

## A TENSION STIFFENING ÚJSZERŰ FIGYELEMBEVÉTELE VASBETON TARTÓK ALAKVÁLTOZÁSAIBAN\*

VISNOVITZ GYÖRGY\*\* – HAMZA ISTVÁN\*\*\*

Berepedt vasbeton tartók alakváltozásaiban a húzott betonöv merevítő hatása (Tension Stiffening Effect, TSE) a hagyományos módszereken túl a betonacél repedések közötti átlagos megrövidüléséből ( $\Delta\varepsilon_{sm}$ ) kiindulva is számításba vehető. A megrövidülés értékéből olyan, az acélok vonalában ható fiktív segéderő határozható meg, amely a tényleges terhekhez hozzáadva egyenértékűen helyettesíti a tension stiffening hatását.  $\Delta\varepsilon_{sm}$  számítását az EC2 legújabb, 2002. évi tervezetében megjelent újszerű, a repedéstágasságok számítására kidolgozott összefüggésre alapozzuk, amely a teljes keresztmetszet helyett a hatásos húzott betonöv adatait használja. Ezzel a módszerrel a fiktív segéderő közvetlenül a hatásos húzott betonöv repesztő erejéből származtatható. A javasolt eljárás különösen nyomott, rugalmas, berepedt keresztmetszet vizsgálatára vezet, amelynek kezelésére a tanulmány egy egyszerű, kézzel is követhető módszert mutat be. Az újszerű eljárásból kiindulva a TSE előfeszítés jellegű hatásként jelenik meg. Végezetül kitérünk a részleges visszatérhelés kedvezőtlen, a TSE leépülését eredményező következményeinek számításba vételére is, és ehhez kapcsolódva bevezetjük a „Tension softening” fogalmát.

**Kulcsszavak:** vasbeton, Tension Stiffening, különleges nyomás, fiktív segéderő, használati határ-állapot, Tension Softening

### BEVEZETÉS

Murasov (1950)<sup>1</sup>, Johnson (1951), illetve Watstein és Mathey (1959) már mintegy fél évszázada felismerték, hogy vasbeton szerkezetek húzott övében a repedések közötti tapadás révén húzóerő adódik át a betonra. Ez az erő részben tehermen-

\* A tanulmány az OTKA támogatásával készült a T 0239271 téma keretében.

\*\*Egyetemi docens. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építésmérnöki Kar, Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék. 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. Fax: 463-1773; e-mail: visno.silver.szt.bme.hu

\*\*\* Egyetemi adjunktus. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építésmérnöki Kar, Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék. 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. Fax: 463-1773.

<sup>1</sup> Murasov elmélete, amely a későbbi magyar szabályozás alapjául is szolgált, már 1956-tól olvasható magyarul (Szahnovszkij, 1956).

tesíti a betonacélt, és csökkenti annak átlagos megnyúlását. A jelenség mind az alakváltozások, mind a repedéstágasságok korlátozása szempontjából kedvező, ezért figyelembevétele már egyszerűbb számításokban is indokolt. A nehezen lefordítható nevű Tension Stiffening Effect (TSE, húzási merevítő hatás), vagyis a berepedt húzott öv merevítő hatása többféleképpen is értelmezhető: lehet a bebetonozott acélbetét húzási merevségének növekedése a csupasz acélbetétéhez képest, de beszélhetünk a vasbeton rúdkeresztmetszet, vagy akár az egész rúd átlagos húzási/hajlítási merevségének változásáról is. A többféle értelmezés eltérő számítási módszereket is takar.

A tension stiffening jelenségét már sokan vizsgálták, figyelembevételének módjait ajánlásokba, szabályzatokba foglalták, a kérdés mégsem tekinthető lezártnak. Csak néhány elgondolkodtató ténytet említünk:

- a TSE számításba vételére vonatkozó előírások gyakori változása;<sup>2</sup>
- jelentős eltérések a különböző nemzetközi ajánlások és szabványelőírások között;
- a jelenség mérnöki megítélését megnehezítő irracionális mennyiségek a képletekben (akár kétszeresére növekedő acél rugalmassági modulus, a húzószilárdság többszörösét kitevő fiktív húzófeszültség a betonban);
- kényeszerű korlátok a képletekből adódó irreális értékek elkerülésére;
- korlátozott érvényesség „túlnyomóan hajlítással terhelt tartók” esetére...<sup>3</sup>

Célunk olyan áttekinthető, az eddig elfogadott általános alapfeltevésekre és az Eurocode 2 legújabb tervezetében (prEN, 2002) szereplő újszerű összefüggésekre támaszkodó, kézi jellegű eljárás<sup>4</sup> megfogalmazása, amely a külpontos terhelést alapesetnek, és nem bizonytalanságot okozó tényezőnek tekinti. Egy ilyen eljárás egyaránt érvényes lehet „túlnyomóan” és nem túlnyomóan hajlított, feszített és részlegesen feszített tartókra, miközben határesetként a hajlítás klasszikus esetét is kezelni tudja.

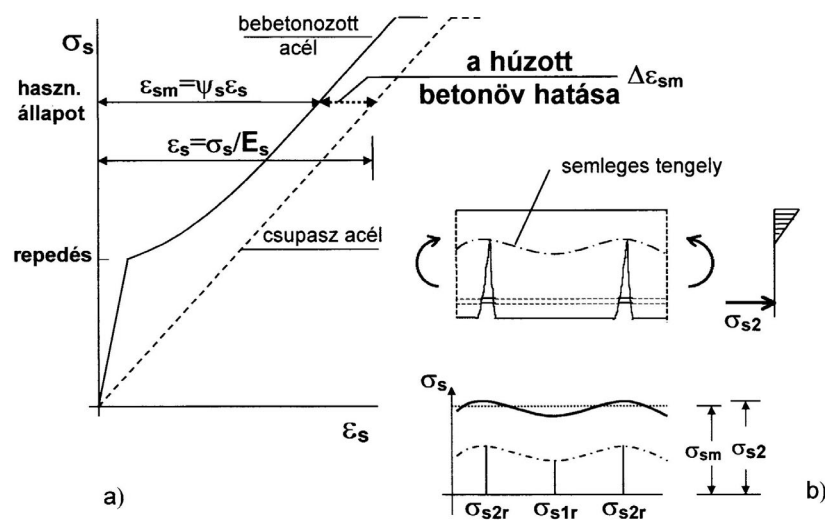
<sup>2</sup> Lásd pl. az MSZ 15022/1-72, az MSZ 15022/1-86 és az MSZ ENV 1992-1-1:1998 közötti különbségeket.

<sup>3</sup> Legutoljára a prEN 1992-1-1 7.4.3 alpontjában: „...for members subjected mainly to flexure”.

<sup>4</sup> A kézi eljárást úgy értjük, hogy egyszerűbb keresztmetszetek esetén a számítás nem túl sok, számológéppel is követhető lépésből áll, ami nem zárja ki az algoritmus számítógépre vitelét. Ebben a témakörben a statikus szoftverek többsége sem lép túl az EC2 képletein.

## 1. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

A jelenség lényegét először hajlított rúdon mutatjuk be (1. ábra). A repedések megjelenését követően a repedés keresztmetszetében fellépő acélfeszültség nagyobb, mint a két repedés közötti átlagos feszültség (1/b ábra). Az eltérést a beton és az acél közötti kapcsolati feszültségek okozzák. A feszültségek alakulását bemutató 1/a ábrából kiolvasható a TSE hagyományos értelmezése, amely a húzott öv acélbetétjének átlagos nyúlását a csupasz acél nyúlásából származtatja egy, az igénybevétel nagyságától függő  $\psi_s$  csökkentő szorzó segítségével. Ez a módszer a húzott betonacél rugalmassági modulusának transzformálásával egyenértékű, így tetszőleges alakú és igénybevételű keresztmetszet esetén alkalmazható. Csak a  $\psi_s$  szorzótényezőt kell meghatározni. De ez okozza a nehézséget.



1. ábra. A tension stiffening fogalma

A TSE pontos elméleti leírása még a legegyszerűbb, központosan húzott rúd esetében is nehéz, mivel egyszerre kell tekintettel lenni a beton és a betonacél közötti tapadó kapcsolat bonyolult, időben is változó sajátosságaira és a repedésképződés folyamatának sztochasztikus, véletlenszerű jellegére. A keresett  $\psi_s$  szorzótényező függ az igénybevétel (pontosabban az aktuális acélfeszültség) nagyságától, és a függés nem lineáris. A repedezettség miatt a keresztmetszetek alakváltozási tulajdonságai a tartó hossza mentén még állandó igénybevétel esetén is pontról pontra változnak, a sík keresztmetszetek törvénye csak egyes kitüntetett ke-

resztmetszetekben marad érvényes. Ahhoz, hogy az alakváltozás-számítás viszonylag egyszerűen elvégezhető legyen, a repedések közötti szakaszt egy átlagos merevséggel/görbülettel célszerű jellemezni. A mérnöki gyakorlatban használhatónak bizonyult módszerek általában ezt az utat járják.

Az 1. táblázatban a hazai és nemzetközi szakirodalomban található lényeges szabvány-előírásokat és ajánlásokat foglaltuk össze. Látható, hogy az összefüggések hasonló elvi alapra nyúlnak vissza, sőt a szovjet előírás kivételével felépítésük is azonos. Az átlagos acélnyúlás ( $\varepsilon_{sm}$ ) meghatározását illetően érdekes megfigyelést tehetünk. Bár az  $\varepsilon_{sm} = \psi_s \varepsilon_s$  képlet forma szerint multiplikatív, a  $\psi_s$  tényező belső felépítése miatt valójában tisztán additív, hiszen az 1. ábrán is jól követhető módon a „csupasz”-nak tekintett acél  $\varepsilon_s$  nyúlásából vonjuk le a TSE hatására keletkezett átlagos nyúlásváltozást ( $\Delta\varepsilon_{sm}$ ). A képletek csak ennek a változásnak a meghatározásában térnek el – sokszor elviekben is – egymástól.

A szabványok és ajánlások alapvetően három eljárást támogatnak:

- a) A bebetonozott húzott acélbetét merevségének megemlése az acél rugalmassági modulusának fiktív növelésével:  $E_{sh} = Es/\psi_s$  ( $\psi_s \leq 1$ ). Ezt a módszert az összes idézett előírás lehetővé teszi  $\psi_s$  (az EC2-ben jele  $\zeta$ ) számítás-módjának megadásával.
- b) Átlagos nyúlás vagy görbület értelmezése a repedésmentes és a berepedt keresztmetszet jellemzőinek ( $\alpha_1$  és  $\alpha_{II}$ ) súlyozott átlagaként (MC90, MSZ ENV, prEN)

$$\alpha = \zeta\alpha_{II} + (1-\zeta)\alpha_1$$

Ezt az eljárást az EC2 csak a nagyrészt hajlításra igénybevett tartók esetében javasolja.

- c) A berepedt keresztmetszeten meghatározott nyúlás/görbület additív korrekciója a TSE következtében fellépő acélnyúlás-változás alapján (SzNiP, Walraven, 1999a):

$$\Delta\varepsilon_{sm} = \Delta\varepsilon_{ts}, \text{ illetve}$$

$$\Delta\kappa = \Delta\varepsilon_{ts}/d \text{ (} d \text{ a keresztmetszet hasznos magassága).}^5$$

A továbbiakban egy olyan negyedik lehetőséget mutatunk be, amely a TSE szerepét egy fiktív segéderővel, előfeszítés jellegű hatásként veszi figyelembe.

<sup>5</sup> Ez a közelítés csak hajlításra igénybevétel esetén ad megfelelő pontosságú eredményt, bár Walraven (1999a) szerint külpontos nyomásnál is használható.

**I. táblázat.** A tension stiffeningre vonatkozó előírások és ajánlások

| Előírás, szabvány                      | összefüggés $\psi_s$ -re  | bordázat szerepe  | teher tartóssága   | gyakran ism. teher                 | külp. igénybevétel/ előfeszítés                                     |
|--|---|---|--|------------------------------------|---|
| MSZ 15022/1-71                         | $1 - \frac{1}{2} \frac{g}{g+p} \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}$              | –   | g: áll. teher<br>p: esetl. teher                                 | –                                  | –   |
| SzNiP 2.03.01-84                       | $0,5 + \beta \cdot \frac{M_{sr}}{M_{sr,d}}$                               | rövid id. teher:<br>bordás: $\beta = 0,6$<br>sima: $\beta = 0,7$<br>tartós teher: – | rövid idejű:<br>$\beta = 0,6-0,7$<br>tartós: $\beta = 0,8$       | –                                  | más jellegű, bonyolult tapasztalati képlet                          |
| MSZ 15022/1-86                         | $1 - \frac{\alpha}{3} \frac{f_{ct,d}}{\sigma_{bt}} \leq 0,5$              | bordás: $\alpha = 2,0$<br>sima: $\alpha = 1,0$                                      | –  | $\psi_s = 1,0$<br>( $\alpha = 0$ ) | változtatás nélkül érvényes (!)                                     |
| MC90, EC2, MSZ ENV (1998)              | $1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2$ | bordás: $\beta_1 = 1,0$<br>sima: $\beta_1 = 0,5$                                    | egyszeri rövid idejű: $\beta_2 = 1,0$<br>tartós: $\beta_2 = 0,5$ | $\beta_2 = 0,5$                    | előfeszítésnél az acélfeszültségek $\sigma_{pc}$ -lal csökkentendők |
| prEN(2002) alakváltozás-számításnál    | $1 - \beta \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2$           | –   | egyszeri rövid idejű: $\beta = 1,0$<br>tartós: $\beta = 0,5$     | $\beta = 0,5$                      | előfeszítésnél az acélfeszültségek $\sigma_{pc}$ -lal csökkentendők |
| prEN(2002) repedéstágasság számításnál | $1 - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})$     | –   | rövid idejű :<br>$k_t = 0,6$<br>tartós: $k_t = 0,4$              | –                                  | változtatás nélkül érvényes   |

Az összehasonlíthatóság érdekében a jelölések egy részét az MSZ ENV jelöléseikhez igazítottuk.

$\sigma_s$  : az acélban ébredő húzófeszültség a berepedt keresztmetszeten számolva

$\sigma_{sr}$  : a repesztő igénybevételből az acélban ébredő húzófeszültség a berepedt keresztmetszeten számolva

$M_{sr,d}$  : a rugalmas alapon számítható határnyomaték

$\sigma_{bt}$  : a beton húzott szélső szálában számított fiktív betonfeszültség I. fesz. állapot szerint számítva

$\rho_{p,eff}$  : lásd a 2.2 szakaszt.

## 2. A JAVASOLT ELJÁRÁS ELMÉLETI ALAPJAI

### 2.1. ALAPFELTEVÉSEK, JELÖLÉSEK

Vizsgálataink célja egyenes tengelyű, axiálisan terhelt és ismert igénybevételű<sup>6</sup> vasbeton tartók átlagos görbületeinek meghatározása rugalmas, berepedt állapotban.<sup>7</sup> Kiinduló feltevéseink:

- a keresztmetszet a vizsgált tartószakaszon állandó, egyszeresen szimmetrikus, az igénybevételek a szimmetriásíokban hatnak;
- mind a beton, mind a betonacél rugalmas állapotban van, követi a Hooke-törvényt;
- a számításban vizsgált berepedt keresztmetszeteken érvényes a sík keresztmetszetek törvénye (Bernoulli–Navier-hipotézis);
- a beton húzószilárdságát csak két repedés között, a beton és az acél együttműködésénél vesszük figyelembe;
- a nyomott beton lineárisnak feltételezett kúszása az alakváltozási tényezőben jelenik meg;
- a beton és a betonacél együttműködését leíró idealizált tapadófeszültség – megcsúszás függvényben ( $\tau_b$ - $s$  diagram)  $\tau_b$  értéke közelítésként konstans (Balázs, 1997).

Egyéb vonatkozásokban a prEN(2002) 7.3 fejezetének a repedéstágasságok számításánál alkalmazott alapfeltevéseit követjük. A szakkifejezéseket, betűjeleket, indexeket az Eurocode 2 (EC2, MSZ ENV), az azt legújabban módosító prEN-1992-1-1 (prEN), valamint a csatlakozó Nemzeti Alkalmazási Dokumentum (NAD, 1999) ajánlásaihoz igazodva használjuk. A fontosabb jelöléseket a tanulmány végén külön is összefoglaltuk.

### 2.2. A $\Delta\varepsilon_{sm}$ ÁTLAGOS ACÉLRÖVIDÜLÉS SZÁMÍTÁSA

A berepedt állapothoz tartozó átlagos acélnyúlás nemcsak az alakváltozások, hanem a repedéstágasság számításában is meghatározó szerepet játszik. Mint az 1. táblázat utolsó két sorában látható, az EC2 új tervezete (prEN, 2002) az átlagos acélnyúlás számítására kétféle módot is ajánl. Az alakváltozási fejezetben a CEB-

<sup>6</sup> Míg statikailag határozott tartóknál az igénybevétel egyértelmű, statikailag határozatlan esetben a berepedt keresztmetszetek merevségi viszonyai visszahatnak az igénybevételekre. Erre nézve lásd Deák (2003).

<sup>7</sup> Tehát a tartó alakváltozása, amely a görbület(ek)ből kiindulva határozható meg, nem tárgya e tanulmánynak.

FIP Model Code-ig (MC90) visszanyúló, hagyományosnak mondható összefüggés szerepel, míg a repedéstágasságok számításában egy olyan új képlet jelenik meg, amely a két repedés közötti húzott beton hatását a teljes keresztmetszet helyett egy hatásos húzott betonöv és az arra értelmezett hatásos húzott vashányad segítségével veszi figyelembe. Kimondatlanul bár, de a  $\Delta\varepsilon_{sm}$  átlagos acélrövidülés számítására, vagyis a TSE okozta acél alakváltozásra kaptunk egy újszerű összefüggést:

$$\Delta\varepsilon_{sm} = k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff} E_s} (1 + \alpha_1 \rho_{p,eff}).$$

Itt:  $k_t$  a teher tartósságát figyelembe vevő szorzó<sup>8</sup>  
 $\phi_{ct,eff}$  a beton húzószilárdságának várható értéke a repedések keletkezésakor ( $= \phi_{ctm}$ )  
 $\rho_{p,eff} = (A_s + \xi_1^2 A_p) / A_{c,eff}$  hatásos húzott vashányad  
 $\alpha_e = E_s / E_c$   
 $\xi_1$  az eltérő tapadást és acélátmérőket figyelembe vevő tényező.

Amennyiben a keresztmetszetben nincs feszítőbetét, vagy a kétféle betonacél eltérő tapadási tulajdonságának hatásától eltekintünk, az összefüggés még egyszerűbbé válik:

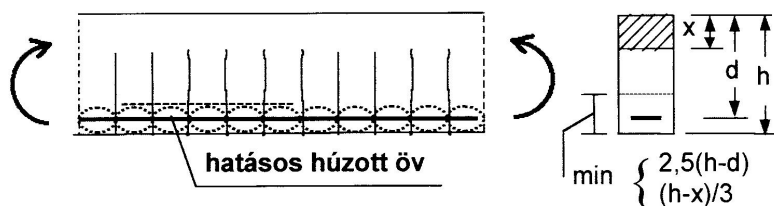
$$\Delta\varepsilon_{sm} = k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} E_s},$$

ahol  $\rho_{eff} = A_s / A_{c,eff}$  a hatásos húzott vashányad.

### 2.3. A HATÁSOS HÚZOTT ÖV MEGHATÁROZÁSA

Bár az EC2 majd a prEN is minden paramétert igyekszik megadni a fenti összefüggés szerinti számításhoz, mégis szükségesnek érezzük a módszer rövid bemutatását. A bebetonozott húzott acél köré egy olyan együttdolgozó betonkeresztmetszetet értelmezünk, amelyben a beton és az acél közötti kapcsolat hatása egyenletesen megoszló betonfeszültségekkel vehető figyelembe (2. ábra). Első közelítés-

<sup>8</sup> Valójában  $k_t$  értéke beépített konstansként két további, a  $\Delta\varepsilon_{sm}$  értékét befolyásoló tényezőt is figyelembe vesz, nevezetesen a betonacél bordás felületét és a  $\tau_b-s$  függvény pontosabb modelljét. Ennek bemutatása túlnövi e tanulmány kereteit.



2. ábra. A hatásos húzott öv értelmezése az EC2 szerint

ként ez az a legnagyobb betonfelület, amelynek súlypontja azonos a húzott acélok súlypontjával. Véges elemes számítások szerint a hatásos húzott betonfelület magassága további 25%-kal növelhető ( $h-d$  szorzója 2,5). Ezt az értéket felülről korlátozza a berepedt húzott öv magassága. A határ  $(h-x)/3$ , ahol  $x$  a nyomott öv magassága a repedés keresztmetszetében. Tapasztalataink szerint ez igen kemény korlát, sokszor válik mértékadóvá még nagy szerkezeti magasságú elemeknél is.

Emiatt az eljárás már *hajlított keresztmetszet* esetén sem mellőzheti a repedés keresztmetszetének II. feszültségi állapot szerinti vizsgálatát, de a nyomott öv magasságát elég egyszer, akár csak közelítőleg kiszámítani. A hatásos húzott öv nagysága, a benne levő húzott vasak mennyisége és ezzel a hatásos húzott vashányad ugyanis minden teher szinten azonos.

A módszer *külpontos igénybevétel* esetén is alkalmazható, hiszen a központos igénybevételű rúdként modellezett hatásos húzott öv szempontjából mindegy, hogy az milyen igénybevétel hatására keletkezett.<sup>9</sup> Külpontos igénybevételű, rugalmas, berepedt keresztmetszet nyomott övének magassága viszont már függ az igénybevétel mértékétől, ráadásul a repesztő igénybevételhez közeli teher szinteken a berepedt zóna magassága kicsi. Ezért a  $(h-x)/3$  magassági korlát még fontosabbá válik, ahol  $x$  értékét az aktuális  $M-N$  igénybevétel-párból kell meghatározni (lásd 4.2. szakasz).

#### 2.4. A REPEDÉSTÁVOLSÁGOK SZÓRÓDÁSÁNAK FIGYELEMBEVÉTELE

A prEN előző szakaszban bemutatott összefüggését maximális repedéstávolság feltételezésével vezették le, mert célja a maximális repedéstávolság meghatározá-

<sup>9</sup> Az MSZ ENV 1992-1-1 összefüggései még csak „túlnyomóan hajlítással vagy húzással igénybevett elemek”-re vonatkoznak, de a hatásos húzott betonöv nagyságát már feszített elemekre is megadják (4.4.2.4 pont). A prEN 1991-1-1 nemcsak a fenti megszorítást hagyja el, de a hatásos húzott betonkeresztmetszet segítségével számítandó hatékony vashányadot már vegyes vasalás esetére is értelmezi (7.3.4 pont).



sa volt. A repedések távolsága azonban még állandó keresztmetszet és igénybevétel esetén is jelentősen szóródik. A maximálisnál kisebb átlagos repedéstávolság kisebb átlagos acélnyúlást is eredményez. A repedésképződési folyamat végére kialakult repedések átlagos ( $s_{rm}$ ), maximális ( $s_{r,max}$ ), illetve minimális ( $s_{r,min} = s_{r,max}/2$ ) távolsága elméleti számításokkal (pl. Monte Carlo módszerrel, Hamza, 1997.) és kísérleti eredményekből is meghatározható. A jelenség összetett volta ellenére a szakirodalomban található adatok meglehetősen egységesek (2. táblázat):

**2. táblázat.** A repedéstágasság átlagértékének, minimumának és maximumának arányára vonatkozó szakirodalmi adatok

|                  | számított rep. távolság | átlagos rep. távolság | átlagos rep. távolság $s_{r,max}$ függvényében | Megjegyzés  |
|------------------|-------------------------|-----------------------|--|---|
| MC90             | $s_{r,min}$             | $4/3 s_{r,min}$       | $0,67 s_{r,max}$                               | –   |
| EC2 MSZ ENV      | $s_{rm}$                | ugyanaz               | $0,85 s_{r,max} = 1,7 s_{r,min}$               | az acél átlagnyúlása szóródásmentes <sup>10</sup> |
| prEN             | $s_{r,max}$             | nincs adat            | nincs adat                                     | <sup>11</sup>                                     |
| Walraven (1999a) | $s_{r,max}$             | $1,5 s_{r,min}$       | $0,75 s_{r,max}$                               | –   |
| Hamza (1997)     | $s_{r,max}$             | $2/3 s_{r,max}$       | $0,67 s_{r,max}$ <sup>12</sup>                 | Monte Carlo módszerrel                            |

Egyes ajánlások azt is figyelembe veszik, hogy a repedés környékén a beton és az acél között erős a kilazulás. Így a tényleges repedéstávolságok mindig nagyobbak az erőátadási hosszakból számíthatónál, de az eltérés nem nagy. A TSE szempontjából a  $0,67-0,75 s_{r,max}$  közötti értékek bármelyike elfogadható.<sup>13</sup> Javaslatunk szerint  $s_{rm} = 0,7 s_{r,max}$ , ezt Walraven reprezentatív egységnek nevezi. Mivel lineáris acélfeszültség-változás esetén az acélnyúlások a feszültségekkel arányosan változnak, a repedéstávolságok szóródása miatt :

$$\Delta \varepsilon_{sm,red} = 0,7 \Delta \varepsilon_{sm}.$$

<sup>10</sup> Az EC2 valójában a repedéstágasság átlagos értékét számítja, és ennek 1,7-szerese a karakterisztikus érték.

<sup>11</sup> Az EC2-t továbbfejlesztő prEN a repedéstágasság karakterisztikus értékét számítja az átlagos acélnyúlás és  $s_{r,max}$  segítségével, az átlagos repedéstávolságra nem ad információt.

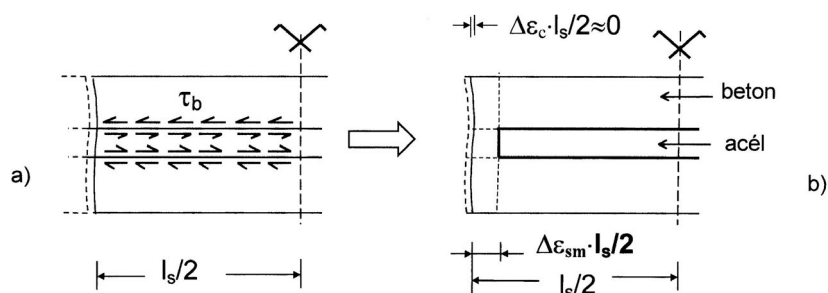
<sup>12</sup> Érdekességként megmutatjuk, hogy a  $2/3 s_{r,max}$  átlagérték speciális elméleti határesetként is megjelenik. Tétélezzük fel, hogy a tartó hossza mentén először csak maximális repedéstávolságok keletkeznek, majd a repedéstávolság még feleződhet, ha a felezőpontban a beton húzószilárdsága az átlagnál kisebb. A feleződés valószínűsége 50%, így egy maximális repedéstávolsághoz két fele akkora minimális távolság fog tartozni.

<sup>13</sup> Mértékadó alakváltozásoknál a kisebbik, repedéstágasságoknál a nagyobbik érték közelít a biztonság javára.

### 2.5. A REPEDÉSEK KÖZÖTTI TARTÓSZAKASZ IDEALIZÁLT MODELLJE ÉS AZ ELJÁRÁS ALAPGONDOLATA

A továbbiakban használjuk azt az idealizált modellt, amelyben a tényleges repedezettség helyett (4/a ábra) a teljes berepedt tartószakasz egymást végtelenül sűrűn követő berepedt keresztmetszetekből áll, amint az a 4/b ábrán látható. A jelenlegi magyar szabvány szellemét követve a tényleges repedés keresztmetszetét vesszük a számítás alapjául (Deák, 1972). Ha nincs TSE, vagy elhanyagoljuk, ez a keresztmetszet jól reprezentálja a két szomszédos repedés közötti szakaszt is.

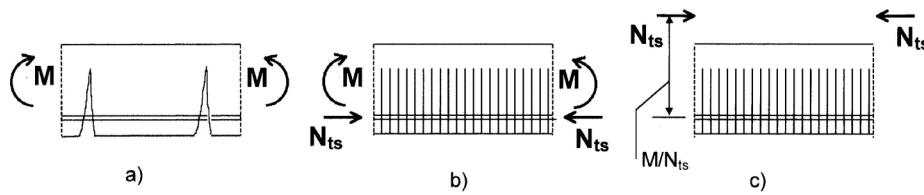
Gondolatban különítsük el a beton és a betonacél közötti kapcsolati feszültségeket az igénybevételek egyéb hatásaitól (3/a ábra), és vizsgáljuk hatásukat önmagukban. A két repedés közötti tartódarab egyensúlyi feltételei ekkor is teljesülnek. Most a kapcsolati feszültségeket működtessük külön a betonra és a betonacélra. Ez esetben a beton megnyúlása, illetve a betonacél  $\Delta\varepsilon_{sm}$  megrövidülése a repedés keresztmetszetében diszkontinuitást okoz (3/b ábra). A betonkeresztmetszet nagyságával arányos, általában kicsi betonnyúlást elhanyagolhatjuk, mivel a továbbiakban igénybevételt nem okoz (ez a alakváltozás a két repedés között szabadon lejátszódhat). A fenti lépésekkel létrehozott állapot más „ismerős”: tökéletesen analóg azzal, mintha az acél lehűlés miatt megrövidült, avagy „zsugorodott” volna.



3. ábra. Az eljárás alap gondolata

E jelenség kezelési módja már ismert a szakirodalomból. Egyensúlyi erőrendszer hozzáadásával a diszkontinuitást megszüntető acélnyúlást kell létrehozni, amely egyfelől az acélban egy  $\sigma_{p,ts}$  húzófeszültséget okoz, másfelől a vizsgált keresztmetszeten egy kiegészítő, fiktív  $N_{ts}$  nyomóerőként jelenik meg az acélok vonalában, ahol

$$N_{ts} = \Delta\varepsilon_{sm,red} E_s A_s = -\sigma_{p,ts} A_s.$$



4. ábra. A TSE figyelembevétele fiktív helyettesítő erővel  
a) tényleges állapot, b) helyettesítő állapot sűrű repedésekkel, c) számítási modell

Tehát a tension stiffening egy fiktív  $N_{ts}$  erőből származtatott  $\sigma_{p,ts}$  értékű előfeszítésként is felfogható, amely csak a repedések kialakulását követően, és kizárólag a berepedt húzott öv acéljaiban hat (4. ábra)!

### 3. A TENSION STIFFENING MINT FIKTÍV ELŐFESZÜLTSG

Mielőtt eljárásunkat tovább taglalnánk, érdemes egy közbevetett elemzést végezni arról, hogy a TSE milyen nagyságrendű  $\sigma_{p,ts}$  fiktív előfeszítéssel egyenértékű. Az elemzést a 2. fejezetben értelmeztük.

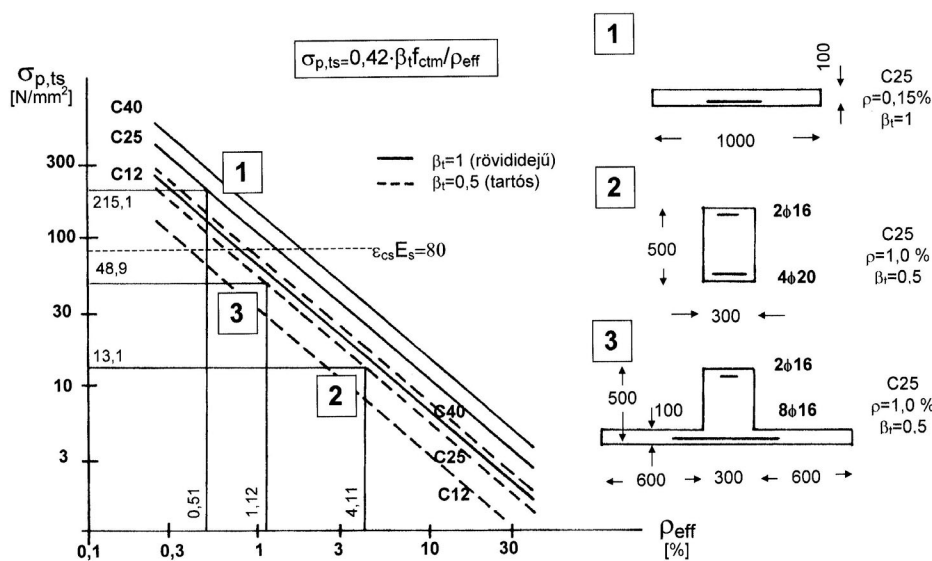
$$\sigma_{p,ts} = \Delta \varepsilon_{sm,red} \cdot E_s = 0,7 \cdot k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}}$$

összefüggés alapján végezzük (5. ábra).

Az  $x$  tengelyen a  $\rho_{eff}$  hatékony húzott vashányad szerepel, további változók a beton minősége (C12, C25, C40), az acélfelület kialakítása (sima, bordázott) és a terhelés rövididejű vagy tartós jellege. Mindkét tengelyen logaritmikus léptéket alkalmazva az egyébként hiperbolikus  $\rho_{eff} - \sigma_{p,ts}$  függvények párhuzamos egyenesekké válnak. A függvényértékek hatalmas terjedelme ellenére minden értéknek van realitása. Központos húzás esetén  $\rho_{eff}$  csak kb. 0,15–4,0% lehet, de az eljárást hajlított tartók hatásos húzott övére is kiterjesztve a vashányad akár a teljes felületre értelmezett érték 10-szeresére is nőhet.

A nagyságrend érzékeltetésére három jellegzetesen eltérő keresztmetszetre kiszámítottuk a TSE előfeszítésben mért hatását (mindhárom gerenda betonja C25, az acélminőség B500).

Az „1” jelű keresztmetszet 0,15%-os minimális vashányaddal készült 100 mm-es lemez, rövid idejű terheléssel. A TSE ebben az esetben igen jelentős, a B500-nak megfelelő B60.50-es acélminőségnél a határfeszültség feléig történő előfeszítéssel egyenértékű!



5. ábra. A tension stiffening mint hatásos előfeszítés

A „2” jelű keresztmetszet egy közepes méretű, kettős vasalással készült 300×500 mm-es gerenda, a mértékadó alakváltozások ellenőrzéséhez használandó kvázi állandó terhelés feltételezésével. Ebben az esetben (4% körüli effektív vashányadnál) a fiktív előfeszítés alig több, mint a határfeszítés 1/30 része.

A „3” jelű keresztmetszet csak annyiban különbözik az előzőtől, hogy a gerendához a húzott öv mindkét oldalán  $v = 100$  mm vastagságú és  $6v$  szélességű együtt-dolgozó lemez csatlakozik. A hatásos húzott öv magassága is közel ugyanakkora, de területe jóval nagyobb, így  $\rho_{eff}$  radikálisan lecsökken, és ezzel fordított arányban megnő a fiktív előfeszítés. Az együtt-dolgozó húzott lemez tehát az alakváltozások szempontjából igen kedvező.<sup>14</sup>

A szokásos mérnöki pontosságot (5%) alapul véve megállapíthatjuk, hogy a TSE számításba vételének alakváltozásoknál akkor van gyakorlati jelentősége, ha rövididejű terhelésnél  $\rho_{eff} \leq 4\%$ . Tartós terhelésnél – ez a tipikus – a fenti érték 3%-ra csökken.

Végezetül még egy összehasonlítás. Ismeretes, hogy a beton zsugorodásának hatása az alakváltozásokra egy  $\sigma_{p,cs} = \varepsilon_{cs} E_s$  nagyságú negatív előfeszítéssel egyenértékű. Ez a zsugorodás 0,4‰-es végértékével számolva 80 N/mm<sup>2</sup> fiktív

<sup>14</sup> Más vonatkozásban (repedéstágasság, együtt-dolgozási problémák stb.) már nem ilyen egyértelmű a helyzet. Ezzel a kevésbé vizsgált kérdéssel részletesebben is foglalkozott Várkonyi (2002). A dolgozat a BMGE Építésmérnöki Kar 2002-es tudományos diákköri konferenciáján I. díjat kapott.

„előnyomás”-nak felel meg. A zsugorodás és a tension stiffening ellentétes hatásúak. A  $80 \text{ N/mm}^2$  értéket az 5. ábrába berajzolva látható, hogy az már  $\rho_{eff} = 1\%$  felett felülmúlja a TSE hatását, természetesen csak akkor, ha a teljes zsugorodás lezajlott. Korai, rövid idejű terhelések esetében a TSE szerepe a nagyobb.

#### 4. A TENSION STIFFENING SZÁMÍTÁSBA VÉTELE FIKTÍV SEGÉDERŐVEL

Láttuk, hogy a tension stiffening előfeszültségként is értelmezhető. Ennek hatása az acélok vonalában működtetett  $N_{ts} = \sigma_{p,ts} \cdot A_s$  értékű, a tényleges igénybevételekhez hozzáadódó fiktív nyomóerővel vehető figyelembe. Helyettesítsük be  $\sigma_{p,ts}$ -t a hatásos vashányadon alapuló összefüggéssel:

$$N_{ts} = \sigma_{p,ts} A_s = 0,7 \cdot k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} A_s.$$

Mivel  $\rho_{eff} = A_s/A_{c,eff}$ , így segéderőnkre, vagy ha úgy tetszik, a TSE-hez tartozó előfeszítő erő abszolút nagyságára egy egyszerű és szemléletes összefüggést kapunk.

$$N_{ts} = 0,7 \cdot k_t \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{c,eff}.$$

*Ez az erő a hatásos húzott öv központos repesztő-erejével arányos, és ezen kívül csak a  $k_t$  tényezőben foglalt tényezőktől függ.*

##### 4.1. A SEGÉDERŐ HASZNÁLATA KÜLÖNBÖZŐ IGÉNYBEVÉTELEK ESETÉN

Vizsgáljuk meg, hogyan működik mindez különböző igénybevételek esetén (természetesen csak berepedt, második feszültségi állapot szerinti esetekben)!

*Központos húzott rúdon az  $N_{ts}$  fiktív erő a  $H$  húzóerőt csökkenti, így az átlagos acélnyúlás:*

$$\varepsilon_{sm} = \frac{H - N_{ts}}{A_s E_s}.$$

A tension stiffening hagyományos értelmezése szerint ( $\beta = 0,35k_t$  behelyettesítéssel):

$$\psi_s = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_s} = \frac{H - N_{ts}}{H} = 1 - \frac{N_{ts}}{H} = 1 - 0,7k_t \frac{f_{ctm} A_c}{\sigma_{s2} A_s} = 1 - \frac{1}{2} \beta \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}}$$

vagyis módszerünk az EC2-től az acélfeszültségek arányának kitevőjében tér el.

*Külpontosan nyomott, illetve feszített elem* esetében  $N_{ts}$  a hatásos húzott öv vasainak súlypontjában működtetendő fiktív kiegészítő nyomóerő, amely hozzáadódik a tényleges igénybevételhez. Az eredetileg is külpontosan nyomott keresztmetszeten csak a normálerő nagysága és támadáspontja változik. *Külpontosan húzott rudak* esetében az eltérés mindössze annyi, hogy az  $N_{ts}$  erő a normálerő abszolút értékét nem növeli, hanem csökkenti.

A *hajlítás* módszerünk szempontjából a legizgalmasabb eset, mivel ekkor az eredetileg hajlított keresztmetszet a fiktív  $N_{ts}$  erő miatt külpontosan nyomottá válik. Tekintve, hogy a hajlítási vizsgálat általában egyszerűbb, kérdés, hogy érdemes-e egyáltalán felvállalni a külpontos igénybevételt pusztán a tension stiffening miatt?

A hajlítás a külpontos nyomás/húzás zérus normálerőhöz tartozó határeset. Míg repedésmentes állapotban a semleges tengely helyének számításában a normálerő nullához közelítése nem okoz problémát, berepedt állapotban a nagy külpontosság számítástechnikai nehézségekhez, zérus normálerő pedig nullával osztáshoz vezet. Ez az egyik oka annak, hogy nagy külpontosság esetén is hajlítási összefüggéseket érdemes használni.

Ugyanakkor vasbeton szerkezeteknél a hajlítással egyidejű normálerő szinte általánosnak mondható. A normálerő a terhelésből keletkező igénybevételeken túl kinematikai hatásokból (zsugorodás, hőhatás), valamint elő- és utófeszítésből is származhat.<sup>15</sup> Mindenképpen szükség van tehát egy olyan általános eljárásra, amely a külpontos igénybevételt biztonságosan kezeli, emellett határesetként hajlításra is pontos eredményt ad.

#### 4.2. KÜLPONTOSAN NYOMOTT KERESZTMETSZET SZÁMÍTÁSA RUGALMAS BEREPEDT ÁLLAPOTBAN

A címben említett feladat megoldására az elméleti alapok már régen adottak, de gyakorlati alkalmazásukhoz korábban hiányoztak a feltételek. Ma, a nagy pontosságú számológépek és PC-k korában már igen kis normálerőkkel is elvégezhetők a számítások. A tiszta hajlítás is kezelhető egy minimális kiegészítő normálerő feltételezésével úgy, hogy az eredmény a szokásos mérnöki elvárásoknál mégis nagyságrendekkel pontosabb.

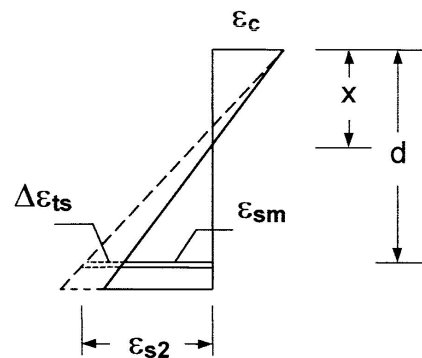
A számítási eljárás lényegét és az abban alkalmazott iterációt korábbi cikkben ismertettük (Visnovitz, 2002). Itt csak a legfontosabb alapösszefüggést ismételjük

<sup>15</sup> A feszítés külső teherként való kezelése kézenfekvő módszer. „Feszítettbeton keresztmetszetek esetén a vasalásban ébredő feszültségek számításához a feszítőerőt külső erőnek kell (!) tekinteni...” (NAD 2.72.1 alpont).

meg: egyszeresen szimmetrikus keresztmetszeten, a szimmetriasíkba eső dőfés-pontú külpontos nyomóerőnél a dőféspont és a nyomott öv határvonala közötti távolság az idealizált berepedt keresztmetszet  $D$  dőféspontra felírt inercianyomatékának és statikai nyomatékának hányadosaként kapható meg:  $p = I_D/S_D$ . Ennek ismeretében a feszültségek és a görbület már elemi úton számíthatók.

#### 4.3. EGYSZERŰSÍTÉSI LEHETŐSÉGEK HAJLÍTÁS ESETÉN

Hajlított tartók esetén egy hagyományosabb út is rendelkezésre áll. Ilyenkor a TSE-t helyettesítő fiktív erő ( $N_{ts}$ ) meghatározása nem igényel külpontos számítást, a folytatásban pedig kihasználható, hogy a normálerő kicsi (csak a TSE következménye), és így a berepedt keresztmetszet súlypontja szinte egybeesik a semleges tengellyel. Ha az  $N_{ts}$  erőt ide redukáljuk, nyomatéki hatása hozzáadódik a külső igénybevételhez, míg a központossá váló erőből nem keletkezik görbület.



6. ábra. A tension stiffening okozta görbület additív figyelembevétele

A TSE a hajlított tartók alakváltozása szempontjából úgy is kezelhető, mint egy  $M_{ts} = N_{ts}(d-x)$  nagyságú kiegészítő nyomaték, illetve egy ebből adódó  $\Delta\kappa = M_{ts}/E_c I_x$  értékű additív görbület!<sup>16</sup>

Hasonló megfontolásokra alapozva egyes ajánlások a TSE-t a többi hatásból számított görbületet csökkentő additív  $\Delta\kappa$  görbülettel javasolják figyelembe ven-

<sup>16</sup> Ugyanezt az elvet rejti bonyolult képletbe az EC2, amikor a zsugorodásból származó görbületnövekményt a  $\Delta\kappa = \varepsilon_{cs}\alpha_e S/I$  összefüggéssel számítja, amely átrendezéssel az  $\varepsilon_{cs}E_s S/(E_c I)$  formára hozható. Mivel  $S$  a vasalás statikai nyomatéka, a számláló nem más, mint a zsugorodást helyettesítő nyomaték.

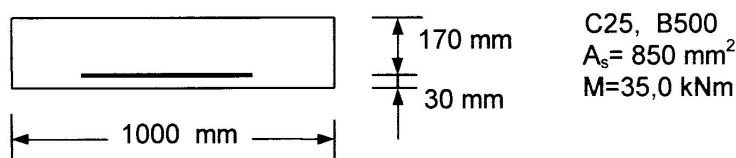
ni. Walraven (1999b) a  $\Delta\kappa = \Delta\varepsilon_{ts/d}$  összefüggést adja a 6. ábra szerint, ahol  $\Delta\varepsilon_{ts}$  elméletileg pontosan ugyanaz a fajlagos hosszváltozás, mint amelyből mi az  $N_{ts}$  fiktív erőt kaptuk. Ez a módszer a TSE-t hajlított tartók görbületében konstans értékűnek, az aktuális hajlító igénybevételtől teljesen függetlennek tekinti. Ez elegendő pontosságú abban az esetben, ha a semleges tengely elmozdulása valóban csak a TSE miatt következik be, vagyis az igénybevétel nem külpontos nyomás.

## 5. SZÁMPÉLDA

A továbbiakban számpéldán mutatjuk be, hogy a külpontos nyomás szerinti vizsgálat már akkor is járható út, ha a normálerő kizárólag a TSE szerinti fiktív erőből származik. Összehasonlítással a Walraven szerinti számítást is megadjuk.

Példánk egy olyan 200 mm vastag, kis fajlagos vashányadú lemez ( $A_s = 850 \text{ mm}^2$ ,  $\rho = 0,5\%$ ), amelynél a TSE hatása viszonylag jelentős.  $M = 35,00 \text{ kNm}$ .<sup>17</sup> A terhelés rövid idejű ( $k_t = 0,6$ ). Legyen:  $E_c = 30 \text{ kN/mm}^2$ ,  $E_s = 200 \text{ kN/mm}^2$ ,  $f_{cm} = 2,5 \text{ N/mm}^2$ .

Meghatározandó a TSE hatását is figyelembe vevő átlagos görbület (7. ábra).



7. ábra. A számpélda alapadatai

Kiinduló adatként szükség van a repesztő igénybevétel hatására keletkező acélfeszültségekre rugalmas berepedt állapotban, továbbá a nyomott öv magasságára. A számítás ismert képletekbe való behelyettesítésekkel elvégezhető (Statikusok könyve, 1989), ezért csak a folytatáshoz szükséges eredményeket adjuk meg:

|  |                |                           |
|--|----------------|---------------------------|
| a repesztő nyomaték várható értéke <sup>18</sup> | $M_{rm}$       | = 17,68 kNm               |
| a nyomott öv magassága (II. fesz. állapot)       | $x$            | = 38,6 mm                 |
| acélfeszültség berepedés után (II. fesz. áll.)   | $\sigma_{s2r}$ | = 132,4 N/mm <sup>2</sup> |

<sup>17</sup> A példában szereplő igénybevétel kb. a kvázi állandó teher rész okozta használati teher szintnek felel meg.

<sup>18</sup> Az EC2 kifejezetten hangsúlyozza, hogy használati állapotban  $M_r$  számításához a beton húzószilárdságának várható értékét ( $f_{cm}$ ) célszerű figyelembe venni.



a)  $N_{ts}$  számítása a hatásos húzott betonöv figyelembevételével

A hatásos húzott öv számításba vehető magassága ( $h_{eff}$ ) az EC2 szerint az alábbi három mennyiség minimuma:

$$2,5(c + \phi/2) = 2,5 \cdot 40 = 100 \text{ mm}$$

$$(h-x)/3 = (200-38,6)/3 = 53,8 \text{ mm}$$

$$h/2 = 200/2 = 100 \text{ mm.}$$

Fentiekből  $h_{eff} = 53,8 \text{ mm}$ , a hatásos húzott betonöv területe:

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 1000 \cdot 53,8 = 5380 \text{ mm}^2$$

A TSE-hez rendelhető fiktív erő ez esetben:

$$N_{ts} = 0,7 \cdot k_t \cdot f_{ctm} A_{c,eff} = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 2,5 \cdot 5380 \cdot 10^{-3} = \mathbf{56,49 \text{ kN}}$$

## b) A semleges tengely és görbület meghatározása

A keresztmetszet igénybevételei:

$$M = 35,00 \text{ kNm} > M_r = 17,68 \text{ kNm (bepedtetett állapot),}$$

$$N = N_{ts} = 56,49 \text{ kN (nyomóerő).}$$

Emellett az acélokban  $\sigma_{p,ts} = N_{ts}/A_s = 56,49/8,50 = 6,65 \text{ kN/cm}^2$  húzó „előfeszültség” van.

A normálerő támadáspontja (döféspont) a nyomott szélső szálhoz viszonyítva:

$$y_D = M/N - d = 35/56,49 - 0,17 = 0,4496 \text{ m (felfelé).}$$

A nyomott öv  $x$  magassága  $p = I_D/S_D$  összefüggés alapján rekurzív módon kapható meg,  $x$  kezdőértéke a hasznos vagy a teljes magasság.<sup>19</sup> A számítás célja  $x$  megkeresése oly módon, hogy a  $\Delta = x - x_{új}$  érték zérushoz tartson. A paraméteresen és számadatokkal is bemutatott számítás Excel 95 táblázatkezelővel készült

<sup>19</sup> Az eljárást részletes ismertetése az *Építészeti-Építéstudomány* XXX (3–4) számában (Visnovitz, 2002).

(3. táblázat). Már ennél a közkeletű programnál is lehetőség volt arra, hogy  $x$  értékét iteráció helyett célérték-kereső paranccsal határozzuk meg. Ennek eredményét mutatja a számítás utolsó oszlopa.

3. táblázat. A semleges tengely helyének számítása

|  |                 | alapszámítás | végeredmény               |
|--|-----------------|--------------|---------------------------|
|  |                 | $x = h$      | $x = x_{\text{végleges}}$ |
| $x =$  | mm              | 200,00       | 43,71                     |
| $\alpha_e = E_s/E_c$                                   | –               | 6,67         | 6,67                      |
| $I_c = b \cdot x^3/12 + b \cdot x \cdot (y_D + x/2)^2$ | mm <sup>4</sup> | 6,1067E+10   | 9,7196E+09                |
| $I_s = n \cdot A_s \cdot (d + y_D)^2$                  | mm <sup>4</sup> | 2,1751E+09   | 2,1751E+09                |
| $I_D = I_c + I_s$                                      | mm <sup>4</sup> | 6,3242E+10   | 1,1895E+10                |
| $S_c = b \cdot x \cdot (y_D + x/2)$                    | mm <sup>3</sup> | 1,0991E+08   | 2,0604E+07                |
| $S_s = n \cdot A_s \cdot (d + y_D)$                    | mm <sup>3</sup> | 3,5108E+06   | 3,5108E+06                |
| $S_D = S_c + S_s$                                      | mm <sup>3</sup> | 1,1342E+08   | 2,4115E+07                |
| $p = I_D/S_D$  | mm              | 557,59       | 493,26                    |
| $x_{\text{új}} = p - y_D$                              | mm              | 108,04       | 43,71                     |
| $\Delta = x_{\text{új}} - x$                           | mm              | -91,96       | 0,00                      |

A semleges tengely helyének ismeretében a görbületszámítás olyan egyszerű összefüggésekkel is elvégezhető, amelyek nem igénylik az áttérést az idealizált keresztmetszet súlypontja szerinti tengelykeresztre. A legegyszerűbb képlet szerint  $\kappa = N/E_c/S_x$ , ahol  $S_x$  a berepedt idealizált keresztmetszet statikai nyomaték a semleges tengelyre. Számszerűen:

$$S_x = bx^2/2 - \alpha_e A_s (d - x) = 1000 \cdot 43,7^2/2 - 6,67 \cdot 850 \cdot (170 - 43,7) = 2,39 \cdot 10^5 \text{ mm}^3$$

$$\kappa = N/E_c/S_x = 56,49/30/2,39 \cdot 10^{-5} = 7,88 \cdot 10^{-6} \text{ 1/mm} = \mathbf{7,88 \cdot 10^{-3} \text{ 1/m}}$$

### c) Számítás a hajlítónyomaték csökkentésével

Ez a módszer a TSE hatását egy, az igénybevételt csökkentő nyomatékkal veszi figyelembe a repedés keresztmetszetében:

$$M_{ts} = N_{ts}(d - x) = 56,49 \cdot (170 - 38,6) \cdot 10^{-3} = 7,42 \text{ kNm.}$$

A korrigált nyomatéki igénybevétel:

$$M' = M - M_{ts} = 35,0 - 7,42 = 27,58 \text{ kNm}$$

Felhasználva a repesztő igénybevétel szintjén már meghatározott  $\sigma_{s2r}$  acélfeszültséget:

$$\begin{aligned}\sigma_{s2} &= \sigma_{s2r} \cdot (M - M_{ts}) / M_{rm} = 132,4 \cdot 27,58 / 17,68 = 206,53 \text{ N/mm}^2 \\ \varepsilon_{s2} &= \sigma_{s2} / E_s = 206,53 / 200 \cdot 10^{-3} = 1,03 \text{ ‰} \\ \kappa &= \varepsilon_{s2} / (d - x) = 1,03 \cdot 10^{-3} / (170 - 38,6) = 7,84 \cdot 10^{-6} \text{ 1/mm} = \mathbf{7,84 \cdot 10^{-3} \text{ 1/m}}.\end{aligned}$$

Az eredmény az előző, általánosabb módszerrel kapott értékkel szinte azonos.

#### d) Additív módszer

Végül lássuk az additív módszert (Walraven). A repedés keresztmetszetében már rendelkezésünkre áll a nyomott öv számított magassága, a repesztő nyomaték hatására fellépő acélfeszültség és a tension stiffeninget jellemző  $N_{ts}$  erő:

$$x = 38,6 \text{ mm}, \sigma_{s2r} = 132,4 \text{ N/mm}^2, N_{ts} = 56,49 \text{ kN}.$$

Folytatva a számítást:

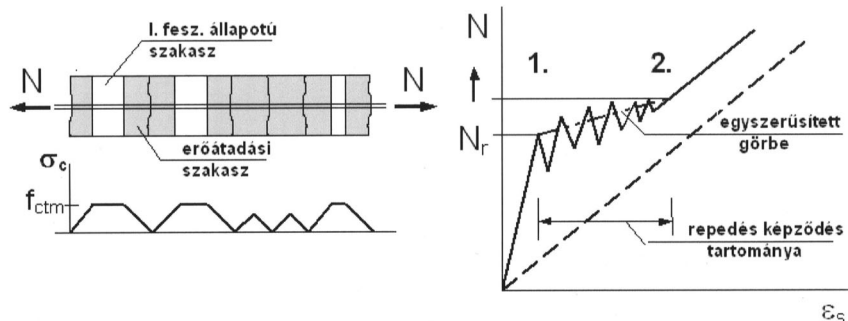
$$\begin{aligned}\sigma_{s2} &= \sigma_{sr2} \cdot M / M_r = 132,4 \cdot 35,0 / 17,68 = 262,1 \text{ N/mm}^2 \\ \varepsilon_{s2} &= \sigma_{s2} / E_s = 262,1 / 200 \cdot 10^{-3} = 1,31 \text{ ‰} \\ \kappa_2 &= \varepsilon_{s2} / (d - x) = 1,31 \cdot 10^{-3} / (170 - 38,6) = 9,97 \cdot 10^{-6} \text{ 1/mm} \\ \Delta \varepsilon_{ts} &= N_{ts} / A_s / E_s = 56,49 / 850 / 200 = 0,332 \text{ ‰} \\ \kappa_{ts} &= \Delta \varepsilon_{ts} / d = 0,332 \cdot 10^{-3} / 170 = 1,96 \cdot 10^{-6} \text{ 1/mm} \\ \kappa &= \kappa_2 - \kappa_{ts} = (9,97 - 1,96) \cdot 10^{-6} = 0,801 \cdot 10^{-6} \text{ 1/mm} = \mathbf{8,01 \cdot 10^{-3} \text{ 1/m}}\end{aligned}$$

A számpélda is igazolja, hogy Walraven módszere korrektül, a biztonság javára alulbecsülve közelíti a TSE szerepét. Az eltérés jelentéktelen.

## 6. A TSE A REPEDÉSKÉPZŐDÉS TARTOMÁNYÁBAN

Az előzőekben ismertetett eljárások csak kialakult repedéskép feltételezésével érvényesek. A repedésképződés folyamata viszont az első repedés megjelenésétől a véglegesnek tekinthető repedéskép kialakulásáig egy igénybevétel-tartományon belül zajlik. Eközben a repedések és az azokhoz tartozó erőátadási szakaszok kö-

zött I. feszültségi állapotban levő részek (és nem csak keresztmetszetek) is találhatóak (8. ábra). E szakaszok száma és hossza az igénybevétel növekedésével nullára csökken.



8. ábra. A repedésképződés folyamata központosan húzott elemen

Az első repedést okozó igénybevételt a beton elemen belüli húzószilárdságának alsó karakterisztikus értékéből ( $f_{ctk,0,05}$ ), a repedésképződési folyamat lezáródását a felső karakterisztikus értékéből ( $f_{ctk,0,95}$ ) lehet számítani,<sup>20</sup> de egyszerűsítésként a szakirodalom, így az EC2 is a repesztő igénybevétel várható értékéhez ( $N_r$ , ill.  $M_r$ ) köti a repedésképződés kezdetét.<sup>21</sup> Az EC2 szerint a húzószilárdság felső karakterisztikus értéke a várható érték 1,3-szorosa, így központosan húzott rudaknál  $1,3N_r$ , hajlított tartóknál  $1,3M_r$  nyomatóknál fejeződik be a repedésképződés folyamata.

Több repedéstávolságnyi, közel állandó igénybevételű tartószakasz átlagos alakváltozása biztosan csak a repedésképződési folyamat kezdetén és végén mondhatunk. Míg a repedésképződés kezdetéig a rugalmas repedésmentes állapot alkalmazható, a repedésképződés folyamatának lezárultával a hatáson húzott övön alapuló számításmód érvényes. Közbenes igénybevételekre itt és csak itt lehet jogos a két végpont alakváltozásai közötti interpolálás. Pontosabb függvényt nehéz lenne találni, ezért Walravennel egyetértve lineáris átmenet alkalmazását javasoljuk (8. ábra egyszerűsített görbéje).<sup>22</sup>

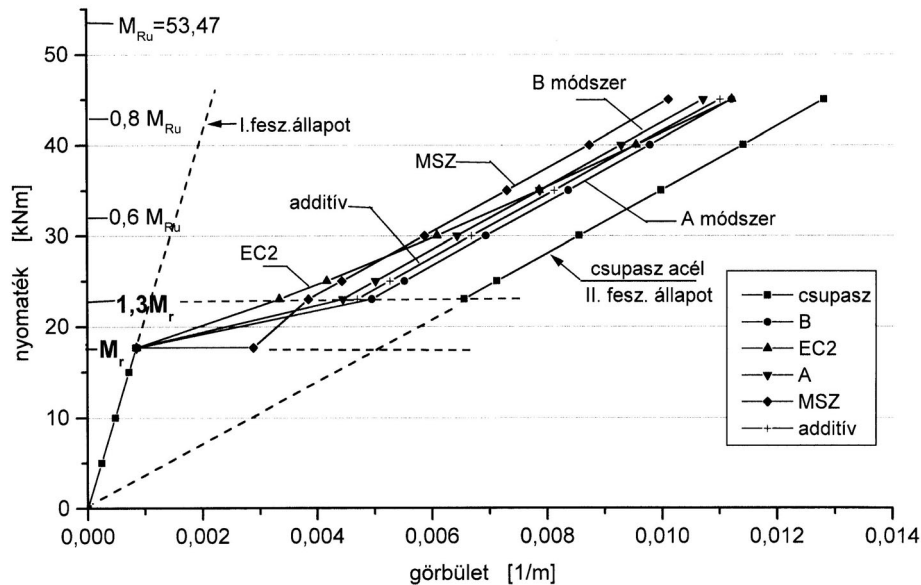
<sup>20</sup> A húzószilárdság általános és elemen belüli szórása között elvi különbség van. Az EC2 csak az előbbire tartalmaz adatot, bár itt az utóbbira lenne szükség.

<sup>21</sup> A szóveges megfogalmazás ugyanakkor több helyen is az „első repedést előidéző teherrel” beszél.

<sup>22</sup> Az így kapott alakváltozás-érték némiképpen még így is fikció, mert az csak egy viszonylag hosszabb szakasz átlagos nyúlásának, illetve görbületének feleltethető meg.

## 7. ÖSSZEHAJLÍTÓ SZÁMÍTÁSOK HAJLÍTOTT TARTÓKON

Most már lehetőség van arra, hogy számításmódunk eredményeit a teljes igénybevétel-tartományban összevessük más ajánlások, szabályzatok alapján kapható értékekkel. Az összehasonlítás tárgya ugyanaz a gyengén vasalt, hajlított lemez, amely a számpéldában is szerepelt.<sup>23</sup>



9. ábra. Nyomaték-görbület összefüggések a különböző eljárások szerint

A 9. ábrán bemutatott  $M-\kappa$  görbék az alábbi módszerekkel határoztuk meg:<sup>24</sup>

- a tension stiffening elhanyagolásával végzett számítás (csupasz /kilazult acél);
- az Eurocode 2, illetve az MSZ ENV 1992-1-1 szerinti számítás (EC2);
- számítás a hatásos húzott öv alapján meghatározott fiktív húzóerővel (javasolt);
- az MSZ 15022/1-86 szerinti számítás (MSZ);
- additív módszer (Walraven).

<sup>23</sup> Mivel az összehasonlítás alapjául szolgáló eljárások eredményei közel állnak egymáshoz, csak olyan esetet érdemes vizsgálni, amelyben a TSE viszonylag jelentős.

<sup>24</sup> A tension stiffening figyelembevételére szolgáló összefüggések az I. táblázatban találhatóak meg.

Előzetes megjegyzések:

- Repedésmentes állapotban ( $M \leq M_r$ ) az eljárások között nincs különbség.
- A repedésképződési tartomány felső határa az elmondottaknak megfelelően  $1,3M_r$ , de ez az MSZ és az EC2 szerinti számításban nem játszik szerepet.
- Az MSZ szerinti görbe alsó szakaszának törését a  $\psi_s$  tényező limitálása okozza.

A 9. ábra görbéinek összehasonlítása azt mutatja, hogy a különböző eljárások a tension stiffening hatását közel azonosra értékelik, különösen a használati igénybevételnek ( $0,6-0,8 M_{Ru}$ ) megfelelő teherszinteken. Az általunk kidolgozott lehetőség jól illeszkedik a sorba.

Az Eurocode egyetlen ívű  $M-\kappa$  görbéje csak annyiban indokolt, hogy  $1,3M_r$ -nél a görbében elméletileg nincs törés. Ugyanakkor a kísérleti adatok rövididejű, monoton növekvő terhelésre nem igazolják a TSE Eurocode szerinti leépülését (Sippel, 1996). A tényleges viselkedés bilineáris modellel is jól leírható (Walraven, 1999a).

## 8. AZ ELJÁRÁS ALKALMAZÁSA KÜLPONTOS ERŐVEL TERHELT TARTÓKNÁL

### 8.1. SAJÁTOSSÁGOK KÜLPONTOS IGÉNYBEVÉTEL ESETÉN

A fiktív segéderős eljárás igazi előnyei akkor mutatkozhatnak meg, ha a vizsgált keresztmetszeten a terhekből és egyéb hatásokból származó nyomaték és normál erő együttesen lép fel. Mivel eljárásunk már hajlítás esetén is (pl. a TSE-ből származtatott segéderős miatt) nagy külpontosságú erővel számol, az átállás egyszerű.

Külpontos erővel terhelt elem berepedt tartószakaszán a TSE ugyanúgy fejti ki hatását, mint hajlítás vagy központos húzás esetén. A tension stiffening-et okozó repedések és acélfeszültségek itt is a repesztő-igénybevételnél, illetve a repedésképződés tartományában jönnek létre. Az acélfeszültségek és a hatásos húzott öv ismeretében az  $N_s$  fiktív segéderős egyértelműen meghatározható. Mindamellet van két kérdés, amelyet tisztázni kell ahhoz, hogy az eljárás külpontos terhelés esetén is egyértelmű legyen. Ezek:

- a repedésképződés tartományának határai;
- többsoros vasalás változó méretű húzott övben.

## 8.2. A REPEDÉSKÉPZŐDÉS TARTOMÁNYA KÜLPONTOS IGÉNYBEVÉTEL ESETÉN

Ha az első repedés megjelenését külpontos igénybevételnél is az átlagos húzószilárdság ( $f_{ctm}$ ) eléréséhez kötjük, a repesztő nyomaték az ismert

$$M_{rm} = (f_{ctm} + N/A) \cdot W$$

összefüggésből kapható, ahol  $A$  és  $W$  a repedésmentes idealizált keresztmetszet területe és keresztmetszeti tényezője.<sup>25</sup>  $N$  előjele nyomás esetén pozitív, támadáspontja az idealizált keresztmetszet súlypontja. A repedésképződés folyamatának felső határa, amennyiben itt is csak a beton húzószilárdságának hosszmenti szórását vesszük figyelembe:

$$M_{r,0.95} = (f_{ctk,0.95} + N/A) \cdot W = (1,3f_{ctm} + N/A) \cdot W.$$

A két nyomaték különbségéből látszik, hogy a repedésképződés tartománya nemcsak hajlítás, hanem külpontos nyomás esetén is egy  $0,3f_{ctm}W$  terjedelmű igénybevétel-zónába esik.

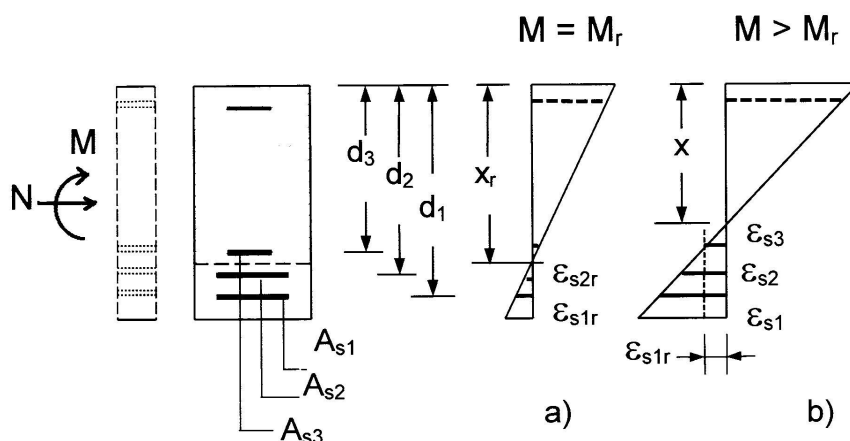
## 8.3. TÖBBSOROS VASALÁS VÁLTOZÓ MAGASSÁGÚ HÚZOTT ÖVBEN

A többsoros húzott vasalást elsősorban keskeny húzott övvel rendelkező keresztmetszetekben alkalmaznak, tehát ott, ahol a TSE hatása eleve kicsi. A kérdés az, hogy az egyes sorok milyen mértékben vehetők figyelembe a hatásos húzott övben.

*Hajlított tartóknál* még egyértelmű, hogy berepedt állapotban mely vasak kerülnek a húzott övbe, mivel a nyomott öv területe az igénybevételtől függetlenül állandó. Ilyenkor a húzott vasalásnak az acélok súlypontjába való koncentráálásával a kérdés megnyugtatóan megoldható.

*Külpontos igénybevétel* esetén a helyzet lényegesen megváltozik, mert a terher növelése a nyomott zóna fokozatos csökkenését, a berepedt öv növekedését eredményezi. Emiatt többsoros vasalás esetén olyan vasak is átkerülhetnek a húzott övbe, amelyek a repesztő igénybevételnél még a nyomott oldalon voltak (10. ábra).

<sup>25</sup> Nem túl nagy vashányad esetén közelítőleg a vasak nélküli betonkeresztmetszettel is számolhatunk.



10. ábra. Többsoros vasalás külpontosan húzott keresztmetszetben

Mivel a TSE a húzott zóna vasainál alakul ki, az adott teherszinten kell meghatározni a nyomott öv magasságát. Ennek ismeretében a berepedt zónába kerülő többsoros vasalás is egy közös vassúlypontba koncentrálható, majd a hatásos húzott betonöv mérete, és  $N_{ts}$  is meghatározható. Amennyiben a hatásos húzott vas-hányad értékére is szükség van (pl. vegyes vasalás esetén), azt természetesen csak az effektív húzott övben található acélokból kell meghatározni.

#### 8.4. A SZÁMÍTÁS MENETE KÜLPONTOS NYOMÁS ESETÉN

Külpontos nyomás esetén az átlagos görbület a TSE-t is figyelembe vevő számítása (a hajlítási határesetet is figyelembe véve) az alábbiak szerint alakulhat:

1. a repesztő igénybevétel meghatározása I. feszültségi állapot feltételezésével
2. az  $M_r/N$  külpontosság meghatározása,  $N_{ts}$  számítás módjának eldöntése
3. a berepedt keresztmetszet jellemzőinek számítása a repesztő igénybevétel szintjén (külpontos nyomás), a nyomott öv magasságának meghatározása
4.  $N_{ts}$  fiktív segéderő meghatározása
  - hatásos húzott betonöv meghatározása a húzott vasalás és berepedt állapot szerinti nyomott öv magassága segítségével
  - eltérő acélfelületek (vegyes vasalás) esetén  $\xi_1$  korrekciós tényező számítása
  - $N_{ts}$  számítása a hatásos húzott öv alapján



5. A keresztmetszet semleges tengelyének meghatározása a húzott acélok vonalában működő  $N_{ts}$  erővel kiegészített igénybevételből
6. görbület számítása a  $\kappa_{II} = N/Ec/Sx$  összefüggés segítségével.

Ha a vizsgált igénybevétel a repedésképződés tartományába esik ( $M_r < M < 1,3M_r$ ):

- a repedésmentes keresztmetszet  $\kappa_I$  görbületének meghatározása a repesztő igénybevétel várható értékéből ( $M_{rm}$ )
- görbület számítása  $\kappa_I$  és  $\kappa_{II}$  között lineáris interpolációval.

A kapott görbület egy állandó igénybevételűnek tekintett, több repedésre kiterjedő hosszúságú tartószakasz átlagos görbülete. Ha szükséges, a maximális acél- és betonfeszültségek a repedés keresztmetszetében számítandók.

### 8.5. KÜLPONTOS HÚZÁS

A viszonylag alárendelt jelentőségű külpontos húzásnál két eset különböztethető meg:

*nagy külpontosságú húzás* (döféspont a keresztmetszeten kívül, van nyomott öv),

*kis külpontosságú húzás* (döféspont a keresztmetszeten belül, nincs nyomott öv).

Az első esetben az átlaggörbület számítása, és így a TSE figyelembevétele nem tér el a nagy külpontosságú nyomás esetétől, csak a normálerő ellenkező előjelű. Emiatt a külpontosság a húzott oldal felé esik. Az  $N_{ts}$  segéderő ez esetben csökkenti a normálerő abszolút értékét, de annak előjelét nem változtathatja meg. A húzás, mint normálerő ugyanakkora nyomaték mellett kisebb nyomott övet eredményez, mint a hajlítás, így a hatásos húzott övre alapozott számítás még a hajlítás eseténél is biztonságosabban használható. A berepedt keresztmetszet semleges tengelyének meghatározására javasolt iterációs módszer szintén érvényes.

A kis külpontosságú húzás a tartó görbületei szempontjából gyakorlatilag érdektelen. Szükség esetén a számítás a hatásos húzott betonöv alapján ekkor is elvégezhető, mivel az EC2 ezt az esetet meglehetősen részletesen taglalja.<sup>26</sup>

<sup>26</sup> MSZ ENV 1992, 4.4.2.4 szakasz (8) bekezdés.

## 9. A TENSION STIFFENING VISSZATERHELÉSKOR. A „TENSION SOFTENING” JELENSÉGE

Már említettük, hogy a TSE az alakváltozás és különösen a repedéstágasságok szempontjából kedvező jelenség, ez indokolhatja az irányában tanúsított fokozott figyelmet.<sup>27</sup> Nem hagyható azonban figyelmen kívül, hogy a TSE jelenségeinek nagy része irreverzibilis (mikrorepedések, betonkúszás, képlékeny megsúszás). Deák György hangsúlyozta először, hogy a tartó terheléstörténete a használati állapot szempontjából is lényeges. A TSE leromlik, ha korábban a tartó már nagyobb terhet is kapott. Ez pedig előfordulhat, mert az alakváltozási (és repedéstágassági) követelményeket a terhek tartós (kvázi állandó) szintjén kell igazolni, miközben egyes használati határállapotokban gyakori, sőt ritka teherkombinációnak megfelelő terhek is lehetnek.<sup>28</sup> Deáknak a NAD kiegészítéséhez benyújtott javaslatában a tension stiffening  $\psi_s$  szorzóját a gyakori hatáskombinációhoz tartozó terhekből kellene számítani.

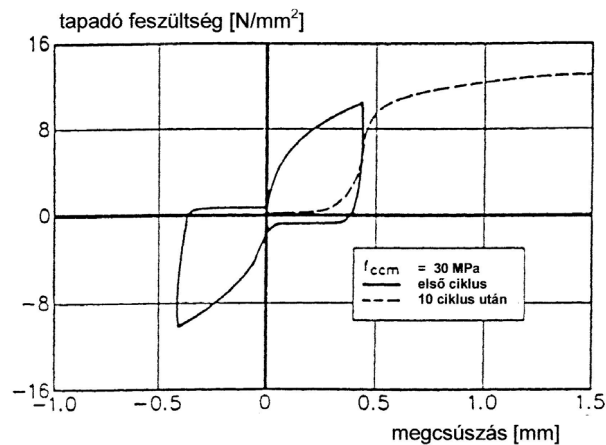
A felvetés indokolt, de modellünkbe nem illeszthető, mert ott a TSE hatását figyelembe vevő  $N_{ts}$  erő nem teherfüggő. De éppen ez a modell hívja fel arra a figyelmet, hogy a visszaterhelés kedvezőtlen hatását valószínűleg még Deák is alulbecsülte!

Tartók próbaterhelésénél ismert jelenség, hogy a teher–alakváltozás diagram vonala fel- és leterheléskor jelentősen eltér. Központosan húzott elemeket vizsgálva Rehm/Eligehausen (1977) és Rohling (1987) kísérletei egyaránt azt mutatták, hogy a terhelés rövidejű megszakításánál a leterhelési vonal közel függőleges! Eligehausen kísérletei már viszonylag kis relatív megsúszásnál is szinte teljesen rugalmatlan viselkedést mutatnak (*11. ábra*). A szakirodalomban sűrűn előforduló  $\tau_b$ – $s$  diagramok szerint a nem rugalmas viselkedés már néhány század (!) milliméternyi relatív elmozdulás után jelentkezik, miközben használati állapotban a repedésnél tizedmilliméteres nagyságrendű relatív elmozdulások vannak.

A bemutatott modell szerinti viselkedés visszaterheléskor a beton és az acél közötti együttműködés, és ezzel a TSE szinte azonnali megszűnését jelenti. A leépülés azért lehet gyors, mert – szemben a lehorgonyzással, illetve az ezt modellező egyoldali kihúzó kísérletekkel – a tartók berepedt húzott övében az egyensúly biztosításához nincs szükség a beton és az acél közötti tapadásra. Ha a használati állapotról való méretezésnél a kedvezőtlen terheléstörténettel is számolunk, a *korábbi*

<sup>27</sup> Itt jegyezzük meg, hogy a két repedés közötti beton a nyomott betonövet is merevíti (compression stiffening), amit pl. a szovjet vasbeton-szabvány önálló tényezővel vett figyelembe (SzNiP, 1984). A compression stiffening, a magyar szakirodalomban Palotás (1975) merevség-számítási módszerében jelenik meg. Mindez mára szinte teljesen elfelejtődött, kimaradt a szabványokból és az ajánlásokból is.

<sup>28</sup> MSZ ENV 1992-1-1:1998 2.3.4 szakasz.



11. ábra. A  $\tau_b$ - $s$  diagram leterheléskor (Eligehausen, 1999)

magasabb teherszint akár teljesen kizárhatja, hogy a tension stiffeninget a mértékadó alakváltozások és repedéstágasságok számításában figyelembe vegyük! Ez a megállapítás olyannyira meglepő, hogy minden bizonnyal további elemzést igényel, különös tekintettel arra, hogy a használati állapotra jellemző kis relatív megcsúszásokban a rugalmas alakváltozási rész a feltételezettnél nagyobb arányú lehet.

A 11. ábra diagramja azonban még az előzőnél is merészebb következtetésre ösztönöz. Leterheléskor a betonacél visszatalódása a betonba csak bizonyos (sűrűlódás jellegű) erő hatására jöhet létre, vagyis a beton és az acél közötti tapadó feszültség – kisebb abszolút értékkel – az ellenkezőjére fordul! Emiatt visszaterhelésnél egy adott teherszinten a betonacél, és ezzel a tartó alakváltozása nagyobb lesz annál, mintha közvetlen terheléssel jutottunk volna odáig. Csúszásmentes acél használatához képest a betonacél nemhogy merevebbnek, de lágyabbnak mutatkozik. Ezt neveztük el *Tension Softening* jelenségnek.

Ennek számításba vételére a korábbiakban bemutatott a fiktív segéderős módszer jó lehetőséget kínál. Egy idealizált lineáris  $\tau_b$ - $s$  modellből meghatározható, hogy a vissza-terheléskor  $\tau_b'$  hányadrésze  $\tau_{bm}$ -nek. Ha a tartó repedésképe már kialakult, a TSE-et helyettesítő fiktív segéderő a fenti feszültségekkel arányos. Ekkor a *Tension Softening* jelenségét az alábbi redukált, fiktív húzóerővel vehetjük számításba.

$$N'_{ts} = -N_{ts} \frac{\tau'_b}{\tau_{bm}}$$

Ez a segéderő még a teher megszüntét követően is megmarad. A teljes leterhelés után ekkora további nyomóerőre van szükség ahhoz, hogy pl. a központosan húzott rúd eredeti hossza helyreálljon, a repedések bezáruljanak. Ez természetesen csak a beton és az acél közötti tapadási viszonyok következményeire vonatkozik, az egyéb okokból (pl. nyomott öv kúszása) létrejövő maradó alakváltozások hatása ehhez hozzáadódik.

## IRODALOMJEGYZÉK

- Balázs, L. Gy. – Koch, R. (1997): Bond behaviour. In: *CEB Bulletin d' Information* No. 235. *Serviceability Models Progress report*, April 1997. pp. 86–95.
- CEB-FIP Model Code 1990 – Design Code, Comité Euro-International du Béton (MC90)
- Deák György (1972): Az új tartószerkezeti méretezési szabványok fődémekre vonatkozó előírásai. *Magyar Építőipar* 11–12 (1972) 647–654.
- Deák György – Rákóczy Katalin (2003): A lokálisan változó hajlítási merevség hatása vasbeton szerkezetek igénybevételére és alakváltozására. OTKA kutatási beszámoló, T 029269, 2003. április
- Hamza, I. (1997): Variability of crack widths. In: *CEB Bulletin d' Information* No. 235. *Serviceability Models Progress report*, April 1997. pp. 201–211. (Deák, Gy., Hamza, I., Visnovitz, Gy.: Variability of Deflections and Crack Width in Reinforced and Prestressed Concrete Elements 6.2 fejezet).
- Eligehausen, R. – Agnieszka Bigaj-van Vliet (1999): Bond behaviour and Models. In: *fib Bulletin 1: Structural Concrete – Textbook on behaviour, design and performance* Vol. 1 (July, 1999) pp. 161–187.
- Johnson, A. I. (1951): Deformations of Reinforced Concrete. *AIPC Memoires, IVBH Abhandlungen, IABSE Publ.* XI.1951. 283–290.
- MSZ 15022/1-71 Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. Vasbetonszerkezetek.
- MSZ 15022/1-86 Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. Vasbetonszerkezetek.
- MSZ ENV 1992-1-1:1998 Betonszerkezetek tervezése (Eurocode 2).
- Murasov, V. I. (1950): *Trescsinusztojsivoszty zsoztkoszty i procsnoszty zselezobetona*. Masztrójizdat, Moszkva 1950.
- NAD MSZ ENV 1992-1-1:1999 Betonszerkezetek tervezése.
- Palotás László: *A vasbeton elmélete*. Akadémiai Kiadó, Budapest 1975.
- prEN 1992-1-1 (April 2002) Eurocode 2: Design of concrete structures. Revised final draft. *Statikusok könyve. Magasépítés*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1989. 176.
- Stroband, J. (1991) „Experimental research into the bond behaviour of reinforcing bars in lightweight and normal weight concrete. Delft University of Technology, Report 25.5-91-3/VF C (holland nyelven)
- Szahnovszkij, K.V. (1956): Vasbetonszerkezetek. Szerkesztés és méretezés. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1956.
- SzNiP 2.03.01-84 Betonniye i zselezobetonniye konsztrukcii.
- Várkonyi Péter (2002): A húzott fejlemez hatása vasbeton tartók alakváltozásaira és repedéseire. TDK dolgozat. BMGE Építészmérnöki Kar Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék, Budapest 2002. okt.

- Visnovitz Gy. (2002): Hajlított vasbeton tartók húzott övében fellépő nemlineáris jelenségek figyelembevétele a görbületek és a feszültségek számításánál. *Építés- Építészettudomány XXX* (2002) 3–4. 257–271. .
- Walraven, Joost C.(1999a): Tension Stiffening. *fib Bulletin 1: Structural Concrete – Textbook on behaviour, design and performance* Vol. 1. pp. 189–196, July, 1999.
- Walraven, Joost C. (1999b): Moment-curvature. *fib Bulletin 1: Structural Concrete – Textbook on behaviour, design and performance* Vol. 1. pp. 197–205, July, 1999.
- Watstein D. – Mathey, R. G.(1959): Width of cracks in concrete at the surface of reinforcing steel evaluated by mean of tensile bond specimens. *ACI Journal* July, 1959. pp. 47–56.

### Fontosabb jelölések

|                           |   |                   |
|---------------------------|---|-------------------|
| $\psi_s$                  | a húzott öv merevítő hatását figyelembe vevő csökkentő szorzó                     | –                 |
| $A_{c,eff}$               | hatásos húzott betonfelület   | mm <sup>2</sup>   |
| $b_w$                     | gerenda gerincszélessége  | mm                |
| $d$                       | a keresztmetszet hasznos magassága  | mm                |
| $E_c$                     | a beton alakváltozási tényezője   | N/mm <sup>2</sup> |
| $E_s$                     | az acél rugalmassági modulusa   | N/mm <sup>2</sup> |
| $f_{ct,eff}$              | a beton húzószilárdságának várható értéke a repedések keletkezésekor              | N/mm <sup>2</sup> |
| $f_{ctk,0.95}$            | a beton húzószilárdságának felső karakterisztikus értéke                          | N/mm <sup>2</sup> |
| $f_{ctm}$                 | a beton húzószilárdságának várható értéke   | N/mm <sup>2</sup> |
| $h$                       | a keresztmetszet teljes magassága   | mm                |
| $h_{eff}$                 | a hatásos húzott öv magassága   | mm                |
| $k_t$                     | a teher tartósságát figyelembe vevő szorzó  | –                 |
| $M_r$                     | repszto nyomatók  | N/mm <sup>2</sup> |
| $M_{Ru}$                  | a keresztmetszet határnyomatóka   | kNm               |
| $M_{ts}$                  | a tension stiffening hatását helyettesítő nyomatóki igénybevétele                 | Nmm               |
| $N_{ts}$                  | a tension stiffening-et helyettesítő fiktív erő                                   | kN                |
| $p$                       | a döféspont és a semleges tengely távolsága a berepedt keresztmetszeten           | mm                |
| $s_{r,max}$               | maximális repedéstávolság   | mm                |
| $s_{r,min}$               | minimális repedéstávolság   | mm                |
| $s_{rm}$                  | átlagos repedéstávolság   | mm                |
| $x$                       | a nyomott betonöv magassága berepedt rugalmas állapotban                          | mm                |
| $y_D$                     | a döféspont távolsága a nyomott szélső száltól                                    | mm                |
| $\Delta\epsilon_c$        | betonnyúlás változás  | –                 |
| $\Delta\epsilon_{sm}$     | az acélnyúlás átlagos változása két repedés közötti szakaszon                     | –                 |
| $\Delta\epsilon_{sm,red}$ | az acélnyúlás redukált átlagos változása két repedés közötti szakaszon            | –                 |
| $\Delta\epsilon_{ts}$     | az acélnyúlás átlagos változása a tension stiffening hatására                     | –                 |
| $\Delta\kappa$            | görbületváltozás  | 1/m               |
| $\alpha_e$                | = $E_s/E_c$   | –                 |
| $\epsilon_{cs}$           | a zsugorodásból származó fajlagos alakváltozás a betonban                         | –                 |
| $\epsilon_{sm}$           | átlagos acélnyúlás  | –                 |
| $\kappa$                  | görbület  | 1/m               |
| $\kappa_{ts}$             | a tension stiffening hatását figyelembe vevő additív görbület                     | 1/m               |
| $\rho$                    | = $A_s/A_c$ fajlagos húzott vashányad   | –                 |
| $\rho_{eff}$              | = $A_s/A_{c,eff}$ hatásos húzott vashányad  | –                 |
| $\rho_{p,eff}$            | = $(A_s + \xi_1^2 A_p)/A_{c,ef}$ hatásos húzott vashányad (vegyes vasalás esetén) | –                 |

|                 |  |                   |
|-----------------|--|-------------------|
| $\sigma_{p,cs}$ | a zsugorodás hatásának megfeleltetett fiktív előfeszültség az acélban        | N/mm <sup>2</sup> |
| $\sigma_{p,ts}$ | a tension stiffening hatását helyettesítő fiktív előfeszültség az acélban    | N/mm <sup>2</sup> |
| $\sigma_{s1r}$  | acélfeszültség a két repedés között a repesztő igénybevétel hatására         | N/mm <sup>2</sup> |
| $\sigma_{s2}$   | acélfeszültség a repedés keresztmetszetében                                  | N/mm <sup>2</sup> |
| $\sigma_{s2r}$  | acélfeszültség a repedés keresztmetszetében a repesztő igénybevétel hatására | N/mm <sup>2</sup> |
| $\sigma_{sm}$   | átlagos acélfeszültség   | N/mm <sup>2</sup> |
| $\tau_b$        | tapadófeszültség a beton és a betonacél között                               | N/mm <sup>2</sup> |
| $\tau_b'$       | tapadófeszültség a beton és a betonacél között leterheléskor                 | N/mm <sup>2</sup> |
| $\tau_{bm}$     | átlagos tapadófeszültség a beton és a betonacél között                       | N/mm <sup>2</sup> |
| $\xi_1$         | az eltérő tapadást és acélátmérőket figyelembe vevő tényező                  | –                 |
| $\zeta$         | az I. és II. fesz. állapot jellemzők közötti arányosítási tényező            | –                 |

## A NOVEL METHOD FOR THE CONSIDERATION OF THE TENSION STIFFENING EFFECT IN REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

### *Summary*

In the calculation of the strain/deformation of cracked reinforced concrete elements, the tension stiffening effect (TSE) can be taken into account, besides applying conventional methods, on the basis of the mean shortening ( $\Delta\varepsilon_{sm}$ ) of reinforcing bars between cracks.  $\Delta\varepsilon_{sm}$  is calculated applying the novel formula for crack width introduced by the revised final draft of Eurocode 2 (April 2002).  $\Delta\varepsilon_{sm}$  is converted to a fictitious auxiliary force (that acts at the level of the reinforcing bars and stands for the TSE if added to the actual load) which is derived from the cracking force of the effective tension area of the cross-section. The TSE is represented by a prestressing-like effect, thus a cracked, elastic cross-section subjected to eccentric compression is analysed. The paper proposes a novel, simple manual calculation method, and it also covers the problem of an unfavourable decrease in the TSE due to partial load reduction (tension softening).

**Keywords:** reinforced concrete, Tension Stiffening Effect, eccentric compression, fictitious auxiliary force, serviceability limit state, compression stiffening, tension softening