ISSN 2064-9231

A dimenzióanalízis módszerének alkalmazása a faipari tudományokban

KOCSIS Zoltán[1]

[1] Nyugat-magyarországi Egyetem Simonyi Károly Kar, Faipari Gépészeti Intézet

Kivonat

A kutatások során gyakran előforduló probléma a viszonylag nagyszámú független változó kezelése, valamint az adatok általános érvényű feldolgozása. A nagyszámú független változó számának redukálásához és a kísérleti adatok általános érvényű feldolgozásához nagy segítséget nyújt a hasonlósági elmélet dimenziónélküli számok segítségével. Jelen publikáció ennek alkalmazását kívánja bemutatni egy kidolgozott példán keresztül. A dimenzióanalízis módszerét az elmúlt 100 évben már sikeresen alkalmazták például hőtani, mechanikai és áramlástani problémák megoldásánál főként azokban az esetekben, amikor a jelenséget részleteiben nem ismerték és emiatt nem tudták a pontos matematikai modelljét, például differenciálegyenletét felírni. A szerző célul tűzte ki, hogy ez a gyakorlatias módszer a tudományos életben, így a faipari tudományokban is minél szélesebb körben megismerésre kerüljön.

Kulcsszavak: hasonlósági elmélet, dimenzióanalízis, dimenziónélküli számok, kritériumi egyenlet, differenciálegyenlet

The application of the method of dimensional analysis in the wood sciences

Abstract

In research it is quite common to operate with several independent variables, and everyone strives to analyze the collected data in general. Similarity theory could be really helpful by using dimensionless parameters. This theory was successfully applied to solve some problems of mechanics and thermo- and hydrodynamics during the past century already, especially when the phenomena was not known in detail, and it was impossible to set up the right differential equation. In this article the author demonstrates the potential of this theory by sharing details of a specific example and wishes to draw some more attention to it.

Keywords: similarity theory, dimensional analysis, dimensionless numbers, criterion equation, differential equation

Bevezetés

A tudományok általában új, eddig nem ismert összefüggések keresésével foglalkoznak, amelyek egy jelenség lehetőleg pontos leírását adják az összes befolyásoló tényező (változók) függvényében. A műszaki tudományokban a különböző jelenségeket hajtóerők mozgatják és az ezzel kapcsolatos összefüggéseket a természeti törvények adják. A természeti törvények öröktől fogva vannak, és időben nem változnak, determinisztikusak (Sitkei 2013). A jelenségek legtöbbször bonyolultak és emiatt a tudomány a jelenség összes összefüggését sok esetben még nem fejtette meg – ilyenkor a tudomány kiegészítésre szorul.

Korszerű gépek, berendezések, műveletek és technológiák tervezéséhez ismerni kell bizonyos alapvető törvényszerűségeket, összefüggéseket. Ezek az összefüggések a jelenséget befolyásoló változók közötti helyes kapcsolatot írják le. Az összefüggések keresésének klasszikus módszere az összefüggést leíró matematikai modellek, például differenciálegyenletek elméleti levezetése a meglévő ismereteink alapján, az alaptudományok (pl. mechanika, áramlástan, hőtan stb.) felhasználásával. Az elméleti levezetések esetén is bizonyos feltételezésekből indulunk ki, ezért az elméleti összefüggések helyességét célszerű kísérletileg is ellenőrizni. A jelenséget leíró pl. differenciálegyenletek elméleti levezetése csak akkor lehetséges, ha a jelenség mechanizmusát pontosan ismerjük, tehát a jelenséget befolyásoló összes változó hatását figyelembe tudjuk venni és helyesen le tudjuk írni. Amint a feladatok bonyolódnak, összetettebbé válnak, az összes változó számbavétele nehezebbé válik és a jelenség mechanizmusa részleteiben nem lesz ismert. Az is gyakran előfordul, hogy az alaptudományok nem nyújtanak elegendő ismeretet a jelenség leírásához. Ebben az esetben célravezető a dimenzióanalízis módszerének alkalmazása, melyben döntő szerepe van a gyakorlati megfigyeléseknek és kísérleti méréseknek, melyek segítségével a jelenség mechanizmusára és a jelenséget befolyásoló változókra tehetünk következtetéseket. Különösen fontos a változók megállapítása, hiszen a szisztematikus kísérletek tervezéséhez és elvégzéséhez ennek ismerete nélkülözhetetlen. Nem lehet szervezett kísérleteket végezni elméleti ismeretek nélkül és nem lehet elméleti analízist végezni a jelenség mechanizmusának ismerete nélkül, amely legtöbbször megfigyeléseken és kísérleti eredményeken alapul (Sitkei 2013).

A tudományos megállapítások (természeti törvények) a matematika segítségével, összefüggésekkel írhatóak le. Az összefüggés mindig három részből áll (Sitkei 2013):

- a kimenő adatrendszer (Y_i),
- a függvénykapcsolatok rendszere ($F(x_i)$),
- a bemenő adatbázis (X_i).

Formálisan felírva a fentieket:

$$Y_i = F(X_i) \qquad [1]$$

ahol:

X_i – a független változókat jelöli.

A fenti három elemből kettőt mindig ismerni kell ahhoz, hogy az összefüggés használható legyen. Egyszerű a helyzet, ha a függvénykapcsolatok rendszere már ismert, de az esetek döntő többségében sajnos pont ez az ismeretlen. A kutatás során éppen ezért legtöbbször bemenő adatokat közlünk a rendszerrel, majd a rendszer válaszol rá kimenő adatok formájában. A kutató feladata megfejteni, hogy a rendszer milyen természeti törvény alapján válaszolt, vagyis hogyan néz ki a függvénykapcsolatok rendszere.

Hasonlósági elmélet, a dimenzióanalízis módszere

A tudományos kísérletek sokszor költségesek és hosszadalmasak. Ezért felmerül az igény, hogy a már elvégzett kísérletek eredményeit a hasonló esetekre általánosítsuk. A hasonlóság megítélése sokparaméteres folyamatokban azonban gyakran nem egyszerű feladat. A kísérletek eredményeinek értékelése viszont az általánosítás lehetősége nélkül kevés haszonnal jár. Két vagy több folyamat hasonló, ha a belső lényegi összefüggéseik megegyeznek (Buckingham 1914). Ebben az esetben a folyamatokat leíró pl. differenciálegyenletek azonosak, vagy azonos alakra transzformálhatók. Ez a feltétel a folyamatok hasonlóságához szükséges, de nem elégséges. A differenciálegyenletek végtelen sok megoldása közül ugyanis az egyértelműségi feltételek határozzák meg a keresett megoldást. Tehát a folyamatok hasonlóságának az is a feltétele, hogy a szóban forgó folyamatok egyértelműségi feltételei (kezdeti peremfeltételek, geometriai jellemzők, értelmezési tartomány) azonosak, vagy azonos alakra transzformálhatók legyenek (Bridgman 1931, Szűcs 1967).

A kísérleti adatok feldolgozásának klasszikus módszere a változóként való feldolgozás. Ilyenkor a részösszefüggések száma megegyezik a független változók számával. Ezek összerakása, az eredő függvény helyes alakjának megtalálása matematikailag sokszor problémát okozhat. A kísérletek szervezése egyszerűbbé válik, és az eredmények általánosan használhatóvá válnak, ha a kísérleti adatokat hasonlósági kritériumok alakjában dolgozzuk fel, melyhez nagy segítséget nyújt a dimenzióanalízis módszere (Buckingham 1914). A módszert az elmúlt 100 évben már sikeresen alkalmazták főként mechanikai (Brand 1957), dinamikai (Baker és tsai 1973), fizikai (Tolman 1917, Eddington 1939, Einstein 1952), hidrodinamikai (Birkhoff 1950), kémiai (Lokarnik 1991), gépészeti (Barenblatt 1996) és közgazdaságtani (de Jong and Quade 1967) területeken.

A hasonlósági számok invariánsok és dimenziónélküliek, amelyek a jelenséget leíró matematikai modellekből, például differenciálegyenletekből vagy a dimenzióanalízis módszerével – Buckingham-féle Π-módszer – nyerhetők. Buckingham (1914) a dimenzionálisan homogén egyenletek tulajdonságait vizsgálta és az alábbi kikötéseket, megállapításokat tette:

1. Egy dimenzionálisan homogén egyenlet előállítható dimenziónélküli számok szorzataként az egyenletben szereplő változók felhasználásával.

ISSN 2064-9231

2. Az előállítható dimenziónélküli számok száma megkapható a változók számából levonva a mértékegységek (dimenziók) számát.
3. Minden dimenziónélküli számnak kell tartalmaznia egy változót, amely független a többitől és ez a változó nem jelenhet meg egyszerre az összes dimenziónélküli számban.

A hasonlósági elmélet szerint bármilyen jelenséget leíró összefüggés kifejezhető a jelenségre jellemző hasonlósági kritériumok függvényében:

$$F(\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_n) = 0 \qquad [2]$$

ahol:

$\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_n$ – dimenziónélküli számok.

Ha tehát a kísérleti eredmények hasonlósági kritériumi alakban kerülnek feldolgozásra, akkor olyan általános érvényű összefüggéshez jutunk, ami az összes egymással hasonló jelenségre érvényes. Kézenfekvő az is, hogy az így megfogalmazott egyenletek megoldását úgynevezett kritériumi egyenlet formájában állítsuk elő, amely kritériumi egyenlet előállítható egyrészt pl. differenciálegyenletekből, másrészt pedig a dimenzióanalízis módszerével. A kritériumi egyenletekben, a hasonlósági kritériumokon kívül előfordulhatnak úgynevezett szimplexek is, amik azonos dimenziójú mennyiségek hányadosaként adódnak (Imre 1974). A hasonlóság elmélete szerint a kritériumi egyenletek kifejezhetők hatványfüggvények szorzataként, vagyis:

$$\pi_1 = C \cdot \pi_2^{\,a} \cdot \pi_3^{\,b} \ldots\ldots \pi_i^{\,n} \qquad [3]$$

ahol:

a C és a, b… n állandókat a kísérleti eredmények alapján kell meghatározni.

A dimenzióanalízis módszerének alkalmazásakor először a mértékegység rendszert kell felvenni. A három alapegység lehet a *„hossz-erő-idő”*, de választható a *„hossz-tömeg-idő”* is. Bizonyos esetben formálisan további látszólagos mértékegységek is használhatóak. A hasonlóság fogalma kiterjeszthető a jelenséggel analóg folyamatokra is. Ez lehetővé teszi az analóg modellek alkalmazását (hővezetési probléma pl. villamos hálózatos modellen is vizsgálható). Valamennyi hasonlósági kritérium számszerű egyezőségének megvalósítása többnyire teljesíthetetlen követelmény. Emiatt bizonyos esetekben a teljes hasonlóság helyett részleges hasonlósággal kell megelégednünk (Langhaar 1951). Ez azt jelenti, hogy a hasonlóság csupán a folyamat egyes – lehetőség szerint a döntő – elemeire jön létre. Ilyen esetben tulajdonképpen egyes részjelenségekről nem veszünk tudomást és az elhanyagolás mértéke dönti el, hogy a nyert információk mennyire használhatóak.

A dimenzióanalízis módszerének nagy előnye tehát, hogy viszonylag egyszerűen alkalmazható a sokváltozós folyamatok leírására, így nem kell bonyolult matematikai modelleket felállítani. A módszer hátránya viszont az, hogy a változókat helyesen kell megválasztani és – a módszer útmutatásai alapján – csoportba foglalni. Ezenkívül nagyon fontos a kísérletek korrekt kivitelezése is, hiszen a kísérleti adatok helyes – a kritériumi egyenletnek megfelelő – feldolgozása igazolja a kritériumi egyenlet helyességét vagy éppen helytelenségét. Sok esetben éppen ezért problémás a helyzet, hiszen nehéz eldönteni, hogy a kísérleti adatok a hibásak, vagy a kritériumi egyenletben volt-e a hiba. A hibás mérések során kapott adatok nem felelnek meg a kritériumi egyenlet követelményeinek (a mérési pontok nem korrelálnak megfelelően a kritériumi egyenlet egyeneséhez), ezért nem teljesül a hasonlóság feltétele abban az esetben, ha a kritériumi egyenlet a korrekt. Előfordulhat az az eset is, amikor a méréseink a korrektek és a kritériumi egyenletben van a hiba, ezért szükséges a mérések többszöri megismétlése. Ekkor valószínűleg bizonyos változókat – amik a vizsgált jelenséget még befolyásolják – nem vettünk figyelembe, vagy nem a megfelelő változókat vettünk bele az analízisbe. De előfordulhat, hogy rosszul csoportosítottuk a változókat és emiatt helytelen dimenziónélküli számokat és vele együtt hasonlósági kritériumi egyenletet kaptunk.

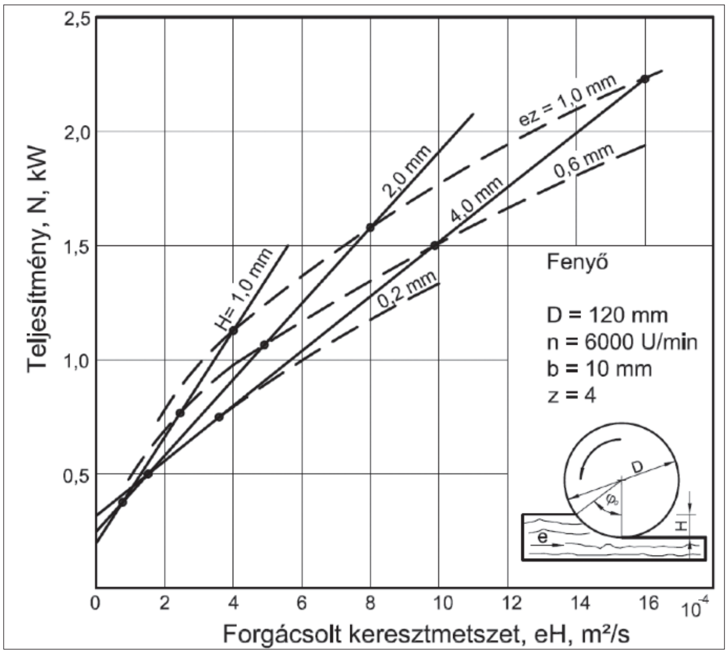
A dimenzióanalízis módszerének gyakorlati alkalmazása

A dimenzióanalízis módszerének alkalmazása az alábbi konkrét példával kerül bemutatásra, amely az 1. ábrán látható. A példában bemutatott forgácsolási kísérlethez kapcsolódó mérési körülmények leírása a megjelölt szakirodalmakban (Sitkei 1990; Sitkei 1994) megtalálható, de a mérési adatok dimenziónélküli feldolgozása a szakirodalomban nem történt meg. Éppen ezért célunk, hogy a marási teljesítményfelvétellel (N) összefüggésben általános érvényű hasonlósági egyenletet nyerjünk. Az 1. ábrán egy marási művelet teljesítményfelvételét

ISSN 2064-9231

(N) láthatjuk fenyő faanyag forgácsolásakor az időegység alatt forgácsolt keresztmetszet ($e \cdot H$) függvényében különböző fogásmélység (H) és egy fogra jutó előtolás (e_z) mellett. A forgácsolásra jellemző további paraméterek:

- D – a szerszám élkörátmérője, 120 mm,
- R – a szerszám élkörsugara, 60 mm,
- n – a szerszám fordulatszáma, 6000 ford./perc,
- e – a munkadarab előtolási sebessége, (ez függvénye), m/sec,
- b – a marási szélesség, 10 mm,
- z – a forgácsoló élek száma, 4 db,
- ϕ_0 – a forgácsolás befogási szöge, (a H/R viszony függvénye), radián.



1. ábra A marás teljesítményfelvétele (Sitkei 1990)
Figure 1 The milling power consumption (Sitkei 1990)

Ahhoz, hogy a dimenzióanalízis módszerét alkalmazni tudjuk, szükség van a folyamatot befolyásoló főbb tényezők számbavételére, ehhez pedig részleteiben ismerni kell a jelenség mechanizmusát. A példában célravezető a marás kinematikai viszonyainak szakirodalmi ismerete. A feladat megoldásának elősegítéséhez az alábbi összefüggések írhatóak fel a forgácsolási paraméterek között Csanády és Magoss (2013.) alapján:

Az egy fogra jutó előtolás:

$$e_z = \frac{e}{n \cdot z} \quad [4]$$

A forgácsolás ϕ_0 befogási szöge, amely kifejezhető a H/R viszony alapján:

$$\varphi_0 = arccos\frac{R-H}{R}, \text{ vagy } \varphi_0 \cong 1{,}425\sqrt{\frac{H}{R}} \text{ ilyenkor } \phi_0 \text{ értékét radiánban kapjuk.} \quad [5]$$

Energetikai szempontból meghatározó a szerepe a H mélységhez viszonyított relatív forgácsolási ívhossznak is, $L = \varphi_0 \cdot \frac{R}{H}$ (Csanády és Magoss 2013). Ilyenkor ϕ_0 radiánban értendő. Megállapíthatjuk, hogy a relatív forgácsolási ívhossz (L) már önmagában is egy dimenziónélküli mennyiség.

Az 1. ábrán bemutatott kísérlet során bizonyos paraméterek nem változtak. Ilyenek a fordulatszám (n), a kések száma (z), a forgácsolási szélesség (b), a szerszámátmérő (D) és a fafaj. A változó paraméterek között szerepel a fogásmélység (H), az egy fogra jutó előtolás (e_z) és a vele összefüggő előtolási sebesség (e). Az 1. ábrán látható görbék metszéspontjainál, az alábbi mérési eredmények adódtak* (1. táblázat).

1. táblázat A mérési eredmények összefoglaló táblázata
Table 1 The summary table of the measurements results

H = 4 mm			
e_z	1 mm	0,6 mm	0,2 mm
N	2250 W	1500 W	815 W
e	0,4 m/s	0,24 m/s	0,08 m/s
H = 2 mm			
e_z	1 mm	0,6 mm	0,2 mm
N	1580 W	1080 W	550 W
e	0,4 m/s	0,24 m/s	0,08 m/s
H = 1 mm			
e_z	1 mm	0,6 mm	0,2 mm
N	1150 W	750 W	400 W
e	0,4 m/s	0,24 m/s	0,08 m/s

A következő lépés a forgácsolás teljesítményfelvételét befolyásoló tényezők, mint független változók számbavétele:

$$N = f(H, b, e_z, e, \varphi_0 \cdot R, \sigma_B, L) \quad [6]$$

ahol:

- N – a marási teljesítményigény, [Nm/s],
- H – a fogásmélység, [m],
- b – a forgácsolási (marási) szélesség, [m],
- e_z – az egy fogra jutó előtolás, [m],
- e – az előtolási sebesség, [m/s],

* Példaképpen az előtolási sebesség (e) értékek – felhasználva a [4] egyenletet – számítással is meghatározásra kerültek a leolvasási pontosság ellenőrzése érdekében.

ISSN 2064-9231

$\varphi_0 \cdot R$ – a forgácsolási ívhossz, [m],
σ_B – a faanyag hajlítószilárdsága (fafaji sajátosság), [N/m²],
$L = \varphi_0 \cdot \frac{R}{H}$ – a forgácsolás relatív ívhossza, dimenziónélküli mennyiség.

A független változók között szereplő relatív forgácsolási ívhosszat (L) nem vesszük bele az elemzésbe, hiszen ez már önmagában is egy dimenziónélküli szám.

2. táblázat A változók dimenziómátrixa
Table 2 The dimensional matrix of the variables

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7
	H	σ_B	$\varphi_0 \cdot R$	e_z	b	e	N
m	1	-2	1	1	1	1	1
N	0	1	0	0	0	0	1
s	0	0	0	0	0	-1	-1

Felírva a változók dimenziómátrixát (lásd 2. táblázat). A 2. táblázat kitöltését az alábbi szabály szerint kell elvégezni: Vegyük példaképpen a σ_B, változót, melynek N/m² a dimenziója. Ezt a mértékegységet a dimenziómátrixban az alábbiak szerint kell értelmezni: $N^1 \cdot m^{-2}$ ahol a kitevők értékei adják a táblázatos értékeket. Az „*s*" idődimenzió – mivel nem szerepelt a mértékegységben –, ezért 0 értéket kapott. A többi változó esetében is ennek megfelelően kell eljárni.
A változók száma 7, a dimenziók száma 3, ezzel a dimenziónélküli mennyiségek száma 7-3 = 4. A 2. táblázat alapján az alábbi karakterisztikus egyenlet adódik:

$$\begin{aligned} &k_1 - 2k_2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_6 + k_7 = 0 \\ &k_2 + k_7 = 0 \\ &-k_6 - k_7 = 0 \end{aligned} \quad [7]$$

Ebben az esetben 7 ismeretlen van 3 egyenletben, ezért a Buckingham-féle Π-módszer szerint csak 3 ismeretlent tudunk kifejezni azzal a feltétellel, hogy $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$. A (7) egyenletrendszert megoldva az alábbi eredményt kapjuk:

$$\begin{aligned} &k_5 = -k_1 + 2k_2 - k_3 - k_4 \\ &k_6 = k_2 \\ &k_7 = -k_2 \end{aligned} \quad [8]$$

Ezek után felírható a hasonlósági számok mátrixa Buckingham (1914) alapján úgy, hogy a mátrix első négyzetes részének átlójában a $k_1 = 1$, $k_2 = 1$, $k_3 = 1$, $k_4 = 1$ számok kerülnek, míg a többi oszlop (k_5, k_6, k_7) számai a fenti [8] kifejezésekből adódnak. A 3. táblázat kitöltését az alábbiak szerint kell elvégezni: Vegyük példaképpen a $k_5 = -k_1 + 2k_2 - k_3 - k_4$ sort. Ezt a Buckingham (1914) módszer alapján felírhatjuk úgy is, hogy:

$k_5 = (-1)\Pi_1 (+2)\Pi_2 (-1)\Pi_3 (-1)\Pi_4$. Ennek alapján a zárójelben lévő értékek kerültek a sorrendnek megfelelően a k_5 oszlopban beírásra.
Ezek után a négy hasonlósági szám a következő:

$$\Pi_1 = \frac{H}{b}; \quad \Pi_2 = \frac{\sigma_B \cdot b^2 \cdot e}{N}; \quad \Pi_3 = \frac{\varphi_0 \cdot R}{b}; \quad \Pi_4 = \frac{e_z}{b} \quad [9]$$

A dimenzióanalízis módszerének kikötése szerint egyazon változó (jelen esetben a b) nem szerepelhet egyszerre az összes dimenziónélküli számban. Mivel ez a feltétel nem teljesült, ezért az alábbi elméleti megfontolás tehető: A hasonlósági számok dimenziónélküliek, ezért a szorzatuk és a hányadosuk is dimenziónélküli marad. Arra kell törekedni, hogy úgy válasszunk műveletet, hogy a b-vel történő egyszerűsítés elvégezhető legyen, de továbbra is szem előtt kell tartani a Buckingham (1914) által megfogalmazott kikötéseket.

3. táblázat A hasonlósági számok mátrixa
Table 3 The matrix of the similarity numbers

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7
	H	σ_B	$\varphi_0 \cdot R$	e_z	b	e	N
Π_1	**1**	0	0	0	-1	0	0
Π_2	0	**1**	0	0	2	1	-1
Π_3	0	0	**1**	0	-1	0	0
Π_4	0	0	0	**1**	-1	0	0

Számos variáció közül csak az egyik teljesíti a hasonlóság feltételeit, ennek alapján:

$$\Pi_{12} = \Pi_1 \cdot \Pi_2 = \frac{H}{b} \cdot \frac{\sigma_B \cdot b^2 \cdot e}{N} = \frac{\sigma_B \cdot H \cdot b \cdot e}{N} \text{ vagy reciprok alakban } \frac{N}{\sigma_B \cdot H \cdot b \cdot e} \quad [10]$$

és

$$\Pi_{34} = \frac{\Pi_3}{\Pi_4} = \frac{(\varphi_0 \cdot R)/b}{e_z / b} = \frac{\varphi_0 \cdot R}{e_z} \text{ vagy reciprok alakban } \frac{e_z}{\varphi_0 \cdot R} \quad [11]$$

A kapott Π_{12} és Π_{34} hasonlósági számokat esetünkben célszerű reciprok alakban alkalmazni, mert így az irodalmi összefüggésekhez hasonló formulákat kapunk. További hasonlósági szám a forgácsolás relatív ívhossza, $L = \varphi_0 \cdot \frac{R}{H}$. Ennek alapján a hasonlósági egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$\Pi_{12} = f(\Pi_{34}, L) \quad \text{vagy másképpen} \quad \frac{N}{\sigma_B \cdot H \cdot b \cdot e} = const. \cdot \left(\frac{e_z}{\varphi_0 \cdot R}\right)^n \cdot \left(\frac{\varphi_0 \cdot R}{H}\right)^m \qquad [12]$$

ahol az n és m kitevők értékeit a mérési eredmények a (12) egyenletnek megfelelő alakú feldolgozásával és grafikus ábrázolásával határoztuk meg. Ez alapján $n = -0{,}4$ és $m = 1{,}2$ értékre adódott.

A függő változó a forgácsolási teljesítmény (*N*), ezért a Π_{12} dimenziónélküli mennyiségben ún. specifikus energia szerepel, ami a (12) egyenlet baloldalára került. A fenti kritériumi (12) egyenlet számszerűsítéséhez az 1. táblázatbeli adatok (tiszta marási teljesítmény üresjárati veszteségek nélkül) kerültek felhasználásra. Ezek alapján a (12) egyenletben szereplő dimenziónélküli mennyiségek konkrét értékeit a 4. táblázat tartalmazza. A fafaji sajátosságot a faanyag hajlítószilárdsága adja, ami fenyőnél Babos és tsai. (1979) alapján átlagosan $\sigma_B = 60\ N/mm^2$ értékre került felvételre.

4. táblázat A dimenziónélküli mennyiségek kiértékelő táblázata
Table 4 The result table of the dimensionless numbers

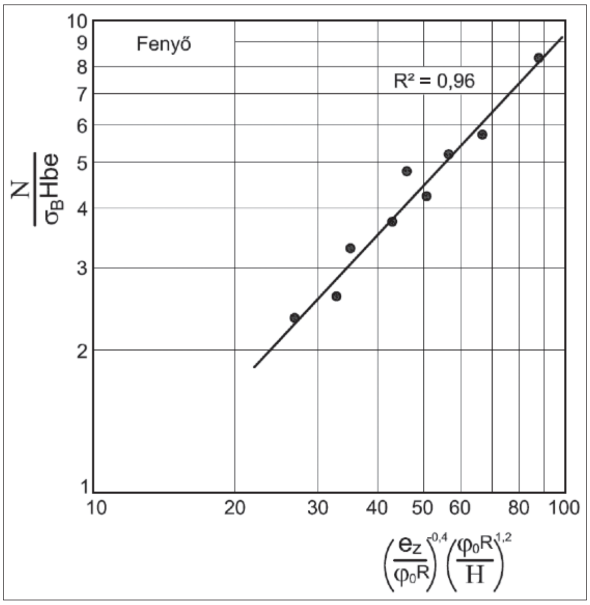
H (mm)	e_z (mm)	$\frac{N}{\sigma_B \cdot H \cdot b \cdot e}$	$\left(\frac{e_z}{\varphi_0 \cdot R}\right)^{-0,4}$	$\left(\frac{\varphi_0 \cdot R}{H}\right)^{1,2}$	$\left(\frac{e_z}{\varphi_0 \cdot R}\right)^{-0,4} \cdot \left(\frac{\varphi_0 \cdot R}{H}\right)^{1,2}$
4	1	2,343	3,445	7,748	26,694
	0,6	2,604	4,226	7,748	32,745
	0,2	4,244	6,558	7,748	50,816
2	1	3,291	2,995	11,703	35,060
	0,6	3,750	3,674	11,703	43,008
	0,2	5,729	5,702	11,703	66,742
1	1	4,791	2,606	17,707	46,153
	0,6	5,208	3,197	17,707	56,616
	0,2	8,333	4,961	17,707	87,860

A dimenziónélküli számok grafikus ábrázolását a 2. ábra mutatja. Az adatokat célszerű log-log koordinátarendszerben ábrázolni. Ilyenkor a mérési pontoknak elméletileg egy egyenesre kell esniük. A pontok illeszkedésének korrelációs koefficiens (R^2) értéke igazolja a kapott a mérési adatok korrektségét és a kritériumi egyenlet helyességét. A pontok szórásának főbb oka lehet a mérési és/vagy a feldolgozási hiba. A műszaki gyakorlatban a mérési adatok ±5%-os szórása még a megengedhető tartományban van.

A 2. ábrán bemutatott mérési pontok megfelelő korrelációt mutattak, $R^2=0,96$. A hasonlósági [12] egyenlet végeredményben, tehát az alábbi konkrét alakban írható fel:

$$\frac{N}{\sigma_B \cdot H \cdot b \cdot e} = 0{,}09 \cdot \left(\frac{e_z}{\varphi_0 \cdot R}\right)^{-0,4} \cdot \left(\frac{\varphi_0 \cdot R}{H}\right)^{1,2} \qquad [13]$$

A [12] egyenletben szereplő *constans* 0,09 értékre adódott.



2. ábra A dimenziónélküli számok grafikus ábrázolása
Figure 2 The graphical representation of the dimensionless numbers

Összefoglalás

A módszer gyakorlati alkalmazását követően az alábbi általános megállapítások tehetők:

– A dimenzióanalízis módszere lehetővé teszi a kísérleti

ISSN 2064-9231

adatok általános érvényű feldolgozását kritériumi egyenlet alakjában, így a faipari tudományokban is széleskörűen alkalmazható.

- A mérésekkel is igazolt kritériumi egyenlet analóg módon használható az összes egymással hasonló jelenségre.
- A hasonlóság módszere alkalmas az egyes változók közötti függvénykapcsolatok megtalálására, majd ezáltal a változók csoportba foglalására.
- Azokat a változókat, amelyeknek nincsen nagy hatása a jelenségre elhanyagolhatjuk, ekkor a jelenség részleges hasonlóságát kapjuk. Ebben az esetben rögzíteni kell az elhanyagolásokat és az értelmezési tartományt.
- A módszer segítségével egyszerűsödik a kísérleti adatok feldolgozása és ábrázolása, hiszen a sokváltozós függvény egy- vagy kétváltozósra csökkenthető.

Irodalomjegyzék

Babos K., Filló Z., Somkuti E. (1979) Haszonfák. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, pp. 280-315.

Barenblatt G. I. (1996) Scaling, Self-similarity, and Intermediate Asymptotics, Cambridge University Press, Cambridge, UK. 96. p.

Baker W. E., Westine P. S., Dodge F. T. (1973) Similarity Methods in Engineering Dynamics, Hayden, Rochelle Park, N.J. 396. p.

Birkhoff G. (1950) Hydrodynamics: a study in logic, fact and similitude, first ed., Princeton University Press. 430. p.

Brand L. (1957) The Pi Theorem of Dimensional Analysis, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 1:35-45.

Bridgman P.W. (1931) Dimensional Analysis. New Haven. Com. Yale Univ. Press, 1931. S. 17-81.

Buckingham E. (1914) On the physically similar systems. Physical Review (4):345-376. http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.4.345

Csanády E., Magoss E. (2013) Mechanics of Wood Machining. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 55-60. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-29955-1

de Jong F. J., Quade W. (1967) Dimensional Analysis for Economists, Nort Holland, Amsterdam. 220. p.

Eddington Sir A. S. (1939) The Philosophy of Physical Science, Cambridge University Press, Cambridge. 225. p.

Einstein A. (1952) Relativity and the problem of space: in Relativity, the Special and the General Theory, A Popular Exposition, Crown, New York, 1961 (a translation of the 15th edition, 1952) in SNT Vol. 2, 744. p.

Imre L. (1974) Szárítási kézikönyv. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, pp. 86-94.

Langhaar H. L. (1951) Dimensional Analysis and Theory of Models, John Wiley & Sons Ltd, New York, N. Y., 1951. S. 85-166.

Lokarnik M. (1991) Dimensional Analysis and Scale-Up in Chemical Engineering, Springer Verlag, Berlin, 178. p.

Sitkei Gy. (1990) Theorie des Spanens von Holz. Fortschsrittberichte Acta Fac. Ligniensis, Sopron. No. 1. 72. p.

Sitkei Gy. (1994) A faipari műveletek elmélete. Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest, pp. 343-356.