

OTKA 37903

**Komplex viselkedés klasszikus és kvantum hálózatokban
2002-2006**

Zárójelentés

**Vattay Gábor
az MTA doktora, egyetemi tanár**

2007 február 28.

A pályázat célkitűzései, körülményei és lefolyása

Az egyszemélyes pályázat 2001 tavaszán került benyújtásra és 5 millió Ft teljes költségvetéssel lett elfogadva. Eredeti futamideje a 2002 – 2005 négyéves periódus volt, mely egy évvel, 2006 december 31.-ig került meghosszabbításra.

A pályázat célkitűzése az volt, hogy új módszereket dolgozzon ki komplex hálózatok vizsgálatára, régi és új módszerek alkalmazásával ill. módszerek átvitelével egymástól távol álló területek között. Az új módszerek alkalmazásának szükségességét az indokolta, hogy a 2001 előtti kutatások a hálózatok gráfjainak főként csak topológiai tulajdonságait állították középpontba. Azonban ugyanilyen fontossággal bír a metrikus tulajdonságok megismerése is. A hálózatok csomópontjai vagy az azokat összekötő kapcsolatok általában jól meghatározott funkciókat látnak el. Ebből adódóan jellemezhetők a rajtuk folyó folyamatok intenzitásával is. Ezek a transzport jellegű tulajdonságok mind jól vizsgálhatók, ha a topológiai összekötöttség leírásán túl a csomópontok közötti átmeneteket is bevonjuk a vizsgálatba.

A pályázat tervében a mezoszkopikus kvantum hálózatok és a kommunikációs hálózatok (Internet ill. ad-hoc hálózatok) kerültek megnevezésre, nyitva hagyva egyéb komplex hálózatok vizsgálatának lehetőségét is. A kutatás alapvetően ezekre a területekre koncentrált, figyelembe véve a hat év alatt a világban végbemenő hangsúly eltolódásokat. Ezek közül a legfontosabb megemlíteni, hogy világszerte felerősödött az interdiszciplináris együttműködés a statisztikus fizikai kutatások és az infokommunikációs kutatások (computer science, networking) között. Az EU 6. Keretprogram keretében számos új alapkutatói program indult ilyen célkitűzéssel. Magam és csoportom fontos szerepet kapott az egyik ilyen pályázatban (Id.: www.evergrow.org), mely az Internetet mint komplex rendszert vizsgálta. (A pályázat koordinátora Scott Kirkpatrick a spinüvegek kutatásában és simulated annealing módszer kidolgozásával vált korábban híressé.) A pályázat keretében lehetőségünk volt arra, hogy a részben ebben az OTKA pályázatban kidolgozott módszereket a gyakorlatban, Internet mérések keretében is megvalósítsuk. A kommunikációs hálózatok dinamikája elismert kutatási területté vált a komplex rendszerek kutatásán belül. 2005-ben a Springer kiadónál L. Kocarevvel közösen szerkesztett kötetünk jelent meg „Complex Dynamics in Communication Networks” címmel. Felkérést kaptam a Springer „Encyclopedia of Complexity”-ben egy összefoglaló fejezet megírására ugyanebben a témában. Az időközben létrejött European Complex System Society 2007-es éves konferenciáján pedig a programbizottság vezetésére kértek fel ezen a területen. Ennek megfelelően, az OTKA pályázatban végzett kutatási munkában is ezekre a területekre esett a nagyobb hangsúly. A mezoszkopikus ill. kvantum-kaotikus rendszerek területén a 2001-et megelőző időszakban a kvantum gráfok tulajdonságait intenzíven vizsgálták. Ezt követően a figyelem azonban más területekre koncentrált. Ennek megfelelően ez a terület itt is viszonylag kisebb súlyt kapott. Leginkább a kvantum gráfok módszereit sikerült átvinni a komplex hálózatok általános vizsgálatára.

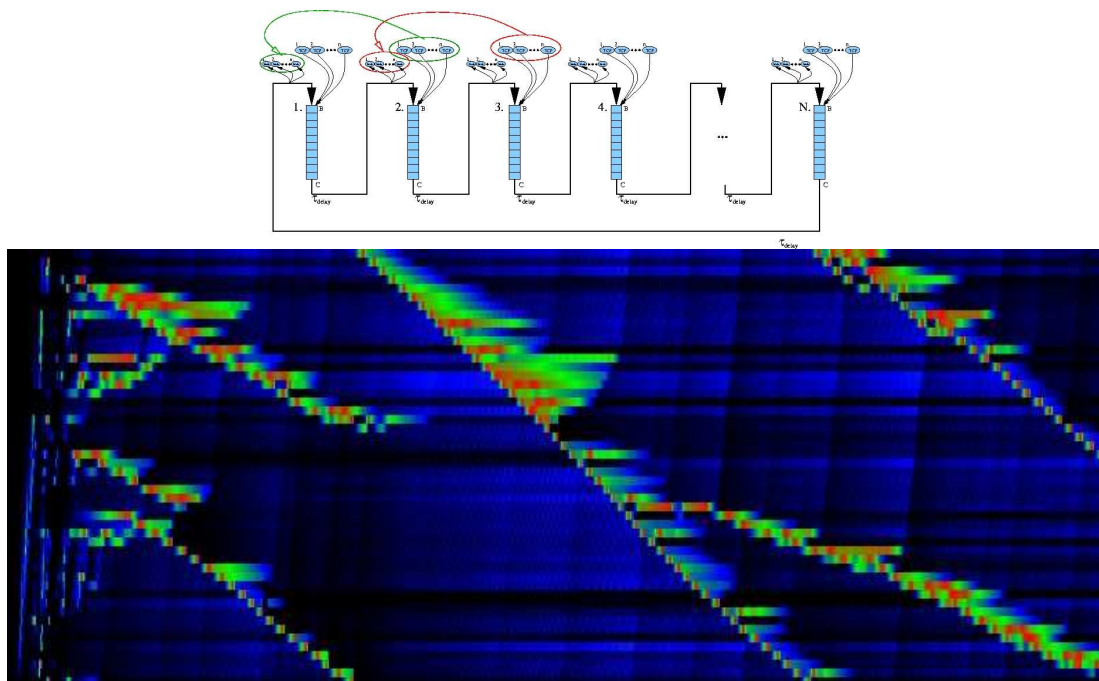
A pályázat során 21 publikáció készült, 11 referált folyóiratban, 3 könyv ill. könyvfejezet és 7 konferencia kiadvány. Az interdiszciplináris témának megfelelően a publikációk egy része az IEEE konferencia kiadványaiban jelent meg. Ezzel kapcsolatban fontos megjegyezni, hogy a mérnöki alapkutatói esetén az eredmények tipikus megjelenési formája a folyóirat helyett a konferencia, melyet a természettudományos folyóiratokhoz hasonlóan impakt faktor és a beküldött kéziratok elfogadási aránya jellemez. A cikkek hossza pedig eléri, vagy meghaladja a 10 folyóirat oldalt. Két magas presztízsű konferencia kiadvány mellett ezért feltüntettem az impakt faktor értékét is. A ComplexUs a Svájci Karger kiadó új, jó minőségű cikkeket közlő

folyóirata, mely a komplex rendszerek területéről fogad be cikkeket. Impakt faktora rövid élettartama miatt még nem ismert, értékét előre láthatólag a közeljövőben fogják hivatalosan meghatározni.

A pályázatban megvalósult kutatási eredmények összefoglalása

A pályázat legfontosabb eredményei – az eredeti célkitűzésnek megfelelően – az **Internettel mint komplex rendszerrel** kapcsolatosak. Kezdeti célkitűzésünk az volt, hogy az Internet hálózatának összekötöttségi/topológiai tulajdonságain túl ismerjük meg a hálózat csomópontjai közti összeköttetések tulajdonságait, a rajtuk végbemenő adat csomag transzport statisztikus tulajdonságait. Ha pedig lehetséges, akkor alakítsuk ki az Internet hálózatának tér és időbeli statisztikus modelljét. Ennek érdekében kutatásokat végeztünk a forgalmat szabályzó dinamikai rendszerek mikro struktúrájának megértésétől indulva egészen a makroszkopikus, kontinens méretű hálózat statisztikus tulajdonságainak feltárásáig.

A **mikroszkopikus struktúrához** tartozott annak a mechanizmusnak a megértése és modellezése, amely az Interneten a számítógépek egymás közötti adatforgalmának sebességét szabályozza. Ez a mechanizmus, melyet TCP-nek (Transmission Control Protocol) neveznek felelős azért, hogy a számítógépek adatforgalmuk sebességét a hálózati körülményekhez adaptálják. Amennyiben a hálózaton szabad átviteli kapacitás van, a TCP gyorsítja a csomagok küldését, torlódás fellépésekor pedig lassítja. Ennek következtében az autópályák forgalmához hasonlóan az Interneten is gyorsítási-lassítási ciklusok lépnek fel és a torlódások a forgalom irányával ellentétes irányban haladnak. A torlódási hullámok sebességének összefüggését a TCP mechanizmus egyes paramétereivel a Physica A-ban megjelent [18] publikációban vizsgáltuk meg.



1. ábra A felső részen bemutatott egyszerű periodikus kapcsolatban tanulmányoztuk a torlódások terjedésének mechanizmusát. A színes ábra függőleges tengelyén az i . sornál csatlakozó TCP-k, vízszintesen pedig az időt ábrázoljuk. A színezés az egyes TCP-k küldési sebességét reprezentálja. Jól láthatók a csomagok küldési irányával ellentétesen haladó zöldes színű torlódási hullámok ([18] alapján).

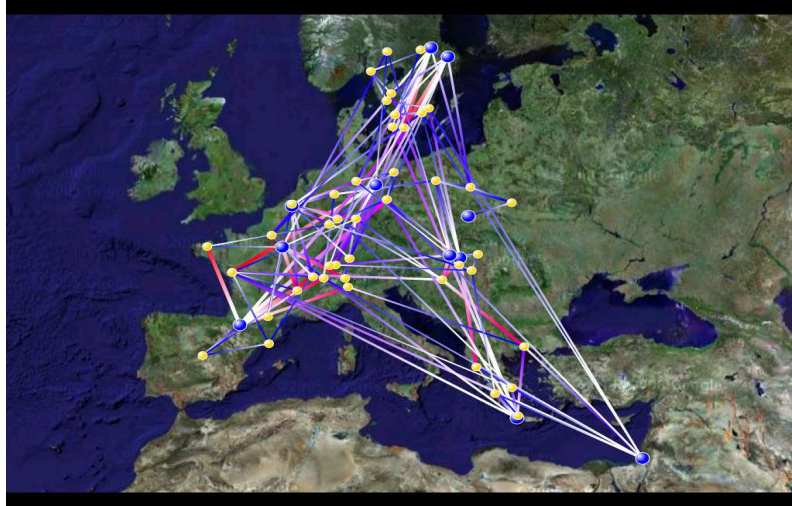
A torlódások terjedése mellett a hálózati forgalom skálázási tulajdonságai (hosszútávú korreláció) is érdekes „terjedési” tulajdonságokat mutatnak, melyet az IEEE Computer Communicatinsban megjelent [3] publikáció keretében vizsgáltunk meg. Legfontosabb megállapításunk, hogy az egymással kölcsönhatásba kerülő adatfolyamok az egymáshoz adaptálódás következtében a torlódási pontokban átadják egymásnak ezeket a tulajdonságokat, így pl. az adatfolyamok Hurst exponenseit.

Az önhasznó forgalmi tulajdonságok kialakulásában fontos szerepet játszik a TCP saját dinamikai mechanizmusa. Az [5] publikációban ezt a mechanizmust vizsgáltuk. Sikeresen kapcsoltuk össze a hálózati forgalom Hurst exponensét a TCP dinamika egyes elemeivel, különösen a jelentős torlódásokat kezelő ún. backoff mechanizmussal.

A mikroszkopikus dinamika szempontjából fontos, hogy az Internet csomópontjait összekötő linkeken milyen hosszú várakozások alakulnak ki, milyen gyakran vesznek el a csomagok és milyen a konkrét TCP-k dinamikája. Ezekkel a kérdésekkel foglalkoztak az [1,2,9] publikációk.

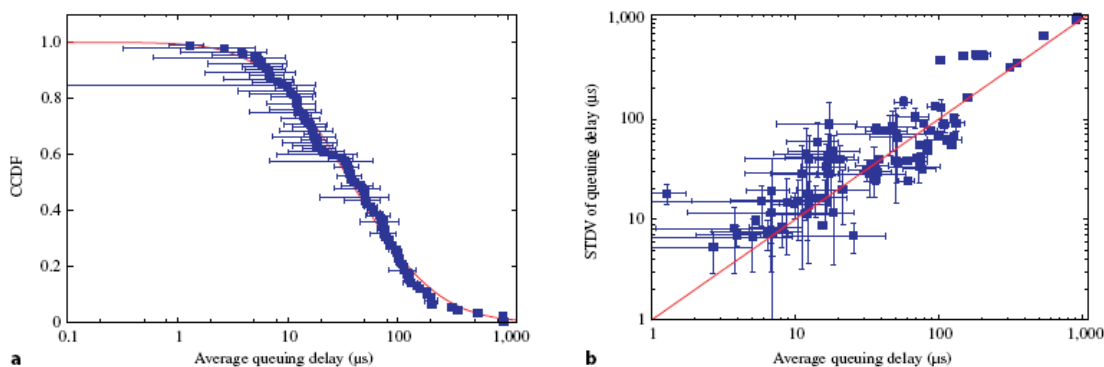
Az Internet dinamikájának mikroszkopikus elemzésén túl **modelleken vizsgáltuk a nagy hálózatokban kialakuló** makroszkopikus mennyiségű **adatfolyam statisztikus tulajdonságait** a hálózat topológiájának függvényében. Mivel a hálózatokban a kommunikáció a legrövidebb utak mentén folyik, nagyon fontos tudni, hogy az egyes linkeken milyen a legrövidebb utak számának eloszlása. Általánosított Barabási-Albert módszer szerint növesztett skála független fákban, melyek az Internet topológiájára számos fontos tulajdonságban hasonlítanak, sikerült ezt az eloszlást analitikusan meghatározni. Olyan új egzakt matematikai módszert vezettünk be, amely a növekedési folyamatokban keletkező fa gráfok számos tulajdonságát analitikusan meghatározhatóvá tesz. Ezt az eredményünket a Phys. Rev. E-ben [14] közzétettük. Ezt követően analitikusan megvizsgáltuk az ilyen fákön lezajló adat kommunikáció számos statisztikus tulajdonságát. Ilyen például az ilyen fákön időegység alatt átlagosan átvihető adatok mennyisége, mely jól jellemzi az egyes topológiák hatékonyságát. Eredményeinket a ComplexUs folyóiratban ismertettük [13].

Az Internet mint komplex hálózat kutatásával kapcsolatban kiderült, hogy az egyik legfontosabb probléma, hogy a csomópontokat összekötő linkek tulajdonságairól nem állnak rendelkezésre adatok. A bevezetőben említett EU pályázatunkban szerencsés módon éppen egy olyan mérő rendszert építettünk, mely lehetővé tette ilyen adatok gyűjtését és statisztikák készítését. A legnagyobb probléma, hogy a mérő pontokat csak a hálózat szélein lehet elhelyezni, és a hálózat belsejének tulajdonságait nem lehet a mérésekből közvetlenül megismerni. Ezért az ún. **hálózat tomográfia** módszert kell alkalmazni. Például, ha meg akarjuk tudni, hogy a hálózat egyes belső linkjein mekkora késleltetést szenvednek ill. milyen valószínűséggel vesznek el adatcsomagok, akkor a mérőpontjaink között korrelált módon próba csomagokat kell indítanunk és a megérkező csomagok késleltetésének együttes eloszlásából rekonstruálnunk kell az egyes linkek legvalószínűbb késleltetési ill. csomagvesztési valószínűség eloszlásait. A rekonstrukciós módszer kidolgozása önmagában is jelentős kutatási kihívást és nagy számítógép kapacitást igényel. A pályázat egyik legfontosabb eredménye ilyen módszerek kidolgozása és a nyert adatok statisztikus fizikai szemléletű elemzése volt. Ezzel kapcsolatos eredményeinket a [6,8,10,17] publikációkban tettük közzé. Az alábbi ábra az Európai Internet forgalom egy adott pillanatban vett késleltetési térképét mutatja be.



2. ábra Az Internet Európai részén mérhető késleltetések nagy forgalmú csomópontok között. A színezés a késleltetés nagyságával arányos.

Az adatok elemzése érdekes eredményt hozott, mely a hálózatok statisztikus leírása szempontjából is fontos. Az Internet késleltetései nem egy partikuláris technikai adatokon múló eloszlást adtak, hanem egy lognormális eloszlással jól közelíthető eloszlásra vezettek. Az eloszlás robusztusan jelen van a különböző időszakokban végzett mérések között. A lognormális eloszlás számos természeti jelenség esetén fordul elő, generálásának módjai viszonylag jól ismertek (pl. multiplikatív véletlen folyamatok). Ennek ellenére ez idáig nem lehetett olyan hálózati forgalom modellt találni, amely visszaadta volna ezt az egyszerű viselkedést.



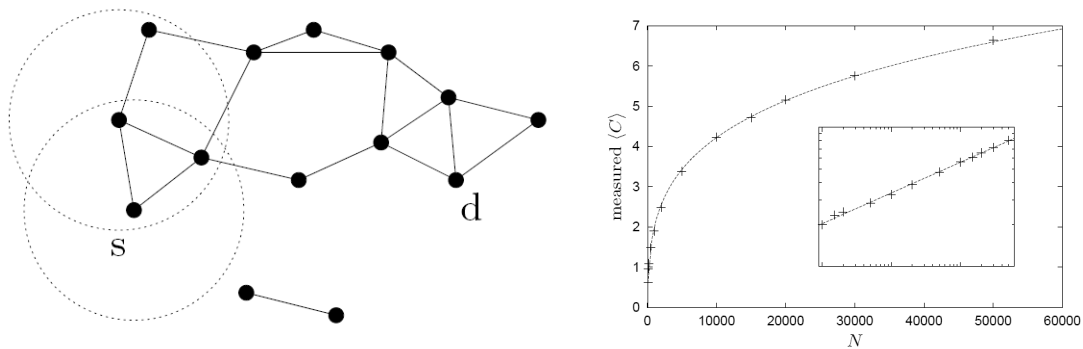
3. ábra a, Az Európai Internetben mért linkek átlagos késleltetésének eloszlása. b, A késleltetések szórásának és átlagának kapcsolata a linkeken.

Mindenesetre ezek az eredmények fontos szerepet játszhatnak abban, hogy a jövőben megtaláljuk azokat a modelleket, melyek ezeket az alapvető statisztikus tulajdonságokat reprodukálni tudják.

Az Internet linkjeinek másik fontos tulajdonsága a rajtuk átvihető adatok időegységre eső mennyisége, az ún. szabad sáv szélesség. Annak érdekében, hogy ezek értékét megtudjuk, olyan sztochasztikus modelleket kell készíteni, amely jól modellezi az adatcsomagok várakozását és ezen keresztül megadják, hogy a periodikusan beküldött csomagok milyen diszperziót szenvednek, miközben áthaladnak a hálózaton. Egy új, a sorbanállás diffúzió

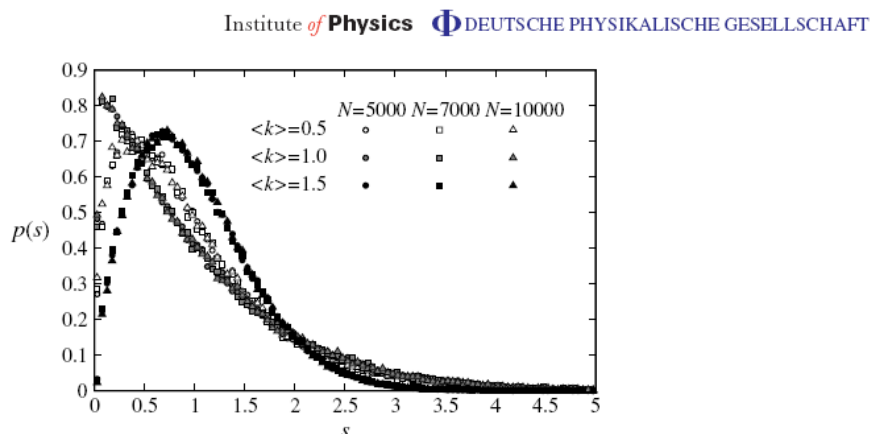
közelítését kidolgozva sikerült egy új módszert adni arra, hogy mérések segítségével megismerhessük a hálózatok linkjeinek szabad sávszélességét [19,21].

Munkatervünknek megfelelően megvizsgáltuk az **ad-hoc kommunikációs hálózatokban** kialakuló legnagyobb összefüggő klaszter méretét az ad-hoc hálózatban résztvevő kommunikációs berendezések hatósugara és sűrűségének függvényében. Új modellt vezettünk be, mely egy exponensen keresztül számot ad a kommunikációs berendezéseket körülvevő környezet térbeli fraktál tulajdonságairól. Kimutattuk, hogy az Erdős-Rényi véletlen gráf modell jó közelítést ad a legnagyobb klaszter méretének viselkedésére azokban az esetekben, amikor a klaszter mérete közel van a teljes rendszer méretéhez (mely a kommunikáció szempontjából érdekes eset). Megmutattuk, hogy ebben a határesetben a klaszter méretét a szomszédok száma határozza meg. A fraktál tulajdonságokat jellemző exponens függvényében különböző aszimptotikus viselkedést találtunk az átlagos szomszédszámnak a teljes rendszermérettől való függésére. Ezeket az eredményeket a Phys. Rev. E-ben publikáltuk [4].



4. ábra: Bal oldalon egy ad-hoc hálózatban kialakuló összeköttetéseket mutatunk be. Egyes csomópontok körül bejelöltük a kommunikáció hatótávolságát. A jobboldali ábra azt mutatja, hogyan divergál az átlagos szomszédszám a csomópontok teljes számának függvényében akkor, ha bizonyos kritikus értéknél lassabban lecsengő valószínűséggel kapcsolódhatnak a térben egymástól r távolságra levő csomópontok.

A **mezoszkopikus kvantum hálózatok** eredményeit sikerrel alkalmaztuk általános véletlen hálózatok új, eddig nem ismert tulajdonságainak meghatározására. Az Erdős Rényi véletlen gráfok összekötöttségi mátrixának sajátérték spektrumát vizsgáltuk. Az irodalomban korábban általában a sajátértékek sűrűségének eloszlását tanulmányozták. A New Journal of Physics-ben megjelent [16] publikációnkban a sajátértékek távolságának eloszlását tanulmányoztuk, ami a kvantum rendszerek esetén az integrálható-nem integrálható (kaotikus) átalakulás jellemzésére alkalmas mennyiség.



5. ábra: Az Erdős-Rényi véletlen hálózat összeköttségi mátrixának sajátérték távolság eloszlása az átlagos szomszédszám függvényeként a 0.5, 1 és 1.5 szomszéd esetére, változó méretű hálózatban. Jól látható az egy púppal rendelkező Wigner eloszlás átmenete az exponenciális eloszlásba, ami a Poisson statisztikájú véletlen sajátértékek esetén várt eredmény ([16] alapján).

Vizsgálataink során megállapítottuk, hogy az Erdős-Rényi gráfok sajátérték távolság spektruma dramatikus változáson megy át az átlagos szomszéd szám változtatásának függvényében. Az átlagos szomszédszám kritikus értéke 1-nél van, ahol a gráf egy perkolációs fázisátalakuláson megy keresztül. A perkolációs átmenet felett a spektrum megegyezik a véletlen ortogonális Gauss mátrixok sokaságából várt eredménnyel. A perkolációs átmenet az átlagos szomszédszámot csökkentve számos nevezetes eloszláson keresztül a Poisson eloszlásnak megfelelő eloszlás alakul ki. Ez teljesen analóg a kvantum rendszereknél tapasztaltakkal. Az átmeneti eloszlások jól közelíthetők Brody féle átmeneti eloszlásokkal, mely egy egyparaméteres eloszlás sokaság. A Brody paraméter értékéről empirikusan megállapítottuk, hogy egyszerű kapcsolatban áll az átlagos szomszéd számmal. Ez nagyon fontos eredmény, mert fontos kapcsolatot teremt a perkolációs fázisátalakulás és a spektrum tulajdonságai között. Potenciálisan alkalmas arra, hogy a fázisátalakulást a spektrum átalakulásával hozzuk kapcsolatba. Ezt kihasználva elemeztük, hogy az Internet, a protein hálózatok és szavak asszociációs hálózata spektrumában hogyan jelentkeznek ezek a spektrális tulajdonságok, miközben a hálózatokon véletlen kapcsolattöréseket hajtunk végre, ami egy véletlen külső támadás modellje. A spektrum tulajdonságai és a hálózat robusztussága a széteséssel szemben így a spektrumon keresztül is tanulmányozhatóvá váltak.

A pályázat keretében további munkák is születtek, lazábban kapcsolódva az eredeti célkitűzésekhez, melyek a hálózatok szinkronizációjával [7,12,20], a hálózatokban terjedő fertőző betegségekkel [15] foglalkoznak.