

HAJLÍTOTT VASBETON TARTÓK HÚZOTT ÖVÉBEN FELLÉPŐ NEMLINEÁRIS JELENSÉGEK FIGYELEMBEVÉTELE A GÖRBÜLETEK ÉS A FESZÜLTSEGEK SZÁMÍTÁSÁNÁL*

VISNOVITZ GYÖRGY**

BEVEZETÉS

Az alábbiakban olyan hajlításra igénybevett vasbeton keresztmetszetek görbületeinek és feszültségeinek meghatározásával foglalkozunk, amelyeknél a rugalmas-berepedt állapot szerinti vizsgálat szokásos alapfeltevései csak részben teljesülnek. Míg a keresztmetszet nyomott övében változatlanul a Hooke-törvény érvényes, a húzott öv acéljában, illetve betonjában a rugalmas határnyúlásnál nagyobb alakváltozások is keletkezhetnek. Célunk az ilyen keresztmetszetek viselkedésének újszerű, a mérnöki gyakorlat számára is kezelhető módon történő leírása különleges igénybevételre történő transzformálással, majd a rugalmas-berepedt keresztmetszet számításmódjának alkalmazásával.

Hajlított tartók alakváltozásának számítása a görbület (κ) meghatározásán alapszik. Az igénybevételtől független hajlítási merevségre (EI) alapozott rugalmas számításmód azonban vasbeton keresztmetszetekre csak korlátozottan érvényes. Az anyagok eltérő rugalmassági tényezőjének kérdése a homogenizálás módszerével (*n*-es módszer) feloldható, de ezen túl is több nemlineáris hatás elhanyagolására (pl. zsugorodás), illetve a klasszikus modellbe való beépítésére (kúszás) van szükség ahhoz, hogy a megszokott hajlítási merevség értelmezhető legyen, ráadásul mindkét szerkezeti anyagtól lineárisan rugalmas viselkedést követelünk meg.

Feszített acélbetéteket is tartalmazó tartók berepedt állapotánál már ez sem elegendő. Az igénybevétel szerint „csak” hajlított keresztmetszet deformációit különösen nyomott keresztmetszetként kell meghatározni, ahol a normálerőt a feszítőerő adja. Ekkor azonban a szokásos feltevések mellett a nyomott öv magassága és ezzel a keresztmetszet hajlítási merevsége is változik a nyomaték függvényében.

* A tanulmány az OTKA támogatásával készült a T 029271 téma keretében.

** Egyetemi docens. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építésztechnológiai Kar, Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék. 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. Fax: 463 1773; e-mail: visno.sil@silver.szt.bme.hu

Egyszeresen szimmetrikus, külpontosan nyomott, rugalmas-berepedt keresztmetszet számítási összefüggései elvileg kidolgozottak (Mihailich–Palotás, 1964), de mint ismeretes, a semleges tengely helyének meghatározásához már a legegyszerűbb négyszögszelvény esetében is harmadfokú egyenlet megoldása szükséges. Mivel a berepedt keresztmetszetnek nincs igénybevételtől független, állandó súlyponti tengelye, viszonyítási tengelyként a nyomott és húzott öv határvonala, a szélső nyomott betonszál vagy a külpontos erő dőféspontja jön számításba. Ezekre eltérő formájú, de azonos eredményre vezető képletrendszerek vezethetők le (Deák, 1992). Bármely változatot is alkalmazunk, a keresztmetszet semleges tengelyét általában csak fokozatos közelítéssel lehet meghatározni. A semleges tengely helyének ismeretében viszont a görbület már többféleképpen is számítható (Dulácska, 1978).

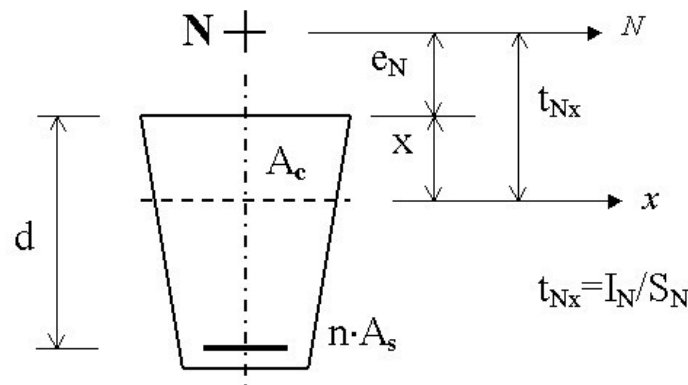
Fentiek miatt a külpontosan nyomott keresztmetszetek rugalmas számítása bonyolult feladatnak látszik, és ha lehet, kézi számításokban közelítő feltételezéseket alkalmazó hajlítási feladat(ok) megoldására vezetnek vissza. Egyre kevésbé indokolt azonban az ellenállás az elméletileg pontosabb számítással szemben. A korszerű számítógépes táblázatkezelő programok (pl. Excel 97) a táblázat celláihoz rendelt képletekkel jól követhető és dokumentálható számítást adnak anélkül, hogy a fokozatos közelítés ismétlődő lépéseit időt rabló módon újra és újra el kellene végezni.

Emellett gyorsan konvergáló iterációs eljárásokat is ismerünk. Szimmetrikus keresztmetszeteknél, ha a külpontos nyomóerő dőféspontja a szimmetriatengelyen van, az 1. ábra jelöléseit használva levezethető a

$$t_{Nx} = \frac{I_N}{S_N}$$

összefüggés, ahol I_N , ill. S_N az idealizált keresztmetszet inerciája, valamint statikai nyomatéka az N erő támadáspontján átmenő tengelyre. Domokos G. bizonyította, hogy ha az iteráció kiindulási lépéseként a semleges tengelyt a keresztmetszet húzott szélső acélbetétjénél vesszük fel ($x_0 = d$), az eljárás t_{Nx} meghatározására mindig konvergens (Domokos, 1988).

Ismeretes, hogy külpontosan nyomott/feszített keresztmetszetek rugalmas vizsgálatánál az olyan nem lineáris jelenségek, mint a beton zsugorodása vagy a relaxáció könnyen és szabatosan vehető figyelembe a kezdeti normálerő, ill. feszítőerő megfelelő módosításával. Hogy élhessünk ezzel a lehetőséggel, tekintsük az egyszerű hajlított keresztmetszet igénybevételét *zérus kezdeti értékű normálerővel* terhelt külpontos igénybevételnek. Ekkor a fent említett hatásokat a számításba vendő normálerő értékének módosításával vehetjük figyelembe, és ezzel a rugalmas eljárás keretén belül maradván több nemlineáris hatást is kezelni tudunk.



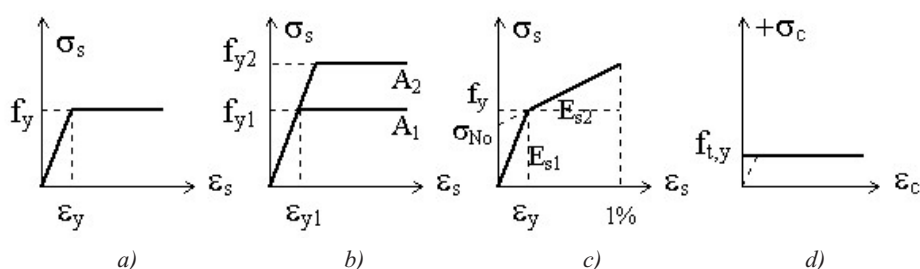
1. ábra. A külpontosan nyomott keresztmetszet jellemzői

Jelen munkánkban – a fenti gondolatot követve – először a „gyengén vasalt” keresztmetszet¹ acélfolyás utáni állapotával foglalkozunk, majd a kétféle folyáshatárú acéllal vasalt keresztmetszet és a bilineáris anyagmodellű acéllal vasalt keresztmetszetek alakváltozásait vizsgáljuk. Végezetül kitérünk a zérustól eltérő értékű, konstans húzószilárdsággal rendelkező betonból készült keresztmetszetek görbületeinek számítására is.

1. ALAPFELTEVÉSEK, JELÖLÉSEK

- Egyszeresen szimmetrikus, a szimmetriasíokban terhelt keresztmetszetekkel foglalkozunk. Ábráinkon négyszögkeresztmetszetek láthatók egysoros húzott vasalással, de az elmondottak értelemszerűen érvényesek általános alakú, többsoros és nyomott vasalással ellátott keresztmetszetekre is.
- A II. feszültségi állapot szerinti szokásos feltételezések közül fenntartjuk a sík keresztmetszetek törvényét (Bernoulli–Navier hipotézis).
- A beton húzószilárdsága általában zérus (kivéve az 5. fejezetben tárgyalt esetet), a nyomott beton követi a Hooke-törvényt, alakváltozási tényezője állandó, és a kúszás hatását is magába foglalja (E_c).
- A tanulmány egyes fejezeteiben használt, a húzott acélokra, illetve a betonra vonatkozó nem lineáris, idealizált σ - ϵ diagramokat a 2. ábra mutatja. A 2/a ábrán a kifejezett folyáshatárral rendelkező acél, a 2/b ábrán kétféle, eltérő

¹ A továbbiakban olyan keresztmetszetekre használjuk a „gyengén vasalt” kifejezést, amelyeknél a repedést követő igénybevétel-növekedés hatására először az acél folyik meg, a beton pedig továbbra is rugalmas állapotban marad.



2. ábra. A tanulmányban használt nemlineáris anyagmodellek

folyási határú acél, a 2/c ábrán a kifejezett folyási határral nem rendelkező acél idealizált diagramjai láthatók. A 2/d ábra a konstans húzószilárdságúnak tekintett (pl. szálerősítésű) beton idealizált anyagmodelljét mutatja.

A szakkifejezések, valamint az általános vasbeton szilárdságtani ismeretek vonatkozásában Kollár László egyetemi tanár kiváló tankönyvét követtem (Kollár, 1996). A betűjeleket, indexeket hozzá hasonlóan az Eurocode (EC-2) és a csatlakozó Nemzeti Alkalmazási Dokumentum (NAD, 1999) ajánlásaihoz igazodva használtam, ezeket általában ábrán és/vagy szövegközben is értelmeztem. Kivételként megtartottam az alakváltozási tényező arányszámának n jelét, mivel ez a rugalmas számítás egyik meghatározó, megszokott alaplennysége, és az Eurocode szerinti α jel zavart okozhatna.

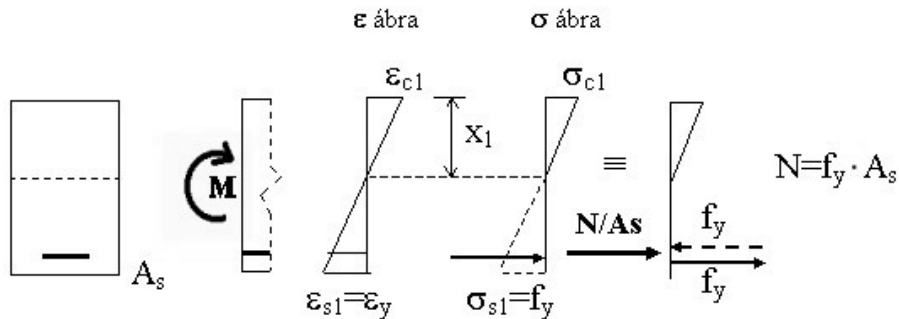
2. „GYENGÉN VASALT” KERESZTMETSZET VIZSGÁLATA A KERESZTMETSZET BEREPEDÉS UTÁNI ÁLLAPOTÁBAN

Ebben a fejezetben olyan keresztmetszetekkel foglalkozunk, amelyeknél a berepedés után közvetlenül vagy az igénybevétel további növelését követően a húzott betonacél megfolyik, miközben a nyomott beton rugalmas marad. A betonacélt a rugalmas-képlékeny anyagmodellel jellemezzük (2/a ábra). Betonacélokra ez a legáltalánosabban alkalmazott modell, de a képlékeny szakaszra eddig nem volt szükség, mivel megfelelő számítási eljárás híján az alakváltozások és a repedések korlátozására az a szabály alakult ki, hogy használati állapotban az acélok maradjanak rugalmasak.

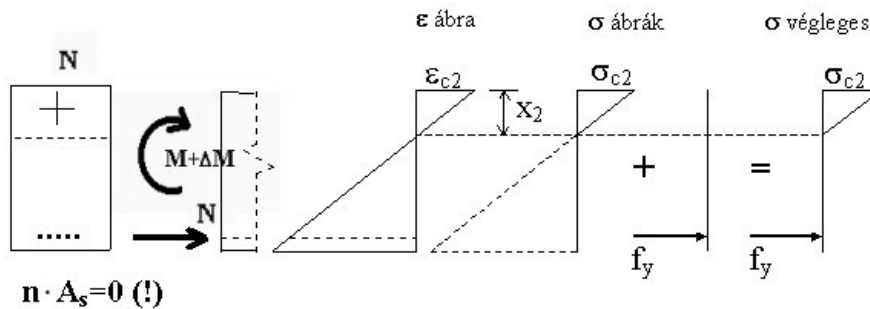
A fenti módon értelmezett keresztmetszeten az acél folyási határának elérése után az igénybevétel további növelése valóban intenzívebb görbületnövekedést okoz, de ez nem jelent tönkremenetelt, sőt még a beton rugalmas viselkedésének megszűnését sem. Megfelelően nagy betonszilárdság mellett a terhelés növelhető

úgy, hogy az erőjátékban részt vevő hatásos (dolgozó) keresztmetszet az acél folyása ellenére is rugalmasan viselkedik.

Tekintsük a 3/a ábrát! A húzott acélokban a további alakváltozástól függetlenül f_y húzófeszültség, illetve egy $f_y \cdot A_s$ nagyságú húzóerő működik. A szokásos módon kivágott rövid tartódarabka egyensúlyban van a bal oldalán ható nyomaték és a jobb oldalán működő belső feszültségek hatására. Adjunk a fenti rendszerhez az acélok vonalában két, egymással ellentétes irányú, $N = f_y \cdot A_s$ nagyságú erőt! Az egyensúly változatlanul fennmarad, és a görbület értéke sem változik. A tartódarabon működő erőket megfelelően csoportosítva, egyrészt az acélokban működő feszültség kiejthető, másrészt a megmaradt keresztmetszeten az acélok vonalában egy N kiegészítő erő marad. Mivel a nyomatéki igénybevétel további növelésével járó többletnyúlás az acélokban feszültségnövekedést már nem okoz, fenti eljárással az acélokat a dolgozó idealizált keresztmetszetből kiiktattuk, és helyettük az igénybevétel kiegészült egy N nyomóerővel.



a) Alakváltozási és feszültségi ábrák az acél folyásakor



b) Alakváltozási és feszültségi ábrák az acél folyását követően

3. ábra. „Gyengén vasalt” keresztmetszet vizsgálata

Fenti állapotot másképp is megfogalmazhatjuk (3/b ábra). Az acél folyási állapota úgy is értelmezhető, hogy rugalmassági modulusa zérusra csökkent. Ezért a továbbiakban a rugalmas, berepedt idealizált keresztmetszet számításában az acélterület $n = 0$ szorzóval veendő számításba. Ugyanakkor az így módosított idealizált keresztmetszeten a ténylegesen ható M nyomatékon túl a megfolyt vasak helyén az N fiktív erőt is működtetni kell. Eljárásunkat elnevezhetjük az *egységesített igénybevétel módszerének*, mivel a rugalmas számítás elvégezhetősége érdekében a vizsgált állapot előtt fellépő nemlineáris jelenséget egy kiegészítő erő (és a hozzá tartozó maradó feszültségek, ezúttal f_y az acélokból) bevezetésével oldja fel.

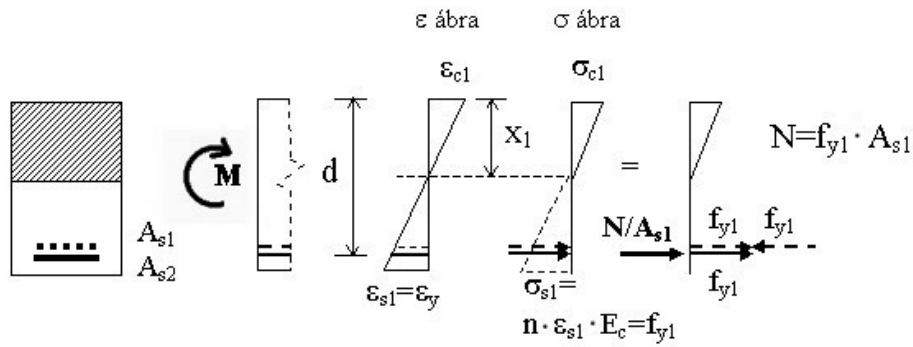
Fenti transzformációt követően konkrét feladatunk szilárdságtani típuspéldává alakult („külpontos” nyomás, húzószilárdság nélküli keresztmetszet, rugalmas számítás). Az N erő támadáspontjának ismeretében – amelynek ezúttal a keresztmetszeten belül kell maradnia – a nyomott öv magassága, majd a szélső nyomott betonszállban ébredő feszültség könnyen meghatározható, négyszögszelvény esetén akár szemlélettel is. A végleges feszültségábra az így kapott rugalmas betonfeszültségek és a számítást előkészítő transzformáció során „maradt” konstans acélfeszültségek összegzéseként kapható meg (lásd a 3/b ábra jobb oldalának három ábráját). Az eredmény helyessége az egyensúlyi feltételek teljesülésének ellenőrzésével könnyen belátható.

3. KÉTFÉLE FOLYÁSHATÁRÚ ACÉLLAL VASALT KERESZTMETSZET VIZSGÁLATA BEREPEDT ÁLLAPOTBAN A GYENGÉBBIK ACÉL FOLYÁSÁT KÖVETŐEN

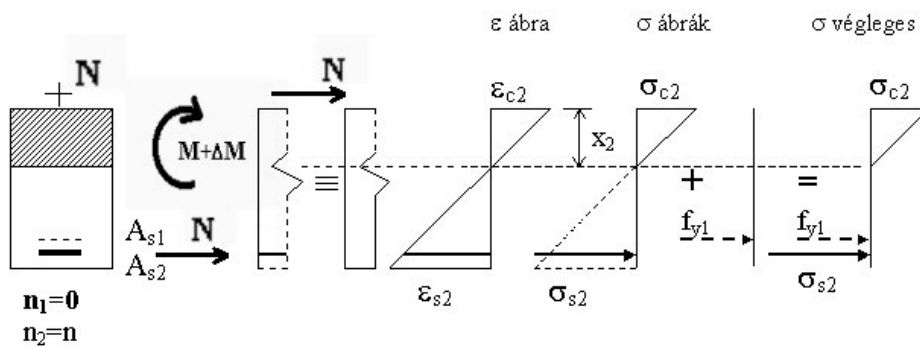
A feladat nem tűnik túl valószerűnek, de értelmezhető (pl. betonacél és hegesztett háló, betonacél és feszítőhuzal együttes használata), az eljárás kiterjesztése szempontjából pedig több tanulsággal szolgál.

Elvileg mindkét acélfajtát az idealizált rugalmas-képlékeny σ – ε diagrammal jellemezzük (2/b ábra), de minket most csak a kisebb szilárdságú acél megfolyását követő, egyébként még rugalmas viselkedésű tartomány érdekel.

A 4/a ábrásor ahhoz az M nyomatékhoz tartozó állapotot mutatja, amelynél a húzott vasakban fellépő feszültség éppen elérte a kisebb folyáshatárú acél f_{y1} folyáshatárát. (Rajztechnikai okokból a kétféle vas a keresztmetszetben egymás fölött van, de valójában azt tételezzük fel, hogy egy sorban, a nyomott öv tetejétől d távolságra helyezkednek el.) Az A_{s1} húzott vasak vonalában az előző példánál ismertetett módon hozzáadott $\pm N = f_{y1} \cdot A_1$ egyensúlyi erőrendszer most sem változtat a keresztmetszet alakváltozásain és a betonfeszültségeken. A további számításokhoz ezúttal csak a kisebb folyási határral rendelkező acélhoz tartozó n tényezőt kell zérusnak tekinteni (folyás).



a) Alakváltozási és feszültségi ábrák a gyengébb acél folyáshatárának elérésekor



b) Alakváltozási és feszültségi ábrák a gyengébbik acél folyását követően

4. ábra. Kétféle folyáshatárú acéllal vasalt keresztmetszet vizsgálata

Az így generált külpontos igénybevételű, csökkentett húzott övű dolgozó keresztmetszet „nem tudja”, hogy adott feszültségállapota milyen módon jött létre, az igénybevétel ΔM nyomatékkal történő növelésekor viszont ismét berepedt, rugalmas keresztmetszetként működik (4/b ábra).

A semleges tengely számítását az adott $M + \Delta M$ nyomaték és a vasak vonalában működő N fiktív nyomóerő együttes hatására (külpontos nyomás N dőfésponttal) legegyszerűbben a bevezetésben vázolt eljárással lehet elvégezni. Ezt követően a κ görbület meghatározására – más lehetőségek fenntartása mellett – a Deák György professzor által bemutatott egyik képletet javasoljuk, amelyben I_x az idealizált berepedt keresztmetszet inercianyomatéka a számított semleges tengelyre, a többi adat pedig már a megelőző számítási lépésekből ismert (Deák, 1992). A jelölések az 1. ábrán láthatók:

$$\kappa = \frac{t_{Nx} \cdot N}{E_c \cdot I_x}$$

Fenti, vagy a még egyszerűbb $\kappa = N/E_c/S_x$ összefüggésből a semleges tengely helyének ismeretében közvetlenül a görbületet kapjuk meg anélkül, hogy további alakváltozás- vagy feszültségszámításra lenne szükség! A végleges feszültségábra kialakításához viszont először a rugalmas számítás szerinti feszültségeket kell meghatározni, majd ehhez hozzáadni a megfolyt acélban „rögzült” f_{y1} feszültséget (4/b ábra).

4. BILINEÁRIS ANYAGMODELLŰ ACÉLLAL VASALT KERESZTMETSZET VIZSGÁLATA

A napjainkban használt nagyszilárdságú betonacélok nem rendelkeznek kifejezett folyáshatárral, sokkal jobban illik rájuk az 1/c ábra szerinti bilineáris anyagmodell. A maximális nyúlás 1%-ban korlátozása mellett ezt a modellt az Eurocode (EC-2) is támogatja. Az alábbiakban megmutatjuk, hogyan alkalmazható az *egységített igénybevétel módszere* ebben az esetben.

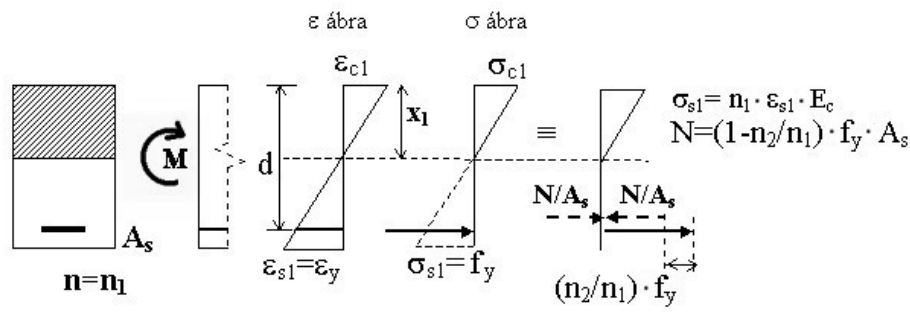
Szemben a rugalmas-képlékeny viselkedésű acéllal, bilineáris σ - ε anyagmodell esetén az f_y feszültségérték elérését követően az acél rugalmassági modulusa nem csökken zérusra. Az igénybevétel további növekedésekor az acél kisebb n tényezővel ugyan, de változatlanul részt vesz a berepedt, rugalmas erőjátékban. A keresztmetszet viselkedése a $\sigma_s = f_y$ acélfeszültséget eredményező M nyomaték hatására most is kétféleképpen írható le.

Az ε_y nyúlást kiváltó igénybevételig az acél folyásmentes, viselkedése a σ - ε diagram első szakaszának felel meg. Így az idealizált keresztmetszet számításában az acélkeresztmetszet helyére

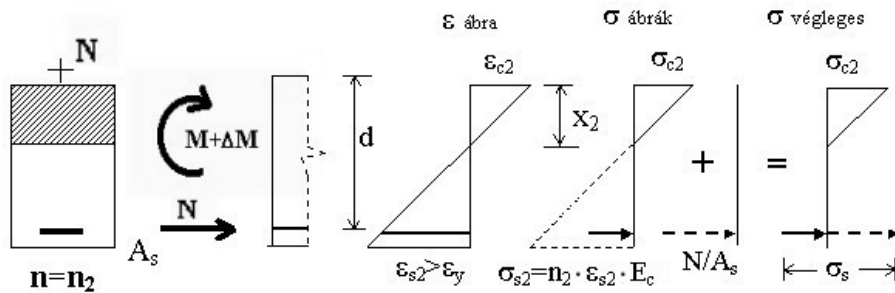
$$n_1 \cdot A_s = \frac{E_{s1}}{E_c} \cdot A_s$$

helyettesítő betonkeresztmetszet kerülhet (5/a ábra). Ugyanez az állapot azonban a σ - ε diagram második szakaszának kezdőpontjához is kapcsolható. Ez esetben az acélok helyén csak

$$n_2 \cdot A_s = \frac{E_{s2}}{E_c} \cdot A_s$$



a) Alakváltozási és feszültségi ábrák az acél folyáshatárának elérésekor



b) Alakváltozási és feszültségi ábrák továbbterheléskor

5. ábra. Bilineáris anyagmodellű acéllal vasalt keresztmetszet vizsgálata

helyettesítő betonfelület veendő figyelembe. A kieső keresztmetszet feszültségeiről nem feledkezhetünk meg, kiiktatásuk csak a korábbiakban bemutatott egyensúlyi erőrendszer hozzáadásával történhet. A húzott vasak vonalában újra egy fiktív N nyomóerő jelenik meg, amelyet az alábbi megfontolások szerint lehet meghatározni:

M nyomaték hatására az acélokban f_y húzófeszültség lép fel, ezért helyükön az első állapot szerinti idealizált keresztmetszet betonjában

$$\sigma_c^s = \frac{f_y}{n_1}$$

feszültséggel kell számolnunk. A rugalmassági modulus változása miatt kieső helyettesítő betonfelület nagysága ugyanitt

$$\Delta A_c = (n_1 - n_2) \cdot A_s.$$

A húzott övben a fenti két mennyiség szorzataként kapható N helyettesítő nyomóerőre van szükség:

$$N = f_y \cdot A_s \cdot \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right).$$

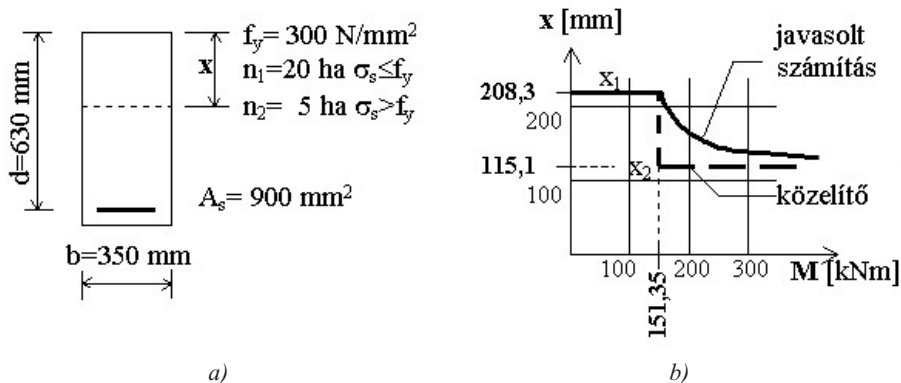
Fenti erő érdekessége, hogy ha értelmezzük az N/A_s feszültséget, az nem más, mint a σ - ε diagram felső szakaszának a σ tengelyt metsző, zérus nyúláshoz tartozó értéke (lásd 2/c ábra):

$$\sigma_{N0} = f_y \cdot \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right).$$

Adódik a párhuzam a feszítéssel, ahol ez éppen a környező beton feszültségmentes állapotának megfelelő hatásos előfeszültségnek felelne meg!

Az eljárás szemléltetésére nézzünk egy *számpéldát!*

A 6/a ábrán látható egyszeres vasalású téglalap keresztmetszetben az 1/c ábra bilineáris diagramja szerint viselkedő acélt tételeztünk fel. A beton E_c alakváltozási tényezőjét a terhelés folyamán állandónak véve a terhelés első fázisában legyen $n_1 = E_{s1}/E_c$ értéke $n_1 = 20$. A negyedakkorára feltételezett E_{s2} rugalmassági modullal a második fázisban $n_2 = 5$. A két állapot határa legyen az $f_y = 300 \text{ N/mm}^2$ értékű folyási feszültséget kiváltó igénybevételnél. Ellenőrizhető, hogy ez éppen egy $M = 151,35 \text{ kNm}$ nagyságú nyomaték.



6. ábra. A számpélda kiinduló adatai (a) és a nyomott öv magasságának alakulása (b) a terhelő nyomaték függvényében (bilineáris acéllal vasalt keresztmetszet)

Ekkora vagy ennél kisebb nyomaték esetén a hajlított rugalmas, berepedt keresztmetszet nyomott övének magassága az ismert összefüggésekkel határozható meg (Statikusok könyve, 1989), amelyekből az $n_1 = 20$ értéket használva a nyomott öv magasságára $x_1 = 208,3$ mm értéket kapunk. Hasonlóképpen, de $n_2 = 5$ értékkel számolva a nyomott öv magassága már csak $x_2 = 115,1$ mm. Ezt az értéket lehet közelítőleg a folyás utáni állapot hajlítási merevségének meghatározásához felhasználni (6/b ábra).

Áttérve eljárásunkra, a két állapot határát jelentő M nyomatéknál a fentivel egyező x_1 semleges tengely pozíciót kell kapnunk. Az iterációs számítás szemléltetésére bemutatjuk azt az elkészült Excel táblázatot, amely ezt az $M = 151,35$ kNm nyomaték szerinti állapotot számítja (1. táblázat).

1. táblázat. Az iterációs számítás Excel táblázata

	$N=f_v \cdot A_s \cdot (1-n_1/n_2)$ [kN]	M [kNm]			$e_N=M/N-d$ [mm]
0	202,50	151,35			117,43
	$x_0=d$ [mm]	S_N [mm ³]	I_N [mm ⁴]	$t_{Nk}=I_N/S_N$ [mm]	$x_{új}=t_{Nk}-e_N$ [mm]
1	630,0	9,871E+07	5,104E+10	517,0	399,9
2	399,6	4,773E+07	1,845E+10	386,5	269,1
3	269,1	2,710E+07	9,063E+09	334,5	217,0
4	217,0	2,053E+07	6,690E+09	325,9	208,5
5	208,5	1,954E+07	6,364E+09	325,7	208,3
6	208,3	1,951E+07	6,356E+09	325,7	208,3

Az 1. ábra jelöléseinek és a 6. ábra adatainak ismeretében értelmezni csak az S_N és I_N cellákhoz rendelt és ott nem látható képleteket kell:

$$S_N = n_2 \cdot A_s \cdot (e_N + d) + b \cdot x \cdot \left(e_N + \frac{x}{2} \right)$$

$$I_N = n_2 \cdot A_s \cdot (e_N + d)^2 + \frac{b \cdot x^3}{12} + b \cdot x \cdot \left(e_N + \frac{x}{2} \right)^2.$$

Az iteráció $x_0 = d = 630$ mm értékről, a húzott vasak vonalától indul, és mint látható, már a 4–5. lépésnél igen nagy pontossággal megadja a várt $x = 208,3$ mm eredményt. Programozni (a cellákhoz képletet rendelni) csak a 0. és 1. jelű sorokban kell, az iteráció további sorait már az 1. jelű táblázatsor képleteket is tartalmazó másolásával lehet előállítani.

Amennyiben a keresztmetszetre ható nyomaték M -nél nagyobb, x értéke az előzőekben számítottnál kisebb lesz. Egyre növekvő hajlító igénybevétel esetén a rugalmas nyomott öv magassága folyamatosan csökken, és elméletileg x_2 -höz tart. A 6/b ábra jól mutatja, hogy a javasolt számításmód valóban ezt az eredményt szolgáltatja.

5. ÁLLANDÓ HÚZÓSZILÁRDSÁG FIGYELEMBEVÉTELE A BEREPELT KERESZTMETSZET HÚZOTT ÖVÉBEN

Berepedt, II. feszültségi állapotban általában nem számolunk a beton húzószilárdságával, amelynek az igen kis szakadó nyúlás miatt legfeljebb a semleges tengely közelében lehetne szerepe. A húzott betonöv „szívóosságának”, a repedések távolságának, és így tágasságának csökkentésére azonban mind gyakrabban kevernek a beton anyagába különféle speciális szálanyagokat. Teherbírási szempontból ennek hatása kicsi, jelentősége elsősorban használati állapotban, a berepedt tartók viselkedésében van. A repedésen átmenő szálak a repedés két oldala között viszonylag nagy alakváltozási tartományban képesek húzóerő átadására. A szálerősített beton viselkedését húzásra legegyszerűbben egy, a nyúlás értékétől független konstans „beton” szilárdsággal jellemezhetjük a 2/d ábra szerint (Dulácska, 1999). Ez esetben a nemlinearitás a húzott acél helyett a húzott betonövben jelentkezik.

Tekintsük a fenti betonnal készült hajlított vasbeton keresztmetszetet! A korábbiakban elmondottak alapján már nem igényel részletesebb magyarázatot, hogy a repedés húzott övében keletkező és egyenletesen megoszló húzófeszültségek egy, a keresztmetszetet nyomó kiegészítő fiktív N erőként vehetők számításba, amely erő a húzófeszültségek eredőjének megfelelő támadáspontú és nagyságú. A húzott betonöv ezután már nem része a hatásos dolgozó keresztmetszetnek, de a vasalás igen!

Az előző példától eltérően ezúttal a semleges tengely meghatározását szolgáló fokozatos közelítésben az N erő, és ezzel a keresztmetszeten számításba veendő külpontos erő aktuális támadáspontja is folyamatosan változik. Emiatt – különösen kevés vasalás mellett – a nyomott öv magasságának meghatározását célzó iteráció bizonytalanabb, a kiinduló érték felvételéhez a mérnöki érzékre is szükség lehet. A feladat természetesen mindig megoldható más, mechanikusabb eljárással, a nyomott öv egyre nagyobb, vagy éppen egyre kisebb értékeivel történő számítás-sorozattal. Táblázatkezelő program használatával ez is egyszerűen elvégezhető, ha pedig a számítást a ma már szinte bárki által hozzáférhető Excel 97 standard eszköztárában található „Célérték kereső” funkcióra alapozzuk, a keresést a program automatikusan is elvégezheti!

6. A MÓDSZER ÁLTALÁNOSÍTÁSI LEHETŐSÉGEI

Az előzőekben ismertetett feladatok megoldásai egy általánosabban megfogalmazható eljárás képét rajzolják ki. A vasbeton speciális viszonyai között minden példánk ugyanarról szól: bár az adott terhelés szintjén a dolgozó, hatásos keresztmetszet a rugalmas-berepedt állapot ismert és megszokott szabályai szerint viselkedik, valamely megelőző nem lineáris jelenség miatt a rugalmas számítás csak korrekció után végezhető el.

Módszerünk három sarokköve:

1. A rugalmas alakváltozást végző hatásos idealizált keresztmetszet pontos értelmezése.
2. A nemlineáris hatás(ok)ból származó konstans (nem teherfüggő) kiegészítő feszültségek meghatározása.
3. Egyensúlyban levő erőrendszer hozzáadásával fenti feszültségek „kiiktatása”, és a hatásos idealizált keresztmetszetre működtetendő fiktív kiegészítő teher meghatározása.

Bemutatott példáink annyiban speciálisak, hogy a fiktív erő mindig a húzott övben működő, az alakváltozást kedvezően befolyásoló *nyomóerő*, emiatt az igénybevétel külpontos nyomás. Az első három esetben ez az ellenerő egy adott igénybevétel nagyságtól kezdve konstans (nem függ a húzott öv méretétől), az utoljára tárgyalt esetben viszont arányos a húzott öv területével, így igénybevétel-függő.

Mivel témánkhoz kapcsolódik, meg kell említenünk a húzott öv merevítő hatásának sokat elemzett kérdését is (Tension Stiffening Effect). Szerző véleménye szerint hasonló gondolatmenet ebben az esetben is alkalmazható. Elképzeléseit három éve mechanikai konferencián ismertette (Visnovitz, 1999). A témáról önálló publikáció készül.

Jelen tanulmány keretében nem kellene foglalkoznunk a zsugorodás hatásával, mivel az a nyomott betonövvvel összefüggő nemlineáris jelenség. Könnyen belátható azonban, hogy a görbületek és feszültségek alakulása szempontjából a beton ϵ_{cs} zsugorodása éppen olyan hatású, mintha a nem zsugorodó betonban az acél duzzadna ugyanekkorá nyúlással. Az acélt a környező betonnal azonos hosszúságúra kényszerítő erő

$$F_{cs} = \epsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s.$$

Ennek ellenereje, mint *húzóerő* fog hatni a rugalmas, idealizált dolgozó keresztmetszetre. A képlet is mutatja, hogy ezen erő értéke nem függ az idealizált keresztmetszet jellemzőitől. A zsugorodás hatása úgy jelenik meg az acélban, mint egy negatív előfeszítés. Mindezekből következik, hogy ha a zsugorodást is figyelembe

kívánjuk venni, akkor a hajlításra igénybevett, berepedt keresztmetszet alakváltozásainak és feszültségeinek meghatározása *külpontos húzásként* történhet.

Komoly lehetőségeket kínál az a felismerés, hogy *különböző nemlineáris hatások az egységesített igénybevételek módszerén belül együtt is kezelhetők!* Ha például a 4. fejezetben tárgyalt esetben (bilineáris viselkedésű acéllal vasalt keresztmetszet) a görbület meghatározásában a zsugorodást is figyelembe kívánjuk venni, nincs más teendőnk, minthogy a hatásos berepedt keresztmetszetre működteendő kiegészítő N erőt a két transzformáció során kapott segéderők összegeként vegyük figyelembe!

Jelen tanulmánynak nem tárgya a nyomott öv betonjával kapcsolatos nemlineáris viselkedés hasonló elemzése. Meg kell azonban említenünk, hogy azt a fentiekben megfogalmazott és bemutatott elvet, hogy nemcsak a repedésmentes, hanem a berepedt vasbeton keresztmetszet feszültségi állapota is szétbontható egy terheléstől függő rugalmas és egy konstans feszültségállapotra, a szakirodalom éppen a beton időbeli alakváltozásaival összefüggésben vetette fel (Cosenza – Debernardi, 1997). Nevezett szerzők a használati állapotban alkalmazható számítási módszerek áttekintése során a zsugorodás és kúszás szerepét is tárgyalták. Az alapvető egyensúlyi egyenletekből és alakváltozási feltételekből kiindulva meglehetősen bonyolult összefüggéseket vezettek le, amelyekből viszont kiolvasható, hogy a terheléstől függő rugalmas feszültségrendszer általános képletei valóban a külpontos igénybevétel szerinti állapotnak felelnek meg.

ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmány újszerű eljárást ismertetett a hajlításra igénybevett, berepedt vasbeton keresztmetszetek húzott övében fellépő nemlineáris jelenségek viszonylag egyszerű, de pontos figyelembevételére. Az eljárás a problémát külpontosan nyomott, rugalmas, berepedt keresztmetszet vizsgálatává alakította át. A javasolt módszer több nemlineáris jelenség egyidejű figyelembevételére is használható. A számítás technikai kivitelezésére bemutatásra került egy kevésbé ismert, de kézi jellegű számításra is alkalmas rekurzív eljárás. A tanulmányban szereplő példák a fentiekkel karöltve remélhetőleg tovább gyengítik azt az előítéletet, amely szerint berepedt, rugalmas állapotban a külpontos nyomás szerinti pontos számítás rendkívül bonyolult és felesleges, ezért azt közelítésekkel el kell kerülni. Az ilyen és hasonló problémák vizsgálata elősegítheti a hagyományos, a vegyes vasalású és a feszített vasbeton szerkezetek számításmódjának további egységesülését használati állapotban is.

IRODALOM

- Cosenza E. – Debernardi P. G.: Calculation of Stresses, Deformations and Deflections of Reinforced and Prestressed Concrete Elements in Service. *CEB Bulletin d'Information* number 235. Serviceability Models Progress report, April 1997. 105–142.
- Deák György: *Feszített tartók görbülete*. BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék. Kézirat, 1992.
- Domokos Gábor: Axiálisan terhelt vasbeton keresztmetszet semleges tengelyének számítása konvergens iterációval a II. feszültségi állapotban. *Építés-Építésztudomány*, XIX. kötet 3–4. szám, 1987–1988. 395–405.
- Dulácska Endre: A külpontosan nyomott vasbeton rúd alakváltozása. *Magyar Építőipar*, 1978. 9–10.
- Dulácska Endre: Az acélszál erősítésű beton és vasbeton méretezéselmélete. *Szálerősítésű betonok a kutatástól az alkalmazásig*. Konferenciakiadvány. Budapest, 1999. 194–213.
- Kollár László: *Vasbetonszerkezetek I (Vasbeton szilárdságtan az EUROCODE 2 szerint)*. Egyetemi jegyzet, J-95025. Budapest, Műegyetemi Kiadó, 2000.
- Mihailich Győző – Palotás László: *Vasbetonépítéstan. A vasbeton szilárdságtana*. Budapest, Tankönyvkiadó, 1964. 326–332.
- MSZ ENV 1992-1-1 Betonszerkezetek tervezése (EC 2).
- NAD MSZ ENV 1992-1-1 Betonszerkezetek tervezése, 1999.
- Statikusok könyve. Magasépítés*. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1989. 176.
- Visnovitz Gy.: A „Tension stiffening”-ről kicsit másképp. *VIII. Magyar Mechanikai konferencia. Az előadások összefoglalói*. Miskolc, 1999. 150.

CONSIDERATION OF NON-LINEAR PHENOMENA
IN THE TENSION ZONE OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS
SUBJECTED TO BENDING IN THE CALCULATION
OF CURVATURE AND STRESSES

Summary

The paper presents the calculation of curvature and stresses of reinforced concrete cross-sections subjected to bending, to which the conventional assumptions on the cracked elastic state are only partly applied. Hooke's Law still holds true in the compression zone of the cross-section, but the strains in the steel reinforcement and in the tension zone of the concrete are larger than the yield strain. According to a proposed novel method, the bending moment and the balancing stresses, together the effective cross section need to be transformed in an appropriate way, so that curvature can be determined according to the common concepts related to the cracked-elastic state. However, due to the introduced auxiliary force, bending changes into eccentric loading. The application of this method is illustrated by examples involving steel reinforcement of three different material models and concrete of constant tensile strength. In the frame of a numerical example the paper introduces a little-known but efficient iterative procedure for the calculation of the location of the neutral axis, in case of cross-sections subjected to eccentric compression in cracked-elastic state.

Keywords: reinforced concrete, non-linear phenomena, curvature, cracked-elastic state, auxiliary force, eccentric compression, iterative procedure.

