A modern valószínűségszámítás néhány kérdéséről című pályázatunkban a következő problémakörökkel foglalkoztunk:

a) A pénzügyi folyamatokat leíró ARCH, GARCH és LARCH modellekkel, illetve ezekkel kapcsolatos statisztikai problémákkal;
b) A Wiener folyamatok néhány tulajdonságával; ezen belül különösen sokat vizsgáltuk a Wiener folyamatok segítségével definiált elágazó folyamatokat és a Wiener folyamat lokális idejének a viselkedését. Ez utóbbi témához természetes módon kapcsolódott a közönséges bolyongás tartózkodási idejének a vizsgálata.
c) Normált empirikus mértékek szerinti többszörös integrálok és U-statisztikák becslésével, illetve más független valószínűségi változók nem-lineáris funkcionáljainak viselkedéséről szóló eredményekkel;
d) Független valószínűségi változók finomabb tulajdonságainak vizsgálatával, illetve olyan quasi-determinisztikus rendszerek viselkedésének a leírásával, amelyek bizonyos értelemben a független valószínűségi változókhoz hasonló tulajdonságokat mutatnak.

Az elsőként említett téma az ARCH, GARCH modellek elmélete, amely rendkívül fontos szerepet játszik a modern pénzügyi matematikában. Ezek tanulmányozása bizonyos nem-lineáris idősorok viselkedésének a vizsgálatát jelenti. Megadtuk a GARCH folyamatok általános strukturális leírását (létezés, stacionaritás, explicit konstrukció, sorfejtések, stb.) a [6] dolgozatban. Ugyancsak ebben a dolgozatban foglalkoztunk e folyamatok paraméterbecslésével, és leírtuk a modellben szereplő paraméterek úgynevezett "quasi-maximum likelihood" becslését. Az [1] dolgozatban bebizonyítottuk e becslés konzisztenciáját. A [7] dolgozatban e konzisztenciatétel különböző finomításait igazoltuk, és bizonyos, a konzisztencia jóságát jellemző mennyiség (squared residual correlation) nagyságára adtunk jó becslést. A [8] dolgozatban e folyamatok egy másik fontos jellemzőjének, az un. "moment index"-nek az aszimptotikus viselkedését írtuk le. A [9] dolgozatban leírtuk a GARCH folyamatok empirikus folyamatának határeloszlását is.

A [10] dolgozat elméleti jellegű. Ebben egy Surgailis és Robinson által 2000-ben bevezetett igen érdekes, "long range" függőséget mutató folyamatnak, az un. "LARCH" folyamatnak a viselkedésével foglalkoztunk. Megadtuk e folyamat aszimptotikus sorfejtésének első tagját. A további tagok (amelyek a korábbi vizsgálatokban megjelenő Hermite, illetve Appel-féle kifejtésektől különböző polinomokhoz vezetnek), egyelőre csak részben ismertek.

Az ARCH és GARCH típusú nem-lineáris idősorok aszimptotikus és statisztikai tulajdonságainak vizsgálatával foglalkoztunk a [13], [14], [15] és [16] dolgozatokban. Ezekben megvizsgáltuk a GARCH folyamatok paraméterbecslését abban az esetben, ha a generáló változók végtelen szórásúak. Ilyen folyamatokra a quasi-maximum likelihood becslésnél hatékonyabb módszert konstruáltunk. Több, a GARCH folyamatok paramétereinek megváltozásával kapcsolatos határeloszlástételt bizonyítottunk. Vizsgáltuk a GARCH(1,1) folyamatok kritikus viselkedését azon esetben, ha a paraméterek összege 1-hez tart. A gyakorlatban e kritikus eset igen gyakran fordul elő, és eredményeink több paradox jelenség magyarázatát szolgáltatják. Foglalkoztunk nem-lineáris idősorok "long range dependent" viselkedését kimutató statisztikai eljárásokkal is.

A másodikként említett témakörbe tartozik a branching (elágazó) Wiener folyamatok és bolyongások vizsgálata. E témakörben is számos eredményt értünk el. Megvizsgáltuk, hogy milyen nagy gömböket hagy meglátogatlanul egy kritikus branching process. Másrészt bebizonyítottuk azt a meglepő eredményt, amely szerint egy supercritical branching véletlen bolyongás esetén annak a pontnak a helye, ahol a $[0, n]$ időintervallumban a legtöbb részecske tartózkodik, 1 valószínűséggel konvergál egy véges valószínűségi változóhoz $n \to \infty$ esetén.

Foglalkoztunk a Wiener folyamat néhány fontos funkcionáljával, amelyek vizsgálata komoly elméleti eredmények mélyebb megértését és alkalmazását igényli. Ilyen probléma a Wiener folyamat lokális idejének a viselkedése. Egyik ilyen irányú vizsgálatunk a (nem-differenciálható) lokális idő frakcionális deriváltjának a viselkedése volt, amelyre határeloszlást bizonyítottuk a [5] dolgozatban. Az utóbbi időben nagy érdeklődést keltett a Wiener folyamat lokális idejének Hilbert transzformáltja, és az ilyen irányú vizsgálatokhoz is csatlakoztunk. A [12] dolgozatban bebizonyítottuk a Strassen-féle iterált logaritmus tételt erre a Hilbert transzformáltra, illetve a lokális idő Hilbert transzformáltjának és a Wiener folyamatnak együttesére. A [12] dolgozat kutatásainak természetes folytatása volt a [26] dolgozat, amely ahhoz a tényhez kapcsolódott, hogy a Brown mozgás lokális idejének Cauchy-féle főértéke a Brown mozgáshoz hasonló tulajdonságokat mutat. Ezt a jelenséget tovább vizsgálva, 1 valószínűségű tételeket bizonyítottunk a főérték növekményeire.

A Wiener folyamatok tulajdonságainak finomabb kérdéseihez tartozik továbbá az úgynevezett Wiener excursion vizsgálata. Ismeretes, hogy a Wiener folyamat egy intervallumon felbontható megszámlálható sok olyan részintervallumra, amelynek szélein a folyamat értéke nulla, de belül seholsem az. Ezek az úgynevezett kirándulások (excursions). A kirándulásokon belül vizsgálhatjuk a folyamat maximumát, ezeket egy csökkenő sorozatba rendezhetjük. Pitman és Yor vizsgálataihoz kapcsolódva ezen maximumok együttes 1 valószínűségű tulajdonságait vizsgáltuk a [4] dolgozatban.

Másik fontos témánk volt a Wiener folyamatok, illetve azok több-dimenziós változatainak a vizsgálata. Ez klasszikus problémakör, de számos olyan finomabb kérdés van, amelynek vizsgálata az új, modern valószínűségi technikák alapos ismeretét és használatát igényli. Ehhez a problémakörhöz tartoznak a véletlen bolyongások nehezebb kérdései, ahol azt kell megmutatni, hogy a Wiener folyamatok bizonyos eredményei a bolyongásokra is érvényesek. Ilyen típusú eredményt tartalmaz a [11] dolgozat, ahol az egyszerű szimmetrikus bolyongás zérushelyei közötti szakaszok hosszára és magasságára adtunk határeloszlástételeket. Ezek a Wiener folyamatra ismert eredmények megfelelői bolyongásra. Az eloszlások egy részét a jól ismert tükrözési elv alkalmazásával, más részét generátorfüggvények segítségével határoztuk meg.

A [17] dolgozatban a síkbeli Brown mozgás additív funkcionáljaira ismert határeloszlástételeket, illetve a megfelelő gyenge konvergenciáról szóló eredményeket kiterjesztettük az erős approximáció segítségével. A határfolyamat egy olyan összetett Wiener folyamat, amelynek argumentuma az ún. extremális folyamat inverze. Erős approximációs eredményünk következményként számos erős tételt nyertünk a tekintett additív funkcionálokra.

Megemlítjük a [18] dolgozatot, ahol összetapadó bolyongásokat vizsgáltuk. Az utóbbi néhány évben jelentős fejlődést mutatott e téma irodalma. Ehhez kapcsolódva vizsgáltuk az úgynevezett üres zóna nagyságának, valamint az origóban való tartózkodási időnek 1 valószínűségű tulajdonságait.

A [19] dolgozatban erős tételeket bizonyítottunk a Kiefer folyamat kirándulásainak magasságaira. Ezek a megfelelő Wiener folyamatra vonatkozó eredmények kiterjesztései.

A [20] dolgozat összefoglaló jellegű. Ebben a Csörgő Miklós 70. születésnapját ünneplő kötet számára írt dolgozatban összefoglaltuk vele közös munkáink eredményeit a következő tárgykörökben: Wiener folyamat lokális ideje és additív funkcionáljai, ezekre vonatkozó erős approximáció; lokális idő Cauchy-féle főértéke; összetett folyamatokra vonatkozó erős tételek; empirikus és kvantilis folyamat, Vervaat folyamat; Banach tér értékű folyamatok 1 valószínűségű tulajdonságai.

A [25] dolgozatban a többdimenziós véletlen bolyongás maximális lokális idejét vizsgáltuk. A dolgozat eredményei Erdős és Taylor (1960) e kérdéskörben kapott eredményeinek élesítései, illetve továbbfejlesztései. Vizsgáltuk azt a kérdést is, hogy milyen nagyok lehetnek a lokális idő nagy értékeinek bolyongás esetén. Például egy egyenes mentén a maximális lokális idő aszimptotikus nagyságrendje $\log^2 n$, ami megegyezik az egész síkon vett maximum nagyságrendjével. Három és annál magasabb dimenzióban a nagyságrenden kívül a pontos határértékeket is megkaptuk.

A [34] dolgozatban a $W(s,t)$ kétparaméteres Wiener folyamat lokális idejét vizsgáltuk. Ha az egyik paramétert rögzítjük, akkor $W(s,t)$ a másik paraméter szerint közönséges Wiener folyamat, és e dolgozat Walsh (1978) e folyamat lokális idejére vonatkozó vizsgálatait folytatja. A cikk fő eredménye egy maximál-egyenlőtlenség, amelynek segítségével igazolható Khoshnevisan (1995) sejtése, amely szerint az egyik paraméter 0-hoz tartása esetén a másik paraméter szerinti lokális idő végtelenhez tart. A maximál-egyenlőtlenség további alkalmazásaival egy kapacitás becslés valamint egy hányados ergod tétel nyerhető a klasszikus Wiener térre. A lokális időre vonatkozó éles Hölder feltétel Lacey (1990), Révész (1985) és Walsh (1978) eredményeit élesíti.

Az egyszerű szimmetrikus bolyongás zérushelyei közötti szakaszok (ún. kirándulások) hossza és magassága, valamint a Wiener folyamat hasonló mennyiségei között adtunk erős invarianciát megmutató eredményeket a [21] dolgozatban. Ezen eredmények egyik következménye az, hogy a Wiener folyamatok esetében bizonyított eloszlás, illetve 1 valószínűségű tételek szimmetrikus bolyongások esetében is érvényesek.

Az empirikus és kvantilis folyamatok Bahadur-Kiefer vizsgálataiból kiindulva, Vervaat (1972) tanulmányozta általában egy folyamat és inverzének összegét, annak integrálját, és rámutatott e kifejezés néhány érdekes és fontos tulajdonságára. Ehhez a kutatáshoz kapcsolódva vizsgáltuk az összegfolyamatnak és inverzének, a felújítási folyamatnak összegét, illetve annak integrálját a [3] és [38] dolgozatokban. Ezekre erős approximációt, 1 valószínűségű tételeket és határeloszlásokat adtunk meg.

Erdős és Taylor klasszikus eredményei a 3, illetve magasabb dimenziós bolyongás lokális idejének maximumára adnak 1 valószínűségű határértékeket. A [39] dolgozatban két pont lokális idejének, illetve 1 pont lokális idejének és az e pont körüli gömbben való tartózkodás idejének együttes viselkedésére bizonyítottunk 1 valószínűségű határértéktételeket.

További kutatásokat is folytattunk a 3 és magasabb dimenziós bolyongások tartózkodási idejének viselkedéséről. Erdős és Taylor klasszikus eredményeinek kiterjesztéseként a bolyongás tartózkodási idejét vizsgáltuk a [27] dolgozatban tetszőleges véges halmazban, három, illetve magasabb dimenzióban. Meghatároztuk ezek pontos aszimptotikáját a bolyongás potenciál függvénye által meghatározott sajátértékek segítségével.

Ismert, hogy 3, illetve magasabb dimenzióban a bolyongás tranziens, azaz pozitív valószínűséggel nem tér vissza a kezdőpontba. Következésképpen, a bolyongás egy pontban tipikusan kevés időt tartózkodik. Vannak azonban olyan (véletlen) pontok, melyeket a bolyongás aránylag sokszor meglátogat, mégpedig a látogatások száma a lépésszám logaritmusával arányos. A [32] cikkben megvizsgáltuk ezen pontok gyakoriságát, és egyenletes nagy számok törvényét bizonyítottunk azokra.

A 3 és magasabb dimenziós Wiener folyamat trajektóriája körüli r sugarú tartomány, az ún. “Wiener sausage” tulajdonságait vizsgáltuk a [3] dolgozatban. Ismert volt, hogy a tartomány térfogata eloszlásban közel (egydimenziós) Wiener folyamat, midőn az idő végtelenhez tart. A fenti cikkben a 3 dimenziós esetben erős approximációt adtunk erre a közelítésre.

Harmadik témakörünk annak a kérdésnek a vizsgálata volt, hogy hogyan lehet jó becslést adni annak a valószínűségére, hogy egy több-változós (determinisztikus) függvénynek egy véletlen minta normált empirikus eloszlásának önmagával vett szorzat mértéke szerinti (véletlen) integrálja nagyobb, mint valamilyen x szám. Szintén érdekelt minket az a kérdés, hogy hogyan lehet jó becslést adni ilyen véletlen integrálok maximumának az eloszlására.

Ezeket a kérdéseket a matematikai statisztika bizonyos problémái vetették fel. Ugyanis a klasszikus matematikai statisztika egyik legfontosabb problémájában, a maximum likelihood becslés vizsgálatában a maximum likelihood függvény Taylor sorfejtésének a segítségével, illetve e formula egy természetes következményének a felhasználásával kapjuk meg a legfontosabb becsléseket. Ezt a módszert kívántuk általánosítani és alkalmazni más fontos, de jóval nehezebb, úgynevezett nemparaméteres maximum likelihood becslések vizsgálatában is. Ez lehetséges, de ehhez a fent említett kérdéseket meg kellett oldanunk. Ezt sikerült megtennünk az alább ismertetendő dolgozatokban. A bizonyítások részleteinek kidolgozása során sok olyan, önmagában is érdekes kérdést kellett megválaszolnunk, amelyek megértése értékes információt ad független valószínűségi változók nem-lineáris funkcionáljainak a viselkedéséről.

A [28] dolgozatban jó becslést adtunk több-változós függvényeknek a normált empirikus mérték szerinti több-változós integráljának az eloszlására. A becslés bizonyításában olyan önmagukban is érdekes részeredményeket használtunk fel, amelyek a diagram formula általánosításának tekinthetőek. Gauss folyamatok nem-lineáris funkcionáljainak vizsgálatában (és a matematikai fizikában) rendkívül fontos szerepet játszik a diagram formula, amely lehetővé teszi Wiener–Itô integrálok szorzatainak a kifejezését ilyen integrálok összegeként. Megmutattuk, hogy ezen eredmény természetes analogonja érvényes több-változós normált empirikus mértékek szerinti integrálokra is, és ezek szintén jól használhatóak. Várható, hogy ez az eredmény alkalmazható lesz későbbi vizsgálatokban is.

A [28] dolgozat eredményei azt mutatják, hogy normált empirikus mértékek szerinti több-változós véletlen integrálok és az ilyen integrálokhoz szorosan kapcsolódó úgynevezett elfajuló U-statisztikák hasonló viselkedést mutatnak, mint a több-változós Wiener-Itô integrálok.

De a normált empirikus mérték szerinti több-változós és a Wiener–Itô integrál viselkedése között lényeges különbségek is megjelennek. Vannak olyan esetek, amikor — a Wiener–Itô integráloktól eltérően — nem lehet jó becslést adni a normált empirikus mértékek szerinti több-változós integrálokra. Ez komoly és nem pusztán technikai problémát okoz empirikus mértékek szerinti több-változós integrálok szuprémumának a becslésében. Ezt a problémát a [35] dolgozatban oldottuk meg. Már magának a kérdésnek a jó megfogalmazása is sok munkát igényelt. Azt akartuk megmutatni, hogy integrálok alkalmas családjára ez a szuprémum nem sokkal nagyobb, mint egyetlen integrál esetén. Viszont ehhez tisztázni kellett azt, hogy mit értsünk integrálok 'alkalmas' családján. Ehhez olyan fogalmak használatára volt szükség, mint például a Vapnik–Červonenkis osztályok. Végül sikerült ebben a kérdéskörben is megfelelő eredményt bizonyítanunk.

A [35] dolgozat eredményének a bizonyítása szükségessé tette, hogy a valószínűségszámítás egyik klasszikus egyenlőtlenségének, a Hoeffding egyenlőtlenségnek egy több-változós általánosítását alkalmazzuk. A Hoeffding egyenlőtlenségnek ezt az általánosítását a [36] dolgozatban bizonyítottuk be.

A fent említett vizsgálatok a valószínűségszámítás sok különöző témakörben felhasznált fogalmát és eredményét használták, és ezek közül többet új megvilágításba is helyeztek. Ezért érdemes volt erről egy áttekintő cikket írni [29], és azt a nemrég indított Probability Surveys internetes újságban megjelentetni.

A negyedikként említett problémakör vizsgálatában a klasszikus valószínűségszámítás problémakörébe tartozó kérdésekkel foglalkoztunk. Így szemistabilis eloszások részleges vonzási tartományába tartozó valószínűségi változók összegeire és maximumára bizonyítottunk be határértéktételeket [2]. E dolgozatban korábbi, majdnem biztos centrális határeloszlástétel típusú vizsgálatainkat folytattuk.

A [32] dolgozatban a klasszikus Kolmogorov–Erdős–Feller–Petrovski teszt részsorozatokra vonatkozó analogonját bizonyítottuk be. Ez elegendően ritka részsorozatok esetén a klasszikustól lényegesen eltérő nagyságrendet szolgáltat.

A [22] dolgozat a független valószínűségi változók normált részletöszegei maximumára vonatkozó Darling-Erdős tétel pontonkénti változatát írja le, és egy olyan paraméteres határeloszlástétel-osztályt ad meg, ahol a pontonkénti változatban fellépő átlagolási eljárás folytonosan változik a log és $\log\log$ átlagolás között. A [33] és [40] dolgozatok a számelméletben fellépő sztochasztikus jelenségekkel foglalkoznak. A [33] dolgozatban az additív számelméleti függvények eloszlására vonatkozó Erdős–Kac féle centrális határeloszlástételnek megfelelő iterált logaritmus tételt bizonyítottuk be. E kérdés megoldását szintén a pontonkénti CHT elmélet jelenségeinek megértése tette lehetővé. Megadtuk az $\{n_k\alpha\}$ típusú sorozatok diszkrepanciájának pontos aszimptotikáját is hézagos, de exponenciálisnál lassabban növő n_k sorozatok esetén. A keresett aszimptotika erősen függ az n_k sorozat számelméleti (diophantoszi) tulajdonságaitól.

A [30], [32] dolgozatokat is a negyedik csoportba soroltam, noha azok szorosan kapcsolódnak az első problémakörhöz. Ezekben nem-lineáris idősorok aszimptotikus és statisztikai tulajdonságaival foglalkoztunk. Nevezetesen e folyamatok paraméterváltozásainak észlelésére alkalmas eredményeket, valamint e folyamatok bizonyos nemlineáris funkcionáljainak és lokális idejének aszimptotikájára vonatkozó tételeket bizonyítottunk.

Irodalom:

1.) Berkes, I, Horváth, L.: The rate of consistency of the quasi-maximum likelihood estimator. Stat. Probab. Letters 61 (2002), 133-143.

2.) Berkes, I., Csáki, E., Csörgő, S., Megyesi, Z.: Almost sure limit theorems for sums and maxima from the domain of geometric partial attraction of semistable laws In: Limit Theorems in Probability and Statistics (I. Berkes, E. Csáki, M. Csörgő, eds.), J. Bolyai Math. Society, Budapest, 2002, pp. 133–157.

3.) Csáki, E., Csörgő, M., Földes, A., Shi, Z., Zitikis, R.: Pointwise and uniform asymptotics of the Vervaat error process. *J. Theoretical Probability* **15** (2002) 845–875.

4.) Csáki, E., Hu, Y.: On the joint asymptotic behaviours of ranked heights of Brownian excursions. *Limit Theorems in Probability and Statistics* (I. Berkes, E. Csáki, M. Csörgő, eds.) J. Bolyai Mathematical Society, Budapest, 2002, Vol. I, pp. 347–363.

5.) Csáki, E., Shi, Z., Yor, M.: Fractional Brownian motions as "higher-order" fractional derivatives of Brownian local times. *Limit Theorems in Probability and Statistics* (I. Berkes, E. Csáki, M. Csörgő, eds.) J. Bolyai Mathematical Society, Budapest, 2002, Vol. I, pp. 365–387.

6.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: GARCH processes: structure and estimation. Bernoulli **9** (2003), 201–227

7.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Asymptotics for GARCH squared residual correlations. Econometric Theory 19 (2003), 515–540.

8.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Estimation of the moment index of a GARCH (1,1) sequence. Econometric Theory 19 (2003), 565–586.

9.) Berkes, I., Horváth, L.: Limit results for the empirical process of squared residuals in GARCH models. Stoch. Proc. Appl. 105 (2003), 271–298

10.) Berkes, I., Horváth, L.: Asymptotic results for long memory LARCH sequences. Ann. Appl. Probab. 13 (2003), 641–668.

11.) Csáki, E. and Hu, Y: Lengths and heights of random walk excursions. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science* Discrete Random Walks, DRW03 (Cyril Banderier and Christian Krattenthaler, eds.) Conference Volume AC (2003), pp. 45–52.

12.) Csáki, E., Földes, A. and Shi, Z.: A joint functional law for the Wiener process and principal value. *Studia Sci. Math. Hungar.* **40** (2003), 213–241.

13.) Berkes I., Horváth. L., Kokoszka, P.: A weighted goodness-of-fit test for GARCH (1,1) specification. *Lithuanian Math. Journal* **44** (2004), 3–22.

14.) Berkes I., Horváth L.: The efficiency of estimators of parameters in GARCH processes. *Ann. Statist.* **43** (2004), 633-655.

15.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Probabilistic and statistical properties of GARCH processes. Asymptotic Results in Stochastics. *Fields Institute Communications* Vol. **44**, 409–429 (2004), (L. Horváth and B. Szyszkowicz, eds.)

16.) Berkes, I., Gombay, E., Horváth, L., Kokoszka, P.: Sequential change-point detection in GARCH (p, q) models. *Econometric Theory* **20** (2004), 1140-1167.

17.) Csáki, E., Földes, A. and Hu, Y.: Strong approximations of additive functionals of a planar Brownian motion. *Stochastic Processes and their Applications* **109** (2004), l263–293.

18.) Csáki, E., Révész, P. és Shi, Z.: Large void zones and occupation times for coalescing random walks. *Stochastic Processes and their Applications* **111** (2004), 97–118.

19.) Csáki, E. and Hu, Y.: On the ranked excursion heights of a Kiefer process. *Journal of Theoretical Probability* **17** (2004), 145–163.

20.) Csáki, E., Földes, A. és Shi, Z.: Our joint work with Miklós Csörgő. *Asymptotic Methods in Stochastics: Festschrift for Miklós Csörgő* (L. Horváth and B. Szyszkowicz, eds.), Fields Institute Communications **44**, American Mathematical Society 2004, pp. 1–22.

21.) Csáki, E. és Hu, Y.: Invariance principles for ranked excursion lengths and heights. *Electron. Comm. Probab.* **9** (2004), 14–21.

22.) Berkes, I., Weber, M.: Upper and lower class tests along subsequences. Stoch. Proc. Appl. 115 (2005), 679–700.

23.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Near integrated GARCH sequences. *Annals of Applied Probability* **15** (2005), 890-913. Annals of Applied Probability 15 (2005), 890–913.

24.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P., Shao, Q.M.: Almost sure convergence of the Bartlett estimator. Periodica Math. Hung. 51 (2005), 11-25.

25.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P.: Maximal local time of a d-dimensional simple random walk on subsets. *J. Theoretical Probability* **18** (2005), 687–717.

26.) Csáki, E., Hu, Y.: On the increments of the principal value of Brownian local time. *Electronic J. Probab.* **10** (2005), 925–947.

27.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P., Rosen, J., Shi, Z.: Frequently visited sets for random walks. *Stochastic Processes and their Applications* **115** (2005), 1503–1517.

28.) Major, P.: An estimate about multiple stochastic integrals with respect to a normalized empirical measure. *Studia Scientarum Mathematicarum Hungarica.* **42** (3) 2005 (295–341)

29.) Major, P.: Tail behaviour of multiple random integrals and U-statistics. *Probability Reviews series.* **2** (448–505) (2005)

30.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P., Shao, Q.M.: On discriminating between long-range dependence and changes in the mean. Annals of Statistics **34** (2006), 1140-1165.

31.) Berkes, I., Weber, M.: Almost sure versions of the Darling-Erdős theorem. Stat. Probab. Letters **76** (2006), 280-290.

32.) Berkes, I., Horváth, L.: Convergence of integral functionals of stochastic processes. Econometric Theory **22** (2006), 304-322.

33.) Berkes, I., Weber, M.: Moment convergence and the law of the iterated logarithm for additive functions. Acta Arithmetica **123** 43-55 (2006) .

34.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P.: Heavy points of a d-dimensional simple random walk. *Statistics and Probability Letters* **76** 45–57 (2006)

35.) Major, P.: An estimate on the supremum of a nice class of stochastic integrals and U-statistics. *Probab. Th. Rel. Fields* **134** (3) (489–537) (2006)

36.) Major P.: A multivariate generalization of Hoeffding's inequality. *Electronic Communication in Probability.* **2** (220–229) (2006)

37.) Csáki, E., Hu Y.: Strong approximationas of three-dimensional Wiener sausages. *Acta Math. Hungar.* **114** 205–226 (2007)

38.) Csáki, E., Csörgő, M., Rychlik, Z. és Steinebach, J.: On Vervaat and Vervaat-error type processes for partial sums and renewals. *J. Statist. Plann. Inf.*, **137** 953–966 (2007)

39.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P.: Joint asymptotic behavior of local and occupation times of random walk in higher dimension. *Studia Sci. Math. Hungar.* (megjelenés alatt)

40.) Berkes, I., Weber, M.: On the law of the iterated logarithm for additive functions. Proc. Amer. Math. Soc., (megjelenés alatt)