

A T38152 OTKA kutatási pályázat eredményeinek összefoglalása

1. Csonkolt Gauss-nyalábok fókuszálása [1]

Megmutattuk, hogy az optikai alkalmazásokban kiemelkedően fontos szerepet játszó Gauss-nyalábok (lézernyalábok) fókuszálása a gömb- és síkhullámok fókuszálásánál használt – a klasszikusnak mondható *Lommel* által kidolgozott [2] – módszerrel írható le. Eredményünk szerint a gömb- és a síkhullámok fókuszálását leíró formulák továbbra is érvényesek maradnak, ha a *Lommel-függvények* első változóját kiterjesztjük a komplex számsíkra. Az új formalizmus egyaránt érvényes a Fresnel-szám kicsi és nagy értékeire, továbbá a beeső nyaláb csonkolásának két határeseteként magába foglalja a gömb- és síkhullámok, illetve a csonkolt Gauss-nyalábok fókuszálását. Eljárásunk a diffrakciós integrált gyorsan konvergáló függvény-sor alakjában állítja elő. Segítségével a sík-, gömbhullámok és a csonkolt Gauss-nyalábok fókuszálása teljesen egységes formalizmussal írható le. Eredményünk *Lommel* klasszikus eljárásának [2] az általánosítása.

2. Az elhajlás Young-féle értelmezésével [4-6] kapcsolatos kutatások

2.1. A szélihullám-impulzus kísérleti kimutatása [3]

Elméleti számolásaink [7] alapján megterveztünk és beállítottunk egy kísérletet az elhajlásnál létrejövő szélihullám-impulzus kísérleti kimutatására. A kísérlet alapötletét az a tény szolgáltatta, hogy valamilyen időkülönbséggel egymást követő impulzusok spektrumában modulációnak kell megjelenie. Számításunk szerint egy kör alakú nyíláson történő elhajlásnál az optikai tengelyen két impulzus – a direkt tovaterjedő geometriai impulzus és a nyílás pereméről származó szélihullám-impulzus – követi egymást. Az optikai tengelyen mért spektrum moduláltságából a szélihullám-impulzus jelenlétére következtethetünk. A kísérletben egy kör alakú nyílást világítottunk meg pontszerűnek tekinthető fényforrásból kiinduló 20 fs hosszú impulzusokat hordozó divergens gömbhullámmal. A pontszerű fényforrást egy titán-zafír lézer nyalábjának akromatikus fókuszálásával hoztuk létre. Az optikai tengelyen a nyílástól adott távolságban mértük a spektrumot és az integrált radiális intenzitáseloszlást. A szélihullám-impulzus és a direkt tovább haladó geometriai impulzus közötti időkülönbség, és ezzel a spektrum modulációja, a nyílás és a pontszerű forrás (fókuszpont) távolságának változtatásával volt szabályozható. A rendszer geometriájából az időkülönbség, és ebből a spektrum modulációja, egyszerűen meghatározható. A mért és a számolt spektrumok között nagyon jó egyezést kaptunk. A kísérlet azt mutatta, hogy az integrált radiális intenzitáseloszlást egy homogén háttérre ráakódott nulladrendű Bessel-függvény négyzetével lehet leírni, ha a két impulzus közötti útkülönbség nagyobb, mint a koherenciahossz. Ez az eredmény is teljesen összhangban van az elméleti elvárásokkal. A homogén háttér származik a geometriai impulzustól, míg a nulladrendű Bessel-függvénnyel leírható részt a szélihullám-impulzus jelenléte okozza.

Eredményeink megerősítik, hogy a rövid fényimpulzusok elhajlásánál fellépő jelenségek a Young-féle leírással igen szemléletesen értelmezhetők.

2.2. A Miyamoto-Wolf-féle és a Marchand-Wolf-féle leírások összehasonlítása rövid impulzusokra

Számításokat végeztünk a szélihullám-impulzus elméleti leírására, a konzisztenciájuk miatt gyakran jobban kedvelt Rayleigh-Sommerfeld-féle diffrakciós integrálokkal ekvivalens *Marchand-Wolf-féle* szélihullám leírást [6] használva. A számítások azt mutatják, hogy a *Marchand-Wolf-féle* és *Miyamoto-Wolf-féle* [5] (a Kirchhoff-féle diffrakciós integrállal ekvivalens leírás) elméletek egymástól egy szélihullám-impulzusban térek el. Azonban az eltérés nem számottevő. Ez sajnos azt mutatja, hogy a két elmélet pontosságának egy szélihullámokon alapuló kísérleti összehasonlítása, a kezdeti elképzeléseinkkel ellentétben, nem kecsegtet eredménnyel. Ebből a szempontból ezek a számításaink negatív eredménnyel zárultak.

3. Elsőrendű hullám-aberrációk hatása a ultrarövid fényimpulzusok terjedésére [8, 9]

Az aberrációk monokromatikus hullámokra vonatkozó *Nijboer-Zernike-féle* elméletéből [10] kiindulva megvizsgáltuk az elsődleges aberrációk rövid fényimpulzusokra gyakorolt hatását, összehasonlítottuk a geometriai és hullámoptikai leírás eredményeit. Az eredményeket tartalmazó [8, 9] közleményeket jelenleg készítjük. Mivel ezek még nem jelentek meg, az eredményeket részletesebben írjuk le a jelenlegi beszámolóban.

Megmutattuk, hogy az impulzus térerősségét a P pontban és t időben a következő kifejezés adja meg:

$$E(P, t) = \frac{-ia^2 E_0}{4\pi c R^2} e^{-i\omega_0(t-z/c)} \int_{-\infty}^{\infty} (\omega_0 + \Delta\omega) B(\Delta\omega) Y(u, v, \psi, \Phi) e^{-i\Delta\omega(t-z/c)} d(\Delta\omega), \quad (1)$$

ahol a a kilépő nyílás sugara, E_0 a bejövő impulzus amplitúdója, R a Gauss-féle referenciagömb sugara, ω (ω_0) a (központi) körfrekvencia, $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, $B(\omega)$ az impulzus időbeli burkolójának Fourier-transzformáltja, Φ az aberráció leíró aberráció függvény,

$$Y(u, v, \psi, \Phi) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{i[k\Phi(\rho, \theta) - v\rho \cos(\theta - \psi) - \frac{u}{2}\rho^2]} d\theta \rho d\rho, \quad (2)$$

$$u = k(a/R)^2 z \quad \text{és} \quad v = k(a/R) r$$

a szokásos „optikai” koordináták, valamint z , r és ψ a P pont hengerkoordinátái, ahol a ψ szöveget a szokásostól eltérően nem az X tengelytől, hanem az Y tengelytől mérjük (1. ábra). A Z és az Y tengelyek által kifeszített sík a meridionális sík (amelyre $\psi = 0$). A vonatkoztatási rendszerünk origóját a paraxiális képpontba helyeztük.

3.1. Az $Y(u, v, \psi, \Phi)$ függvény kiszámítása

Az első rendű Seidel-féle aberrációk esetén az aberráció függvény

$$\Phi_{nm}(\rho, \theta) = A_{nm} \rho^n \cos^m \theta \quad (3)$$

alakú [10], ahol n és m értékeit az 1. táblázat mutatja az egyes elsődleges aberrációk eseteire. A számításokhoz azonban az aberrációk Zernike-féle polinomokkal adott

$$\Phi'_{nm}(\rho, \theta) = A'_{nm} R_n^m(\rho) \cos m\theta \quad (4)$$

alakját [10] szokás használni, ahol $R_n^m(\rho)$ az n és m indexekhez tartozó Zernike-polinom. A kétféle aberrációhoz tartozó (2) egyenletbeli Y függvények között az [10] hivatkozásban bebizonyított *eltolási tétel* adja meg a kapcsolatot. A *Nijboer* és *Zernike* által kidolgozott eljárás lépéseit követve [10] megmutatható, hogy

$$Y(u, v, \psi, \Phi'_{nm}) = \sum_{p=0}^{\infty} C_p (i\alpha_{nm})^p \sum_{\substack{0 \leq q \leq p \\ q \equiv p \pmod{2}}} (-i)^{qm} D_{pq} I_{pq}^{(nm)}(u, v) \cos(qm\psi), \quad (5)$$

ahol¹

$$C_p = \frac{1}{p! 2^{p-2}} \quad \text{és} \quad D_{pq} = \left(\binom{p}{(p-q)/2} \right)', \quad (6)$$

$$I_{pq}^{(nm)}(u, v) = \int_0^1 e^{-i\frac{u}{2}\rho^2} [R_n^m(\rho)]^p J_{qm}(\rho v) \rho d\rho, \quad (7)$$

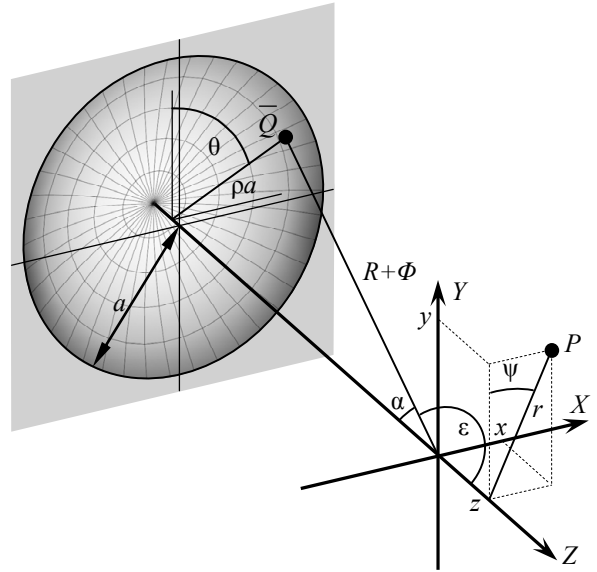
J_s az s -ed rendű Bessel-függvényt jelöli, továbbá

$$\alpha_{nm} = kA'_{nm}.$$

A (5) egyenletnél a belső összeget q olyan 0 és p közötti értékeire kell kiszámítani, amelyre q kongruens p -vel modulo 2, azaz $p - q$ osztható 2-vel. Egyszerűbben fogalmazva a q összegző index a 0 és p közé eső páros vagy páratlan számokon fut végig, attól függően, hogy p páros vagy páratlan. A (6) formulákban lévő

D_{pq} együttható definícióban lévő zárójeles kifejezés a szokásos binomiális együtthatót jelöli, ahol a ' jelölés arra utal, hogy a $q=0$ esetben a binomiális együtthatót még *kettővel osztani* kell. A (6) egyenletbeli binomiális együtthatók nyilván a Pascal-féle háromszögből is egyszerűen meghatározhatók.

A *Nijboer* és *Zernike* eljárásának a további fontos lépése a következő sorfejtés [10]:



1. ábra. Az aberrációk hatásának számolásánál használt jelölések szemléltetése. A koordinátarendszer kezdőpontját az aberráció mentes leképezés képpontjába helyeztük. A megfigyelési pontot P , az aberrált impulzusfront általános pontját \bar{Q} , a leképező rendszer kilépő apertúrájának sugarát a jelöli.

| Aberráció típusa | n | m |
|------------------|-----|-----|
| szférikus | 4 | 0 |
| kóma | 3 | 1 |
| asztigmatizmus | 2 | 2 |
| képző gőrbület | 2 | 0 |
| torzítás | 1 | 1 |

1. táblázat.

¹ Az [10] hivatkozásban C_p és D_{pq} együtthatók értékei csak a $p = 4$ értékig adja meg, amely csak egészen kicsi aberrációk esetén ad elegendő pontosságot. Így a nagyobb aberrációk esetére p nagyobb értékeire is meg kell határozni az együtthatókat. Sajnos az [10] által idézett – a részleteket tartalmazó – doktori értekezés nem érhető el, így az együtthatók (6) formulákban látható általános értékei is saját eredménynek tekinthetők.

$$e^{-\frac{u}{2}\rho^2} = e^{-iu/4} \sum_{s=0}^{\infty} (-i)^s (2s+1) j_s(u/4) R_{2s}^0(\rho), \quad (8)$$

ahol $j_s(x)$ a s -ed rendű szférikus Bessel-függvényeket jelöli. A (8) sorfejtést a (7) integrálba helyettesítve, akkor a $[R_n^m(\rho)]^p R_{2s}^0(\rho)$ Zernike-polinomok szorzatai jelennek meg, melyek biztosan kifejezhetők Zernike-polinomok lineáris kombinációjaként, azaz

$$[R_n^m(\rho)]^p R_{2s}^0(\rho) = \sum_j A_j^{(p,q)} R_{w(p,s,j)}^{qm}(\rho), \quad (9)$$

ahol $w(p, s, j)$ nem-negatív páros vagy páratlan szám, attól függően, hogy qm páros vagy páratlan. Az $A_j^{(p,q)}$ és $w(p, s, j)$ számok természetesen függenek az n és m értékeiktől is, de ezt a függést nem jelöltem, mivel szeretném elkerülni az amúgy sem egyszerű jelölés rendszer tovább bonyolítását. A (9) előállítás felhasználva a fellépő integrálok már analitikusan kifejezhetők a Bessel-függvényekkel [10], és így

$$I_{pq}^{(n,m)}(u, v) = e^{-iu/4} \sum_{s=0}^{\infty} (-i)^s (2s+1) j_s(u/4) \sum_j (-1)^{(w(p,s,j)-qm)/2} A_j^{(p,q)} \frac{J_{w(p,s,j)+1}(v)}{v}. \quad (10)$$

Az $A_j^{(p,q)}$ együtthatókra – [10] hivatkozás szerint – nehéz zárt formulát találni, így csak néhány igen korlátozott esetet vizsgál és a részletekkel kapcsolatban *Nijboer* doktori értekezésére hivatkozik, melyet sajnos nem sikerült megszerezni. A Zernike-polinomok tulajdonságait felhasználva sikerült az együtthatókra rekurziós összefüggéseket levezetni. Ezek igen fontosak a p nagyobb értékeire történő számoláshoz, amely [10]-ben vizsgált aberrációknál nagyobb aberrációk kezeléséhez szükséges. A levezetések igen sok számolást igényelnek, ezért a részletekre nem kitérve, az egyes speciális aberrációkra vonatkozó végeredmény közlöm majd. Ezek az eredmények rendkívül fontosak a numerikus számolásoknál.

3.1.1. Szférikus aberráció

Szférikus aberráció esetén $n = 4$ és $m = 0$. Ezért $qm = 0$, így (7) egyenletben a Bessel-függvény rendje q minden értékére 0. Ennek következtében a $I_{pq}^{(4,0)}$ nem függ q -tól, így a továbbiakban q -t elhagyjuk a jelöléséből. Követve az [10] hivatkozásban leírt eljárást, a (9) kifejtés együtthatóit (egy vektorban elrendezve) az

$$A_0^{(0)}(s) = 1, \quad A^{(1)}(s) = \frac{3}{16} \left[2 - \frac{1}{2s-1} - \frac{3}{2s+1} \middle| \frac{4}{3} + \frac{1}{2s-1} - \frac{1}{2s+3} \middle| 2 + \frac{3}{2s+1} + \frac{1}{2s+3} \right].$$

formulák adják $p = 0, 1$ értékekre. A Zernike-polinomok tulajdonságait felhasználva, hosszú számolással megmutatható, hogy adott p esetén a j összegző index olyan $0 \leq j \leq 2p$ értékeken fut végig, melyre még a $s - 2(p - j) \geq 0$ mellékfeltétel áll fenn. Továbbá, amennyiben megállapodunk abban, hogy $A_j^{(p)}(s) = 0$, ha $j \notin [0, 2p]$, akkor a $p = 2, 3, 4, \dots$ értékekre az

$$A_k^{(p)}(s) = \sum_{l=0}^2 A_{k-l}^{(p-1)}(s) A_l^{(1)}[s - 2(p-1) + 2(k-l)] \quad (11)$$

rekurziós összefüggés áll fenn, ahol $k = 0, 1, 2, 3, \dots, 2p$. Ez rekurzió a fent említett rekurzióknak a speciális esete. A (9) kifejtésben megjelenő $w(p, s, j)$ szférikus aberráció esetén

$$w(p, s, j) = 2[s - 2(p - j)].$$

Mindezeket figyelembe véve a (7) és (10) egyenletek alakja erre a speciális esetre

$$I_p^{(4,0)}(u, v) = e^{-iu/4} \sum_{s=0}^{\infty} (i)^s (2s+1) j_s(u/4) \sum_{\substack{j=0 \\ s-2(p-j) \geq 0}}^{2p} A_j^{(p)}(s) \frac{J_{2(s-2(p-j))+1}(v)}{v}.$$

Mivel $m = 0$, így $(-i)^{qm} \cos(qm\psi) = 1$. A binomiális együtthatók tulajdonságait kihasználva, (5) egyenlet erre a speciális esetre a

$$Y(u, v, \psi, \Phi'_{40}) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(i\alpha_{nm})^p}{p!} I_p^{(4,0)}(u, v). \quad (12)$$

Látható, hogy a Y valójában nem függ a ψ szögtől, amely a szférikus aberrációnál nyilván meglévő henger-szimmetriát fejezi ki. A már említett eltolási tétel [10] felhasználásával, a – (3) egyenlettel adott – Seidel-féle formára

$$Y(u, v, \psi, \Phi'_{40}) = e^{-ikA_{40}/6} Y(u - 2kA_{40}, v, \psi, \Phi'_{40}), \quad (13)$$

ahol a (4) képletbe a $A'_{40} = A_{40}/6$ mennyiséget kell behelyettesíteni!

3.1.2. Asztigmatizmus

A (9) kifejtés $A_j^{(p,q)}$ együtthatóit az $A_0^{(0,0)}(r) = 1$, $A^{(1,1)}(r) = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{3}{r+1} \mid 2 \mid 1 + \frac{3}{r+1} \right]$,

$$A^{(2,0)}(r) = \frac{1}{32} \left[2 - \frac{1}{r-1} - \frac{3}{r+1} \mid 8 - \frac{8}{r+1} \mid 12 + \frac{1}{r-1} - \frac{1}{r+3} \mid 8 + \frac{8}{r+1} \mid 2 + \frac{3}{r+1} + \frac{1}{r+3} \right],$$

$$A^{(2,2)}(r) = \frac{1}{32} \left[2 - \frac{15}{r-1} - \frac{35}{r+1} \mid 8 - \frac{40}{r+1} \mid 12 + \frac{15}{r-1} - \frac{15}{r+3} \mid 8 + \frac{40}{r+1} \mid 2 + \frac{35}{r+1} + \frac{15}{r+3} \right].$$

összefüggések adják a $p = 0, 1, 2$ értékekre, ahol $r = 2s$. A vektorok elemeinek rendre a $j = 0, 1, 2, \dots$ értékek felelnek meg. Adott p esetén a j összegző index $0 \leq j \leq 2p$ értéket veheti fel, melyre még a $s - p + j \geq q$ mellékfeltétel áll fenn. Továbbá, amennyiben megállapodunk abban, hogy $A_j^{(p,q)}(r) = 0$, ha $j \notin [0, 2p]$, akkor a $p = 3, 4, \dots$ értékekre az

$$\begin{aligned} A_k^{(p,q)}(r) &= \sum_{l=0}^2 A_{k-l}^{(p-1,q-1)}(r) D_l[r - 2(p-1) + 2(k-l), 2(q-1)], & \text{ha } q \neq 0 \\ A_k^{(p,0)}(r) &= \sum_{l=0}^4 A_{k-l}^{(p-2,0)}(r) A_l^{(2,0)}[r - 2(p-2) + 2(k-l)], & \text{ha } q = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

rekurziós összefüggések állnak fenn, ahol $k = 0, 1, 2, 3, \dots, 2p$ és

$$D(n, m) = \left[\frac{1}{4} + \frac{m(m+2)}{4n} - \frac{(m+1)(m+3)}{4(n+1)} \mid \frac{1}{2} - \frac{m(m+2)}{4n} + \frac{m(m+2)}{4(n+2)} \mid \frac{1}{4} + \frac{(m+1)(m+3)}{4(n+1)} - \frac{m(m+2)}{4(n+2)} \right].$$

A (9) kifejtésben megjelenő $w(p, s, j)$ asztigmatizmus esetén

$$w(p, s, j) = 2(s - p + j).$$

Mindezeket figyelembe véve a (7) és (10) egyenletek alakja erre az aberrációra

$$I_{pq}^{(2,2)}(u, v) = e^{-iu/4} \sum_{s=0}^{\infty} (i)^s (2s+1) j_s(u/4) \sum_{\substack{j=0 \\ s-p+j \geq q}}^{2p} (-1)^j A_j^{(p,q)}(2s) \frac{J_{2(s-p+j)+1}(v)}{v},$$

továbbá (5) egyenlet az

$$Y(u, v, \psi, \Phi'_{22}) = \sum_{p=0}^{\infty} C_p (i\alpha_{nm})^p \sum_{\substack{0 \leq q \leq p \\ q \equiv p \pmod{2}}} (-1)^q D_{pq} I_{pq}^{(2,2)}(u, v) \cos(2q\psi)$$

alakot veszi fel. Az eltolási tétel [10] felhasználásával, a – (3) egyenlettel adott – Seidel-féle formára

$$Y(u, v, \psi, \Phi_{22}) = Y(u - kA_{22}, v, \psi, \Phi'_{22}),$$

ahol a (4) képletbe a $A'_{22} = A_{22}/2$ mennyiséget kell behelyettesíteni!

3.1.3. Kóma

A (9) kifejtés $A_j^{(p,q)}$ együtthatóit az

$$A^{(2,0)}(r) = \frac{1}{64} \begin{bmatrix} 9 - \frac{27}{8(r-3)} - \frac{27}{4(r-1)} - \frac{135}{8(r+1)} \\ 6 - \frac{3}{r-1} - \frac{9}{r+1} \\ 7 + \frac{27}{8(r-3)} - \frac{29}{8(r+1)} - \frac{27}{4(r+3)} \\ 20 + \frac{3}{r-1} - \frac{3}{r+3} \\ 7 + \frac{27}{4(r-1)} + \frac{29}{8(r+1)} - \frac{27}{8(r+5)} \\ 6 + \frac{9}{r+1} + \frac{3}{r+3} \\ 9 + \frac{135}{8(r+1)} + \frac{27}{4(r+3)} + \frac{27}{8(r+5)} \end{bmatrix} \quad A^{(2,2)}(r) = \frac{1}{64} \begin{bmatrix} 9 - \frac{81}{8(r-3)} - \frac{45}{4(r-1)} - \frac{189}{8(r+1)} \\ 6 + \frac{9}{r-1} + \frac{3}{r+1} \\ 7 + \frac{81}{8(r-3)} - \frac{255}{8(r+1)} - \frac{45}{4(r+3)} \\ 20 - \frac{9}{r-1} + \frac{9}{r+3} \\ 7 + \frac{45}{4(r-1)} + \frac{255}{8(r+1)} - \frac{81}{8(r+5)} \\ 6 - \frac{3}{r+1} - \frac{9}{r+3} \\ 9 + \frac{189}{8(r+1)} + \frac{45}{4(r+3)} + \frac{81}{8(r+5)} \end{bmatrix}$$

$$A_0^{(0,0)}(r) = 1, \quad A^{(1,1)}(r) = \frac{1}{16} \left[6 - \frac{3}{r-1} + \frac{9}{r+1} \middle| 2 + \frac{3}{r-1} + \frac{1}{r+1} \middle| 2 - \frac{1}{r+1} - \frac{3}{r+3} \middle| 6 + \frac{9}{r+1} + \frac{3}{r+3} \right]$$

összefüggések adják a $p = 0, 1, 2$ értékekre, ahol $r = 2s$. A vektorok elemei – itt is – rendre a $j = 0, 1, 2, \dots$ értékek felelnek meg. Adott p esetén a j összegző index $0 \leq j \leq 3p$ értéket veheti fel, melyre még a $2s - 3p + 2j \geq q$ mellékfeltétel áll fenn. Továbbá, amennyiben most is megállapodunk abban, hogy $A_j^{(p,q)}(r) = 0$, ha $j \notin [0, 3p]$, akkor a $p = 3, 4, \dots$ értékekre az

$$\begin{aligned} A_k^{(p,q)}(r) &= \sum_{l=0}^3 A_{k-l}^{(p-1,q-1)}(r) G_l[r - 3(p-1) + 2(k-l), q-1], & \text{ha } q \neq 0 \\ A_k^{(p,0)}(r) &= \sum_{l=0}^6 A_{k-l}^{(p-2,0)}(r) A_l^{(2,0)}[r - 3(p-2) + 2(k-l)], & \text{ha } q = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

rekurziós összefüggések állnak fenn, ahol $k = 0, 1, 2, 3, \dots, 2p$ és

$$G(n, m) = \frac{3}{8} \left[\begin{aligned} &1 + \frac{(m-1)(m+1)^2}{2(n-1)} - \frac{m^2(m+2)}{n} + \frac{(m-1)(m+1)(m+3)}{2(n+1)} \\ &\frac{1}{3} - \frac{(m-1)(m+1)^2}{2(n-1)} + \frac{(3m+1)^2(m+1)}{6(n+1)} - \frac{m^2(m+2)}{n+2} \\ &\frac{1}{3} + \frac{m^2(m+2)}{n} - \frac{(3m+1)^2(m+1)}{6(n+1)} - \frac{(m-1)(m+1)^2}{2(n+3)} \\ &1 - \frac{(m-1)(m+1)(m+3)}{2(n+1)} + \frac{m^2(m+2)}{n+2} - \frac{(m-1)(m+1)^2}{2(n+3)} \end{aligned} \right].$$

A (9) kifejtésben megjelenő $w(p, s, j)$ kóma esetén

$$w(p, s, j) = 2s - 3p + 2j.$$

Mindezeket figyelembe véve a (7) és (10) egyenletek alakja erre az aberrációra

$$I_{pq}^{(3,1)}(u, v) = e^{-iu/4} (-1)^{(p-q)/2} \sum_{s=0}^{\infty} (i)^s (2s+1) j_s(u/4) \sum_{\substack{j=0 \\ 2s-3p+2j \geq q}}^{3p} (-1)^j A_j^{(p,q)}(2s) \frac{J_{2s-3p+2j+1}(v)}{v},$$

továbbá (5) egyenlet az

$$Y(u, v, \psi, \Phi'_{31}) = \sum_{p=0}^{\infty} C_p (i\alpha_{nm})^p \sum_{\substack{0 \leq q \leq p \\ q \equiv p \pmod{2}}} (-i)^q D_{pq} I_{pq}^{(3,1)}(u, v) \cos(q\psi)$$

formába írható. Az eltolási tétel [10] felhasználásával, a – (3) egyenlettel adott – Seidel-féle formára

$$Y(x, y, z, \Phi_{31}) = Y(x, y - (R/a)2A_{31}/3, z, \Phi'_{31}),$$

ahol itt az (u, v, ψ) koordináták helyett az (x, y, z) Descartes-féle koordinátákat használtuk, mivel az eltolás ezekkel könnyebben kifejezhető. Kóma esetén (4) képletbe az $A'_{31} = A_{31}/3$ mennyiséget kell behelyettesíteni!

3.1.4. Képző görbület

Az $n = 2, m = 0$ eset gyakorlatilag visszavezethető az aberráció mentes estre. Az eltolási tétel [10] segítségével megmutatható, hogy

$$Y(u, v, \psi, \Phi_{20}) = Y(u - 2kA_{20}, v, \psi, \Phi = 0).$$

Az u változó definíciója alapján, ez az összefüggés az aberráció mentes eset térerősségének a Z tengely menti $\Delta z = 2(R/a)^2 A_{20}$ -val történő eltolását jelenti.

3.1.5. Torzítás

Az $n = 1, m = 1$ eset szintén visszavezethető az aberráció mentes estre, mert az eltolási tétel [10] segítségével megmutatható, hogy

$$Y(x, y, z, \Phi_{11}) = Y(x, y - (R/a)A_{11}, z, \Phi = 0),$$

ahol itt is az (u, v, ψ) koordináták helyett az (x, y, z) használta célszerű, mert ezekkel egyszerűbb leírni az eltolást. Nyilvánvaló, hogy az összefüggés az aberráció mentes eset térerősségének az Y tengely menti $\Delta y = (R/a) A_{11}$ -val történő eltolását jelenti.

3.2. A geometriai optikai leírás összefoglalása

A hullámfront ismeretében a geometriai optika fénysugarai meghatározhatók, ugyanis a fénysugarak a hullámfelületre merőleges egyenesek, és az adott fénysugár mentén a fény c sebességgel terjed. Megmutattuk, hogy az aberrált hullámfront pontjait derékszögű koordináta-rendszerben az

$$\vec{r}(t, \varepsilon, \varphi) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z = \vec{r}_0 + c(t - t_0)\vec{s}/s \quad (16)$$

ahol

$$\begin{aligned} \vec{r}_0 = x_0\vec{e}_x + y_0\vec{e}_y + z_0\vec{e}_z = & \left(\cos\varphi \cos\varepsilon \frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon} - \frac{\sin\varphi}{\sin\varepsilon} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} \right) \vec{e}_x + \\ & \left(\sin\varphi \cos\varepsilon \frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon} + \frac{\cos\varphi}{\sin\varepsilon} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} \right) \vec{e}_y + \\ & - \sin\varepsilon \frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon} \vec{e}_z, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \vec{s} = s_x\vec{e}_x + s_y\vec{e}_y + s_z\vec{e}_z = & \left(-\cos\varphi \sin\varepsilon + \frac{\cos\varphi \cos\varepsilon}{R + \Phi} \frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon} - \frac{\sin\varphi}{(R + \Phi)\sin\varepsilon} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} \right) \vec{e}_x + \\ & \left(-\sin\varphi \sin\varepsilon + \frac{\sin\varphi \cos\varepsilon}{R + \Phi} \frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon} + \frac{\cos\varphi}{(R + \Phi)\sin\varepsilon} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} \right) \vec{e}_y + \\ & \left(-\cos\varepsilon - \frac{\sin\varepsilon}{R + \Phi} \frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon} \right) \vec{e}_z \end{aligned} \quad (18)$$

a fénysugarak irányát megadó vektor (a jelöléseket lásd az 1. ábrán), $s = |\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2}$, valamint

$$ct_0 = s\Phi + (s-1)R. \quad (19)$$

Az alkalmazások többségénél $\Phi \ll R$ így $s \approx 1$ és $ct_0 \approx \Phi$ (lásd a (22), (26) és a (29) egyenleteket).

Az aberráció függvény Seidel-féle – (3) egyenletbeli alakja – az (ε, φ) , illetve az (α, θ) szögekkel a

$$\Phi(\varepsilon, \varphi) = K_{nm} \sin^n \varepsilon \sin^m \varphi, \quad \text{vagy a} \quad \Phi(\alpha, \theta) = K_{nm} \sin^n \alpha \cos^m \theta$$

formába írható át, ahol

$$K_{nm} = A_{nm} (R/a)^n.$$

A következő alfejezetekben a (18) és a (17) egyenleteknek az egyes elsődleges aberrációkra vonatkozó alakját ismertetem.

3.2.1. Szférikus aberráció

A hengersizmetria miatt elegendő a sugarakat egy a Z tengelyt tartalmazó síkban vizsgálni, továbbá a $\Phi = \Phi_{40}$ aberráció függvény φ szerinti deriváltja nulla. Ha sugarakat a meridionális síkban (vagyis az \vec{e}_z, \vec{e}_y vektorok által kifeszített síkban) vizsgáljuk (azaz $\varphi = \pi/2$ és $\theta = 0$), a lehetséges egyszerűsítések után, a (18) és a (17) egyenletek az

$$\vec{s} = \left(1 + \frac{4\Phi_{40}}{R + \Phi_{40}} \right) \left(\cos\alpha \vec{e}_z - \sin\alpha \left(1 - \frac{4K_{40} \sin^2\alpha}{R + 5\Phi_{40}} \right) \vec{e}_y \right) \quad (20)$$

és az

$$\vec{r}_0 = 4\Phi_{40} \cos\alpha \vec{e}_z - 4(\Phi_{40} - K_{40} \sin\alpha) \sin\alpha \vec{e}_y \quad (21)$$

formába írhatók át. Továbbá a t_0 időpontot meghatározó (19) egyenletre sorfejtéssel a

$$ct_0 \approx \Phi_{40} \left(1 - 8 \frac{\Phi_{40} - K_{40} \sin^2\alpha}{R} - 8 \frac{\Phi_{40} K_{40} \sin^2\alpha}{R^2} - 32 \frac{K_{40}}{R} \left(\frac{\Phi_{40}}{R} \right)^2 \right) \quad (22)$$

közelítést kapjuk.

A nyílást kitöltő hullámfrontból a gyújtófelület (kaszтика) egyenlete is meghatározható. A részleteket mellőzve, a kaszতিকát a (z, y) síkban ($\theta = 0$) – a $\lambda \ll R$ és $\Phi_{40} \ll R$ feltételek teljesülése esetén – a

$$\begin{aligned} z_K &= 12(K_{40} \sin^2\alpha - \Phi_{40}) \cos\alpha \approx 12A_{40} (R/a) \rho^2 \\ y_K &= -4(2K_{40} \sin^2\alpha - \Phi_{40}) \sin\alpha \approx -8A_{40} (R/a) \rho^3 \end{aligned} \quad (23)$$

paraméteres görbe írja le, ahol a két utolsó közelítés paraxiális közelítés eredménye. A térbeli gyújtófelület a (23) egyenletben adott görbének a Z tengely körüli forgatásával adódik.

3.2.2. Asztigmatizmus

A $\Phi = \Phi_{22}$ aberráció függvény deriváltjainak a kiszámításával, és a lehetséges egyszerűsítések elvégzésével a (17) és a (18) egyenletek az

$$\vec{s} = \left(1 + \frac{2\Phi_{22}}{R + \Phi_{22}}\right) \left(-\sin\theta \sin\alpha \vec{e}_x - \cos\theta \sin\alpha \left(1 - \frac{2K_{22}}{R + 3\Phi_{22}}\right) \vec{e}_y + \cos\alpha \vec{e}_z\right) \quad (24)$$

és az

$$\vec{r}_0 = -2\Phi_{22} \sin\theta \sin\alpha \vec{e}_x - (\Phi_{22} - K_{22}) \cos\theta \sin\alpha \vec{e}_y + 2\Phi_{22} \cos\alpha \vec{e}_z \quad (25)$$

formába írhatók át. Továbbá a t_0 időpontot meghatározó (19) egyenletre sorfejtéssel a

$$ct_0 \approx \Phi_{22} \left(1 - 2\frac{\Phi_{22} - K_{22}}{R} - 2\frac{\Phi_{22} K_{22}}{R^2} - 2\frac{\Phi_{22}}{R} \left(\frac{K_{22}}{R}\right)^2\right) \quad (26)$$

közelítést kapjuk.

3.2.3. Kóma

A $\Phi = \Phi_{31}$ aberráció függvény deriváltjainak a kiszámításával, és a lehetséges egyszerűsítések elvégzésével a (17) és a (18) egyenletek az

$$\vec{s} = \left(1 + \frac{3\Phi_{31}}{R + \Phi_{31}}\right) \left\{ -\sin\theta \sin\alpha \left(1 - \frac{2K_{31} \sin\alpha \cos\theta}{R + 4\Phi_{31}}\right) \vec{e}_x + \right. \\ \left. + \left[-\cos\theta \sin\alpha \left(1 - \frac{2K_{31} \sin\alpha \cos\theta}{R + 4\Phi_{31}}\right) + \frac{K_{31} \sin^2\alpha}{R + 4\Phi_{31}} \right] \vec{e}_y + \cos\alpha \vec{e}_z \right\} \quad (27)$$

és az

$$\vec{r}_0 = (2K_{31} - 3\Phi_{31}) \sin\theta \sin\alpha \vec{e}_x + [K_{31} \sin^2\alpha - (2K_{31} - 3\Phi_{31}) \cos\theta \sin\alpha] \vec{e}_y + 3\Phi_{31} \cos\alpha \vec{e}_z \quad (28)$$

formába írhatók át. Továbbá a t_0 időpontot meghatározó (19) egyenletre sorfejtéssel a

$$ct_0 \approx \Phi_{31} + \frac{(K_{31} \sin^2\alpha)^2 + 2\Phi_{31} K_{31} \sin\alpha \cos\theta - \Phi_{31}^2}{2R} + \Phi_{31} \frac{18\Phi_{31}^2 - 8\Phi_{31} K_{31} \sin\alpha \cos\theta - K_{31}^2 \sin^2\alpha}{2R^2} \quad (29)$$

közelítést kapjuk.

3.3. Aberrációk által létrehozott impulzusfront torzulás

Kromatikus aberráció hiányában (pl. tükrök esetén) az impulzus monokromatikus összetevőinek a fázissebessége azonos, így az összetevők fázisfontjainak az eltérése a referencia gömbtől minden összetevőre azonos. Ami azt jelenti, hogy Φ nem függ a frekvenciától. Az aberráció függvény a hullámfront eltérését méri az ideális gömb alaktól. Ebből is rögtön látszik, hogy a (3) egyenletben fellépő – hosszúság dimenziójú – A_{nm} állandót célszerű az impulzus központi hullámhosszához viszonyítani, vagyis az

$$A_{nm} = \mu_{nm} \lambda_0$$

alakba formába írni, ahol μ_{nm} dimenziómentes állandó.

A következő alfejezetekben a (1) egyenletből számolt intenzitáseloszlásokat mutatjuk be. A beeső impulzus időbeli lefutásáról feltételezzük, hogy Gauss-görbével írható le. Feltesszük még, hogy az impulzus mindössze 2 optikai ciklusból áll ($N=2$), vagyis az igen rövid. Titán-zafir lézer esetén ($\lambda_0 = 800$ nm, $T_0 = 2.67$ fs) az $N=2$ választás $T = 5.34$ fs időbeli hosszát jelent. A hullámoptikai számítások eredményeit összehasonlítjuk majd a geometriai optika által jósolt impulzusfronttal. A (16) egyenlet szerint egy adott t időpontban az impulzusfrontot az (ε, φ) (vagy helyettük a (α, θ)) paraméterekkel generált

$$\vec{r}(t, \varepsilon, \varphi) = x(t, \varepsilon, \varphi) \vec{e}_x + y(t, \varepsilon, \varphi) \vec{e}_y + z(t, \varepsilon, \varphi) \vec{e}_z = \vec{r}_0 + c(t - t_0) \vec{s} / s$$

felület adja meg. Ennek a felületnek és az optikai tengelyt tartalmazó, a meridiális síkkal ψ szöget bezáró síknak a közös pontjait, vagyis a ψ paraméterrel adott síkbeli impulzusfrontot a

$$-x(t, \varepsilon, \varphi) \cos\psi + y(t, \varepsilon, \varphi) \sin\psi = 0$$

egyenlet megoldásával nyerjük. Az hullám- és geometriai optikai számítások összehasonlításnál az I intenzitás értékhez egy S_z szürke szintet rendelünk, az $S_z = CI^{1/3}$ összefüggés szerint, ahol a C állandót úgy választottuk meg, hogy a maximumnak a (teljesen) fehér szín feleljen meg. A számításokat a numerikus apertúra $a/R = 0.1$ értékére végeztük el.

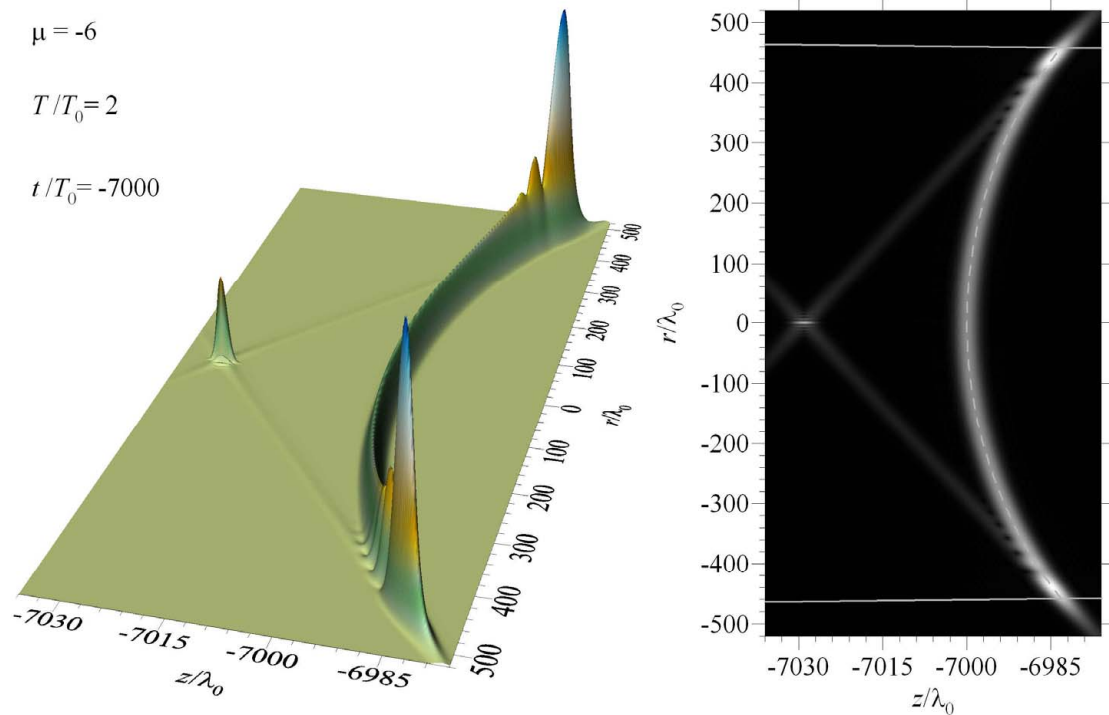
Mivel az A_{nm} állandó nem függ a frekvenciától a képző gömbület esetén a

$$\Delta z = 2(R/a)^2 A_{20} = 2(R/a)^2 \mu_{20} \lambda_0$$

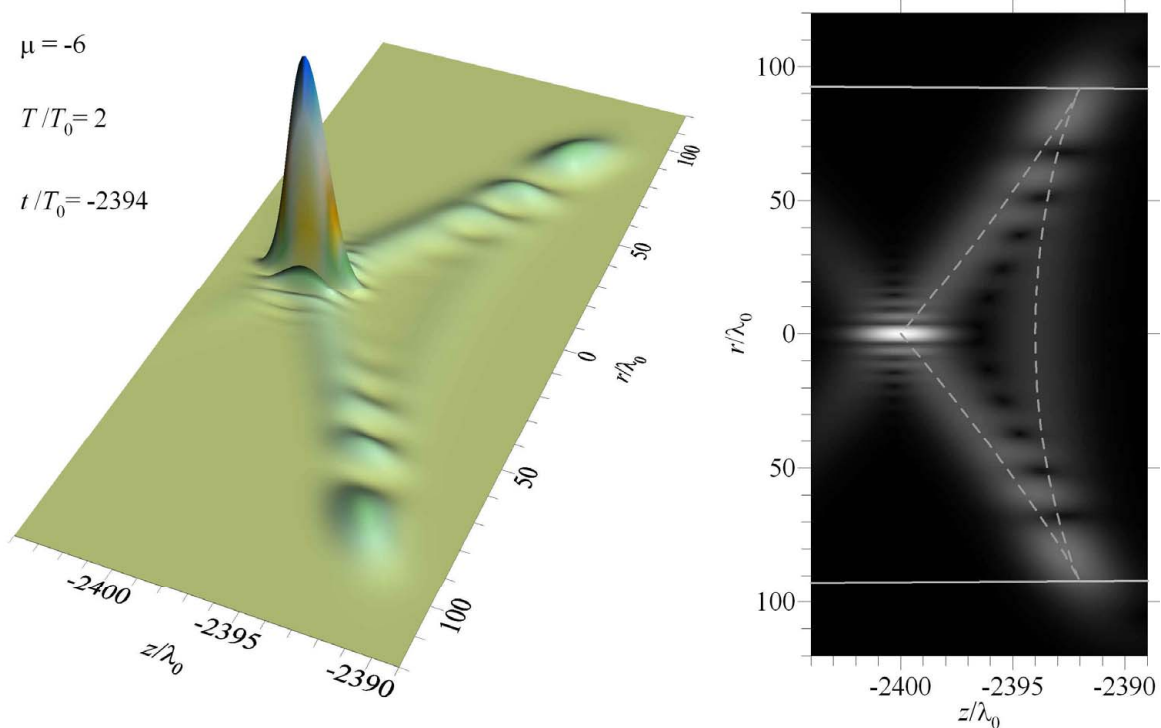
eltolás szintén független frekvenciától, azaz minden monokromatikus összetevőre azonos. Ennek következtében az képző görbület nem okoz tér- és időbeli torzulást. Hatására mindössze az aberráció mentes esethez tartozó térerősség Δz -vel eltolódik a Z tengely mentén (lásd az 3.1.4. alfejezetet). Teljesen hasonlóan belátható, hogy a torzítás sem vezet be tér és időbeli torzulást. Hatása az aberráció mentes térerősségnek az Y tengely mentén

$$\Delta y = (R/a) A_{11} = (R/a) \mu_{11} \lambda_0$$

mennyiséggel való eltolásában mutatkozik meg (lásd az 3.1.5. alfejezetet).



2. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = -7000T_0$ időpontban első rendű szférikus aberráció ($\mu_{40} = -6$) jelenlétekor. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot, míg a folytonos vonal a kausztikát jelöli.



3. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = -2394T_0$ időpontban első rendű szférikus aberráció ($\mu_{40} = -6$) jelenlétekor. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot, míg a folytonos vonal a kausztikát jelöli.

3.3.1. Szférikus aberráció

A szférikus aberráció hatását a $\mu_{40} = -6$ esetén szemléltetjük. Ez azt jelenti, hogy az ideális gömbfelületről a legnagyobb eltérés $6\lambda_0$ (a nyílás szélénél), továbbá $\mu_{40} < 0$ miatt hullámfront kissé görbültebb, mint az aberráció mentes esetben. Ennek következtében a marginális sugarak a fókusznál (a nyíláshoz viszonyítva) közelebb metszik az optikai tengelyt. A szemléltetéshez a $\tau = t/T_0 = -7000, -2394, -1800$ és 500 időpontokat választottuk. Az első időpontnál az impulzus a marginális fókuszpont előtt, az utolsónál a paraxiális fókuszpont után, míg a két közbűlső időpontnál a marginális és a paraxiális fókuszpontok közötti tartományban helyezkedik el. A számítások eredményeit a 2–5. ábrák szemléltetik. A hullám- és a geometriai optikai számítások összehasonlítása az ábrák jobb oldalán látható. A szürke szaggatott vonal a geometria optika által jósolt impulzusfrontot, a szürke folytonos vonal a kausztikát szemlélteti. A 2. és az 5. ábrán jól látható, hogy az aberráció mentes esethez hasonlóan itt is megjelenik a szélihullám-impulzus [7, 11, 12], amelyet a nyílás pereméről kiinduló elemi hullámok interferenciája hoz létre [7, 11, 12]. Aberráció mentes esetben a széli-

$$ct - z \cos \alpha_0 = 0$$

egyenlet határozza meg. Belátható, hogy aberráció jelenlétekor a szélihullám-impulzus helyzetét az optikai tengelyen a

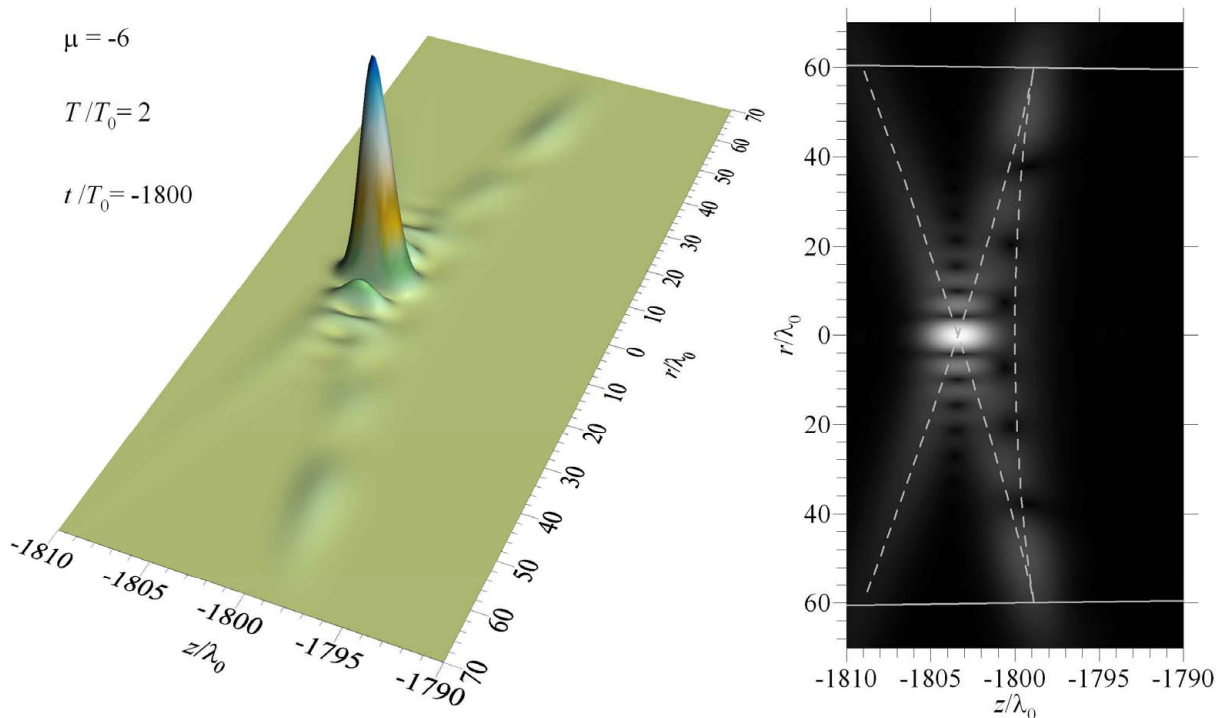
$$ct - z \cos \alpha_0 - \mu_{40} \lambda_0 = 0$$

egyenletből számíthatjuk ki. A szélihullám-impulzus teljes mértékben hullámoptikai jelenség, jelenléte a geometriai optikával nem magyarázható. Az ábrákról láthatjuk, hogy az impulzusfront alakját viszont a geometriai optika igen jól visszaadja. A számítások azt mutatják, hogy a szférikus aberráció következtében számottevő időbeli kiszélesedés nem lép fel, azonban az aberráció jelentős hatással van az impulzus térbeli alakjára, továbbá a jelentősen csökkenti az elérhető maximális intenzitást.

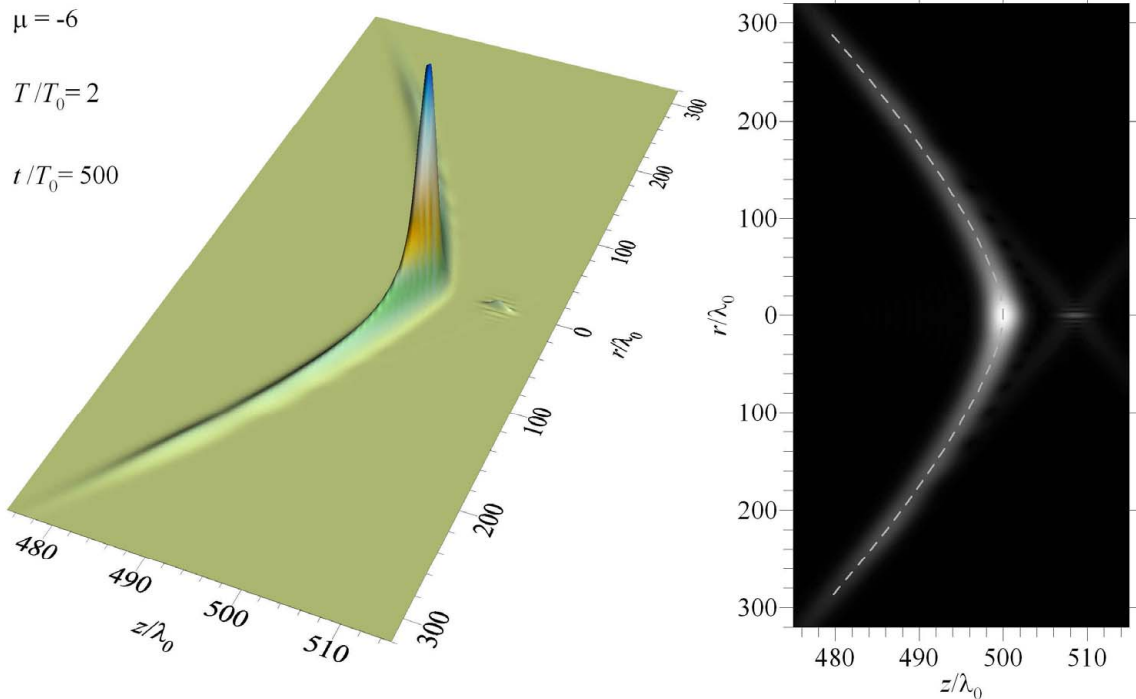
Megmutatható, hogy a hullámfelület ρa sugarú körön lévő pontjaiból kiinduló sugarak a

$$z_\rho = 4\mu_{40} \lambda_0 (R/a)^2 \rho^2$$

koordinátájú pontban metszik az optikai tengelyt ($0 \leq \rho \leq 1$). A 3. ábrán a nyílás széléről érkező sugarak ($\rho = 1$) mentén a fényimpulzus éppen eléri az optikai tengelyt, azaz éppen a marginális fókuszponton halad keresztül ($z_1/\lambda_0 = -2400$). Kisebb ρ értékhez tartozó sugarak az optikai tengelyt az origóhoz közelebbi pontban metszik. Ezen sugarak mentén a fényimpulzus a tengelyt a 3. ábrának megfelelő időpontnál későbbi



4. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = -1800T_0$ időpontban első rendű szférikus aberráció ($\mu_{40} = -6$) jelenlétekor. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot, míg a folytonos vonal a kausztikát jelöli.



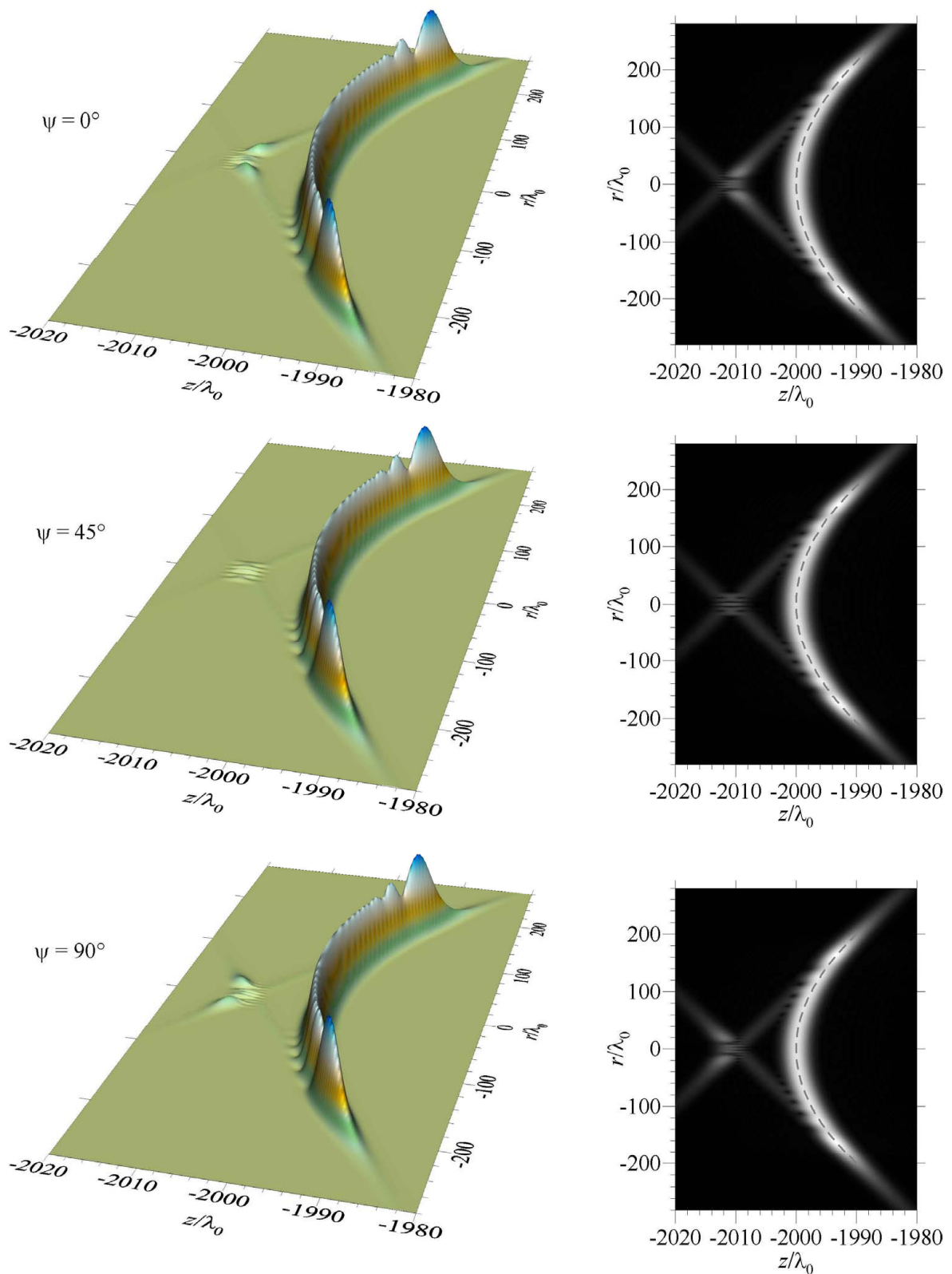
5. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = -1800T_0$ időpontban első rendű szférikus aberráció ($\mu_{40} = -6$) jelenlétekor. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot jelöli.

időpontban éri el, míg a szélső sugarak mentén érkező fény már elhagyta a tengelyt, ahogy ez a 4. ábrán is látható. Az impulzusfront ezen furcsa befűződését a marginális és a paraxiális fókuszpontok közötti tartományban figyelhetjük meg. A tengelyhez közeli sugarak mentén terjedő fény gömbi impulzusfrontot hoz létre.

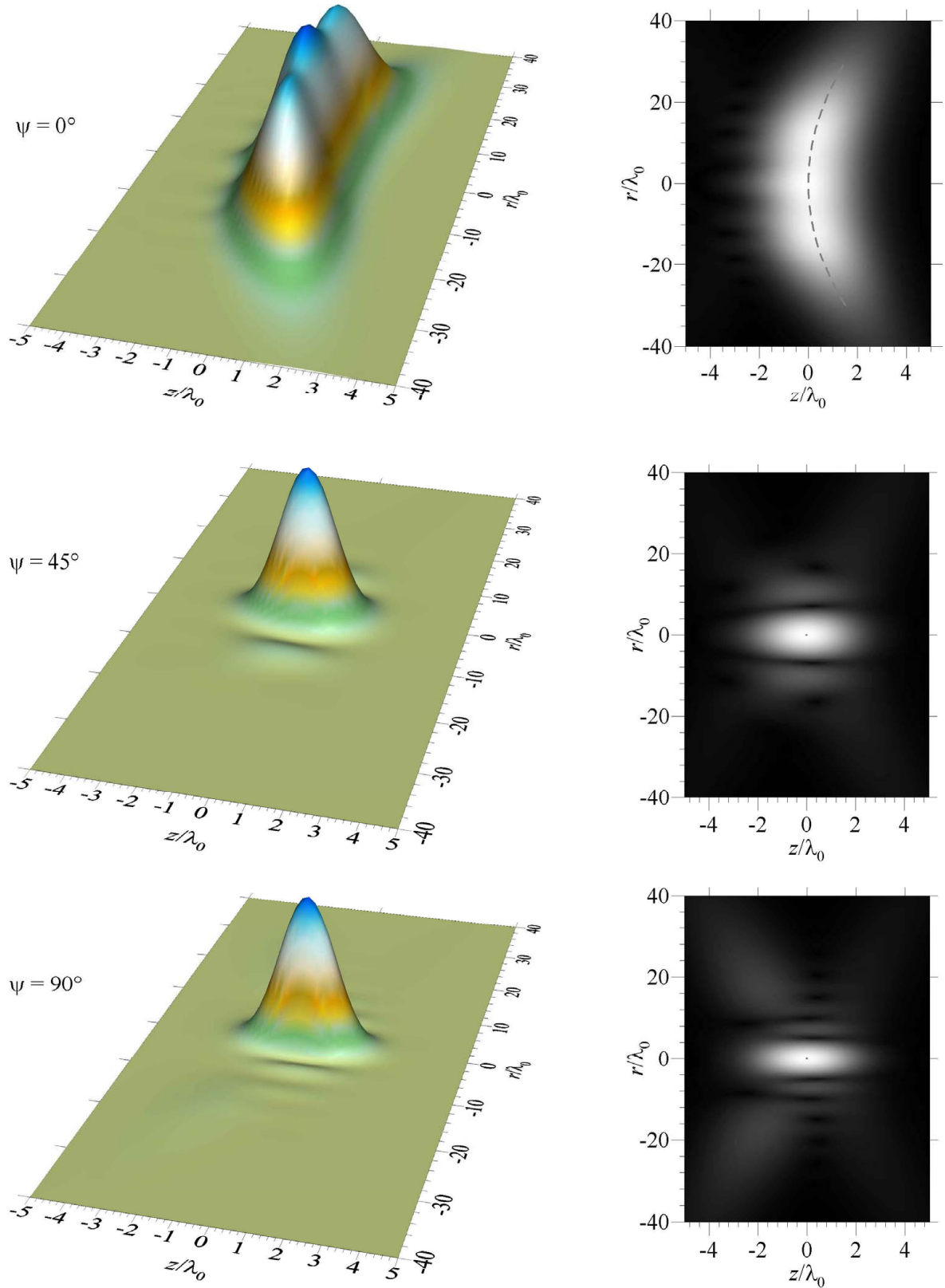
A 3. és a 4. ábrán azt is láthatjuk, hogy a radiális intenzitáseloszlás mellékmaximumai nagyobbak, mint az aberráció mentes esetben fellépő Airy-féle eloszlás mellékmaximuma. A részletesebb vizsgálat azt mutatja, hogy a radiális eloszlás a szélhullám-impulzus eloszlásához hasonló [7] (azaz a J_0^2 függvénnyel közelíthető). Ez a viselkedés tulajdonképpen nem meglepő, hiszen a szélhullámokhoz hasonlóan itt is olyan interferencia jelenséggel van dolgunk, amikor a fény terjedési iránya egy olyan kúpnak a palástjára esik, amelynek a tengelye az optikai tengely.

3.3.2. Asztigmatizmus

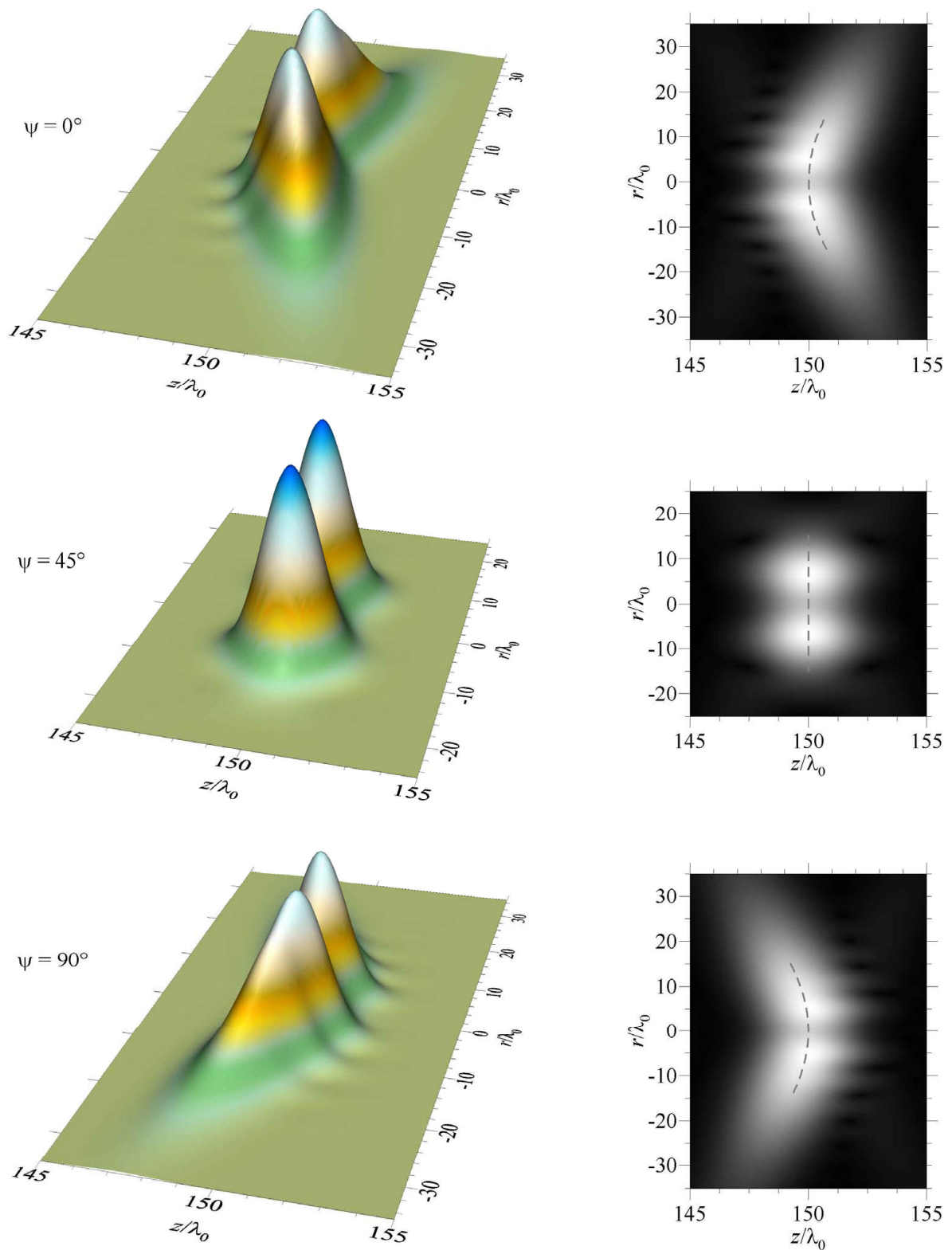
Az asztigmatizmus hatásának bemutatásához a $\mu_{22} = 1.5$ értéket választottuk. A meridionális (YZ) síkban ($\psi = 0^\circ$) lévő fókuszvonal az optikai tengelyen $z_m = 0$ helyen, míg a meridionális síkra merőleges szagitális (ZX) síkban ($\psi = 90^\circ$) lévő fókuszvonal a $z_s = 2\mu_{22}\lambda_0(R/a)^2 = 300\lambda_0$ helyen helyezkedik el. A szemléltetéshez a $\tau = t/T_0 = -2000, 0, 150, 300$ és 2000 időpontokat választottuk. Ezekben az időpontnál az impulzus rendre a meridionális fókuszvonal előtt, a meridionális fókuszvonalnál, a két fókuszvonal között, a szagitális fókuszvonalnál és a szagitális fókuszvonal után helyezkedik el. Az intenzitás szemléltetésére az előző esetben használt intenzitás – szürkesség megfeleltetést használtuk. A geometriai optikából kapott impulzusfrontot itt szintén szaggatott vonal szemlélteti. Mivel az intenzitáseloszlás már nem hengerszimmetrikus, az intenzitást a meridionális síkkal $\psi = 0^\circ, 45^\circ$ és 90° szögeket bezáró – az optikai tengelyt tartalmazó – síkokban szemléltettük. A Φ_{22} szimmetria tulajdonságaiból következik, hogy az intenzitás eloszlása szimmetrikus mind az YZ , mind a ZX síkokra. Az egyes időpontokra vonatkozó számolási eredményeket rendre a 6 – 10 ábrák mutatják.



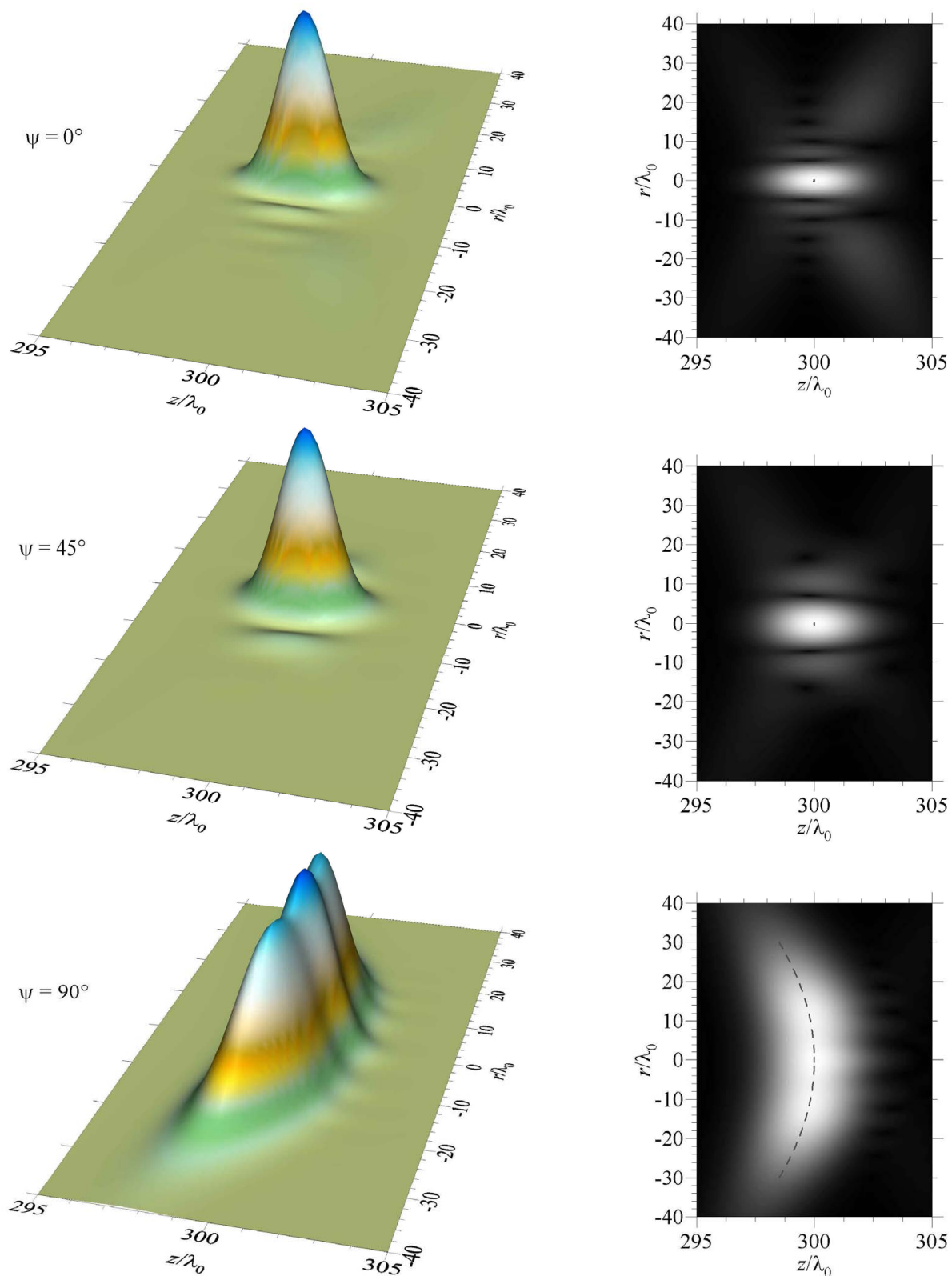
6. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = -2000T_0$ időpontban $A_{22} = 1.5 \lambda_0$ ($\mu_{22} = 1.5$) paraméterrel adott asztigmatizmus jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot jelöli.



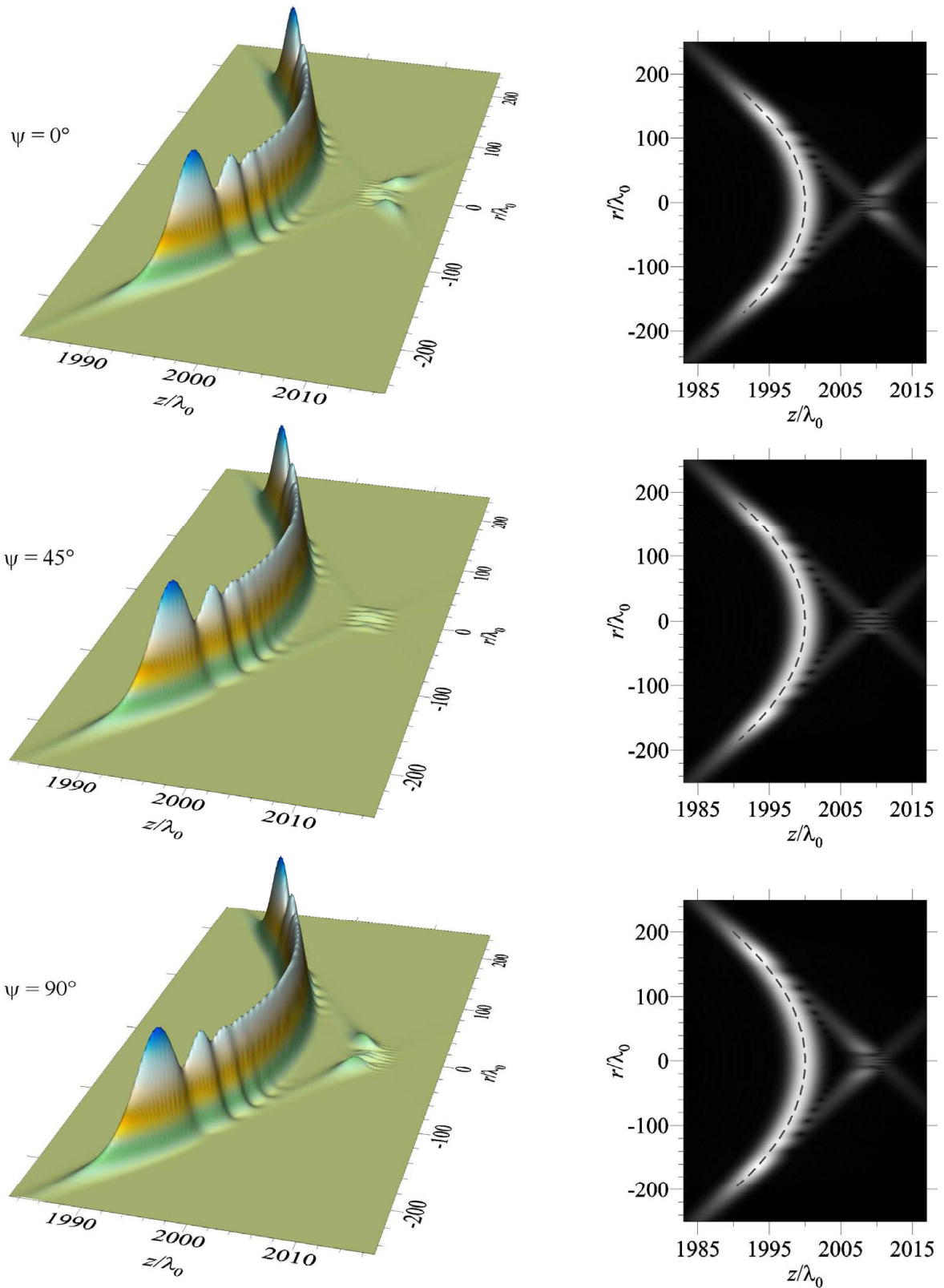
7. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = 0$ időpontban $A_{22} = 1.5 \lambda_0$ ($\mu_{22} = 1.5$) paraméterrel adott asztigmatizmus jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. Ebben az idő pontban az impulzus a meridionális fókuszvonalon van. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jóssolt impulzusfrontot jelöli.



8. ábra. Két optikai ciklust ($T=2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t=150T_0$ időpontban $A_{22} = 1.5 \lambda_0$ ($\mu_{22} = 1.5$) paraméterrel adott asztigmatizmus jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. Ebben az idő pontban az impulzus a fókuszvonal között félúton helyezkedik el. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot jelöli.



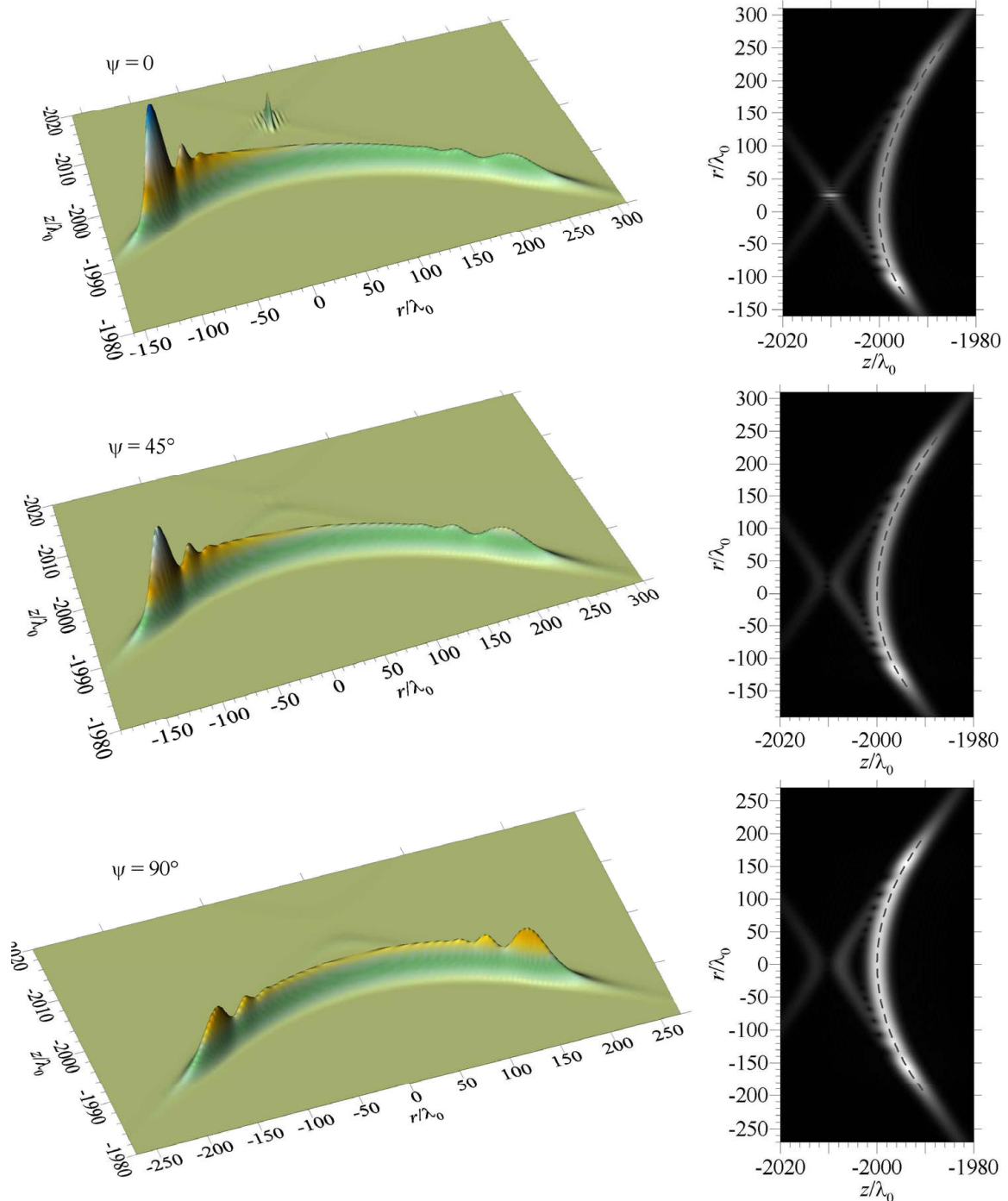
9. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = 300T_0$ időpontban $A_{22} = 1.5 \lambda_0$ ($\mu_{22} = 1.5$) paraméterrel adott asztigmatizmus jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. Ebben az idő pontban az impulzus a szagittális fókuszvonalon van. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jószolt impulzusfrontot jelöli.



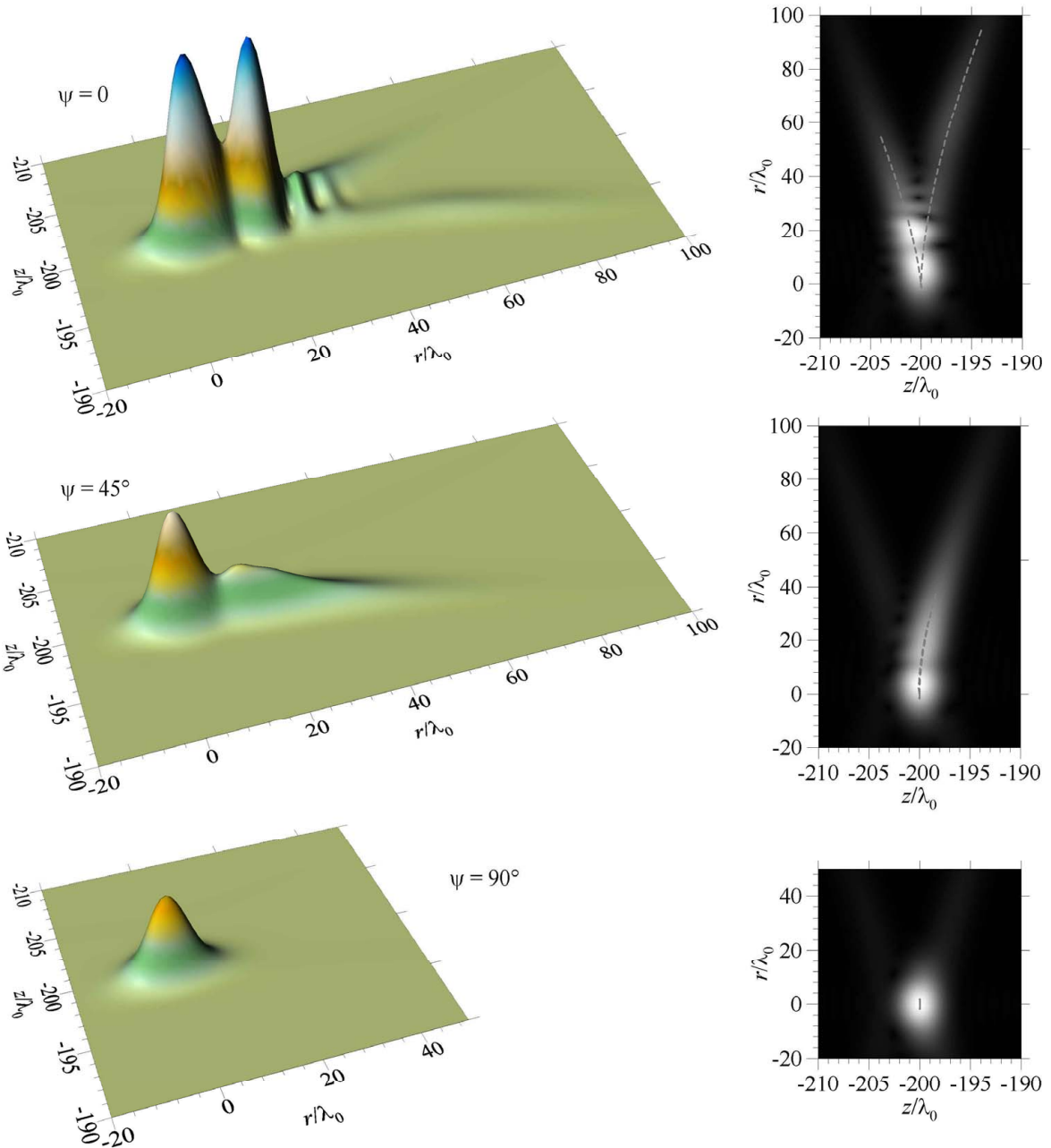
10. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = 2000T_0$ időpontban $A_{22} = 1.5 \lambda_0$ ($\mu_{22} = 1.5$) paraméterrel adott asztigmatizmus jelenlétekor a meridiális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot jelöli.

Látható, hogy a szélihullám-impulzus asztigmatizmus jelenlétében is megmutatkozik (6. és 10. ábra), a hengersizmetria megszűnése ellenére. Azonban az aberráció hatására a szélihullám-impulzus térbeli tulajdonságai megváltoznak. Például a nem tengelyen lévő maximumok jelentősen megnőnek.

A 6–10 ábrák azt is mutatják, hogy a geometriai optika a fókuszvonalaktól eltekintve igen jól megadja az impulzus térbeli alakját. A geometriai optikai leírás a meridionális fókuszvonalnál csak a meridionális síkban (7. ábra), míg a szagittális fókuszvonalnál csak a szagittális síkban (10. ábra) vezet megfelelő eredményre.



11. ábra. Két optikai ciklust ($T=2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t=-2000T_0$ időpontban $A_{31}=2.5\lambda_0$ ($\mu_{31}=2.5$) paraméterrel adott kóma jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jószolt impulzusfrontot jelöli.



12. ábra. Két optikai ciklust ($T=2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t=-200T_0$ időpontban $A_{31}=2.5\lambda_0$ ($\mu_{31}=2.5$) paraméterrel adott kóma jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot jelöli.

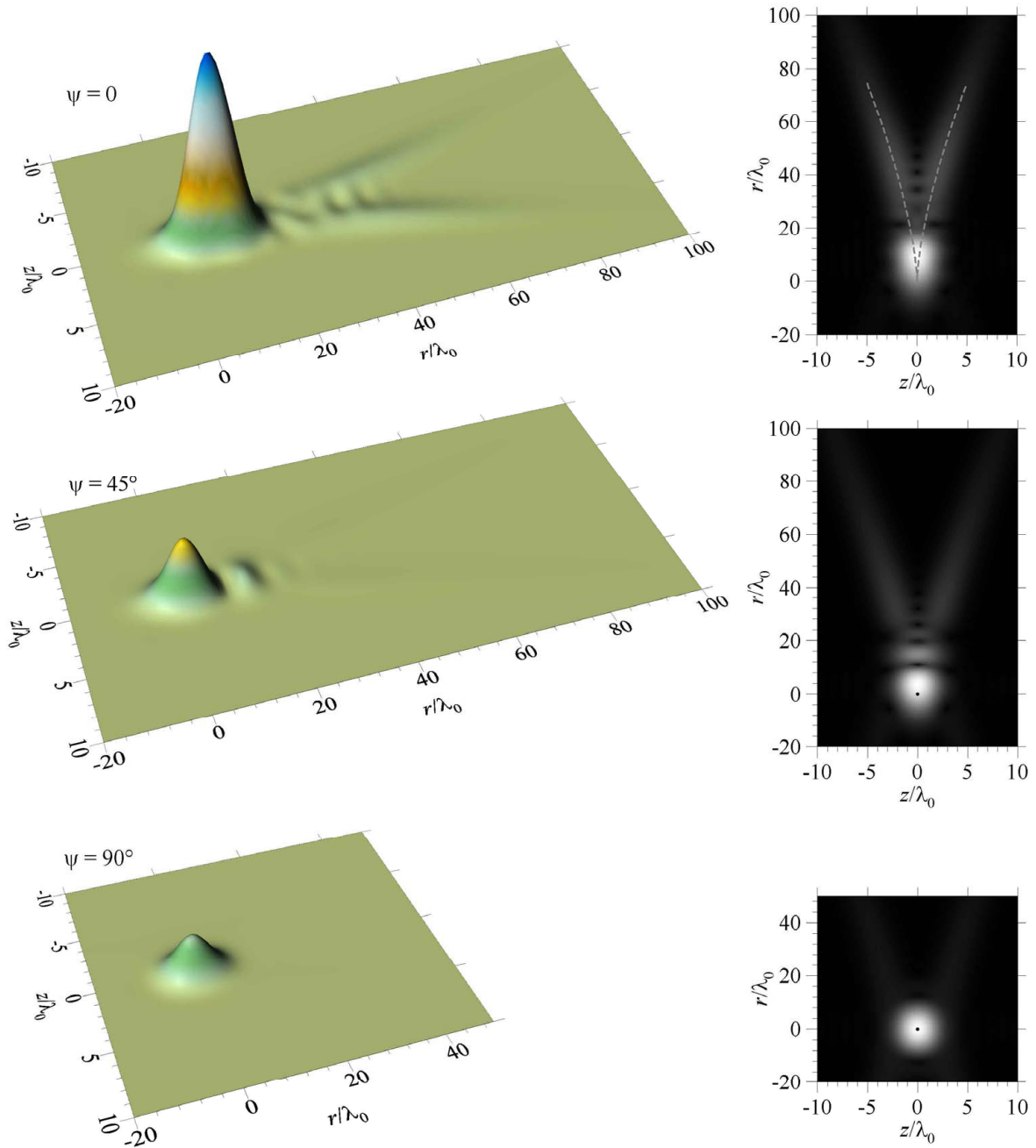
3.3.3. Kóma

A kóma hatását a $\mu_{31}=2.5$ paraméterrel szemléltettük. Kóma esetén az intenzitáseloszlás szimmetriája tovább csökken, a Φ_{31} szimmetria tulajdonságaiból megmutatható, hogy az intenzitás eloszlása már csak az YZ (azaz a meridionális) síkra szimmetrikus. A szemléltetéshez a $\tau=t/T_0=-2000, -200, 0, 200$ és 2000 időpontokat választottuk. Az egyes időpontokra vonatkozó számolási eredményeket rendre a 11–15 ábrák mutatják. Az intenzitást – minden időpontra – a meridionális síkkal $\psi=0^\circ, 45^\circ$ és 90° szögeket bezáró síkban szemléltettük. A geometriai optikából kapott impulzusfrontot itt is a szaggatott vonal mutatja (az ábrák jobb oldalán).

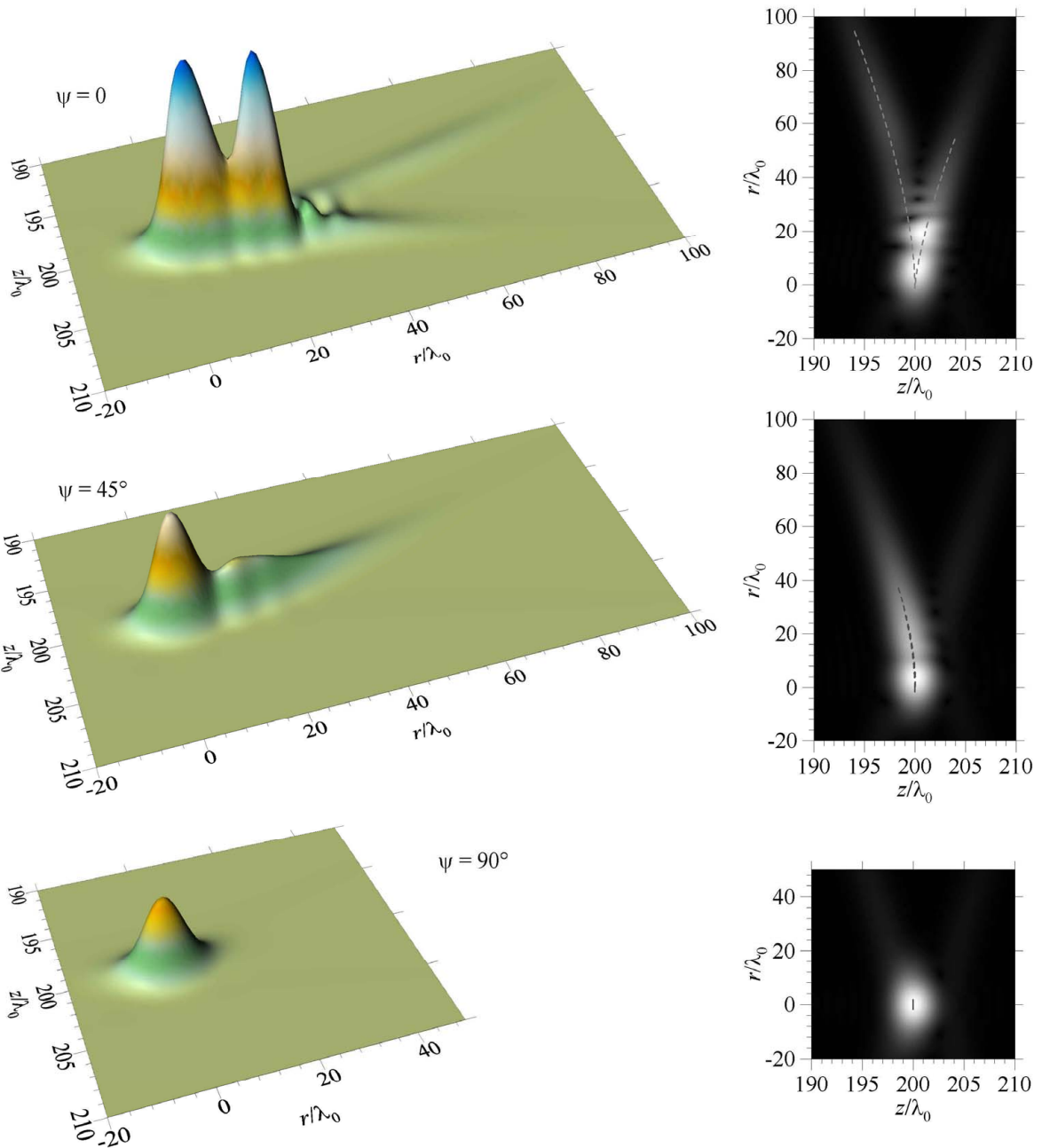
Amint az ismeretes [10], a kóma hatására, a $z=0$ (kép)síkban az $y>0$ és $-30^\circ \leq \psi \leq 30^\circ$ tartományban szóródnak szét a fénysugarak, elmosva ezzel a képet. Ennek megfelelően érthető, hogy a képsíkhoz közel az impulzusfront az $y>0$ tartományba tolódik át, mint ahogy ez a 12–14. ábrákon látható. Azokon helyeken, melyek geometriai optikai értelemben a megvilágított tartományban vannak és nincsenek túl közel az árnyék

határához (geometriai elmosódottság határához), a geometriai optikai modell jól visszaadja az impulzusfront alakját.

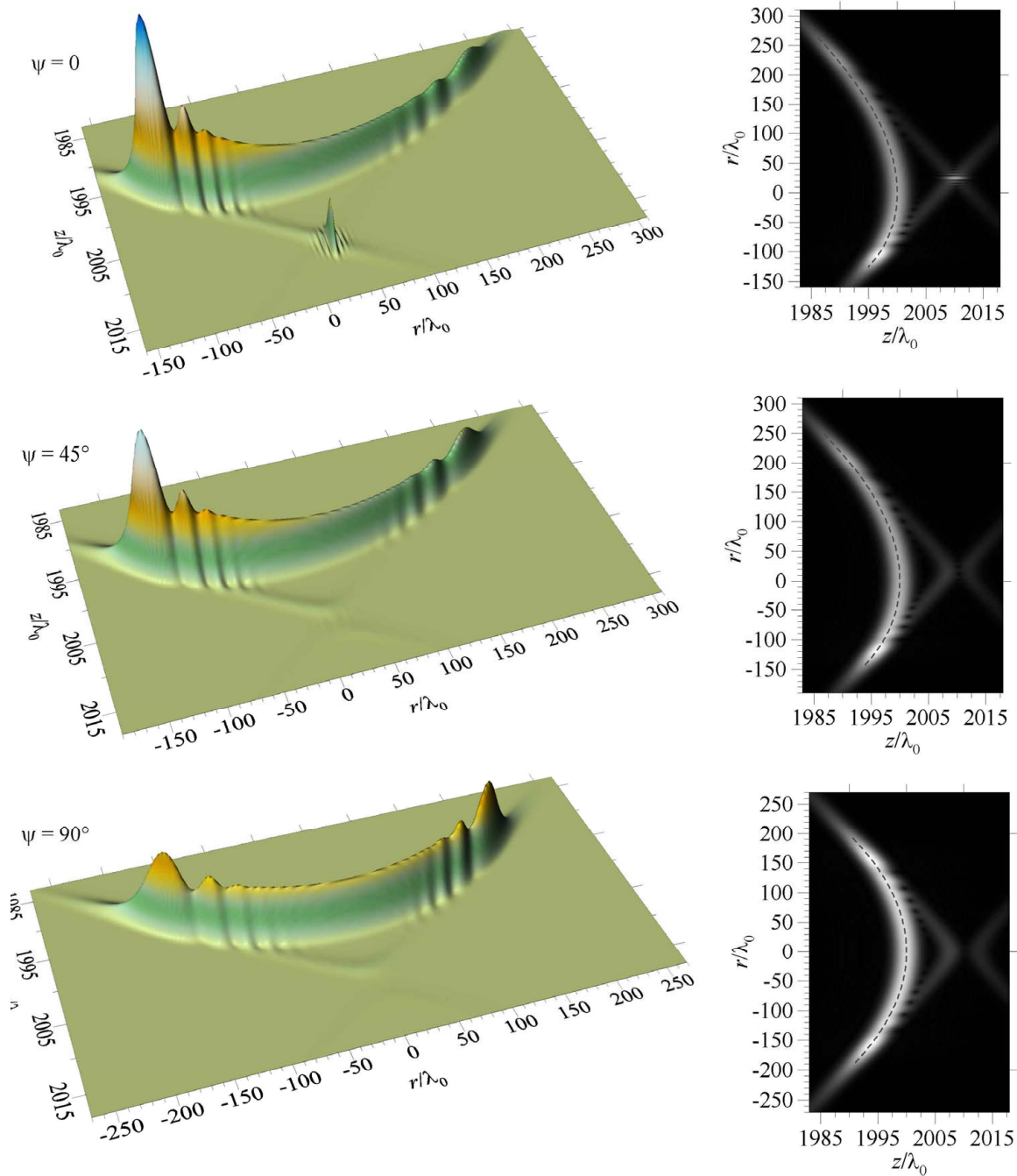
A szimmetria tulajdonságok további romlásának ellenére a szélihullám-impulzus kóma esetén is megjelenik, az aberráció mentes esethez képest megváltozott tér- és időbeli tulajdonságokkal (11. és 15. ábra). A térbeli alakja a meridionális síkban hasonlít leginkább az aberráció mentes estre, bár jól látható, hogy eltolódik az $y > 0$ tartományba, vagyis nem a z tengelyen terjed. A szagitális síkban csak a jellegzetes X alak marad meg, a minimumok és maximumok keresztirányú váltakozása eltűnik



13. ábra. Két optikai ciklust ($T = 2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t = 0$ időpontban $A_{31} = 2.5 \lambda_0$ ($\mu_{31} = 2.5$) paraméterrel adott kóma jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot jelöli.



14. ábra. Két optikai ciklust ($T=2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t=200T_0$ időpontban $A_{31} = 2.5 \lambda_0$ ($\mu_{31} = 2.5$) paraméterrel adott kóma jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jósolt impulzusfrontot jelöli.



15. ábra. Két optikai ciklust ($T=2T_0$) tartalmazó rövid fényimpulzus intenzitása a $t=2000T_0$ időpontban $A_{31}=2.5\lambda_0$ ($\mu_{31}=2.5$) paraméterrel adott kóma jelenlétekor a meridionális síkhoz képest ψ szöget bezáró, a Z tengelyt tartalmazó síkban. A jobb oldalon a szürke szaggatott vonal a geometriai optika által jóslott impulzusfrontot jelöli.

4. Spektrálisan bontott interferometrián alapuló mérések

4.1. Szögdiszperzió nagy pontosságú mérése [13, 14, 16]

A terawattos impulzusok előállításánál alkalmazott fázismodulált erősítési technika két fontos eszköze az impulzusnyújtó és a kompresszor. Ha e két eszközben használt rácsok vagy prizmák helytelenül vannak beállítva, azaz a megfelelő felületeik nem párhuzamosak egymással, akkor a kilépő nyaláb spektrális komponensei eltérő irányban haladnak, így az impulzusnak szögdiszperziója lesz. Ennek hatására az impulzus frontja megdől, idő- és térbeli fázismoduláció jön létre. E nem kívánt hatások kiküszöbölése érdekében fontos, hogy az impulzusok szögdiszperzióját minél pontosabban tudjuk mérni, és így lehetővé válik a nyújtó és a kompresszor elemeinek megfelelő beállítása.

A szakirodalomban a szögdiszperzió kétféle meghatározásával találkozhatunk. Míg az egyik meghatározás a különböző hullámhosszú fénynyalábok terjedési iránya által bezárt szög hullámhosszfüggését jellemzi (terjedésiirány-szögdiszperzió), addig a másik a fázisfrontok által bezárt szögre épül (fázisfront-szögdiszperzió). Síkhullámok esetén a két meghatározás egymással ekvivalens. A valódi lézernyalábok azonban Gauss-nyalábok, azaz a fázisfrontok a nyalábnyak szűk környezetét kivéve görbültek. Ekkor viszont a két definíció eltérő értéket ad. További fontos különbség a két mennyiség között, hogy míg a fázisfront-szögdiszperzió az impulzusfront dőlését, addig a terjedésiirány-szögdiszperzió az idő- és térbeli fázismodulációt határozza meg elsődlegesen.

4.1.1. A fázisfront-szögdiszperzió és a lézernyaláb paramétereinek között fennálló kapcsolat kísérleti igazolása [13]

Továbbfejlesztettük a diszperzív dielektrikum tükrök fázisderiváltjainak mérésére kidolgozott, spektrálisan bontott interferometrián alapuló módszerünket. Ennek lényege, hogy a vizsgálandó nyalábot a Michelson-interferométer helyett egy olyan Mach-Zehnder interferométerbe vezetjük be, amelynek az egyik karjában a nyaláb eggyel többször verődik vissza, mint a másik karban. Ez azt eredményezi, hogy a spektrográf résén az egyik karból érkező nyaláb jobb oldala a másik karból érkező nyaláb bal oldalára esik. Ha egy kicsit elforgatjuk a függőleges tengely körül az interferométer egyik tükrét úgy, hogy az interferenciacsíkok a spektrográf vízszintes részére merőlegesen legyenek, akkor a spektrálisan bontott interferenciacsíkok periódusából a nyalábot alkotó spektrális komponensek fázisfrontjai által bezárt szöget, illetve ennek hullámhosszfüggéséből a fázisfront-szögdiszperziót 0.2 urad/nm pontossággal meg tudjuk határozni.

Az elért mérési pontosság lehetővé tette, hogy kísérletileg igazoljuk Martinez egy 1986-os cikkében közölt elméleti eredményét, mely megadja a lézerimpulzusok fázisfront-szögdiszperziója és a Gauss-nyalábot jellemző paraméterek közötti kapcsolatot. Ennek kísérleti igazolásához a tanszéki titán-zafir lézer 20 fs-os impulzusait kvarc prizmán küldtük keresztül, majd az említett spektrális interferométerbe vezettük be. Változtatva a nyalábnyak és prizma távolságát, illetve a prizma és az interferométer távolságát, valóban azt tapasztaltuk, hogy a fázisfront-szögdiszperzió értéke változik, bizonyos esetekben jelentősen eltér az értéke a terjedésiirány-szögdiszperzióétól. A fázisfront-szögdiszperzióra a Martinez-féle modellből adódó értékek jól egyeztek a mért értékekkel.

4.1.2. Nem párhuzamos síkú rács pár és prizmapár szögdiszperziójának, valamint az általa okozott impulzustorzulásoknak elméleti és kísérleti vizsgálata [14, 16]

Ha a lézerrendszer impulzusnyújtójának és -kompresszorának rácspárai vagy a kiegészítő kompresszor prizmapárai pontatlanul vannak beállítva, azaz a megfelelő felületeik nem párhuzamosak, az impulzust alkotó spektrális komponensek különböző irányokba terjednek. Ha a rácsok illetve prizmák párhuzamosságát a lézertől kilépő nyaláb fázisfront-szögdiszperziójának a mérésével próbáljuk meg beállítani, azt vesszük észre, hogy a műszer állandóan közelítőleg 0 értéket mutat akkor is, amikor szemmel láthatólag különböző irányokban terjednek a komponensek. Ennek az az oka, hogy ha egy 800 nm hullámhosszúságú lézernyaláb nyalábnyakának mérete 1 mm-nél jóval kisebb, akkor a nyalábnyaktól már 1 m-es távolságban is a Gauss-nyaláb gömbhullámmal jól közelíthető. A gömb alakú fázisfrontok miatt viszont a fázisfront-szögdiszperzió értéke közelítőleg 0, tehát ez a mérési módszer használhatatlan a rácsok és prizmák párhuzamosságának beállításánál.

Ellenben a terjedésiirány-szögdiszperzió gömb alakú fázisfrontok esetén sem nulla, hiszen az elnevezéséből adódóan a spektrális komponensek terjedési irányának hullámhosszfüggését jellemzi. A fentiekből következik, hogy a nyújtók és kompresszorok szögdiszperziómentes beállítására a terjedésiirány-szögdiszperzió mérése jól használható lenne, ha mérési pontosság hasonló lenne a fázisfront-szögdiszperzió

mérésénél elért értékhez. E célból a klasszikus („imaging spectrograph”) módszer pontosságát egy számítógépes kiértékeléssel feljavítottuk, és sikerült ebben az esetben is a 0.2 urad/nm pontosságot elérnünk. Az impulzuskompresszor és-nyújtó rácscsai három tengely körül forgathatók, azaz a párhuzamosság feltételét nem könnyű beállítani. Eddig csak elméleti számolásokat találhattunk az irodalomban a rácscsok dőlési szöge és az impulzus szögdiszperziója közötti kapcsolatra. Az előbb említett „imaging spectrograph” módszerrel lehetővé vált a nem-párhuzamos síkú rácspárok szögdiszperziójára vonatkozó elméleti összefüggések kísérleti vizsgálata. A kísérleti eredményeink jó egyezésben vannak az elméleti modell által jósolt értékekkel. Azt is igazoltuk, hogy az „imaging spectrograph” módszer alkalmas a nyújtó és kompresszor rácscsai beállításának valós idejű ellenőrzésére.

Számításokat végeztünk a terjedésiirány-szögdiszperzióknak a femtoszekundumos lézerimpulzusokra gyakorolt hatásának bemutatására. Ismeretes, hogy a szögdiszperzió a femtoszekundumos impulzusok fázismodulációját okozza, mely az impulzus időbeli kiszélesedésében és egyéb alaktorzulásokban nyilvánul meg. Sőt az impulzus alaktorzulásai a szögdiszperzió forrásától távolodva jelentősen nőnek. Kiszámoltuk mind prizmas-, mind rácscs impulzuskompresszorokra a pontatlan beállítás miatt fellépő terjedésiirány-szögdiszperziót, és ezt felhasználva a fellépő fázismodulációt. A számítások eredményeit kísérleti vizsgálatokkal igazoltuk. Ehhez a tanszéken működő titán-zafír lézeroszillátor 20 fs-os impulzusait használtuk. A szögdiszperziót a házi készítésű leképező spektrográffal, az impulzusidőt szintén házi készítésű, többlövéses, interferometrikus autokorrelátorral mértük egyidejűleg. A mért és számolt szögdiszperzió, valamint impulzushossz adatok közt a rácscs és prizmas kompresszor esetén egyaránt jó egyezést tapasztaltunk.

4.2. Impulzusnyújtó-kompresszor egység diszperziójának mérése [15]

Az impulzusnyújtó és -kompresszor beállításánál nem elég a rácscsok párhuzamosságát biztosítani, hanem a rácscsok illetve prizmák közötti távolságot úgy kell beállítani, hogy a kimenő impulzusban lévő csoportkésleltetés-diszperzió minimális legyen. Ellenkező esetben az impulzus időbeli hossza nagyobb lesz annál az értéknél, amit a spektruma pedig lehetővé tenné. A célunk a minél rövidebb impulzus előállítás. Eddig a nyújtónak és kompresszornak külön-külön nem tudták megmérni a csoportkésleltetés-diszperzióját annak nagy értéke miatt. Ugyanis a 10-100 fs időtartamú impulzusok mérésére kidolgozott módszerek valamilyen nemlineáris folyamaton alapultak. Azonban az impulzusnyújtó vagy a kompresszor után 10-1000 ps-ra kiszélesedett impulzusok csúcsintenzitása olyan alacsonnyá válik, hogy a nemlinearitáson alapuló detektálás nem működik.

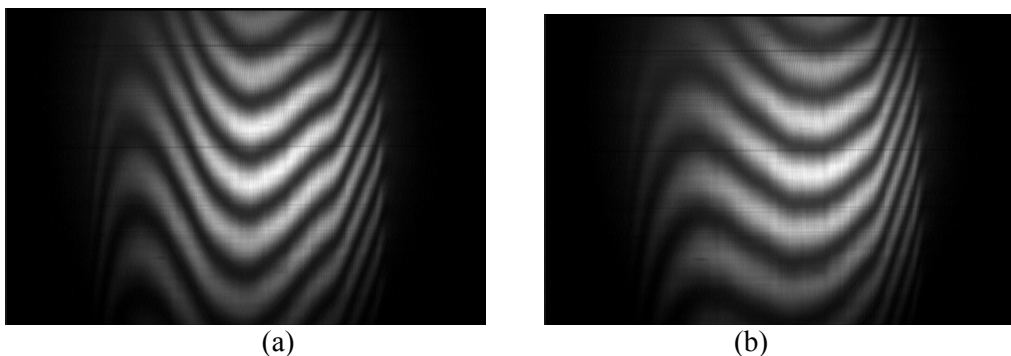
Az optikai szálak nagy értékű diszperziójának mérésére kidolgozott spektrálisan bontott interferometrikus módszert továbbfejlesztve sikerült az impulzuskompresszor és -nyújtó csoportkésleltetésének hullámhosszfüggését kísérletileg meghatározni. A módszer lényege, hogy a nagy diszperzió miatt elliptikus vagy hiperbolikus interferenciacsíkokat kapunk a csoportkésleltetés-diszperzió előjelétől függően. E csíkrendszer közepe a hullámhossztengely mentén mozog, amint az interferométer referenciakarjában változtatjuk a késleltetést. Ily módon közvetlenül megmérhető a csoportkésleltetés hullámhosszfüggése, azaz a csoportkésleltetés-diszperzió. Az irodalomban található modell helyességét, mely a kompresszor geometriai paraméterei és a csoportkésleltetés-diszperzió közötti kapcsolatot adja meg, így módon kísérletileg igazoltuk.

A nyújtó-kompresszor egység rácscsai közötti távolság durva beállításakor elegendő csak kvalitatívan ellenőrizni az eredő diszperziót, viszont a valós idejű ellenőrzés egy fontos kívánalom. Kidolgoztunk egy modellt, mely leírja, hogy hogyan határozza meg a spektrális interferenciacsíkok alakját a csoportkésleltetés-diszperzió értéke és előjele a 10^3 - 10^6 fs² tartományon. Kísérletileg demonstráltuk, hogy ezzel a módszerrel könnyedén be tudjuk állítani a nyújtó-kompresszor egységet 10^3 fs² értékig. A további finomabb beállításhoz pedig a dielektrikum tükrök csoportkésleltetés-diszperziójának mérésére kidolgozott, szintén spektrális interferometriai módszerünk használható.

4.3. Termikus üveghasáb diszperziójának mérése

A pályázatot megelőzően a termikus üveghasábra végzett modellszámításainak kísérleti megvalósíthatóságának ellenőrzéséhez először egy egyszerű, technikailag könnyen megvalósítható elrendezést használtunk, egy szélein jéggel hűtött, közepén elektromosan fűtött kvarchasábot. Spektrálisan bontott interferometriával megmértük a termikus hasáb szög- és csoportkésleltetés-diszperzióját. A termikus hasábot a lézerrendszer rácscs impulzuskompresszorának azon részén helyeztük el, ahol a spektrális komponensek egymás mellett párhuzamosan terjednek. Mivel a komponensek különböző helyeken haladnak keresztül a hasábban, így az eltérő hőmérséklet miatt eltérő fázistolást szenvednek, ennek eredményeképpen megváltozik a kompresszorból kilépő impulzus csoportkésleltetés-diszperziója. Amint a fűtés előtt illetve fűtés közben felvett spektrális interferenciacsíkok eltérő menetéből is láthatjuk (1. ábra), valóban megváltozott a

kompresszorból kilépő impulzus csoportkésleltetés-diszperziója. Kezdetben a lézerrendszer eredő csoportkésleltetés-diszperziója 3000 fs^2 volt, míg a harmadrendű diszperzió -85000 fs^3 volt (1.a ábra). A fűtés során az eredő diszperziós értékek 4300 fs^2 -re, és -49000 fs^3 -re változtak, azaz a fűtés eredményeképpen 1300 fs^2 és 36000 fs^3 diszperziót vittünk be a rendszerbe. A kilépő impulzusban sajnos $8 \text{ } \mu\text{rad/nm}$ fázisfrontszögdiszperziót is kimutattunk, melyet nyilván a hasábban függőlegesen kialakult hőgradiens okozott. Ekkora szögdiszperzió az impulzus több méteres terjedése során jelentős torzulást okozhat. A későbbiekben meg kell oldanunk az elektródák felvitelét (legalább 10 db) és a szögdiszperzió kiküszöbölését. Az újabb számolásaink szerint nem biztos, hogy ez utóbbi probléma teljesen megoldható. Megfelelő kísérleti eredmények hiányában a fázismodulátor hullámoptikai modellezését nem tudtuk elvégezni.



16. ábra. Spektrálisan bontott interferogramok (a) fűtlen kvarchasáb, (b) fűtött kvarchasáb esetén.

Összefoglalva, a spektrálisan bontott interferometria területén végzett kutatómunkánk eredményeképpen olyan eljárásokat dolgoztunk ki, amelyek révén jelentősen leegyszerűsödik a fázismodulált impulzuserősítési technikán alapuló lézerrendszer eredő szög- és csoportkésleltetés-diszperziójának minimalizálási procedúrája. A spektrális interferometria előnye, hogy a beállítás több fázisában is valós idejű mérést tesz lehetővé, továbbá az interferométerben lényegében ugyanazon optikai elemeket használjuk fel, csak a mért mennyiségtől függően kissé különböző elrendezésben. Az interferogramok kiértékelésénél a mért mennyiség típusától és értékének nagyságától függően eltérő módszereket alkalmazunk.

5. A beszerzett számítástechnikai eszközökkel elért további tudományos eredmények

A OTKA támogatásával beszerzett számítástechnikai erőforrások (számítógép és a szükséges matematikai szoftverek) segítségével, a pályázat témájától eltérő témakörben, az atomi-erő mikroszkóp (AFM) dinamikai vizsgálatában is értünk el eredményeket, melyeket [17] közleményben foglaltuk össze. A Q-szabályozott AFM dinamikai leírására használt differenciálegyenlet analitikus megoldásával rámutattunk a szakirodalomban található eddigi numerikus számítások hibáira. A Q-szabályozás hatásmechanizmusát vizsgálva megállapítottuk, hogy a Q szabályozás nem képes a szonda érzékenységét tetszőlegesen növelni. Következésképpen a Q-szabályozás alkalmazása esetén tapasztalható feloldásbeli növekedés nem magyarázható pusztán a szonda érzékenységének növekedésével. Numerikus szimulációkkal megmutattuk, hogy Q- szabályozott szonda fázis jele igen érzékeny a felület mechanikai paramétereinek (Young modulus, viszkozitás és adhézió) változására.

Hasonlóan felhasználtuk a pályázatunk által biztosított számítástechnikai erőforrásokat a tanszékünkön folyó fotoakusztikus kutatásoknál előforduló hővezetési és diffúziós problémák elméleti modellezésénél. Az eddigi módszereknél sokkal rövidebb ideig tartó eljárást dolgoztunk ki polimerek metán áteresztő képességét (permeabilitását) mérésére. A mérésnél használt fotoakusztikus eljárás olyan érzékeny, hogy lehetővé teszi a polimeren átdiffundált metán koncentrációjának a mérését még a stacionárius állapot beállta előtti (kezdeti) felfutó dinamikus szakaszban. A problémát leíró diffúziós egyenlet megoldása nem fejezhető ki egyszerű zárt alakban, hanem függvénytör alakjában állítható elő, amely – a szükséges igen nagy számolási igény miatt – gyakorlatilag megakadályozza a függvénytör közvetlen használatát az illesztéshez. A változók dimenzió mentesítésével kidolgoztam egy olyan illesztési eljárást, amelyben a nagy számolási erőforrást igénylő függvénytör csak egyszer (a számolás elején) kell kiszámolni, így az illesztéshez szükséges erőforrás igény és számolási idő jelentősen csökken. Az illesztéssel a mérési adatokból a diffúziós együtthatót határoztuk meg, amelyből a permeabilitás már számítható. Mivel a mérésnél nincs szükség a stacionárius állapot beállítására, a mérési idő jelentősen csökken. Az eredmények publikálása folyamatban van [18].

Hivatkozások

1. Z. L. Horváth and Zs. Bor, *Focusing of truncated Gaussian beams*, Optics Commun., **222** (2003) 51.
2. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, (Pergamon Press, 1980), chapter 8.8.
3. Z. L. Horváth, J. Klebniczki, G. Kurdi, A. P. Kovács, *Experimental investigation of the boundary wave pulse*, Optics Commun. **239** (2004) 243.
4. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, (Pergamon Press, 1980), chapter 8.9.
5. K. Miyamoto and E. Wolf, *Generalization of the Maggi-Rubinowicz Theory of the Boundary Diffraction Wave – Part I-II*, J. Opt. Soc. Am. **52** (1962) 615-637.
6. E. W. Marchand and E. Wolf, *Boundary Diffraction Wave in the Domain of the Rayleigh-Kirchhoff Diffraction Theory*, J. Opt. Soc. Am. **52** (1962) 761-767.
7. Z. L. Horváth and Zs. Bor, *Diffraction of short pulses with boundary wave theory*, Phys. Rev. E **63** (2001) 26601.
8. Z. L. Horváth, A. P. Kovács and Zs. Bor, *Pulse front distortions caused by primary aberrations. Part I*, publikálás alatt, tervezett újság J. Opt. Soc. Am. A vagy Optics Commun.
9. Z. L. Horváth, A. P. Kovács and Zs. Bor, *Pulse front distortions caused by primary aberrations. Part II*, publikálás alatt, tervezett újság J. Opt. Soc. Am. A vagy Optics Commun.
10. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, (Pergamon Press, 1980), chapter IX.
11. Zs. Bor, Z. L. Horváth, *Distortion of Femtosecond Pulse in Lenses. Wave Optical Description* Optics Commun. **94** (1992) 249
12. Z. L. Horváth, Zs. Bor, *Behaviour of Femtosecond Pulses on The Optical Axis of a Lens. Analytical Description*, Optics Commun. **108** (1994) 333.
13. K. Varjú, A. P. Kovács, K. Osvay and G. Kurdi, *Angular dispersion of femtosecond pulses in a Gaussian beam*, Opt. Lett. **27** (2002) 2034.
14. K. Osvay, A. P. Kovács, Zs. Heiner, G. Kurdi, J. Klebniczki and M. Csatári, *Angular dispersion and temporal change of femtosecond pulses from misaligned pulse compressors*, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **10** (2004) 213.
15. A. P. Kovács, K. Osvay, G. Kurdi, M. Görbe, J. Klebniczki and Zs. Bor, *Dispersion control of a pulse stretcher-compressor system with two-dimensional spectral interferometry*, Appl. Phys B **80** (2005) 165.
16. K. Osvay, A. P. Kovács, G. Kurdi, Z. Heiner, M. Divall, J. Klebniczki and I. E. Ferincz, *Measurement of noncompensated angular dispersion and the subsequent temporal lengthening of femtosecond pulses in a CPA laser*, Opt Commun. **248** (2005) 201.
17. J. Kokavecz, Z. L. Horváth and A. Mechler, *Dynamical properties of the Q-controlled atomic force microscope*, Appl. Phys. Lett. **85** (2004) 3232.
18. T. Ajtai, Z. L. Horváth, M. Szakáll, Z. Bozóki, G. Pap, T. Nagy, T. Katona and G. Szabó, *Photoacoustic system for measuring gas permeation parameters of polymer samples*, publikálás alatt, tervezett újság: Measurement Science and Technology