]: *Econometric Policy Evaluation: A Critique*. Carnegie-Rochester Conference Series, Vol. 1. 19–46. o. [http://dx.doi.org/10.1016/s0167-2231\(76\)80003-6](http://dx.doi.org/10.1016/s0167-2231(76)80003-6).
- MARTIN, R.–MUNYAN, T.–WILSON, B. A. [2015]: *Potential Output and Recessions: Are We Fooling Ourselves?* International Finance Discussion Papers, 1145. <http://dx.doi.org/10.17016/IFDP.2015.1145>.
- MÁTYÁS LÁSZLÓ–SEVESTRE, P. [1992]: *The econometrics of panel data: Handbook of theory and applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- MÁTYÁS LÁSZLÓ–SEVESTRE, P. [1996]: *The econometrics of panel data: A handbook of the theory with applications*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- MÁTYÁS LÁSZLÓ–SEVESTRE, P. [2008]: *The econometrics of panel data: Fundamentals and recent developments in theory and practice*. Springer, Berlin.
- MELLÁR TAMÁS [1990a]: Egyensúly vagy egyensúlytalanság. A magyar gazdaság makroegyensúlyi viszonyainak vizsgálata. Kandidátusi disszertáció, 150 o.
- MELLÁR TAMÁS [1990b]: Egyensúlytalanság és a piacok közötti kapcsolatok. *Közgazdasági Szemle*, 37. évf. 12. sz. 1333–1350. o.
- MELLÁR TAMÁS [2016]: Szolgáltatólányból királycsináló – avagy az ökonometria makroökonomiai térhódítása? *Közgazdasági Szemle*, 63. évf. 3. sz. 285–306. o. <http://dx.doi.org/10.18414/ksz.2016.3.285>.
- NELSON, C.R.–PLOSSER C. R. [1982]: Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 10. No. 2. 139–162. o. [http://dx.doi.org/10.1016/0304-3932\(82\)90012-5](http://dx.doi.org/10.1016/0304-3932(82)90012-5).
- PESARAN, M. H.–SMITH, R. P. [2011]: Beyond the DSGE straitjacket. *The Manchester School, Supplement*, 5–16. o. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9957.2011.02265.x>.
- PRESCOTT, E. C. [2016]: *RBC Methodology and the Development of Aggregate Economic Theory*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Staff Report, 527.
- ROMER, P. M. [2015]: Mathiness in the Theory of Economic Growth. *American Economic Review, Papers and Proceedings*, Vol. 105. No. 5. 89–93. o. <http://dx.doi.org/10.1257/aer.p20151066>.
- SIMS, C. A. [1980]: *Macroeconomics and Reality*. *Econometrica*, Vol. 48. No. 1. 1–48. o. <http://dx.doi.org/10.2307/1912017>.
- STOCK, J. H.–WATSON, M. W. [1986]: Does GNP Have a Unit Root? *Economics Letters*, Vol. 22. No. 2–3. 147–151. o. [http://dx.doi.org/10.1016/0165-1765\(86\)90222-3](http://dx.doi.org/10.1016/0165-1765(86)90222-3).
- STOCK, J. H.–WATSON, M. W. [1996]: Evidence on Structural Instability in Macroeconomic Time Series Relations. *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 14. No. 1. 11–30. o. <http://dx.doi.org/10.1080/07350015.1996.10524626>.
- STOCK, J. H.–WATSON, M. W. [1999]: Forecasting Inflation. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 44. No. 2. 293–335. o. [http://dx.doi.org/10.1016/s0304-3932\(99\)00027-6](http://dx.doi.org/10.1016/s0304-3932(99)00027-6).
- WOOLDRIDGE, J. M. [2010]: *Econometric analysis of cross section and panel data*. 2. kiadás, MIT Press, Cambridge.
- YULE, G. U. [1926]: Why do we Sometimes get Nonsense-Correlations between Time-Series? – A Study in Sampling and the Nature of Time-Series. *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 89. No. 1. 1–63. o.