

## A pénzügyi mutatók időbeli tendenciájának figyelembevétele logisztikus regresszióra épülő csődelőrejelző modellekben

---

**Nyitrai Tamás,**

a Budapesti Corvinus Egyetem  
tudományos segédmunkatársa

E-mail: nyitrai.tamas@hotmail.com

**Virág Miklós,**

a Budapesti Corvinus Egyetem  
tanszékvezető egyetemi tanára

E-mail: miklos.virag@uni-  
corvinus.hu

A vállalatok jövőbeli fizetőképességének előrejelzésében általános gyakorlat a számviteli adatok alapján kalkulált hányados típusú pénzügyi mutatók használata magyarázóváltozóként. A hazai és a nemzetközi szakirodalom általános sajátosságának mondható az is, hogy e mutatókat csak az utolsóként megfigyelt üzleti év adatai alapján kalkulálják. Az e változókra épített modellek azonban statikus jellegűek, melyek nem veszik figyelembe a vállalati gazdálkodás folyamatjellegét. E hiány pótlására korábban Nyitrai [2014a] tett kísérletet a statikus pénzügyi mutatószámok idősorai-ból képzett dinamikus pénzügyi mutatók segítségével. Az idézett kutatás azonban csak a döntési fák vonatkozásában igazolta a dinamikus mutatók hatékonyságát a csődelőrejelzésben. A szerzők tanulmányukban bemutatják a dinamikus változók teljesítményét a gyakorlati hitelkockázati modellezésben általánosan elterjedt logisztikus regresszió keretei között, továbbá kísérletet tesznek a dinamikus pénzügyi mutatók koncepciójának továbbfejlesztésére előrejelző képességük növelése érdekében.

TÁRGYSZÓ:

Csődelőrejelzés.

Dinamikus modell.

Logisztikus regresszió.

DOI: 10.20311/stat2017.01.hu0005

A vállalatok jövőbeli fizetőképességének előrejelezhetősége, mint kutatási terület, meglehetősen nagy múltra tekint vissza. Fél évszázada annak, hogy *Beaver* [1966] lefektette a témakör tudományos alapköveit, és az évtizedek alatt a kutatói érdeklődés egyre fokozódott, amelyet a vonatkozó publikációk számának folyamatos növekedése is tükröz. E tekintetben vélhetően a jövőben sem lesz változás, ugyanis a téma fontossága vitathatatlan a piacgazdaság keretei között. A vállalkozások fizetőképességének jelentős közvetlen és közvetett költségei vannak, melyek elkerülése, illetve minimalizálása a vállalatok valamennyi érdekcsoportja számára lényeges. Ebből adódóan nevezi *Kim–Kang* [2012] a csődelőrejelzést az egyik legfontosabb területnek a pénzügyi és számviteli szakirodalomban.

A „csődelőrejelző modell” kifejezés alatt jellemzően olyan kvantitatív modellt értenek a tudományterület szakirodalmában, amelynek függő változója a (működő vagy fizetőképtelen) vállalkozások aktuális állapota a  $t$ . évben, független változói pedig a  $t - 1$ . év számviteli adataiból kalkulálható hányados típusú pénzügyi mutatószámok (*Zhou* [2013]). Ennek megfelelően a csődelőrejelzés „outputja” az előbb említett függő és független változók közötti sztochasztikus kapcsolatrendszer leképezése matematikai formában. Amennyiben feltételezhető, hogy ez a kapcsolat állandó, úgy a feltárt matematikai összefüggés alkalmas lehet a vállalatok jövőbeli fizetőképességének előrejelzésére a későbbiekben.

A csődelőrejelzés lényegének iménti összefoglalása azonban közel sem tekinthető pontos definíciónak, mindössze egy kísérletnek azon tendencia megfogalmazására, amely a témakör hazai és nemzetközi szakirodalmából kiolvasható. Fontos hangsúlyozni ugyanis, hogy a tudományos publikációk szerzői között nincs konszenzus sem a függő, sem a független változók operacionalizálása tekintetében. Számos kutatás a vállalatok jogi értelemben vett csődjét próbálja előrejelezni, míg mások véleménye szerint a csőd bekövetkezésének előrejelzése már túlságosan késői figyelmeztetés, így a szakirodalomban egyaránt találkozhatunk olyan empirikus vizsgálatokkal, melyek célja a vállalatok pénzügyi nehézségeinek előrejelzése (lásd például *Platt–Platt* [2002] munkáját).

Bármelyikről is legyen szó az említettek közül, abban a tekintetben mindenképpen egységesnek tekinthető a szakirodalom, hogy a kutatási terület célja a modellek előrejelző képességének növelése (*Du Jardin* [2010]). Tanulmányunkban magunk is e célt tűztük magunk elé. A modellek előrejelző teljesítményének fokozására elsősorban módszertani oldalról tették kísérletet a kutatók a csődelőrejelzés tudománytörténetének eddig eltelt öt évtizedében. A módszertani összehasonlító elemzések tekinthetők a kutatás főáramának ezen a területen. Fontos azonban hangsúlyozni,

hogyan a modellek teljesítménye nemcsak módszertani oldalról javítható, hanem a magyarázóváltozók körének bővítésével, illetve információtartalmuk lehető legnagyobb mértékű kihasználásával is.

Munkánk az utóbb említett körbe sorolható, mivel a szakterületen általánosan elterjedt logisztikus regresszió módszerét alkalmazzuk – azaz nem egy újabb lehetséges megoldást ajánlunk az Olvasó figyelmébe. A választás oka, hogy véleményünk szerint fontos szem előtt tartani a témakör gyakorlati relevanciáját is a kutatás során. Nevezetesen azt, hogy a csődelőrejelző modellek ma már rutinszerűen használatosak a bankokban a hitelezési döntések automatizálására, illetve támogatására. Tekintettel arra, hogy a bankok belső minősítési rendszereiben még napjainkban is a relatíve egyszerű matematikai háttérű módszerek tekinthetők dominánsnak (*Riberio et al.* [2012]), így tanulmányunkban magunk is e módszertani keretek között teszünk kísérletet a modellek előrejelző teljesítményének növelésére.

A számviteli adatokból kalkulálható hányados típusú pénzügyi mutatószámok alkalmazása tekintetében szintén konszenzus mutatkozik a témakör kutatói között, amelyet az is igazol, hogy az 1960-as évek óta folyamatosnak mondható alkalmazásuk (*Chen* [2012]). E pénzügyi mutatószámok értékeit jellemzően a fizetésektől való mentesség bekövetkezését közvetlenül megelőző év adatai alapján számítják ki, mivel kétségtelenül ezek az adatok mutatnak leginkább eltérést a továbbra is fizetőképes vállalatokhoz képest. Ezzel a megközelítéssel azonban csak statikusan veszik figyelembe a vállalatok pénzügyi helyzetét és figyelmen kívül hagyják a pénzügyi mutatószámok idősorából (tendenciáiból) kinyerhető információkat (*Chen et al.* [2013]).

*Nwogugu* [2007] véleménye szerint a statikus pénzügyi mutatókra épített csődelőrejelző modellek rosszul specifikáltak, mivel a pénzügyi nehézségek kialakulása egy időbeli folyamat, amelyet a modellezés során is figyelembe kell venni. Hasonlóképp vélekednek a kérdéssről *Niklis–Doumpos–Zopounidis* [2014] is, akik szerint a pénzügyi mutatók dinamikájának figyelembevétele egy fontos jövőbeli kutatási irány a csődelőrejelzésben. Munkánkban ennek megvalósítására teszünk kísérletet a *Nyitrai* [2014a] által javasolt dinamikus pénzügyi mutatószámok<sup>1</sup> egyfajta továbbfejlesztésével. A tudományterület gyakorlati vonatkozásaira való tekintettel vizsgálatunkban a logisztikus regresszió módszertani háttérét alkalmazzuk.

Bevezetőnk követően tanulmányunk felépítése a következő: az első fejezetben elhelyezzük kutatásunkat a csődelőrejelzés szakirodalmán belül, kitérve a választott téma kapcsán általunk legfontosabbnak vélt tanulmányokra; a másodikban ismertetjük a dinamikus pénzügyi mutatószámok kalkulációját; a harmadik mutatja be az empirikus vizsgálathoz felhasznált kutatási adatbázist, valamint a számítások eredményeit; az ötödikben összefoglaljuk a tanulmányból levonható következtetéseket és felvázoljuk az azokból nyíló lehetséges jövőbeli kutatási irányokat.

<sup>1</sup> A tanulmányban a „dinamikus pénzügyi mutató” kifejezés alatt a *Nyitrai* [2014a] által javasolt változókat értjük a továbbiakban.

## 1. Szakirodalmi áttekintés

Az adósok jövőbeli fizetőképességével kapcsolatos bizonytalanság a hitelezési tevékenység szükségszerű velejárója. Ebből adódóan a témakör meglehetősen hamar a tudományos érdeklődés középpontjába került. Vállalatok csődje vonatkozásában az első tudományos eszköztárral végzett elemzés *Beaver* [1966] nevéhez kötődik. Az idézett szerző a pénzügyi kimutatások adataiból leggyakrabban számított pénzügyi mutatószámokat hasonlította össze abból a szempontból, hogy melyik és milyen mértékben képes a vállalatok jövőbeli csődjének előrejelzésére 1–5 éves időtávon. Ezt a megközelítést egyváltozós diszkriminanciaanalízisként ismeri a szakirodalom. Hamar nyilvánvalóvá vált, hogy ez az előrejelzés nem alapozható mindössze egyetlen pénzügyi mutatószám vizsgálatára. A *Beaver* [1966] által javasolt elemzés ugyan elvégezhető több mutató vonatkozásában is, könnyen előfordulhat azonban, hogy az ezek alapján tehető előrejelzések között ellentmondást tapasztalunk: nem irreális ugyanis, hogy amíg egy vállalat likviditási helyzete alapján a jövőben fizetőképességnek minősíthető, addig adósságmutatói vonatkozásában akár azt is tapasztalhatjuk, hogy jobban hasonlít a korábban csődbe ment vállalkozásokhoz, mert például egy jelentős beruházást hitelből valósított meg. Ez az eset rámutat arra, hogy a csődelőrejelzés több magyarázóváltozó szimultán figyelembevételét igényli – mégpedig fontossági súlyoknak megfelelően. E célok elérése megkerülhetlenné tette a többváltozós matematikai-statisztikai módszerek megjelenését a csődelőrejelzésben. Ezen eljárások közül elsőként a többváltozós diszkriminanciaanalízis jelent meg *Altman* [1968] munkájában.

Az imént említett módszer azonban olyan feltételezésekkel (normális eloszlás, függetlenség stb.) él a magyarázóváltozókkal szemben, amelyek a tudományterületen általánosan elterjedt pénzügyi mutatók esetében jellemzően nem teljesülnek, így a kutatói érdeklődés az 1980-as évektől kezdődően a kevésbé restriktív statisztikai módszerek irányába fordult. E körből először a logisztikus regresszió alkalmazása jelent meg és tekinthető dominánsnak a mai napig. Az 1990-es években a módszertani fejlődésnek köszönhetően általánosan elterjedtté váltak az adatbányászati módszerek, illetve a mesterséges intelligencia eszközei, melyek előfeltevések nélkül képesek a csődesemény bekövetkezése és a pénzügyi mutatószámok között tapasztalható komplex, jellemzően nemlineáris (*Du Jardin* [2010]) kapcsolatrendszer leképezésére. Az ígéretes eredmények ellenére azonban máig nem alakult ki konszenzus arra vonatkozóan, hogy melyik módszert érdemes a leginkább alkalmazni a csődelőrejelzésben, mivel egyes adathalmazoknál az egyik, míg más megfigyelések esetén egy másik eljárás adódik megfelelőnek (*Oreski–Oreski–Oreski* [2012]). Számosságát tekintve a legtöbb tanulmány a különböző módszerek klaszifikációs teljesítményének összevetésével foglalkozik, így e módszertani komparatív vizsgálatok tekinthetők a csődelőrejelzés kutatásában a főáramnak (*Sánchez-Lasheras et al.* [2012]).

Fontos azonban felhívni a figyelmet *Sun* [2007] azon megállapítására, hogy a modellek előrejelző képessége nem csak új módszerek alkalmazásával javítható. Erre lehetőséget teremt a magyarázóváltozók körének és minőségének növelése is; például a kvantitatív pénzügyi adatok mellett a kvalitatív szempontok figyelembevétele. Számos empirikus vizsgált igazolta, hogy a vállalatok jövőbeli fennmaradását és fizetőképességét olyan kvalitatív tényezők is befolyásolhatják, amelyek nem jelennek meg közvetlenül a vállalatok pénzügyi kimutatásaiban.

Más szerzők a pénzügyi mutatókból kinyerhető információtartalmat próbálják növelni oly módon, hogy a jelzőszám értékét nem közvetlenül használják fel magyarázóváltozóként, hanem valamilyen viszonyítási alap tükrében próbálják megítélni a vállalatok pénzügyi teljesítményét. Ennek oka, hogy nem állapítható meg objektíven és egységesen, mely érték mondható egyértelműen „jónak” vagy „rossznak” (*Emel et al.* [2003]). A viszonyítás tekintetében alapvetően három lehetőség adódik:

- a pénzügyi mutatók átlagos értéke az adott iparágban (*Platt–Platt* [1990]);
- a versenytársak megfelelő mutatói (*Zhou–Lai–Yen* [2012]);
- a vállalat saját adatai a korábbi évekből (*Zhou–Lai–Yen* [2012]).

Az iparági átlaghoz (vagy más középértékhez) történő viszonyítás praktikus választásnak tűnik, ám alkalmazásakor számos nehézség merülhet fel. A legalapvetőbb probléma, hogy iparági szintű adatok Magyarországon nyilvánosan nem állnak rendelkezésre. A másik kérdés az iparági középértékek alkalmazhatóságával kapcsolatos. Általánosnak mondható ugyanis, hogy egy-egy vállalat jellemzően nemcsak egy adott tevékenységgel foglalkozik, hanem azok szélesebb körével (*Emel et al.* [2003]). Ez azért jelent problémát, mert az iparági középértékek meghatározásánál a csoportképzés alapja a TEÁOR-kód szerint definiált főtevékenység. Ebben a tekintetben viszont kérdéses lehet, hogy az ennek alapján egy „iparágba” sorolt vállalkozások mutatóinak átlaga mennyire tekinthető megbízható viszonyítási alapnak olyan vállalkozások tekintetében, amelyek egyidejűleg több tevékenységet is folytatnak.

A versenytársak pénzügyi adataihoz történő hasonlítás szintén gyakran alkalmazott megoldás a vállalati pénzügyekben. A közvetlen összevethetőség azonban itt is sok esetben korlátozott. Ezt a problémát a vállalatértékelés során például különböző diszkontfaktorok formájában, szakértői alapon végzett korrekciókkal oldják meg. A vállalatértékelési gyakorlatban ez a megközelítés adekvát, azonban ennek adaptációja a csődeleőrejelzésben a tudományterület alapelveinek sérüléséhez vezetne, ugyanis ezzel az elemző szubjektív értékítélete is szerepet kapna a modellezésben, amelynek épp az objektivitás lenne a lényege (*Virág et al.* [2013]). Ugyanakkor ez jelentősen lassítaná a modellépítés folyamatát, növelné az ahhoz szükséges humán erőforrás-

igényt, és korlátozná a vállalatminősítés automatizálhatóságát, melyek szintén fontos motivációi a csődelőrejelzés tudományterületének.

Az eddig felsorolt problémák azonban nem merülnek fel, ha a vállalatok pénzügyi mutatóit saját, korábbi értékeihez viszonyítjuk. Ebben az esetben ugyanis a közvetlen összevethetőség jóval kevésbé korlátozott. A vállalatok gazdálkodási tevékenysége egy folyamat, melynek aktuális állapotáról adnak egy-egy pillanatfelvételt a pénzügyi beszámolók a fordulónap időpontjában. Amennyiben nemcsak a legutóbbi felvételt tekintjük, hanem azt az azt megelőző időszak tükrében vizsgáljuk, képet kaphatunk arról, hogy a vállalat milyen pénzügyi helyzetben van a korábbi évekhez képest. *Nwogugu* [2006] szerint a csődhöz vezető pénzügyi nehézségek kialakulása időbeli folyamatnak tekinthető, melynek értékelésekor azt is figyelembe kell venni, hogy a vállalat esetén épp kialakulóban vannak-e a pénzügyi problémák, vagy már elkezdődött az azokból való kilábalás időszaka. A pénzügyi mutatók statikus értékei azonban ezt nem feltétlenül képesek tükrözni.

A pénzügyi mutatószámok időbeli tendenciáinak megragadására *Nyitrai* [2014a] javasolt egy lehetséges formulát, amely alkalmazása megfelelő a csődelőrejelzésben általánosan elterjedt keresztmetszeti módszerek keretei között. Az idézett szerző empirikus vizsgálatai ígéretes eredményeket hoztak a döntési fák esetében, ugyanis a statikus pénzügyi mutatók mellett a dinamikus mutatók használatával számottevően javult a modellek előrejelző képessége, amelyet a későbbiekben további vizsgálatok is megerősítettek szigorúbb validációs eljárások (*Nyitrai* [2014b]) és más döntési fa módszerek vonatkozásában (*Virág–Nyitrai* [2015]).

## 2. Dinamikus pénzügyi mutatószámok

A csődelőrejelzés tudományterületének egyik alapvető sajátossága, hogy nem létezik olyan objektív közgazdasági elmélet, amely egyértelműen meghatározná, hogy mely mutatók alapján lehet a vállalatok jövőbeli csődjét előre jelezni (*Nikolic et al.* [2013]). Vélhetően ez az oka annak, hogy a modellek függő és független változóinak operacionalizálása tekintetében sincs konszenzus. Hasonló tendencia figyelhető meg a modellek dinamizálása kapcsán is, melyre alapvetően két lehetőség adódik:

- a pénzügyi mutatók értékeiben egyik évről a másikra bekövetkező változás mértékének magyarázóváltozóként történő felhasználása (*Neves–Vieira* [2006]);
- a  $t$ . évben bekövetkező csődesemény előrejelzése céljából a  $t - 1$ . év pénzügyi adatai mellett az azt megelőző évek

( $t-2$ .,  $t-3$ ., ...,  $t-k$ .) adatainak független változóként történő alkalmazása (Berg [2007]).

Az első megközelítés hasznossága közgazdaságilag indokoltnak tűnhet, ugyanis reális feltételezés, hogy a csőd bekövetkezését megelőzően a vállalatok pénzügyi mutatói negatív irányban változnak, míg a működőké jellemzően stabilak, vagy javulnak. Ezzel szemben a második módszer gyakorlati relevanciája kérdéses lehet, mivel számtalan kutatás dokumentálta már a szakirodalomban, hogy a csődtől időben távolodva a pénzügyi mutatókra épített modellek előrejelző képessége jelentősen csökken (lásd például a nemzetközi szakirodalomban Altman [1968], a hazaiakban pedig Nyitrai [2015] munkáját). Ugyan Berg [2007] kutatási eredményei azt mutatják, hogy a  $t-2$ . és  $t-3$ . évek pénzügyi adatainak felhasználása javította a modellek előrejelző képességét, a korábban idézett kutatások megkérdőjelezhetik az időben korábbi adatok felhasználásának hasznosságát a jövőbeli csőd előrejelzése tekintetében.

A Nyitrai [2014a] által javasolt dinamikus pénzügyi mutatók koncepciója az előbb említett két megközelítést ötvözi. Egyrészt vizsgálja a pénzügyi mutatók változásának mértékét, azonban ezt nem feltétlenül a  $t-1/t-2$  viszonylatban teszi, hanem figyelembe veszi az adott megfigyelés pénzügyi mutatószámának teljes idősorát az alábbi formula által meghatározott módon:

$$D_i = \frac{X_{i, t-1} - X_{i, \min[t-2; t-n]}}{X_{i, \max[t-2; t-n]} - X_{i, \min[t-2; t-n]}} \quad /1/$$

A képletben az  $X_i$  egy vállalat adott mutatóját jelöli,  $t$  pedig azt az évet, amelyre vonatkozóan előrejelzést kívánunk adni. Az  $n$  a rendelkezésre álló idősor hosszát mutatja.

A dinamizálás ezen formája tehát nem használja fel közvetlenül a csődesemény bekövetkezésétől időben jóval korábbi adatokat – melyek előrejelző képessége jóval gyengébb a csődöt közvetlenül megelőző pénzügyi mutatókhoz képest –, hanem azokat csak viszonyítási alapként alkalmazza abban az esetben, ha azok a  $t-1$ . évet megelőző időszakban az idősor valamely szélsőértékét (minimum vagy maximum) adták. Ebben a tekintetben tehát ez a megközelítés a dinamizálás egy speciális esetének tekinthető. Az e változókat is felhasználó modellek ugyanis lényegét tekintve nem dinamikusak. A koncepció célja, hogy a csődöt közvetlenül megelőző üzleti év statikus pénzügyi mutatóinak információtartalmát fokozza egy – lehetőség szerint minél objektívebb – viszonyítási alap alkalmazásával. Valós dinamikáról e mutató tekintetében akkor beszélhetünk, amikor az évek múlásával a pénzügyi mutatószámok idősorának szóródási terjedelme növekszik, ugyanis ekkor e viszonyítási alap módosul. Összefoglalva tehát a dinamikus mutatók használatával az arra épülő mo-

dellek nem lesznek dinamikusak, viszont alkalmazásukkal lehetőség nyílik a pénzügyi mutatók időbeli tendenciáinak figyelembevételére a tudományterületen általánosan elterjedt keresztmetszeti módszerek keretei között.

Az /1/-es formula által kapott eredmény azt mutatja, hogy a vállalat vizsgált pénzügyi mutatójának aktuális értéke mennyivel tér el az azt megelőző időszak minimális értékétől a legutoljára megfigyelt évet megelőző időszak szóródási terjedelmének tükrében. A számítás menetét egy 2012-ben csődbe ment magyar vállalkozás ROA- (return on assets – eszközarányos jövedelmezőség) mutatójának példáján mutatjuk be.

1. táblázat

*Egy csődbe ment hazai vállalkozás ROA-mutatójának idősora*

Üzleti év	ROA
2011	-4,9112
2010	-1,8360
2009	0,1153
2008	0,1671
2007	0,0403
2006	-0,0924
2005	-0,1939
2004	0,0284
2003	-0,4214
2002	-5,5220
2001	-1,7470

Amint a táblázatból látható, a vizsgált vállalkozás ROA-mutatója jelentős időbeli szóródást mutat, 2008-tól viszont egyértelműen romló tendencia figyelhető meg az idősor alakulásában. Amennyiben az 1. táblázat adataira alkalmazzuk a dinamikus mutatók formuláját, akkor a következő számítást kell elvégeznünk:

$$D_i = \frac{X_{i,t-1} - X_{i, \min[t-2; t-n]}}{X_{i, \max[t-2; t-n]} - X_{i, \min[t-2; t-n]}} = \frac{-4,9112 - (-5,522)}{0,1671 - (-5,522)} = 0,1073.$$

Az eredmény úgy értelmezhető, hogy a vizsgált vállalkozás ROA-mutatója 2011-ben, az azt megelőző évek szóródási terjedelmét 100 százaléknak tekintve, 10,7 százalékkal magasabb, mint az azt megelőző időszak minimuma. A mutató előrejelző képességét rontja, hogy a vállalatnak 2002-ben rosszabb volt a ROA-mutatója, mint



a felszámolási eljárás megkezdését közvetlenül megelőző évben. A gyenge jövedelmezőség ugyan tükröződik a felszámolást megelőző évre számított dinamikus mutató értékéből (mivel 0 közeli), figyelembe kell ugyanakkor venni azt is, hogy a 2002-es év az idősor kiugró értékének tekinthető, ami akár a vállalat kezdeti nehézségeivel is magyarázható. Gyakori eset, hogy induló vállalkozások pénzügyi mutatói az első években a csődös vállalatokhoz hasonló rossz pénzügyi teljesítményt tükröznek (*Du Jardin* [2010]). Tekintettel azonban arra, hogy az érintett vállalkozás a későbbiekben tovább működött, a kiugró érték figyelembevétele torzítja az idősor értékeiből kalkulálható dinamikus mutató információtartalmát.

Amint már korábban említettük, a csődeleőrejelzésben alapvető szempont az objektivitás. Ebből adódóan a kiugró értékek azonosítása az idősorokon belül nem lehet önkényes. Mivel a szakirodalomban nem áll rendelkezésre objektív definíció, illetve módszer (*Tsai–Cheng* [2012]), így erre a célra statisztikai hüvelykujj-szabályok használhatók. *Nyitrai* [2014a] a pénzügyi mutatószámok idősorának standardizálását javasolta a  $[-2; 2]$  időintervallum<sup>2</sup> átlagával és szórásával. A példában szereplő idősor standardizált értékeit mutatja a 2. táblázat.

2. táblázat

Egy hazai vállalkozás ROA-mutatójának standardizált idősora

Üzleti év	ROA	Standardizált ROA
2011	-4,9112	-2,3599
2010	-1,8360	-0,5296
2009	0,1153	0,6317
2008	0,1671	0,6626
2007	0,0403	0,5871
2006	-0,0924	0,5081
2005	-0,1939	0,4477
2004	0,0284	0,5800
2003	-0,4214	0,3123
2002	-5,5220	-2,7234
2001	-1,7470	-0,4766

*Nyitrai* [2014a] az idősor standardizált értékei esetén azt tekintette kiugró értéknek, amely a  $[-2; 2]$  intervallumon kívülre esik. A szabály alkalmazására a nemzetközi szakirodalomból példaként *Emel et al.* [2003] munkája említhető, ahol a

<sup>2</sup> Azaz a legutolsóként megfigyelt ( $t$ .) év adatát nem használjuk fel az idősor átlagának és szórásának számításánál.

szerzők szintén ezzel a módszerrel azonosították a kiugró értékeket. Elterjedt még a statisztikai elemzésekben a három szórássterjedelem alkalmazása is (lásd például *Li–Sun* [2011] tanulmányát). A szigorúbb szabály érvényesítését *Nyitrai* [2014a] az idősor rövidegére való tekintettel, valamint empirikus vizsgálatainak eredményei alapján javasolja. Az idézett műben a szerző a dinamikus mutatók előrejelző képességét három esetben vizsgálta: 1. amikor a kiugró értékek helyettesítése nem történt meg, 2. amikor az idősor azon elemei minősültek kiugró értéknek, amelyek a három szórássterjedelemen kívülre estek, 3. amikor az idősor elemei a két szórássterjedelemen kívülre estek. Az idézett mű empirikus eredményei szerint a dinamikus mutatók előrejelző képessége és a kiugró értékek azonosítására használt „szabály” szigorúsága közt pozitív kapcsolat feltételezhető, mivel a legjobb előrejelző teljesítmény a harmadik esetben mutatkozott, míg a leggyengébb az elsőben.

Amint a 2. táblázatból látható, a 2002-es év kiugró értéknek tekinthető az idősorban, hasonlóan a felszámolási eljárást közvetlenül megelőző 2011-es évhez. Ez az empirikus eset szemléletes példát szolgáltat *Lee–Booth–Alam* [2005] azon megállapítására, miszerint a csődös vállalatok a jól működő cégekhez képest outliernek tekinthetők. Amennyiben elfogadjuk a most hivatkozott szerzők álláspontját, úgy szükségesnek tűnhet az idősorban található kiugró értékek valamilyen korrekciója a dinamikus mutatók előrejelző képességének fokozása érdekében. Az outlier értékek korrekciója a gyakorlatban rendszerint helyettesítést jelent. Tekintettel arra, hogy ebben az esetben a helyettesítés egy vállalat pénzügyi mutatószám idősorának egyik szélsőértékét érinti, így praktikus választásnak tűnik *Nyitrai* [2014a] azon megoldása, melynek lényege, hogy a kiugró értékét az idősor hozzá legközelebb eső,<sup>3</sup> de már nem kiugró értékével helyettesítjük. Fontos hangsúlyozni, hogy a standardizáláshoz hasonlóan az idősor legelső elemét (a legújabb adatot) nem használjuk fel a helyettesítés során sem, mivel a fizetésképtelenség kialakulása feltehetően egy hosszabb folyamat eredménye, melynek jelei leginkább az előrejelezni kívánt esemény bekövetkezését közvetlenül megelőző évben mutatkoznak leginkább. Vélhetően ez az oka annak, hogy ezek az adatok játsszák a fő szerepet a csődelőrejelzésben (*Lin–Liang–Chen* [2011]). Az előzőeknek megfelelően az idősor 2002-es kiugró értéke a hozzá legközelebb eső, de már nem kiugró 2010-es értékkel helyettesíthető, ha figyelmen kívül hagyjuk az idősor legelső elemét. A helyettesítést követően az idősort ismételten standardizáljuk a  $[t-2; t-n]$  időintervallum átlagával és szórásával. Az eredményeket a 3. táblázat mutatja.

A 3. táblázat standardizált adatai szerint az idősorban már csak egyetlen kiugró érték szerepel: a felszámolási eljárást közvetlenül megelőző év adata. Alkalmazzuk az így kapott idősorra a dinamikus mutatók korábban bemutatott formuláját!

<sup>3</sup> Hasonló megközelítést alkalmazott *Zhou–Lai–Yen* [2012] a hiányzó értékek pótlására.

$$D_i = \frac{X_{i,t-1} - X_{i,\min[t-2;t-n]}}{X_{i,\max[t-2;t-n]} - X_{i,\min[t-2;t-n]}} = \frac{-4,9112 - (-1,836)}{0,1671 - (-1,836)} = -1,5352$$

A most kapott eredmény úgy értelmezhető, hogy a vizsgált vállalkozás ROA-mutatója a felszámolási eljárást megelőző évben 153,5 százalékkal gyengébb, mint az azt megelőző évek minimuma, ha az azt megelőző időszak szóródásának terjedelmét 100 százaléknak tekintjük. Ez a mutató sokkal inkább tükrözi a közelgő fizetésképtelenséget, mint az, amely a kiugró érték korrekciója nélkül adódott, így feltehetően nagyobb segítséget nyújthat a csődeleőreljelző modellekben a csődös vállalatok azonosításában.

3. táblázat

*A mutatószámok idősora a kiugró érték helyettesítését követően*

Üzleti év	ROA	Standardizált ROA
2011	-4,9112	-5,2845
2010	-1,8360	-1,5345
2009	0,1153	0,8448
2008	0,1671	0,9080
2007	0,0403	0,7534
2006	-0,0924	0,5916
2005	-0,1939	0,4678
2004	0,0284	0,7389
2003	-0,4214	0,1905
2002	-1,8360	-1,5345
2001	-1,7470	-1,4260

A dinamikus pénzügyi mutatók vonatkozásában hivatkozott munkák ugyan ígéretes eredményeket mutattak, azonban az elemzések mindegyikében döntési fákat alkalmaztak, abból adódóan, hogy e módszerek invariánsak az adathalmazban esetlegesen felmerülő kiugró értékekre (Twała [2010]). Ez az aspektus a dinamikus mutatók tekintetében azért előnyös, mert azok számítása során is adódhatnak outlier értékek, melyek jelenléte a linearitást feltételező statisztikai modellek teljesítményét jelentősen csökkenti. Munkánkban a már többször hivatkozott dinamikus pénzügyi mutatók teljesítményét kívánjuk bemutatni a csődeleőreljelzés tudományos szakirodalmában és a hitelkockázati modellezés mindennapi gyakorlatában általános elterjedt logisztikus regresszió keretei között.

Amint az a későbbiekben látható lesz, a dinamikus mutatók a kiugró értékek ellenére a logisztikus regresszió keretei között is képesek a modellek előrejelző képessé-

gének növelésére. Kérdés azonban, hogy módosítható-e a dinamikus mutatók koncepciója oly módon, hogy a kiugró értékek ne rontsák a logisztikus regresszió előrejelző képességét. A Nyitrai [2014a] munkájában felhasznált mutatók alapstatisztikai jelzőszámait szemügyre véve megfigyelhető, hogy a dinamikus pénzügyi mutatók a statikushoz hasonló (esetenként még annál is nagyobb) mértékű relatív szórást mutatnak, ami a kiugró értékek jelenlétének következménye. Ebből adódóan célszerű lehet a dinamikus mutatók szóródási terjedelmének szűkítése a lineáris modellekben történő alkalmazhatóság növelése érdekében. Tanulmányunk e cél elérése érdekében a következő indikátorváltozó bevezetését javasolja.

$$Y_i = \begin{cases} -1, & \text{ha } D_i < 0 \\ 0, & \text{ha } 0 \leq D_i \leq 1 \\ 1, & \text{ha } D_i > 1 \end{cases} \quad /2/$$

Az iménti formulában a  $D_i$  a dinamikus mutatók korábban ismertetett formuláját jelöli. A számítás lényege, hogy amennyiben a vállalkozás a tárgyévben az azt megelőző időszak minimumánál gyengébb (maximumánál nagyobb) pénzügyi mutatóval jellemezhető, akkor az indikátor értéke  $-1$  ( $1$ ) értéket vesz fel. Abban az esetben, ha a vállalat tárgyévi mutatója az azt megelőző időszak szóródási terjedelmén belül található, akkor az indikátor változó értéke nulla.

Mindezeket összefoglalva munkánk két célt tűzött maga elé:

1. megvizsgálni a dinamikus pénzügyi mutatók előrejelző képességét a logisztikus regresszió keretei között; valamint
2. tanulmányozni, hogy a dinamikus mutatókból képzett indikátorváltozók használatával növelhető-e a logisztikus regresszióval felállított modellek előrejelző képessége a statikus mutatók önálló alkalmazásával, illetve az 1. pont kapcsán felállított modellek előrejelző képességéhez képest.

### 3. Empirikus vizsgálat

A következő alfejezetekben a dinamizálási koncepció empirikus vizsgálatát mutatjuk be. Ennek részeként először a felhasznált kutatási adatbázis sajátosságait ismertetjük, amit egy rövid módszertani ismertetés követ. A fejezetet az empirikus vizsgálatok legfontosabb eredményeinek összefoglalása zárja.

### 3.1. A vizsgált adatok

Az empirikus vizsgálathoz felhasznált adatbázis saját adatgyűjtésen alapul. Az előrejelzés tárgyát a hazai vállalkozások fizetéseképtelenségének azon esetei képezik, amelyek vonatkozásában az érintett vállalkozással szemben felszámolási eljárás vagy csődeljárás megindítására került sor. Ennek tényét a *Cégjegyzék* hatályos adatai alapján ellenőriztük. A mintába került vállalkozásokat azok köréből válogattuk ki, amelyek a *Cégközlöny* véletlenszerűen kiválasztott számaiban hirdetményt tettek közzé. A vállalatok pénzügyi beszámolóit a 2001–2014-es időszakra vonatkozóan gyűjtöttük össze (amennyiben ilyen hosszú időszakot tekintve rendelkezésre álltak az adatok) az elektronikus beszámoló portáljáról ([http://e-beszamolo.im.gov.hu/oldal/beszamolo\\_kereses](http://e-beszamolo.im.gov.hu/oldal/beszamolo_kereses)).

Tekintettel az adatgyűjtés forrását képező nyilvános adatbázisok azon sajátosságára, hogy keresésre kizárólag a vállalkozások neve és cégjegyzékszám alapján van lehetőség, kutatási adatbázisunk meglehetősen heterogén a mintába került vállalkozások mérete és tevékenységi köre alapján egyaránt. Ebből adódóan az empirikus vizsgálatoknak nem volt célja konkrét, gyakorlati hitelkockázati minősítésére alkalmas modellek felállítása. A modellezés célja a dinamikus pénzügyi mutatókat is tartalmazó csődeleőrejelző modellek teljesítményének összevetése volt a pusztán statikus mutatókat tartalmazó modellek eredményével.

A mintavétel során alkalmazott szempontok:

- csak azon vállalkozások kerülhettek mintába, amelyeknek legalább öt egymást követő évre vonatkozóan hozzáférhetőek voltak a pénzügyi beszámolóit a korábban említett elektronikus beszámoló portálon;
- nem kerülhettek mintába azok a megfigyelések, amelyek nem realizáltak árbevételt, mivel ezek a vállalkozások vélhetően nem folytatnak érdemi gazdálkodási tevékenységet, így mintába kerülésüknek torzító hatása lett volna az eredményekre. Ez alól kivételt képeztek a fizetéseképtelen vállalkozások abban az esetben, ha a felszámolási eljárást közvetlenül megelőző évben már nem realizálnak árbevételt.

A magyarázóváltozók körét a *Nyitrai* [2014a] által felhasznált változók képezték. Ezek nevét és számítás módját a 4. táblázat mutatja.

A mutatószámok kalkulációja során azokban az esetekben, ahol a hányados nevezője nulla értéket vett volna fel, a zérus értéket eggyel helyettesítettük. A megfigyelt évek számának kivételével a 4. táblázatban szereplő valamennyi érték vonatkozásában kiszámítottuk a dinamikus pénzügyi mutatókat, valamint az azokból képzett indikátorváltozókat. E három változócsoport előrejelző képességét elemeztük együtt és külön-külön az empirikus vizsgálatok során.

4. táblázat

*Az empirikus vizsgálathoz felhasznált pénzügyi mutatók neve és számításmódja<sup>4</sup>*

Mutatószám	Számításmódja
Likviditási ráta	Forgóeszközök/Rövid lejáratú kötelezettségek
Likviditási gyorsráta	(Forgóeszközök – Készletek)/Rövid lejáratú kötelezettségek
Pénzeszközök aránya	Pénzeszközök/Forgóeszközök
Cash flow/Kötelezettségek	(Adózás utáni eredmény+Értécsökkenési leírás)/Kötelezettségek
Cash flow/Rövid lejáratú kötelezettségek	(Adózás utáni eredmény+Értécsökkenési leírás)/Rövid lejáratú kötelezettségek
Tőkeellátottság	(Befektetett eszközök+készletek)/Saját tőke
Eszközök forgási sebessége	Értékesítés nettó árbevétele/Mérlegfőösszeg
Készletek forgási sebessége	Értékesítés nettó árbevétele/Készletek
Követelések forgási ideje	Követelések/Értékesítés nettó árbevétele
Eladósodottság	Kötelezettségek/Mérlegfőösszeg
Saját tőke aránya	Saját tőke/Mérlegfőösszeg
Bonitás	Kötelezettségek/Saját tőke
Árbevétel-arányos nyereség	Adózás utáni eredmény/Értékesítés nettó árbevétele
Eszközarányos nyereség	Adózás utáni eredmény/Mérlegfőösszeg
Követelések/Rövid lejáratú kötelezettségek	Követelések/Rövid lejáratú kötelezettségek
Nettó forgótőke aránya	(Forgóeszközök – Rövid lejáratú kötelezettségek)/ Mérlegfőösszeg
Vállalat mérete	Az eszközállomány természetes alapú logaritmus
Évek	A megfigyelt évek száma

Az adatgyűjtés alkalmával a 2001–2014-es időszak 1 354 hazai vállalkozásának pénzügyi adatait gyűjtöttük össze, összesen 14 657 üzleti évre. Az adatbázis egyenlő arányban tartalmazott csődös,<sup>5</sup> illetve működő vállalatokat. A fizetésképtelen vállalkozásoknál a megfigyelési időszak kezdete a felszámolási, illetve csődeljárás megindulásának évét megelőző üzleti év volt. A működő vállalkozások esetén pedig a legújabb üzleti év, amelyre vonatkozóan a beszámolók hozzáférhetőek voltak. A megfigyelési periódusban indított vállalkozásoknál az első (nem teljes) üzleti évet nem vettük figyelembe.

<sup>4</sup> A mérlegből származó adatok esetén a tárgyévi mérlegben szereplő fordulónapi záró értékeket vettük figyelembe.

<sup>5</sup> A továbbiakban a „csődös”, illetve a „fizetésképtelen” kifejezésekkel utalunk azokra a vállalkozásokra, amelyekkel szemben felszámolási vagy csődeljárás megindítására került sor. A „működő”, illetve „fizetőképessé” kifejezésekkel pedig azokkal a vállalatokra utalunk, amelyekkel szemben egyik előbb említett eljárásra sem került sor.

### 3.2. Módszertan

Az empirikus vizsgálatok során a gyakorlati adóminősítési folyamatokban általánosan elterjedt logisztikus regresszió módszerét alkalmaztuk. Az eljárás matematikai-statisztikai részleteit nem fejtjük ki, arról *Virág et al.* [2013] művében tájékozódhat az Olvasó.

Az empirikus vizsgálat célja a modellek előrejelző képességének összevetése volt, melynek megvalósítására a nemzetközi szakirodalomban általánosan elterjedt keresztvalidáció módszerét alkalmaztuk. A rendelkezésre álló adathalmazt tíz egyenlő részre osztottuk oly módon, hogy minden tized egyenlő arányban tartalmazzon működő és csődös megfigyeléseket. Ezt követően tíz modellt állítottunk fel úgy, hogy a rendelkezésre álló adathalmaz 90 százalékát használtuk fel a modell felállításához és a maradék 10 százalékot annak tesztelésére. A keresztvalidáció lényege, hogy az adatbázis minden tizede szerepeljen egyszer a tesztelő mintában. Az így kapott tíz modell találati arányait<sup>6</sup> kiszámítottuk, és átlagoltuk a csődös, a működő és az összes vállalatra egyaránt. Az eljárás célja annak kiküszöbölése, hogy következtéseinket egyetlen véletlenszerűen kiválasztott tanuló-tesztelő mintafelosztásra alapozzuk. Ez a gyakorlat ugyanis könnyen vezethet téves konklúziók megfogalmazásához. A keresztvalidáció alkalmazásával az empirikus vizsgálatból levont következtetések robusztussága lényegesen nagyobb a vizsgált adathalmaz vonatkozásában.

A számításokat az SPSS Statistics 22.0 program logisztikus regresszió funkciójával végeztük az alapértelmezett beállítások megtartásával. A szignifikáns változók szelekciójára a „stepwise forward conditional” eljárást alkalmaztuk a szoftver által felkínált lehetőségek közül.

### 3.3. Az empirikus vizsgálatok eredményei

A modellszámítások bemutatása előtt vizsgáljuk meg az elemzésben felhasznált mutatók alapstatisztikai mutatóit! A változók nagy száma miatt ezeket a Függelék táblázatában helyeztük el, ahol \* jelöli azokat a változókat, amelyek 5 százalékos szinten szignifikáns eltérést mutattak a csődös és működő vállalatok között a két független mintából származó átlagok összevetésére szolgáló *t*-próba eredménye alapján. A táblázatban az alapstatisztikai mutatók körében meghatároztuk az egyes változók relatív szórását, amely lehetővé teszi a különböző változók szóródásának objektív összevetését. A meglehetősen magas átlag- és szórásértékek annak tulajdoníthatók, hogy a hányadosok nevezőjében a zérus értékeket eggyel helyettesítettük. Megfigyelhető, hogy az indikátorváltozók (relatív) szóródása a legtöbb változó esetén a

<sup>6</sup> Találati arány alatt a modell által helyesen besorolt megfigyelések számát értjük az összes megfigyeléshez viszonyítva.

csődös vállalatok vonatkozásában jóval alacsonyabb, mint a statikus és a dinamikus változók esetén. Az alacsony szóródás alapján előzetesen arra számíthatunk, hogy az indikátorváltozók elsősorban a csődös vállalatok azonosításában nyújthatnak segítséget. Az 5. táblázatban azt is láthatjuk, hogy van olyan pénzügyi mutató (például a bonitás), amelynek statikus és dinamikus értékei ugyan nem, de a dinamikus mutatóból képzett indikátorváltozó szignifikánsan eltért. Ez az eredmény arra utal, hogy az indikátorváltozók bevezetésével valószínűleg bővül azon változók köre, amelyek segítséget nyújthatnak a többváltozós modellek keretei között a vállalatok jövőbeli fizetéseképtelenségének előrejelzésére.

A logisztikus regresszióval kapott eredményeket a tízszeres keresztvalidáció átlagában a Függelék táblázata mutatja.

5. táblázat

*A logisztikus regresszió találati arányai tízszeres keresztvalidáció alkalmazásával  
(százalék)*

Változócsoport	Minta	Működő	Csődös	Összesen
Statikus	Tanuló	70,0	69,7	69,9
	Tesztelő	70,2	68,2	69,2
Statikus és dinamikus	Tanuló	74,3	72,6	73,5
	Tesztelő	74,0	72,4	73,2
Statikus és indikátor	Tanuló	80,7	82,3	81,5
	Tesztelő	79,5	81,7	80,6
Indikátor	Tanuló	79,4	81,1	80,3
	Tesztelő	79,0	80,8	79,9

A táblázatban a „statikus” kifejezés soraiban azon modellek eredményei szerepelnek, amelyek csak a statikus pénzügyi mutatókat tartalmazták magyarázóváltozóként. A „dinamikus” kifejezés soraiban azon modellek teljesítménye látható, amelyekben a dinamikus pénzügyi mutatókat is szerepeltettük a modellek magyarázóváltozói között. Végül, az „indikátor” kifejezés soraiban azon modellek átlagos találati arányait mutatjuk, amelyek esetén a tanulmányban javasolt indikátorváltozók is helyet kaptak a modellek független változóinak körében.

A modellek előrejelző képességét a „tesztelő” minta sorai szemléltetik. Ezek értékei alapján számos megállapítás tehető a korábban megfogalmazott kutatási kérdések vonatkozásában:

- a statikus pénzügyi mutatókra épített modellek mutatták a leggyengébb előrejelző teljesítményt;



– a dinamikus mutatószámok a logisztikus regresszió keretei között is növelték a modellek előrejelző képességét a csődös és a működő vállalkozások vonatkozásában megközelítőleg 4 százalékponttal a kizárólag statikus mutatókra épített modellek teljesítményéhez viszonyítva;

– a tíz mintafelosztás átlagában a legjobb előrejelző teljesítményt azon modellek adták, amelyek a statikus mutatók mellett az indikátorváltozókat is tartalmazták magyarázóváltozóként. A javulás mértéke a pusztán statikus változókat tartalmazó modellekhez képest 10,4 százalékpont, míg a statikus és dinamikus mutatókat egyaránt tartalmazó modellekhez képest 7,4 százalékpont;

– a modelleket felállítottuk pusztán az indikátorváltozók alkalmazásával is. Ennek eredményeként meglepően magas találati arányokkal találkoztunk. A pusztán indikátorváltozókra épített modellek találati aránya ugyanis alig maradt el ahhoz képest, amikor az indikátorok mellett a statikus pénzügyi mutatók is szerepeltek a modellek független változói között.

#### 4. Összegzés

Tanulmányunk kettős célt tűzött maga elé. Egyrészt azt kívántuk vizsgálni, hogy a Nyitrai [2014a] által javasolt dinamikus pénzügyi mutatószámok alkalmazásával a csődeleőrejelzés gyakorlatában általánosan elterjedt logisztikus regresszió keretei között is növelhető-e a modellek előrejelző képessége a pusztán statikus pénzügyi mutatókra épített modellek találati arányához képest. Másrészt kísérletet tettünk a dinamikus mutatók továbbfejlesztésére oly módon, hogy azok segítségével tovább növekedjen a modellek találati aránya.

Mindezek vizsgálata céljából egy saját adatgyűjtésből származó 1 354 hazai vállalkozás pénzügyi adatait tartalmazó mintát használtunk fel, amely egyenlő arányban tartalmazott fizetőképes és fizetésektelen megfigyeléseket. Elemzésünkhöz a gyakorlati hitelkockázati modellezésben elterjedt logisztikus regresszió módszerét alkalmaztuk. A mintaspecifikus eredmények és következtetések elkerülése érdekében a tízszeres keresztvalidáció eljárást használtuk. Az empirikus vizsgálatok eredményei megerősítették előzetes várakozásainkat:

– a dinamikus pénzügyi mutatók a logisztikus regresszió keretei között is növelték a modellek találati arányát a pusztán statikus mutatókra épülő modellekhez képest;

– a dinamikus pénzügyi mutatókból képzett indikátorváltozók még a dinamikus mutatóknál is nagyobb mértékben növelték a kizárólag statikus pénzügyi mutatókat tartalmazó modellek előrejelző képességét. Érdekes eredmény, hogy a statikus mutatók elhagyásával, azaz pusztán a dinamikus mutatókból képzett indikátorváltozókra épített modellek előrejelző képessége alig maradt el annak teljesítményétől, amely statikus és indikátorváltozókat egyaránt tartalmazott.

Ugyan az eredmények ígéretesnek tűnnek, fel kell hívni a figyelmet a tanulmányban bemutatott elemzés korlátaira. Az első és legfontosabb, hogy számításainkat egy, a tevékenység, valamint méret tekintetében rendkívül heterogén adatbázison végeztük, amely jelentősen behatárolja a cikkben levont következtetések általánosíthatóságát. Az eredmények és következtetések robusztusságát további empirikus vizsgálatok hivatottak megerősíteni.

A statikus és dinamikus mutatókra épített modellek relatíve gyenge teljesítménye részben annak tulajdonítható, hogy esetükben a kiugró értékek kezelésére nem került sor, ami az alapstatisztikai mutatók alapján kimondottan indokolt lenne. Tekintettel azonban arra, hogy ilyen korrekció a dinamikus mutatók esetében sem történt, az eredmények empirikus bizonyítékkal szolgálnak arra, hogy a Nyitrai [2014a] által javasolt dinamikus és statikus mutatók együtt alkalmazása képesek növelni a csőd-előrejelző modellek előrejelző képességét. Az azokból képzett indikátorváltozók használatával kapott előrejelző teljesítmény azonban csak korlátozott mértékben vethető össze a statikus mutatókat (is) tartalmazó modellek eredményeivel, mivel az indikátorváltozók értékészlete predeterminált, így esetükben a kiugró értékek nem torzíthatják a linearitást feltételező modellek illeszkedését és teljesítményét. Tanulmányunkban nem tértünk ki a statikus mutatók kiugró értékeinek kezelési problémájára, azonban érdekes jövőbeli kutatási irány lehet a Kristóf–Virág [2012] által javasolt CHAID (chi-squared automatic interaction detector – khi-négyzet-alapú automatikus interakció-detektálás) kategorizálás alkalmazása a statikus és dinamikus mutatók vonatkozásában egyaránt.

Munkákban a csődelőrejelzés gyakorlati szempontjait előtérbe helyezve a logisztikus regresszió módszerét alkalmaztuk. Az eredmények arra utalnak, hogy a linearitást feltételező modellek tekintetében is javul a modellek előrejelző képessége a mutatók időbeli tendenciájának magyarázóváltozóként történő felhasználásakor. Kérdés azonban, hogy az adatbányászat és a mesterséges intelligencia eszköztárának alkalmazásakor is kimutatható-e a dinamikus mutatók használatának előnye. A választól függetlenül bízunk abban, hogy kutatási eredményeink a jövőben további ösztönzést adnak a dinamikus szemlélet elterjedésének a csődelőrejelzés tudományos kutatásában és gyakorlati alkalmazásában egyaránt.

## Függelék

### A vizsgált változók alapstatisztikai mutatói

Mutató neve	Csoport	Átlag	Szórás	Relatív szórás
Likviditási ráta	Működő	33,95	343,14	10,11
	Csődös	12,52	194,12	15,51
D_Likviditási ráta	Működő	2,25	17,55	7,79
	Csődös	14,03	273,20	19,48
I_Likviditási ráta*	Működő	0,07	0,65	8,81
	Csődös	-0,57	0,60	-1,06
Likviditási gyorsráta	Működő	32,94	343,05	10,41
	Csődös	12,13	194,05	16,00
D_Likviditási gyorsráta	Működő	2,63	20,30	7,71
	Csődös	1 323,27	34 174,49	25,83
I_Likviditási gyorsráta*	Működő	0,05	0,64	13,43
	Csődös	-0,46	0,62	-1,35
Pénzeszközök aránya*	Működő	0,30	0,31	1,05
	Csődös	0,16	0,27	1,73
D_Pénzeszközök aránya	Működő	0,04	13,94	338,61
	Csődös	0,55	2,09	3,83
I_Pénzeszközök aránya*	Működő	-0,08	0,59	-6,99
	Csődös	-0,24	0,66	-2,79
Cash flow/Kötelezettségek	Működő	4,27	122,49	28,69
	Csődös	3,57	113,09	31,71
D_Cash flow/Kötelezettségek*	Működő	0,60	18,23	30,29
	Csődös	-2,12	14,77	-6,98
I_Cash flow/Kötelezettségek*	Működő	-0,07	0,61	-8,39
	Csődös	-0,47	0,58	-1,23
Cash flow/Rövid lejáratú kötelezettségek	Működő	4,17	122,64	29,41
	Csődös	3,27	113,18	34,61
D_Cash flow/Rövid lejáratú kötelezettségek*	Működő	0,69	14,50	21,11
	Csődös	-1,63	6,70	-4,12
I_Cash flow/Rövid lejáratú kötelezettségek*	Működő	-0,08	0,60	-7,40
	Csődös	-0,48	0,59	-1,22
Tőkeellátottság	Működő	2,13	20,42	9,57
	Csődös	-3,68	111,05	-30,20
D_Tőkeellátottság	Működő	2,41	37,03	15,37
	Csődös	-1,24	31,77	-25,66
I_Tőkeellátottság*	Működő	-0,06	0,64	-10,56
	Csődös	-0,18	0,72	-4,08

(A táblázat folytatása a következő oldalon.)

(Folytatás.)

Mutató neve	Csoport	Átlag	Szórás	Relatív szórás
Eszközforgás	Működő	3,95	26,47	6,70
	Csődös	243,64	5138,20	21,09
D_Eszközforgás	Működő	1,11	7,91	7,12
	Csődös	87,09	1697,33	19,49
I_Eszközforgás*	Működő	-0,10	0,64	-6,29
	Csődös	-0,25	0,78	-3,12
Készletforgás*	Működő	89 894,38	728 740,33	8,11
	Csődös	25 199,28	146 081,91	5,80
D_Készletforgás	Működő	374,46	5 298,29	14,15
	Csődös	581,45	4 878,64	8,39
I_Készletforgás	Működő	-0,04	0,64	-18,06
	Csődös	0,01	0,78	87,87
Vevőforgás*	Működő	79,01	1 014,89	12,85
	Csődös	1 639,20	14 958,83	9,13
D_Vevőforgás	Működő	3 472,04	89 601,71	25,81
	Csődös	3 303,71	21 995,88	6,66
I_Vevőforgás*	Működő	0,21	0,63	3,06
	Csődös	0,32	0,72	2,24
Eladósodottság*	Működő	18,33	266,94	14,57
	Csődös	126,15	1 060,49	8,41
D_Eladósodottság*	Működő	3,49	51,57	14,77
	Csődös	143,96	1393,87	9,68
I_Eladósodottság*	Működő	0,03	0,66	21,20
	Csődös	0,67	0,57	0,86
Saját tőke aránya*	Működő	-21,22	336,89	-15,87
	Csődös	-125,53	1 060,55	-8,45
D_Saját tőke aránya*	Működő	-1,90	38,63	-20,31
	Csődös	-156,95	1 473,13	-9,39
I_Saját tőke aránya*	Működő	-0,04	0,67	-18,16
	Csődös	-0,68	0,57	-0,85
Bonitás	Működő	5,25	72,48	13,80
	Csődös	-3,86	109,80	-28,48
D_Bonitás	Működő	13,74	249,86	18,18
	Csődös	0,52	9,48	18,29
I_Bonitás*	Működő	-0,04	0,62	-16,18
	Csődös	-0,15	0,74	-4,85

(A táblázat folytatása a következő oldalon.)

(Folytatás.)

Mutató neve	Csoport	Átlag	Szórás	Relatív szórás
Árbevétel-arányos eredmény*	Működő	-237,29	6 047,08	-25,48
	Csődös	-1 014,59	7 969,51	-7,86
D_Árbevétel-arányos eredmény	Működő	-37,65	613,51	-16,29
	Csődös	-15 982,43	308 010,70	-19,27
I_Árbevétel-arányos eredmény*	Működő	-0,08	0,65	-8,18
	Csődös	-0,68	0,59	-0,86
Eszközarányos eredmény*	Működő	-4,28	73,61	-17,19
	Csődös	-117,24	1245,90	-10,63
D_Eszközarányos eredmény	Működő	-1,40	23,12	-16,47
	Csődös	-636,76	12 090,14	-18,99
I_Eszközarányos eredmény*	Működő	-0,14	0,60	-4,34
	Csődös	-0,62	0,57	-0,91
Követelések/Rövid lejáratú kötelezettségek*	Működő	20,14	233,05	11,57
	Csődös	1,29	15,04	11,67
D_Követelések/Rövid lejáratú kötelezettségek*	Működő	3,48	35,00	10,05
	Csődös	0,66	6,18	9,31
I_Követelések/Rövid lejáratú kötelezettségek*	Működő	0,08	0,61	7,28
	Csődös	-0,29	0,64	-2,21
Nettó forgótőke aránya*	Működő	-13,86	222,85	-16,08
	Csődös	-111,65	996,20	-8,92
D_Nettó forgótőke aránya*	Működő	-1,35	29,20	-21,60
	Csődös	-115,42	1 099,40	-9,53
I_Nettó forgótőke aránya*	Működő	-0,04	0,67	-18,95
	Csődös	-0,63	0,59	-0,94
Méret*	Működő	10,28	2,60	0,25
	Csődös	9,72	2,82	0,29
D_Méret*	Működő	0,45	1,19	2,65
	Csődös	-0,57	3,20	-5,59
I_Méret*	Működő	-0,01	0,69	-116,08
	Csődös	-0,39	0,66	-1,71
Kor*	Működő	10,15	2,74	0,27
	Csődös	8,15	2,16	0,27

\* 5 százalékos szinten szignifikáns eltérést mutatnak a csődös és működő vállalatok között.  
*Megjegyzés.* D – dinamikus pénzügyi mutató, I – indikátorváltozó.

## Irodalom

- ALTMAN, E. I. [1968]: Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance*. Vol. 23. No. 4. pp. 589–609. <http://dx.doi.org/0.1111/j.1540-6261.1968.tb00843.x>
- BEAVER, W. H. [1966]: Financial ratios as predictors of failure. *Journal of Accounting Research*. Vol. 4. pp. 71–111. <http://dx.doi.org/10.2307/2490171>
- BERG, D. [2007]: Bankruptcy prediction by generalized additive models. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*. Vol. 23. Issue 2. pp. 129–143. <http://dx.doi.org/10.1002/asmb.658>
- CHEN, J. H. [2012]: Developing SFNN models to predict financial distress of construction companies. *Expert Systems with Applications*. Vol. 39. Issue 1. pp. 823–827. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2011.07.080>
- CHEN, N. – RIBERIO, B. – VIEIRA, A. – CHEN, A. [2013]: Clustering and visualization of bankruptcy trajectory using self-organizing map. *Expert Systems with Applications*. Vol. 40. Issue 1. pp. 385–393. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2012.07.047>
- DU JARDIN, P. [2010]: Predicting bankruptcy using neural networks and other classification methods: The influence of variable selection techniques on model accuracy. *Neurocomputing*. Vol. 73. Issues 10–12. pp. 2047–2060. <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2009.11.034>
- EMEL, A. B. – ORAL, M. – REISMAN, A. – YOLALAN, R. [2003]: A credit scoring approach for the commercial banking sector. *Socio-Economic Planning Sciences*. Vol. 37. Issue 2. pp. 103–123. [http://dx.doi.org/10.1016/s0038-0121\(02\)00044-7](http://dx.doi.org/10.1016/s0038-0121(02)00044-7)
- KIM, M. J. – KANG, D. K. [2012]: Classifiers selection in ensembles using genetic algorithms for bankruptcy prediction. *Expert Systems with Applications*. Vol. 39. Issue 10. pp. 9308–9314. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2012.02.072>
- KRISTÓF, T. – VIRÁG, M. [2012]: Data reduction and univariate splitting – Do they together provide better corporate bankruptcy prediction? *Acta Oeconomica*. Vol. 62. No. 2. pp. 205–227. <http://dx.doi.org/10.1556/AOecon.62.2012.2.4>
- LEE, K. – BOOTH, D. – ALAM, P. [2005]: A comparison of supervised and unsupervised neural networks in predicting bankruptcy of Korean firms. *Expert Systems with Applications*. Vol. 29. Issue 1. pp. 1–16. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2005.01.004>
- LI, H. – SUN, J. [2011]: On performance of case-based reasoning in Chinese business failure prediction from sensitivity, specificity, positive and negative values. *Applied Soft Computing*. Vol. 11. Issue 1. pp. 460–467. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2009.12.005>
- LIN, F. – LIANG, D. – CHEN, E. [2011]: Financial ratio selection for business crisis prediction. *Expert Systems with Applications*. Vol. 38. Issues 12. pp. 15094–15102. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2011.05.035>
- NEVES, J. C. – VIEIRA, A. [2006]: Improving bankruptcy prediction with hidden layer learning vector quantization. *European Accounting Review*. Vol. 15. No. 2. pp. 253–271. <http://dx.doi.org/10.1080/09638180600555016>
- NIKILIS, D. – DOUMPOS, M. – ZOPOUNIDIS, C. [2014]: Combining market and accounting-based models for credit scoring using a classification scheme based on support vector machines. *Applied Mathematics and Computation*. Vol. 234. pp. 69–81. <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2014.02.028>

- NIKOLIC, N. – ZARKIC-JOKSIMOVIC, N. – STOJANOVSKI, D. – JOKSIMOVIC, I. [2013]: The application of brute force logistic regression to corporate credit scoring models: Evidence from Serbian financial statements. *Expert Systems with Applications*. Vol. 40. Issue. 15. pp. 5932–5944. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2013.05.022>
- NWOGUGU, M. [2006]: Decision-making, risk and corporate governance: New dynamic models/algorithms and optimization for bankruptcy decisions. *Applied Mathematics and Computation*. Vol. 179. Issue 1. pp. 386–401. <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2005.11.140>
- NWOGUGU, M. [2007]: Decision-making, risk and corporate governance: A critique of methodological issues in bankruptcy/recovery prediction models. *Applied Mathematics and Computation*. Vol. 185. Issue 1. pp. 178–196. <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2005.11.178>
- NYITRAI T. [2014a]: Növelhető-e a csőd-előrejelző modellek előre jelző képessége az új klasszifikációs módszerek alkalmazása nélkül? *Közgazdasági Szemle*. LXI. évf. 5. sz. 566–585 old.
- NYITRAI T. [2014b]: Validációs eljárások a csődelőrejelző modellek teljesítményének megítélésében. *Statisztikai Szemle*. 92. évf. 4. sz. 357–377. old.
- NYITRAI T. [2015]: Hazai vállalkozások csődjének előrejelzése a csődeseményt megelőző egy, két, illetve három évvel korábbi pénzügyi beszámolók adatai alapján. *Vezetéstudomány*. 46. évf. 5. sz. 55–65. old.
- ORESKI, S. – ORESKI, D. – ORESKI, G. [2012]: Hybrid system with genetic algorithm and artificial neural networks and its application to retail credit risk assessment. *Expert Systems with Applications*. Vol. 39. Issue 16. pp. 12605–12617. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2012.05.023>
- PLATT, H. D. – PLATT, M. B. [1990]: Development of a class of stable predictive variables: The case of bankruptcy prediction. *Journal of Business Finance & Accounting*. Vol. 17. No. 1. pp. 31–51. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1468-5957.1990.tb00548.x>
- PLATT, H. D. – PLATT, M. B. [2002]: Predicting corporate financial distress: Reflections on choice-based sample bias. *Journal of Economics and Finance*. Vol. 26. No. 2. pp. 184–199. <http://dx.doi.org/10.1007/bf02755985>
- RIBERIO, B. – SILVA, C. – CHEN, N. – VIEIRA, A. – DAS NEVES, J. C. [2012]: Enhanced default risk models with SVM+. *Expert Systems with Applications*. Vol. 39. Issue 11. pp. 10140–10152. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2012.02.142>
- SÁNCHEZ-LASHERAS, F. – DE ANDRÉS, J. – LORCA, P. – DE COS JUEZ, F. J. [2012]: A hybrid device for the solution of sampling bias problems in the forecasting of firms' bankruptcy. *Expert Systems with Applications*. Vol. 39. Issue 8. pp. 7512–7523. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2012.01.135>
- SUN, L. [2007]: A re-evaluation of auditors' opinions versus statistical models in bankruptcy prediction. *Review of Quantitative Finance and Accounting*. Vol. 28. Issue 1. pp. 55–78. <http://dx.doi.org/10.1007/s11156-006-0003-x>
- TSAI, C. F. – CHENG, K. C. [2012]: Simple instance selection for bankruptcy prediction. *Knowledge-Based Systems*. Vol. 27. pp. 333–342. <http://dx.doi.org/10.1016/j.knosys.2011.09.017>
- TWALA, B. [2010]: Multiple classifier application to credit risk assessment. *Expert Systems with Applications*. Vol. 37. Issue 4. pp. 3326–3336. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2009.10.018>
- VIRÁG M. – KRISTÓF T. – FIÁTH A. – VARSÁNYI J. [2013]: *Pénzügyi elemzés, csődelőrejelzés, válságkezelés*. Kossuth Kiadó. Budapest.
- VIRÁG M. – NYITRAI T. [2015]: Csődelőrejelző modellek dinamizálása – a szakértői tudás megjelenítése a csődelőrejelzésben. Vezetés és szervezet társadalmi kontextusban. In: *Bakacsi*

Gy. – Balaton K. (szerk.): *Tanulmányok Dobák Miklós 60. születésnapja tiszteletére*. Akadémiai Kiadó. Budapest. 284–304. old.

ZHOU, L. – LAI, K. K. – YEN, J. [2012]: Empirical models based on features ranking techniques for corporate financial distress prediction. *Computers and Mathematics with Applications*. Vol. 64. Issue 8. pp. 2484–2496. <http://dx.doi.org/10.1016/j.camwa.2012.06.003>

ZHOU, L. [2013]: Performance of corporate bankruptcy prediction models on imbalanced dataset: The effect of sampling methods. *Knowledge-Based Systems*. Vol. 41. pp. 16–25. <http://dx.doi.org/10.1016/j.knsys.2012.12.007>

## Summary

Application of financial ratios calculated on the basis of accounting data is a common practice in predicting future solvency of firms. Another common characteristic of the international and Hungarian literature is the fact that these measures are calculated only from data of the most recent business year. The models built on these variables, however, are static in nature which don't take into account the continuous characteristic of the management of enterprises. To fill this gap, Nyitrai [2014a] has made an attempt by means of dynamic variables calculated from the time series of static financial ratios, where the effectiveness of the proposed variables was examined only in the case of decision trees. The authors of this study present the performance of dynamic variables within the framework of logistic regression which is a widespread methodology in the practice of credit scoring modelling. Moreover, they try to improve the concept proposed by Nyitrai [2014a] for relaxing the static nature of bankruptcy models in order to enhance their predictive power.