

EGY EGYSZERŰ VISZKOELASZTIKUS MODELL ELEMZÉSE

DR. GÁSPÁR ZSOLT – NÉMETH RÓBERT

1. BEVEZETŐ

Ha egy viszkoelasztikus szerkezetet állandó teherrel megterhelünk, akkor általában a terhelés pillanatában létrejön egy rugalmas alakváltozás, majd változatlan teher esetén is további deformáció alakul ki. Itt, és a továbbiakban, feltételezzük, hogy a terhelés kvázistatikus, vagyis olyan lassan jut a teher a szerkezetre, hogy a létrejövő elmozdulások sebessége, gyorsulása figyelmen kívül hagyható. Ugyanakkor azt is feltételezzük, hogy a terhelés folyamata elég gyors ahhoz (vagy a viszkózus anyagi jellemzők olyanok), hogy az azalatt létrejövő viszkózus alakváltozások elhanyagolhatók a létrejövő rugalmas alakváltozások mellett.

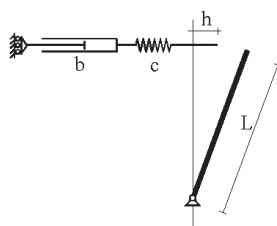
Ha azonban a terhelést nem folyamatnak tekintjük, hanem csak azt vizsgáljuk, hogy a viszkózus tulajdonságoktól megfosztott rugalmas szerkezet az adott teher esetén mely helyzetekben lehet egyensúlyban, előfordulhat, hogy nem határozható meg egyértelműen a terhelés pillanatában létrejövő helyzet. A további deformációk létrejöttét természetesen csak a valós időben lejátszódó folyamatként lehet kezelni. A folyamatot leíró differenciálegyenletek általános megoldása azonban nagyon különleges is lehet, a kiválasztott kezdőhelyzet függvényében esetleg más-más tartománya használható csupán.

E cikkben a szakirodalomból [1] vett egyszerű modellen illusztráljuk a jelenséget. Pontosítjuk az ottani megoldást, feloldjuk az ott felvetett látszólagos ellentmondást, megvizsgáljuk, hogy az eredményeket felhasználva milyen kérdésekre adható meg a válasz.

2. A FELADAT KITŰZÉSE

A vizsgált síkbeli szerkezet két részből áll. Az egyik rész egy L hosszúságú (súlytalan) merev rúd, mely az egyik végén egy fix csuklóval kapcsolódik a földhöz, a másik rész egy sorbakapcsolt csillapító elem (a továbbiakban röviden: dugattyú) és rugó együttese (Maxwell-modell), mely görgővel kapcsolódik egy függőleges fal-

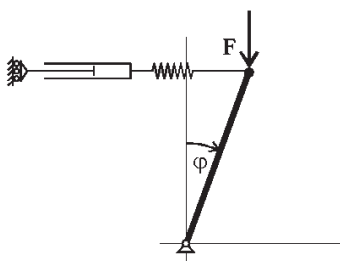
hoz, így biztosítva azt, hogy a jobb végén terhelt elem csak vízszintes helyzetben lehessen egyensúlyban (1. ábra).



1. ábra

A rugó lineárisan rugalmas, a benne keletkező erő a rugó megnyúlásának c -szerese. A dugattyút lineárisan viszkózusnak választjuk, azaz megnyúlásának sebessége a rá ható belső erővel arányos. Az arányossági tényező a b viszkozitási együttható reciproka. Abból a célból, hogy a későbbiekben a differenciálegyenletek megoldásaként kapott görbék értelmezési tartományait ne kelljen korlátoznunk, feltételezzük, hogy a dugattyú és a rugó mindkét irányban végtelen nagy deformációra is képes. A Maxwell-modellnél nincs értelme általánosan terheletlen hosszról beszélni, hiszen a dugattyú hossza az idők folyamán változhat, ezért a vizsgálat időpontját is rögzítenünk kell. A terhelés időpontját $T = 0$ időpontnak tekintve feltételezzük, hogy a dugattyús-rugós elem hossza ekkor olyan, hogy az az 1. ábrán látható helyzetben feszültségmentes, azaz az elem jobb oldali vége a csuklón át húzható függőlegestől jobbra h távolságra van.

A $T = 0$ időpontban kapcsoljuk a két elem végét össze, tesszük az állandó nagyságú, függőleges F erőt (melyet akkor tekintünk pozitívnak, ha lefelé mutat) a kapcsolódási pontra, és a szerkezetet eljuttatjuk egy egyensúlyi helyzetbe. Ebben a $T = 0$ pillanatban a korábbi feltételezésünk szerint a dugattyú nem változtathatja hosszát, tehát a szerkezet egyszabadságfokú, így a 2. ábrán látható φ szöggel egyértelműen megadható a szerkezet helyzete.



2. ábra

A következő kérdésekre szeretnénk válaszolni:

- Ebből az egyensúlyi állapotból kiindulva az időben hogyan változik a szerkezet helyzete?
- Az idők folyamán bekövetkezh-e stabilitásvesztés?
- Ha igen, mikor (t_{kr}) és hogyan?
- Hogyan függ a t_{kr} kritikus idő a második elem h kezdeti méretétől?
- Megadható-e a h értékére olyan intervallum, hogy annak bármelyik pontjával jellemzett szerkezetből kiindulva a szerkezet nem veszti el a stabilitását előre megadott időpontig?

3. A RUGALMAS MODELL

Először azt kívánjuk megállapítani, hogy a terhelt szerkezet a $T=0$ időpontban milyen helyzetekben lehet egyensúlyban. Ehhez a dugattyú hosszát rögzítjük, és így egy, az irodalomból [2, 3, 5] jól ismert rugalmas szerkezethez jutunk. A merev test φ elfordulásának függvényében a szerkezet teljes potenciális energiája:

$$V(\varphi) = \frac{c}{2} (L \cdot \sin \varphi - h)^2 + F \cdot L \cdot \cos \varphi. \quad (1)$$

Ennek φ szerinti első és második deriváltja:

$$V_{\varphi}(\varphi) = L \cdot (c \cdot L \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - c \cdot h \cdot \cos \varphi - F \cdot \sin \varphi), \quad (2)$$

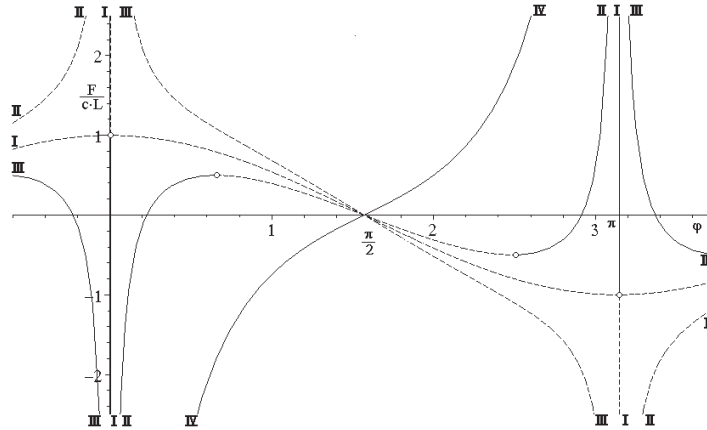
$$V_{\varphi\varphi}(\varphi) = L \cdot (c \cdot L \cdot \cos 2\varphi - c \cdot h \cdot \sin \varphi - F \cdot \cos \varphi). \quad (3)$$

Egyensúlyi helyzetben az első derivált értéke nulla. A 3. ábra mutat néhány jellegzetes egyensúlyi utat (a függőleges tengelyen a teherparamétert dimenziótlánítva ábrázoljuk) különböző h értékek esetén. Az ábrán folytonos vonal jelöli a stabilis egyensúlyi helyzeteket (ahol a második derivált pozitív), szaggatott vonal a labilis helyzetet (ahol a második derivált negatív). A kritikus helyzeteket (a második derivált nulla) nullkör jelöli.

Az I-gyel jelölt görbék a $h=0$ esethez tartoznak. Ekkor a merev rúd függőleges helyzetben (akár felfele, akár lefele állva) F bármilyen értéke esetén egyensúlyban van. A kritikus helyzetekben labilis szimmetrikus elágazási pont van. $0 < h < L$ esetén az egyensúlyi út típusát a II-vel jelölt görbék szemléltetik. Ezeknél a $0 < \varphi < \pi/2$ intervallumban határpontos stabilitásvesztés következik be.

A $0 < \varphi < \pi$ intervallumban $h < 0$ esetén (III jelű görbék) nincs stabilis, $h > L$ esetén (IV jelű görbék) nincs labilis egyensúlyi helyzet. Az egyensúlyi utaknak a

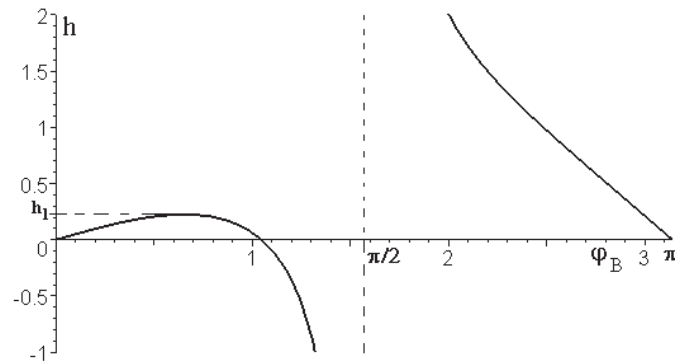
fenti intervallumon kívüli része egyszerű koordináta-transzformációkkal (előjelváltással, eltolással) ezekből a görbékkel előállítható, ezért ott csak rövid szakaszon ábrázoltuk a görbéket.



3. ábra

Az egyensúlyi utak a különböző nagyságú terhek esetén lehetséges egyensúlyi helyzeteket mutatják. Ha rögzítjük a terhet (pl.: $F = cL/2$), akkor előírt h esetén kereshetjük az egyensúlyi helyzeteket (φ_B) a terhelés pillanatában, de már a rugalmas deformáció létrejöttkor. Ehhez megint a potenciális energia első deriváltját ((2) függvény) kell zérussá tenni. Ebből φ_B nem fejezhető ki, de ha φ_B a π -nek nem egész számszorosa, akkor az inverz függvény könnyen kifejezhető:

$$h = L \cdot \sin \varphi_B - \frac{F}{c} \cdot \operatorname{tg} \varphi_B. \quad (4)$$



4. ábra

A függvényt a 4. ábra mutatja. Megállapítható, hogy ha $h \in (0, h_1)$, akkor a $(0, \pi)$ intervallumban három helyzetben is egyensúly lehet, ha $h \notin (0, h_1]$, akkor csak egy helyzetben. Itt

$$h_1 = L \cdot \left(1 - \left(\frac{F}{c \cdot L} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (5)$$

4. A VISZKOELASZTIKUS MODELL

Vezessük be a következő jelöléseket:

$Q(t)$ – a vízszintes elemben ébredő belső erő,

$p(t)$ – a dugattyú megnyúlása,

$r(t)$ – a rugó megnyúlása,

$()'$ – az idő szerinti deriválás jele.

A kúszási folyamat alatt minden időpontban teljesülnie kell a *geometriai egyenletnek* (a megváltozott hosszúságú vízszintes elem éppen a merev rúd szabad végéig ér el):

$$h + p(t) + r(t) = L \cdot \sin \varphi(t), \quad (6)$$

vagy az idő szerinti változásra felírva:

$$\dot{p}(t) + \dot{r}(t) = L \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi(t), \quad (7)$$

a *fizikai egyenleteknek* a dugattyúra:

$$\dot{p}(t) = Q(t) / b, \quad (8)$$

és a rugóra:

$$r(t) = Q(t) / c, \quad (9)$$

végül az *egyensúlyi egyenletnek* (a csukló pontjára felírt nyomatéki egyenlet):

$$Q(t) = F \cdot \operatorname{tg} \varphi(t). \quad (10)$$

A (8)–(10) egyenleteket a (7) egyenletbe behelyettesítve $\dot{\varphi}$ kifejezhető (lásd [1] (10–45)):

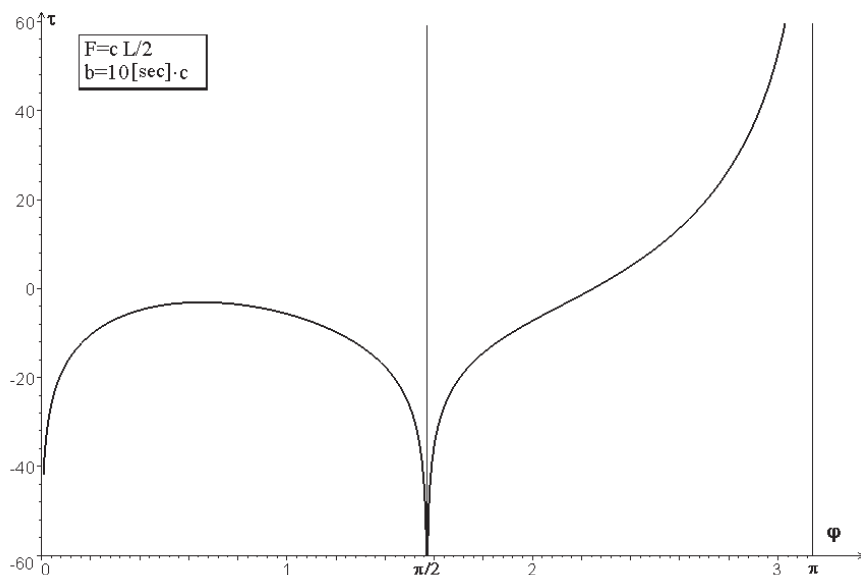
$$\dot{\varphi} = \frac{c \cdot F \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{b \cdot (c \cdot L \cdot \cos^3 \varphi - F)}. \quad (11)$$

A változók szétválasztásával a differenciálegyenlet megoldható, a $\varphi(t)$ inverze (mely valóban függvény) számítható:

$$t(\varphi) = \frac{b \cdot L}{F} \left(\cos \varphi + \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right| - \frac{F}{c \cdot L} \ln |\operatorname{tg} \varphi| \right) + C. \quad (12)$$

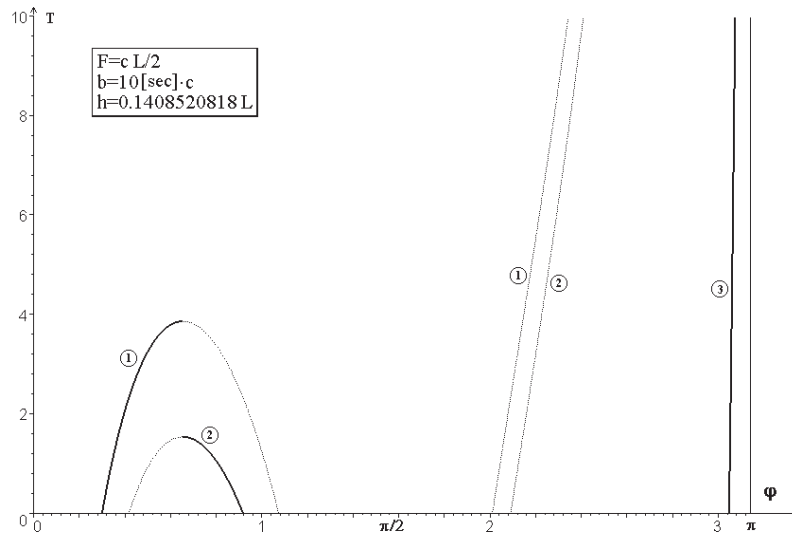
(Megjegyezzük, hogy ez a megoldás az abszolút értékek alkalmazásában különbözik [1] (10–47) megoldásától.)

A C integrálási állandó felvétele az időskála kezdőpontját változtatja csak meg. Jelölje $\tau(\varphi)$ azt a $t(\varphi)$ függvényt, amelynél $C = 0$. Ezt a függvényt mutatja az 5. ábra. Az ábrán a függvényt a $(0, \pi)$ intervallumban ábrázoltuk (a többi szakaszon egyszerű koordináta-transzformációkkal ugyanezeket a görbéket kapjuk). A görbéknek a $\varphi = 0$, a $\varphi = \pi/2$ és a $\varphi = \pi$ egyenesek aszimptotái.



5. ábra

A T a korábbiak szerint egy olyan időt jelöl, amelyet a terhelés pillanatától számítunk. Ez úgy határozható meg, hogy a (12) képletben a C integrálási állandó ér-



6. ábra

tékét $-\tau(\varphi_B)$ -re vesszük fel, ahol φ_B a (4) egyenlet megoldásával számítható. Korábban láttuk, hogy ha $0 < h < h_1$ akkor φ_B -re a $(0, \pi)$ intervallumban három különböző értéket is kaphatunk (4. ábra). Ezekhez természetesen különböző $\tau(\varphi_B)$ érték és emiatt különböző T függvény tartozik, e három lehetséges függvény egymáshoz való viszonyát mutatja a 6. ábra.

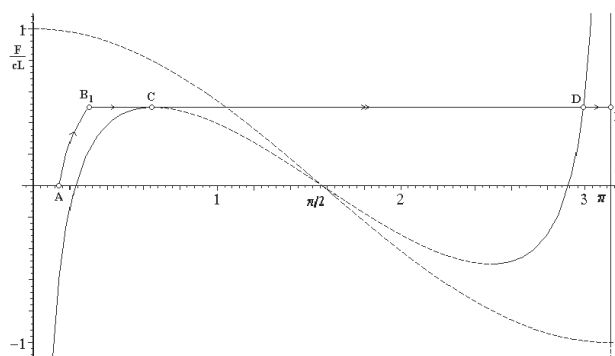
5. A MEGOLDÁSGÖRBÉK FIZIKAI MAGYARÁZATA

5.1. A TERMÉSZETES FOLYAMAT

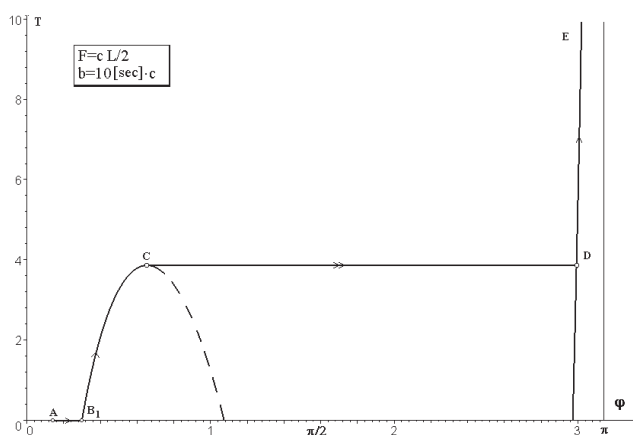
Induljunk ki egy olyan $h > 0$ értékből, hogy a terheletlen szerkezet feszültségmentesen összeállítható egy $\varphi_A \in (0, \varphi_0)$ helyzetben, ahol

$$\varphi_0 = \arcsin \left(1 - \left(\frac{F}{c \cdot L} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (13)$$

vagyis φ_0 az (5) képlettel meghatározott h_1 értékhez tartozó terheletlen állapotot jellemző szög. A 7. ábra szemlélteti a szerkezet állapotváltozását. A 7a. ábrán a nyilakkal megjelölt szakaszok az F teher és a φ elfordulás kapcsolatát mutatják, de



7a. ábra



7b. ábra

feltüntetjük a rugalmas szerkezetnek a $h = 0$ és a $h = h_1$ értékekhez tartozó egyensúlyi útjait is. A 7b. ábra a T idő és a φ kapcsolatát adja meg.

A $T = 0$ időpontban a feszültségmentes állapotból (A pont) indulunk ki, de korábbi feltételezésünk szerint, még ebben az időpontban működtetjük a teljes F terhet, és létrejön a rugóban egy rugalmas alakváltozás, vagyis a φ_A kezdeti tökéletlenséghez tartozó egyensúlyi úton eljutunk a B_1 pontig. Ekkor a dugattyúra ható erő miatt kúszni kezd a szerkezet. Ennek hatására a merev rúd egyre jobban eldől. Az állandó nagyságú függőleges teher, az egyre laposabb rúderő egyre nagyobb igénybevételt okoz a vízszintes elemekben, vagyis a rúd elfordulásának sebessége egyre nő. A C pontban a sebesség végtelen nagy lesz. A dugattyúra ható erő, és így a megnyúlásának sebessége is véges. Tehát csak úgy jöhet ki végtelen nagy elfordulási sebesség, ha a rugó megnyúlásának sebessége végtelen. Vagyis a kezdeti h értékhez hozzáadva a dugattyúnak a $T(\varphi_C)$ időpontig létrejövő megnyúlását éppen az (5) egyenlettel megadott h_1 értéket kapjuk.

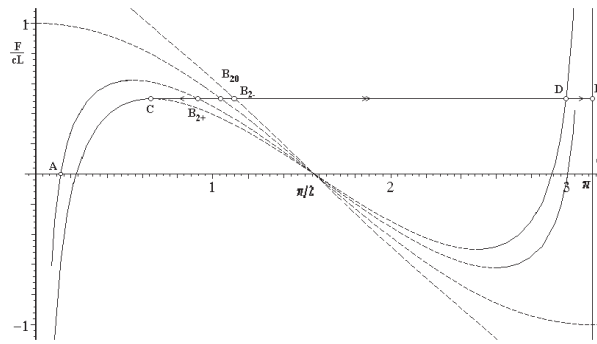
Ebben az időpillanatban megint elegendő a 3. pontban bemutatott rugalmas szerkezet vizsgálata. Az egyensúlyi út tetőpontjában a szerkezet elveszti a stabilitását, a szerkezet átugrik a D pontba. (Itt is feltételezzük, hogy a viszkózus folyamat lejátszódásához képest nagyon rövid idő múlva a D pontba nyugalomba jut a szerkezet. Az átpattanás után ugyan a D pont körül rezgés jön létre, de feltételezzük, hogy valami elnyeli a felszabadult energiát.) Mivel ez az átugrás nem viszkózus alakváltozás, hanem rugalmas stabilitásvesztés, ezért az újonnan létrejövő stabil egyensúlyi helyzethez igazítani kell az időfüggvény integrálási állandóját. Ez azt jelenti, hogy a $T(\varphi)$ függvény integrálási állandóját a $(\pi/2, \pi)$ tartományon $-\tau(\varphi_B) + \tau(\varphi_C) - \tau(\varphi_D)$ -re kell felvenni.

A D pontban a rúd eredetileg felső vége a csuklónál mélyebbre kerül, ezért a vízszintes elem nyomott lesz, és emiatt a dugattyú az igénybevétel hatására egyre rövidebbé válik. Azonban az állandó teher hatására az egyre meredekebb rúderő miatt a vízszintes elemben a nyomóerő egyre kisebb lesz, az alakváltozás sebessége egyre csökken, az E pontot (függőleges helyzetű rúd) csak végtelen hosszú idő múlva érhetné el.

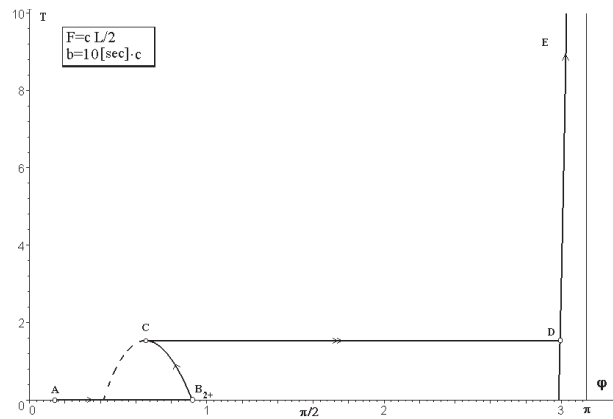
5.2. A KÖZÉPSŐ GÖRBESZAKASZ

A *7b. ábra* C pontjának környezetét vizsgálva könnyen kialakulhat az a téves nézet, hogy a (12)-es képlettel kapott megoldás szerint a kúszó szerkezet a C pontot elérve tovább kúszna, és e kúszás az időben visszafelé zajlik le. Ez természetesen nincs így. A $\tau - \varphi$ függvénynek ezt a szakaszát akkor használjuk, ha a $T = 0$ időpillanatban a *4. ábrán* bemutatott megoldások közül a bal oldali görbének a tetőpontjától jobbra eső szakaszán fekvő megoldást választjuk. (Ehhez természetesen az szükséges, hogy $h < h_1$ legyen.) Ezek az egyensúlyi helyzetek azonban labilisak. Egy labilis egyensúlyi helyzetben elvileg végtelen kis erővel el lehet érni, hogy a szerkezet ne ugorjon át stabilis helyzetbe. Itt azt tételezzük fel, hogy amíg lehet végtelen kis erővel ott tartani, addig ezt meg is tesszük.

Induljunk ki tehát megint a feszültségmentes, terheletlen, a φ_A szöggel jellemzett állapotból. A $T = 0$ időpillanatban a terhelt szerkezetet a *8a. ábrán* B_{2+} ponttal jelzett helyzetbe juttatjuk. (Itt, és a továbbiakban $A B$ indexében a szám azt mutatja, hogy hányadik megoldást választottuk, az utána lévő jel a h előjelére utal.) Ehhez természetesen energiát kell befektetnünk, hiszen a rugóban sokkal nagyobb alakváltozási energia halmozódik fel, mint a *6. ábrán* látható B_1 helyzetben. Ebben az állapotban a dugattyú húzott, tehát a megnyúlása növekszik. Így könnyen azt várhatjuk, hogy a φ szög növekedni fog. De a *8b. ábra* szerint a szög egyre kisebbé válik. Ennek az a magyarázata, hogy a rugó rövidülésével annyi alakváltozási energia szabadul fel, mely fedezi mind a teher potenciáljának növekedését, mind a



8a. ábra



8b. ábra

kúszásnál elnyelt energiát. (E jelenség hasonló a lokalizációs jelenségekhez (pl. [4]), melyeknél a szerkezet egy részében olyan nagy mértékben növekszik az alakváltozási energia, hogy más részeiben a növekvő elmozdulások ellenére csökkenhet az alakváltozás.)

Tehát a B_{2+} pontból a kúszás hatására a szerkezet a C pontba jut (közben meggátoljuk a stabil helyzetbe ugrást). Itt már nem tartható tovább zérus erővel, hanem átugrik a D pontba, majd az előző alpontban leírtak szerint kúszik tovább az E pont felé.

Ha a kiindulási állapotban $\varphi_A=0$, akkor (a függőleges helyzeten kívül) a B_{20} pontban is egyensúly van, ha $h < 0$, akkor a természetes folyamattal balra dőlne a rúd, de jobbra dőlve egy B_{2-} típusú pontban is egyensúly van. Ezekből a pontokból is eljuthatunk a kúszás során a C pontba. Onnan kezdve pedig nincs különbség a további folyamatban, hiszen a szerkezet viselkedése csak a pillanatnyi állapottól függhet. Talán érdemes megemlíteni, hogy ha a szerkezetnek a labilis állapotban való megtartását a (B_{20}, B_{2-}) szakaszon szüntetjük meg, akkor a merev rúd egy

$\varphi \notin (0, \pi)$, ha pedig a (C, B_{20}) szakaszon, akkor egy $\varphi \in (0, \pi)$ szöggel megadható helyzetbe ugrik át. A B_{20} pontból megtámasztás nélkül valamelyik függőleges helyzetbe juthat.

5.3. A JOBB OLDALI GÖRBESZAKASZ

Induljunk ki megint a feszültségmentes, terheletlen, a φ_A szöggel jellemzett állapotról. A $T = 0$ időpillanatban a terhelt szerkezetet a 9. ábrán B_3 ponttal jelzett helyzetbe juttatjuk. (Ehhez először energiát kell befektetnünk, hogy átjussunk az egyensúlyi út tetőpontjára, de aztán a teher potenciáljának csökkenésével annál többet nyerünk vissza.) Természetesen megtehetjük azt is, hogy a merev rudat és a vízszintes elemet olyan helyzetben erősítjük össze, amelynél $\varphi = \pi - \varphi_A$. Ezt a pontot jelöltük A' -vel. A terhet a szerkezetre helyezve a rugó összenyomódásával természetes úton jutunk a B_3 helyzetbe.

Ha $h > h_1$, akkor a $(0, \pi)$ intervallumban csak egy (stabilis) egyensúlyi helyzet van, és egy B_{3+} típusú pontból indulva haladunk a kúszással az E pont felé.

6. KRITIKUS IDŐ, MEGENGEDETT TÖKÉLETLENSÉG

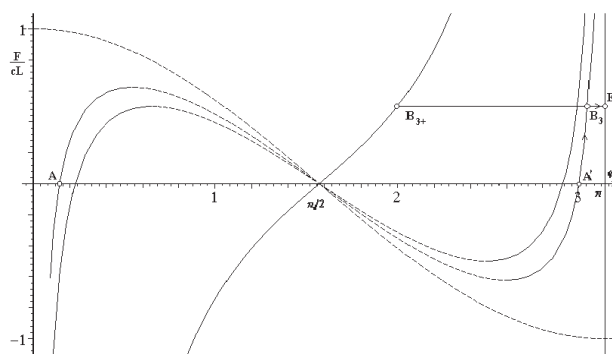
Adott h és adott F esetén, keressük a t_{kr} kritikus időt, vagyis azt az időt, amelynél a teher ráhelyezése után elveszti a szerkezet a stabilitását. Feltételezzük, hogy az összekapcsolás pillanatában a terheletlen szerkezet stabilis egyensúlyi állapotban van, és ha több ilyen helyzet is létezik, akkor azt a helyzetet választjuk kiinduló helyzetnek, amelyiknél a rúd vég magasabban van. (Csak az $F < cL$ terhekekkel foglalkozunk, mert különben nincs stabilis egyensúlyi helyzet úgy, hogy a merev rúd vége a csuklónál magasabb helyzetben legyen.) A kritikus idő h és $-h$ esetén megegyezik, ezért elegendő a $h > 0$ esetekkel foglalkoznunk.

Ha h nagyobb L -nél, akkor a terheletlen szerkezet a $\varphi = \pi/2$ helyzetben stabilis egyensúlyi állapotban van. A 3. ábra IV-gyel jelzett görbéje mutatja, hogy a terhelés során stabilis marad, és a 9a. ábra B_{3+} típusú pontjába jut, melyből a kúszás hatására elindul az E pont felé, de a stabilitását soha nem veszti el.

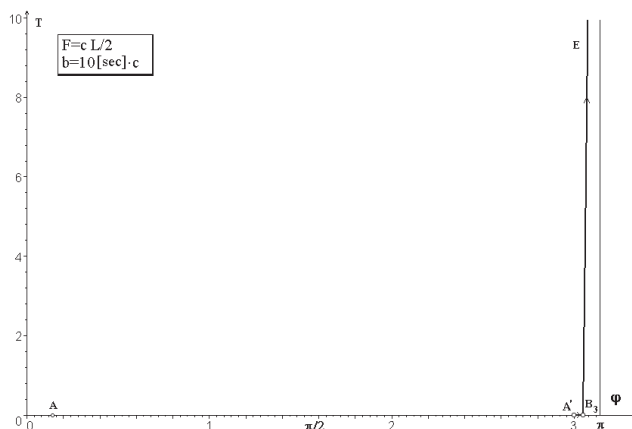
Ha $h \in (h_1, L)$, akkor a szerkezet a teher növelése során, még a kúszás megindulása előtt elveszti a stabilitását, tehát $t_{kr} = 0$.

Ha $h \in (0, h_1)$, akkor a 7b. ábrán az $A-B_1-C$ pontokkal kijelölt folyamat zajlik le, és a C pontban veszti el a szerkezet a stabilitását. Vagyis a (4) és a (12) egyenlet felhasználva a $t_{kr}-h$ görbe (10. ábra) paraméteres alakban számítható:

$$t_{kr}(\varphi_B) = \tau(\varphi_C) - \tau(\varphi_B). \quad (14)$$



9a. ábra



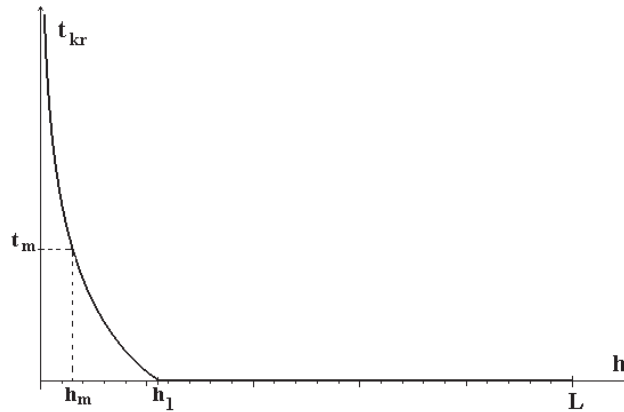
9b. ábra

Ha előírunk egy t_m időtartamot, melyet a szerkezetnek stabilitásvesztés nélkül ki kell bírnia az F teher ráhelyezése után, akkor a 10. ábráról könnyen leolvashatjuk, hogy a dugattyú kezdeti helyzetét meghatározó h -nak vagy a $(-h_m, h_m)$ intervallumban kell lennie, vagy $|h| \geq L$ egyenlőtlenségnek kell teljesülnie.

Valószínűleg senki számára sem meglepő, hogy abszolút értékre elegendően kicsiny h -val bármely véges időtartamnál hosszabb ideig biztosítható a stabilitás, hiszen $h = 0$ esetén a dugattyúra nem hat erő, így nem indul meg a kúszás. (Az a jelenség, ahogyan a végtelen nagy kritikus idő a legkisebb tökéletlenség hatására végezzé változik, emlékeztet a végtelen nagy kritikus teher esetén érvényes tökéletlenségérzékenységre [6].) Azonban az 5. ábrán látható függvényt a $\varphi = \pi/2$ pont környezetében vizsgálva már meglepőnek találhatjuk, hogy bármekkora véges időtartamot előírva található olyan, majdnem vízszintes helyzet, melyből az F teher hatására az előírt időtartam alatt $\pi/2$ -nél kisebb a merev test elfordulása. (Ter-

mésztesen az 5.2. alpontban leírtaknak megfelelően a labilis helyzetekben zérus nagyságú erővel jogunk van az átpattanást meggátolni.)

Erre a jelenségre a 4. ábra ad magyarázatot, mely szerint a $\varphi_B = \pi/2$ elegendően kis környezetében h abszolút értéke minden véges korlátot átléphet. A két elem összekapcsolásakor ugyan a rugóban nagyon nagy erő keletkezik, de a dugattyúban majdnem h hosszváltozást kell elérni, és ez az előírtnál hosszabb ideig tarthat.



10. ábra

7. ÖSSZEFOGLALÁS

A vizsgált egyszerű viszkoelasztikus szerkezet esetében

- megállapítottuk, hogy az időben hogyan változik a szerkezet állapota;
- megmagyaráztuk a differenciálegyenlet megoldásával kapott görbék fizikai jelentését;
- megmutattuk, hogy milyen esetekben, és mennyi idő alatt veszti el a szerkezet a stabilitását;
- a teher függvényében meghatároztuk a h paraméter olyan tartományait, melyek esetén a szerkezet előírt időpontig stabilis marad.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Jelen publikáció az OTKA T 025256 és az FKFP 0308/2000 számú kutatási projekt támogatásával készült.

IRODALOM

- [1] Ijjas Gy.: Viszkoelasztikus anyagú szerkezetek stabilitásvesztése. In: Kollár L. (szerk.): *A mérnöki stabilitásemélet különleges problémái*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1991, 639–693.
- [2] Thompson, J. M. T. – Hunt, G. W.: *A general theory of elastic stability*. Wiley, London, 1973.
- [3] Gáspár Zs.: A katasztrófaelmélet alkalmazása a szerkezetek stabilitásvizsgálatában. In: Kollár L. (szerk.): *A mérnöki stabilitásemélet különleges problémái*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1991, 145–256.
- [4] Kurutz M.: A survey of structural tangent stiffness in fully nonlinear and nonconvex cases including material softening. *Mech. Struct. & Mech.* 27(1), 37–62 (1999)
- [5] Kurutz M.: Imperfection-sensitivity of classical bifurcation models loaded by configuration-dependent devices. *Mech. Struct. & Mech.* 28(1), 1–48 (2000)
- [6] Kollár L. P.: Postbuckling behavior of structures having infinitely great critical loads. *Mech. Struct. & Mech.* 18(1), 17–31 (1990)

ANALYSIS OF A SIMPLE VISCOELASTIC MODEL

Summary

The analysed structure consists a rigid bar pinned at its bottom and an always-horizontal Maxwell model. It is loaded by a concentrated vertical force. The load is supposed to be quasistatic, i.e. accelerations are neglected, but quick enough to omit viscous deformation during the loading process. In spite of the simplicity of the structures it has some interesting and surprising features.

The paper answers the following questions:

- How does the state of the structure change when different constant loads act?
- What is the physical sense of the curves obtained by the solution of the differential equation?
- When will the stability of the structure be lost at different loads?
- Which interval of the parameters results in a structure that does not loose its stability before a prescribed time?