Statisztikai
Szemle

Közzététel: 2018. szeptember 28.

A tanulmány címe:

Koncentrációs mérőszámok „sportos" szerepkörben

Szerzők:

Fűrész Diána Ivett, a Pécsi Tudományegyetem PhD-hallgatója, E-mail: furesz.diana@ktk.pte.hu

Rappai Gábor, az MTA doktora, a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karának egyetemi tanára, E-mail: rappai@ktk.pte.hu

DOI: https://doi.org/10.20311/stat2018.10.hu0949

Koncentrációs mérőszámok „sportos" szerepkörben*

Fűrész Diána Ivett,
a Pécsi Tudományegyetem PhD-hallgatója
E-mail: diana.furesz@etk.pte.hu

Rappai Gábor,
az MTA doktora, a Pécsi Tudományegyetem egyetemi tanára
E-mail: rappai@ktk.pte.hu

A koncentrációs mérőszámokat gyakran alkalmazzák a társadalmi-gazdasági jelenségek elemzése során. Az utóbbi évtizedben a sporttudományi vizsgálatokban elterjedt a kiegyensúlyozott verseny, illetve a kimeneti bizonytalanság hipotézisének empirikus megközelítése. A szerzők tanulmányukban bemutatják, hogy miként használható az ismert HHI (Herfindahl–Hirschman-index) a sportbajnokságokon belüli erőviszonyok modellezésére. Kidolgoztak egy különböző pontozási rendszerekben, különböző csapatszámokra alkalmazható normalizált mutatót, melynek alkalmazhatóságát a magyar látványcsapatsportok eredményei segítségével mutatják be.

TÁRGYSZÓ:
Kiegyensúlyozott verseny.
Normalizált Herfindahl–Hirschman-index.
Sporttudomány.

DOI: 10.20311/stat2018.10.hu0949

* A kutatás az Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Program (EFOP-3.6.2-16-2017-003) „Sport-, Rekreációs és Egészséggazdasági Kooperációs Kutatóhálózat létrehozása" című projektjének támogatásával készült. A szerzők köszönetet mondanak intézeti kollégáiknak a tanulmány korábbi változataihoz fűzött értékes megjegyzéseikért, illetve a *Statisztikai Szemle* opponensének.

A koncentráció vizsgálata hosszú múltra tekint vissza a *Statisztikai Szemle* hasábjain. A jelenség első tudományos igényű említése során az Egyesült Államok iparában lejátszódó koncentrációs folyamatot taglalja a szerző (*Kenessey* [1955]), igaz ebben a tanulmányban a módszertani kérdések helyett a politikai megállapítások dominálnak. Az elmúlt több mint hat évtizedben a *Szemle* bőven pótolta az első cikkből még kimaradó, a jelenség mérésének mikéntjét bemutató technikai kérdések megválaszolását. A témával foglalkozó több tucatnyi tanulmányból, illetve irodalomismertetésből kifejezetten módszertani problémákkal *Kerékgyártóné* [1976] vagy legutóbb *Frigyes* [2000] foglalkozik. *Hajdu* [1986] részletesen bemutatja a leggyakrabban alkalmazott koncentrációs mérőszámokat, kitér az egyes mutatók használatának előfeltételeire, a felvehető minimális, illetve maximális értékre, valamint a beruházások koncentrációjának mérésén keresztül illusztrálja a mutatószámok megfelelőségét. A folyóirat elsősorban gazdaság- és társadalomstatisztikai elemzéseket közöl, ezért nem lepődhetünk meg azon, hogy az említett jelentős számú tanulmány a népesség, a beruházások, a tőkestruktúra vagy az ipari termelés koncentráltságát elemzi, az ismertetett külföldi folyóiratcikkek is ezekből a témákból merítenek.

A gazdaság- és társadalomstatisztikában a koncentráció jelenségének elfogadott definícióját adja *Köves–Párniczky* [1981], ennek értelmében „az ismérvértékek különbözősége következtében a kisebb értékekkel rendelkező egységekhez az értékösszeg kisebb hányada tartozik, mint amilyen ezen egységeknek a sokaság egészében elfoglalt aránya, a sokaság nagyobb ismérvértékkel rendelkező egységeinél pedig fordított a helyzet” (176. old.). Frigyes előbbiekben említett tanulmánya megmutatja, hogy „a koncentráció és az egyenlőtlenség vizsgálata a strukturális eltérések elemzésének speciális eseteként tekinthető” (598. old.). Az előbbi fogalmak ugyanakkor sehol sem utalnak arra, hogy a strukturális eltérések elemzése kizárólag gazdaságstatisztikai probléma lenne, gondoljunk arra, hogy egészen más típusú koncentrációértelmezést használunk időbeli, illetve térbeli jelenségek vizsgálatánál vagy akár a természettudományokban. Tanulmányunkban kísérletet teszünk a koncentráció jelenségének tettenérésére egy mindezektől eltérő területen, a sportban.

Az első fejezetben röviden ismertetjük a sportstatisztikai elemzésekben egyre gyakoribb *erőkoncentráció* (kiegyensúlyozatlan verseny), illetve *kimeneti bizonytalanság* fogalmakat; majd bemutatjuk – statisztika-módszertani szempontból nézve – azokat a koncentrációs mérőszámokat, melyek az előbbi fogalmak elemzése során használatosak, végül a magyar csapatsportokból hozott példákkal illusztráljuk, hogy miként alkalmazhatók a más szerepben már megismert mérőszámok a sportversenyek (bajnokságok) izgalmasságának vizsgálatára.

1. Kiegyensúlyozott verseny, erőviszonyok, kimeneti bizonytalanság

Mielőtt ismertetnénk a témával korábban foglalkozó megközelítéseket, elsőként tisztáznunk kell a számunkra releváns fogalmakat. A hivatásos sporttal foglalkozó kutatások egyik legfontosabb aktuális kérdése, hogy milyen módon tartható fenn egy verseny kiegyensúlyozottsága, hogyan alakulnak az erőviszonyok, illetve ennek milyen közvetett hatásai vannak. Fontos megkülönböztetnünk sportbéli értelemben mind rövid, mind hosszú távon az erőviszony fogalmát. Rövid távon (például adott mérkőzés előtt) a két csapat között időszerűen fennálló állapotot, míg hosszú távon az egész bajnokságot meghatározó viszonyrendszert értjük. A verseny kiegyensúlyozottságának létjogosultsága – mindkét időstávon – megkérdőjelezhetetlen, hiszen a keresletet biztosító érdeklődés (magas nézettség, jelentős jegy-, illetve merchandising-bevételek,[1] növekvő részvényárfolyamok stb.) általános vélekedések szerint annál inkább fenntartható, minél inkább megjósolhatatlan egy-egy verseny, mérkőzés, illetve bajnokság kimenetele.

Az erőviszonyok számszerűsítésére jellemzően két módszert alkalmaznak. Az elemzés szempontjából azonban lényeges szempont, hogy vizsgálatunk milyen időtávra, valamint mikor (ex post, illetve ex ante) történik. A mikroökonómiából ismert piaci részesedés mérése analóg módon, a sport területén is alkalmazható ex post az egyes csapatok erőviszonyának hosszú távon történő meghatározására. A piacelméletben használatos megfontolásokkal egybevágón, egy bajnokságot teljesen kiegyensúlyozottnak tekintünk abban az esetben, ha valamennyi résztvevő egyenlő eséllyel győz vagy veszít bármely más résztvevővel szemben. Ebben az esetben teljesen kiegyenlített erőviszonyokról beszélünk. A vizsgált bajnokságban a verseny kiegyensúlyozottságát azzal mérhetjük, hogy megállapítjuk, mennyiben különbözik a csapatok által szerzett pontok eloszlása a teljesen kiegyenlített erőviszonyok esetén megszerezhető pontoktól (vagyis az egyenletes eloszlástól). Az erőviszonyokat operacionalizáló mutató, az erőkoncentráció[2] mérése napjainkban központi helyet foglal el a hivatásos sporttal foglalkozó kutatásokban. Az elmúlt 20 évben számos szerző vizsgálta és vonta le következtetéseit ezen fogalommal, valamint a nézőszám, a bevételek alakulása, illetve a játék szépségének összefüggéseivel kapcsolatosan (*Vrooman* [2007]). Általánosan megállapított tény, hogy a tökéletesen kiegyensúlyo-

[1] Sportrendezvényekkel kapcsolatos termékek értékesítéséből származó bevételek (például mezek, ajándéktárgyak).

[2] Az angol szakirodalomban a competitive balance (kiegyensúlyozott verseny) kifejezés terjedt el, ennek ellenkezője a kiegyensúlyozatlan verseny (competitive imbalance). Tanulmányunkban – a magyar statisztikai szóhasználathoz jobban illeszkedő – erőkoncentráció kifejezést használjuk, ennek hiánya a teljesen kiegyensúlyozott verseny (perfect competitive balance).

zott ligában minden csapat egyenlő valószínűséggel érhet el győzelmeket, ezáltal nagy a bizonytalanság a bajnoki helyezéseket illetően. Azonban ennek hatásaival kapcsolatban már korántsem mutatkozik konszenzus.

A szerzők többsége egyetért abban, hogy a bizonytalanság – vagyis az izgalmas bajnokság – a szurkolók fokozott érdeklődését eredményezi (*Borland–MacDonald* [2003]), míg egy kevésbé kiegyensúlyozott liga – ahol nagy eséllyel megjósolható a küzdelem végkimenetele – várhatóan mérsékli a keresletet, ezáltal a nézők számát is (*Zimbalist* [2003], *Késenne* [2006]). Akad azonban mindezekkel ellenkező vélemény is: *Szymanski* [2001], [2007] azt tapasztalta, hogy néhány esetben a szurkolók többsége azt preferálja, amikor egy domináns csapat gyakorlatilag minden ellenfelét legyőzi. (Pontosan ez történt az angol Premier League-ben, amikor az 1990-es évekbeli Manchester United egyeduralma növelte az erőkoncentrációt, ennek ellenére azonban a bajnokság semmit sem veszített vonzerejéből.) Mindazonáltal megállapítható, hogy a tartósan fennálló bizonytalanság hosszú távon általában csökkenő érdeklődéshez vezet.

Empirikus kutatások alapján úgy tűnik, hogy az európai labdarúgás (és más látványcsapatsportok) működtetési és szabályozási rendszere – az észak-amerikai ligákkal ellentétben – a nemzeti bajnokságokban a kiegyensúlyozottság ellen „dolgozik” azáltal, hogy az egyes csapatok a bevételtermelő képességeik alapján különböző kategóriákba sorolódnak, és a játékostranszfer-piacon eltérő esélyekkel vesznek részt. Az elmúlt két évtized eseményei (például a Bosman-ügy) az egyensúly felborulásához vezettek, amit tovább fokoz a Bajnokok Ligája jelenlegi lebonyolítási rendje (*Késenne* [2007]), valamint a televíziós közvetítésekből származó egyenlőtlen bevételek (*Noll* [2007]). Az észak-amerikai zárt bajnokságok (például az NBA, az NHL, az NFL) különböző pénzügyi intézkedéseik (draft, fizetési sapka, luxusadó stb.) segítségével igyekeznek biztosítani az erőviszonyok egyensúlyi szinten tartását, megakadályozva ezzel a nézőszám csökkenését kiváltó mechanizmusokat (*Quirk–Fort* [1999]). Az említett szabályozási fogalmak közül a draft lényege, hogy egy adott idény befejeztével, a csapatok által elért helyezések szerint történik az újonc játékosok leigazolása, mégpedig úgy, hogy a gyengébben szerepelt csapatok választhatnak először, míg a „papíron” legerősebb csapatok csak a sor végén kapnak lehetőséget. A fizetési sapka és luxusadó együtt járó és értelmezendő megkötések: előbbi a liga által minden egyes bajnoki évadra meghatározott azon összeg, melyet az egyes csapatok játékoskeretük kialakítására költhetnek, míg utóbbi az a „büntetés”, melyet az egyes csapatok kötelesek fizetni, amennyiben átlépik a fizetési sapkában meghatározott összeget.

Az irodalomban az erőkoncentráció mérésére a leginkább elterjedt mutató a győzelmi arány szórása a bajnokságon belül (*Scully* [1989], *Quirk–Fort* [1999]). Néhány európai liga – különösen a labdarúgás – esetében azonban ez a mérőszám nem helytálló, mivel a mérkőzések nagy része döntetlennel végződik. Jobbnak mutatkozik az a megoldás, amikor a győzelmi arány helyett az egyes csapatok által megszerzett pontok arányát vizsgálják egy-egy bajnokságon belül. A kiegyensúlyozottság mérése, valamint az egyes idények, bajnokságok összehasonlítása az európai ligák esetében – a döntetlenen túl – azért sem egyértelmű, mert a csapatok száma nem állandó. Az 5 topbajnokság mérete az elmúlt évtizedekben rendszeresen változott, megnehezítve ezzel mind a nemzeti ligák közötti, mind pedig az időben különböző idények összehasonlítását.

Az erőviszonyok mérésének másik módja ex ante szemléletben, jellemzően rövid távon történik. Meghatározása eredetileg *Rottenberg* [1956] és *Neale* [1964] nevéhez fűződik, akik szerint a hivatásos sport azért különleges, mert egy csapat vagy sportvállalkozás sikere az ellenfelek teljesítményétől is nagymértékben függ. Az UOH (uncertainty of outcome hypothesis – kimeneti bizonytalanság hipotézise)[3] szerint a csapatok között fennálló kisebb erőkülönbség (kiegyenlített erőviszonyok) nagyobb érdeklődést, ezáltal a nézőszám növekedését vonja maga után. Azonban a hosszú távú előrejelzéssel megegyezően, a rövid távú erőviszony mérésének hatása sem egyértelmű: *Borland–Macdonald* [2003] által a témában összegyűjtött több mint 40 kutatás ugyanis kevesebb mint fele mutatott csupán szignifikáns pozitív kapcsolatot a kimeneti bizonytalanság és a nézőszám között. Mindennek az lehet az oka, hogy kevés tanulmány különbözteti meg a rövid, illetve hosszú távú elemzést, vagyis a cikkek többségében keveredik a verseny kiegyensúlyozottsága (erőkoncentráció hiánya) és az előre nem látható végeredmény (kimeneti bizonytalanság) fogalma.

A következő fejezetben az erőkoncentráció mérésére alkalmazott statisztikai mutatókat, illetve tulajdonságaikat tekintjük át.

2. Az erőkoncentráció mérésére használatos koncentrációs mérőszámok és tulajdonságaik különböző pontozási szisztémákban

A verseny kiegyensúlyozottsága – mint az előzőkben láthattuk – ex ante azt jelenti, hogy egy adott mérkőzésen (és természetesen ezáltal az egész bajnokságban) mindenkinek azonos esélye van a győzelemre, ex post pedig azt, hogy a bajnokságban megszerezhető pontok egyenletesen (homogén módon) oszlanak meg a résztvevők között. Kézenfekvő, hogy a pontszámok megoszlásának homogenitását valamilyen szóródási mérőszámmal, illetve az erőviszonyok koncentráltságát valamilyen koncentrációs mérőszámmal mérjük. (Hangsúlyozzuk, hogy az erőviszonyok koncent-

[3] Az UOH mérése (rövid távon) leggyakrabban a két csapat között – az adott mérkőzést megelőzően közvetlenül – fennálló pontbeli részesedés vagy helyezésbeli különbség alapján történik.

ráltságán csak a megszerzett pontok koncentrációját értjük, tehát nem foglalkozunk a vagyoni helyzet vagy a játékosállomány alapján kialakuló struktúrákkal.) Első olvasatban nem biztos, hogy triviális, de belátható: a sporttudományi kutatásokban használatos koncentrációs mérőszámok tulajdonképpen szóródási mutatószámok.[4]

A sportstatisztikában az erőkoncentráció mérése érdekében általában két mutatószámot alkalmaznak:

– a *győzelmi arány* (ezt általában a könnyebb operacionalizálhatóság kedvéért helyettesíteni szokták a megszerzett pontok és az adott csapat által megszerezhető pontok hányadosa mutatóval) *szórását* a bajnokságon belül, illetve
– a megszerzett pontokra vonatkoztatott *HHI*-t.

A két mérőszám meghatározásához tekintsünk egy csapatsportbajnokságot! A bajnokság jelölésrendszere és jellemzői:

– n : csapatok száma,
– k : körök[5] száma,
– y : győzelemért járó pontszám,
– p_i : i-edik csapat által megszerzett pont,
– $k\frac{n(n-1)}{2}$: lejátszott mérkőzések száma,
– $\sum_{i=1}^{n} p_i \leq y \times k\frac{n(n-1)}{2}$: a bajnokságban kiosztott összes pont,[6]
– $k \times (n-1)$: egy csapat által lejátszott mérkőzések száma,
– $y \times k \times (n-1) = p^*$: egy csapat által maximálisan megszerezhető pontszám,
– $w_i = \frac{p_i}{p^*}$: az i-edik csapat által megszerzett pontszám a megszerezhető pontszám arányában.

Tekintsük ezek után a korábban említett erőkoncentráció számszerűsítésére alkalmas két mérőszámot!

[4] A tanulmányban található valamennyi levezetés a szerzők saját eredménye és – tudomásunk szerint – a témakör irodalmában újnak számítanak.
[5] Egy körnek nevezzük azt az időszakot, amelyben minden csapat játszik minden másik csapattal.
[6] A későbbiekben erről részletesen lesz szó, de különböző pontozási szisztémák léteznek, így az egy mérkőzésen kiosztott pontok száma elmaradhat a győzelemért járó pontszámtól.

A győzelmi arány szórása

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\left(w_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{n}\right)^2}{n}}, \qquad /1/$$

ami egyszerűbben is felírható a következő formában

$$\sigma_w = \frac{\sigma_p}{p^*}, \qquad /2/$$

ahol σ_p a csapatok által szerzett pontok szórása.

Abban az esetben, ha egy bajnokságban a valamennyi kiosztható pontot megszerzik[7] a csapatok, akkor felírható, hogy

$$\sigma_w = \frac{\sigma_p}{p^*} = \frac{V_p \bar{p}}{p^*} = \frac{V_p \times \frac{y \times k \frac{n(n-1)}{2}}{n}}{y \times k \times (n-1)} = \frac{1}{2} V_p, \qquad /3/$$

ahol $\bar{p}$ a csapatok szerzett pontjainak átlaga, V_p a csapatok szerzett pontjainak relatív szórása. Könnyen belátható tehát, hogy egy olyan bajnokságban, ahol hagyományos a pontozási rendszer (minden mérkőzésen ugyanannyi pontot osztanak ki, például azért, mert nincs döntetlen, vagy a győzelemért járó pontszám fele jár a döntetlenért), a győzelmi arány szórása mutató értéke megegyezik a csapatok által megszerzett pontok relatív szórásának a felével!

Az *i*-edik csapat a kiosztott pontok

$$r_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \qquad /4/$$

részét szerezte meg, amit felhasználva számszerűsíthető az erőkoncentrációt mérő HHI.

[7] Például az európai labdarúgásban nem feltétlenül igaz, hogy a kiosztott összes pont megegyezik a kiosztható összes ponttal!

A megszerzett pontokra vonatkoztatott HHI

$$HHI = \sum_{i=1}^{n} r_i^2 . \qquad /5/$$

Belátható, hogy

$$HHI = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \right)^2 = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} p_i \right)^2} \sum_{i=1}^{n} p_i^2 = \frac{1}{n^2 \bar{p}^2} \left(n\sigma_p^2 + n\bar{p}^2 \right) = \frac{1}{n} \left(V_p^2 + 1 \right) \qquad /6/$$

szintén a csapatok által megszerzett pontszámok relatív szórásának függvénye.

Az előzők alapján belátható, hogy az erőkoncentráció mérőszámai visszavezethetők a csapatok által szerzett pontok relatív szórására. Annál kevésbé tartunk egy versenyt kiegyensúlyozottnak, minél nagyobb mértékben szóródnak (minél heterogénebbek) az egyes csapatok által megszerzett pontok. Értelemszerűen, ha valamennyi csapat azonos pontot szerez egy bajnokságban (például minden mérkőzés döntetlenül végződik, vagy egy kétkörös bajnokságban mindig a hazai csapat győz), akkor a verseny tökéletesen kiegyensúlyozott, tehát nincs erőkoncentráció.

A sporttudományi szakirodalom szinte kizárólag a HHI-t alkalmazza, annak ellenére, hogy a mutató – módszertani szempontból – kifogásolható. *Depken* [1999] továbbfejlesztette az erőkoncentráció mérésére használt HHI-t. Módszere szerint a minimális értékű HHI kivonásával megfelelőbb mutatószámhoz jutunk:

$$dHHI = HHI - \frac{1}{n} . \qquad /7/$$

Hasonló megfontolásból javasolja *Lenten* [2009] a HICB (Herfindahl index of competitive balance – versenyképességi egyensúly Herfindahl-indexe) – egy olyan hányados – képzését, ahol a minimális érték szerepel a nevezőben, azaz

$$HICB = \frac{HHI}{\frac{1}{n}} = nHHI . \qquad /8/$$

Ugyanakkor egy – igaz nem sporttudománnyal foglalkozó – alapmű (*Hall–Tideman* [1967]) szerint a koncentráció mérésére használt mutatóknak teljesíteniük kell számos axiómát, legfőképpen azt, hogy az index értéke 0 és 1 között legyen. Sajnos azonban sem a Depken-féle dHHI, sem a Lenten által kidolgozott HICB nem elégíti ki az említett feltételeket.

Tekintsük újból az eredeti HHI-mutató /6/ szerinti felírását! Ismeretes,[8] hogy a relatív szórás minimuma 0, maximuma $\sqrt{n-1}$, amiből következik, hogy

$$\frac{1}{n} \leq HHI \leq 1. \qquad /9/$$

Látható, hogy a mutató minimuma nem 0, de ami ennél fontosabb: a vizsgálatunk homlokterében álló sportesemények (bajnokságok) esetében a maximális relatív szórás sem állhat elő, hiszen – ha a bajnokságban kettőnél többen indulnak – nem képzelhető el, hogy mindössze egy csapat szerez pontot, és az összes többi 0 ponttal zár. Ezért a bajnokságokon belüli erőkoncentráció esetén az index maximális értéke elmarad az 1-től, így a különböző csapatszámok és pontozási szisztémák összehasonlíthatósága érdekében a HHI értékét normalizálni kell.

Az előbbi problémát feloldó HRCB (Herfindahl ratio of competitive balance – versenyképességi egyensúly Herfindahl-aránya), ún. általánosított vagy más szerzőknél normalizált HHI számos tanulmányban megjelenik, számítása a következő szerint történik.

$$HRCB = \frac{HHI - HHI_{\min}}{HHI_{\max} - HHI_{\min}} \qquad /10/$$

Mivel a $HHI_{\min}$ értéke ismert, a normalizált HHI-t (HRCB-t) megkaphatjuk, ha meg tudjuk határozni $HHI_{\max}$ értékét, ez azonban korántsem triviális feladat.

A következőkben áttekintjük a különböző látvány-csapatsportágakban megszokott pontozási szisztémák esetén keletkező maximális indexértékeket (illetve – az egyszerűbb számítás okán – a maximális (relatív) szórás értékeket). Az általunk vizsgált pontozási rendszerek jellemzői az 1. táblázatban találhatók.

[8] A bizonyítást lásd például *Cramér* ([1946] 357. old.). A maximum abban az esetben áll elő, ha a sokaság elemei egy kivételével 0 értéket vesznek fel.

1. táblázat

Pontozási rendszerek különböző sportágakban

Egy mérkőzésen szerzett pontszám					Egy mérkőzésen kiosztott összes pont	Tipikus sportág
Győzelem	Győzelem hosszabbításban	Döntetlen	Vereség hosszabbításban	Vereség		
3	2		1	0	3	jégkorong
2				1	3	kosárlabda
2		1		0	2	kézilabda
3		1		0	2 vagy 3	európai labdarúgás
3		1		0	2 vagy 3	vízilabda

Megjegyzés. A táblázat csak az alapeseteket és a leggyakoribb rendszereket tartalmazza. A valóságban ennél többfajta pontozási szisztéma létezik, ám ezek marginálisak, nem váltak általánossá.

Tekintsük a pontozási rendszerek közül a legegyszerűbbet, a döntetlent nem ismerő, minden mérkőzésen biztosan 3 pontot kiosztó kosárlabdát! A jelölésrendszer alapján tudjuk, hogy

– a bajnokságban összesen $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1{,}5kn(n-1)$ pontot osztanak ki,

– a csapatok által megszerzett pontok átlaga $\bar{p}_i = 1{,}5k(n-1)$,

– egy csapat maximálisan $p^* = 2k(n-1)$ pontot szerezhet meg.

Tételezzük fel, hogy a bajnokság győztes csapata valamennyi mérkőzését megnyerte, vagyis megszerezte a maximális $2k(n-1)$ pontot! Ekkor a második helyezett már csak legfeljebb $2k(n-1)-k$ pontot érhet el (az elsőtől mindig vereséget szenved, az összes többi csapatot minden alkalommal legyőzi). A sort folytatva, abban az esetben, amikor a bajnokságban nincs „meglepetés”,[9] a csapatok által megszerzett pontok rendre a következők lesznek:

$$p_1 = k(2n-2), p_2 = k(2n-3), \ldots, p_{n-1} = k(2n-n), p_n = k\left(2n-(n+1)\right).$$

Képezzük ezen pontszámok varianciáját!

[9] Meglepetés alatt most és a továbbiakban azt az esetet értjük, amikor egy magasabb helyezési számú (hátrább sorolt) csapat legyőz egy alacsonyabb helyezési számú csapatot, vagyis, amikor nem érvényesül a papírforma.

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^2}{n} - \bar{p}_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} k^2 (2n - i - 1)^2}{n} - \left(1{,}5k(n-1)\right)^2 \qquad /11/$$

Tekintsük[10] a relatív szórás négyzetét!

$$V_p^2 = \frac{k^2 \sum_{i=1}^{n} (2n - i - 1)^2}{n\left(1{,}5k(n-1)\right)^2} - 1 = \frac{14(n-1)^2 + (n-1)}{13{,}5(n-1)^2} - 1 = \frac{1}{27} + \frac{2}{27(n-1)} \qquad /12/$$

Viszonylag egyszerűen belátható, hogy /12/ egyben a maximális relatív szórás esete is, mivel n és $\bar{p}_i$ adott bajnokságban állandó, ezért $V_p^2 \to \max$, ha $\sum_{i=1}^{n} p_i^2 \to \max$.

1. Bizonyítás

Tegyük fel, hogy a *j*-edik csapat elveszít egy mérkőzést az *l*-edik ellen, miközben $j < l$ (más változás nem lehet, hiszen a magasabb sorszámú csapatok eddig kikaptak az alacsonyabb helyezési számú csapatoktól)! Ekkor

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^2 = p_1^2 + p_2^2 + \ldots + \left(p_j - 1\right)^2 + \ldots + \left(p_l + 1\right)^2 + \ldots + p_n^2 =$$

$$= p_1^2 + p_2^2 + \ldots + p_n^2 + \left(1 - 2p_j + 1 + 2p_l\right)$$

vagyis, ha $1 - 2p_j + 1 + 2p_l \le 0$, akkor a négyzetösszeg nem növekszik. Ez akkor teljesül, ha $p_l \le p_j - 1$, ami biztos, hiszen a *j*-edik csapat eddig előbb volt a *l*-ediknél, vagyis legalább 1 ponttal többet szerzett! Ebből következik, hogy a maximális variancia (és ami konstans átlag esetén ezzel ekvivalens, a maximális relatív szórás) abban az esetben keletkezik, ha nincs meglepetés.

[10] Az átlag és a szórás lineáris transzformálhatósága miatt a körök számára a relatív szórás mutatója invariáns, ezért ettől a további levezetésekben eltekintünk. Az átalakítás során kihasználtuk azt az ismert tényt, hogy az első *n* négyzetszám összege $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

Az előző megfontolások alapján a 2-1 pontozási rendszerben (például a kosárlabdánál) a HHI maximális értéke

$$HHI_{\max}^{(2\text{-}1)} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{27} + \frac{2}{27(n-1)} + 1\right) = \frac{28n-26}{27n(n-1)} \qquad /13/$$

formájú, melynek segítségével meghatározható a HRCB értéke:

$$HRCB^{(2\text{-}1)} = \frac{HHI - \frac{1}{n}}{\frac{28n-26}{27n(n-1)} - \frac{1}{n}} = \frac{27(n-1)(nHHI-1)}{n+1}. \qquad /14/$$

Az előbbivel teljesen analóg módon képezhető a kézilabdában alkalmazott 2-1-0 pontrendszerre, illetve a jégkorongban alkalmazott 3-2-1-0 pontrendszerre vonatkozó maximális HHI-érték, illetve a HRCB-mutató. Látható, hogy az előbbi bizonyításban nem használtunk ki mást, mint a pontszámok rendezettségét. Ebből következően minden olyan pontozási rendszerben, amelyben az egy adott mérkőzésen kiosztott pontok száma állandó (ebből következően egy bajnokságban kiosztott összes pont, illetve átlagos pontszám csak a csapatok számától függ), a maximális variancia akkor alakul ki, amikor nincs meglepetés.

A maximális HHI-érték és az ebből kiszámítható HRCB-mutató a 2-1-0 és 3-2-1-0 pontrendszerben[11]

$$HHI_{\max}^{(2\text{-}1\text{-}0)} = HHI_{\max}^{(3\text{-}2\text{-}1\text{-}0)} = \frac{2(2n-1)}{3n(n-1)}, \qquad /15/$$

$$HRCB^{(2\text{-}1\text{-}0)} = HRCB^{(3\text{-}2\text{-}1\text{-}0)} = \frac{3(n-1)(nHHI-1)}{n+1}. \qquad /16/$$

A 3-1-0 pontozási szisztéma esetén (például az európai labdarúgásban vagy a vízilabdában) a maximális HHI értékének meghatározása nehezebb, ugyanis egy mérkőzésen 3 vagy 2 pontot osztanak ki, azaz a bajnokságban megszerzett összes pontszám ex ante nem tudható. Ebből következően ebben a pontozási rendszerben a relatív szórás (négyzete) nagysága nemcsak a variancia nagyságától függ, hanem a csapatok által megszerzett pontok átlagától is, ami annak függvényében változik, hogy hány döntetlen volt a bajnokságban.

[11] A levezetéseket a Függelék tartalmazza. Ott bizonyítjuk, hogy a két pontozási rendszerben azonos mutatóértékekhez jutunk.

A 3-1-0 pontozási szisztémában a pontszámok maximális koncentrációja úgy alakul ki, hogy a bajnokságban szereplő csapatok két csoportba oszthatók: az első csoport csapatai minden mögöttük végzett csapatot megvernek valamennyi körben, a második csoport csapatai az első csoport minden csapatától kikapnak, miközben a saját csoportjukban szereplő csapatok ellen minden mérkőzés eredménye döntetlen.

2. Bizonyítás

Amennyiben a bajnokságban egyetlen mérkőzés sem végződik döntetlennel, akkor a maximális variancia (és relatív szórásnégyzet) azonos a 3-2-1-0 pontozási rendszerben bemutatottal (hiszen itt is csak 3 vagy 0 pontot kap egy csapat valamennyi mérkőzésen). A csapatok által megszerzett pontszámok

$$p_1 = 3k(n-1), p_2 = 3k(n-2), \dots, p_{n-1} = 3k, p_n = 0 .$$

Kiszámítható a relatív szórásnégyzet, ami

$$V_p^2 = \frac{p_1^2 + p_2^2 + \dots + p_n^2}{n\overline{p}^2} - 1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} p_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} p_i\right)^2} - 1 =$$

$$= \frac{nSS}{S^2} - 1 = \frac{n+1}{3(n-1)},$$

ahol S a pontszámok összegét, SS a pontszámok négyzetösszegét jelzi, melyekre igaz, hogy[12]

$$S = \frac{3}{2}n(n-1)$$

$$SS = \frac{3}{2}n(n-1)(2n-1) = (2n-1)S .$$

Ha ehhez az állapothoz képest az utolsó két csapat döntetlent játszik egymással, akkor a csapatok által megszerzett pontszámok a következők szerint alakulnak:

[12] Megismételjük, hogy mivel a relatív szórás a körök számától független, ezért a pontszámok összegét, illetve a négyzetösszegét egykörös bajnokságot feltételezve számoltuk.

$$p_1 = 3(n-1), p_2 = 3(n-2), \ldots, p_{n-1} = 1, p_n = 1.$$

Tehát egy korábbi győztes (utolsó előtti) elveszít 2 pontot, miközben egy korábbi vesztes (utolsó) nyer 1 pontot. Ekkor a relatív szórásnégyzet a következő formát ölti:

$$\left(V_p^2\right)' = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n-2} p_i^2 + 1^2 + 1^2\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n-2} p_i + 1 + 1\right)^2} - 1 = \frac{n(SS-7)}{(S-1)^2} - 1.$$

Vizsgáljuk meg: elképzelhető-e, hogy $\left(V_p^2\right)' > V_p^2$, vagyis döntetlen esetében magasabb a relatív szórásnégyzet, mint a meglepetés nélküli esetben:

$$\frac{n(SS-7)}{(S-1)^2} > \frac{nSS}{S^2} \qquad 2(2n-1)\left(1 - \frac{1}{3n(n-1)}\right) > 7.$$

Könnyen kiszámítható, hogy – pozitív egész n-ekre – az $n \geq 3$ esettől kezdve teljesül az egyenlőtlenség, vagyis amennyiben legalább 3 csapat van a bajnokságban, a relatív szórás növekszik, ha az utolsó két csapat döntetlent játszik egymással.

Nézzük meg, mi történik, ha az utolsó 3 csapat játszik döntetlent! A relatív szórásnégyzet:

$$\left(V_p^2\right)'' = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n-3} p_i^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n-3} p_i + 2 + 2 + 2\right)^2} - 1 = \frac{n(SS-33)}{(S-3)^2} - 1.$$

A korábbi gondolatmenetet alkalmazva, $\left(V_p^2\right)'' > \left(V_p^2\right)'$, ha

$$\frac{SS-33}{SS-7} > \left(\frac{S-3}{S-1}\right)^2.$$

Belátható, hogy az előbbi egyenlőtlenség $n \geq 4$ esetben teljesül.

Folytatva a sort, és lehetővé téve, hogy több, hátra rangsorolt csapat játszik döntetlent egymással, tételezzük fel, hogy az utolsó $m(m < n)$ csapat valamennyi egymás közötti eredménye döntetlenül végződik, míg az első $(n - m)$ csapat legyőzi valamennyi mögötte állót! Ekkor a csapatok által szerzett pontok rendre

$$p_1 = 3(n-1), p_2 = 3(n-2), \ldots, p_{n-m} = \\ = 3m, p_{n-m+1} = p_{n-m+2} = \ldots = p_n = (m-1).$$

A relatív szórásnégyzet

$$\left(V_p^2\right)^* = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n-m} p_i^2 + m(m-1)^2\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n-m} p_i + m(m-1)\right)^2} - 1 = \\ = \frac{n\left(SS - \frac{1}{2}m(m-1)(4m-1)\right)}{\left(S - \frac{1}{2}m(m-1)\right)^2} - 1.$$

A kifejezés maximuma csak n-től és m-től függ, noha analitikus meghatározása nehézkes, bármely (n, m) értékpárra könnyen meghatározható, így bármilyen számú csapatot tartalmazó bajnokság esetén megtalálható a relatívszórás maximális értéke. (A „szokásos” elemszámokra a Függelék táblázata tartalmazza a maximumhoz tartozó m értéket, valamint a relatív szórás és a HHI maximális értékét.)

Végül vizsgáljuk meg, hogy tovább növelhető-e a relatív szórásnégyzet azáltal, hogy a döntetlent játszók csoportja nem a bajnokság végén található, hanem utánuk van még egy újabb olyan csoport, melyben nincs meglepetés. Tételezzük fel, hogy van egy csapat, amelyik minden csapattól vereséget szenved, ekkor a pontszámok

$$p_1 = 3(n-1), p_2 = 3(n-2), \ldots, p_{n-m-1} = 3(m+1), p_{n-m} = \\ = p_{n-m+1} = \ldots = p_{n-1} = m + 2, p_n = 0.$$

Belátható, hogy a pontszámok összege nem változik, hiszen a korábban $(n-m)$-edik helyen álló csapat elveszít $3m$ pontot, miközben az m darab, korábban csak döntetlent játszott csapat nyer egy meccset, azaz szerez plusz 3 pontot. Ugyanakkor a négyzetösszeg csökken, hiszen

$$\sum_{i=1}^{n-m} p_i^2 + m(m-1)^2 > \sum_{i=1}^{n-m-1} p_i^2 + m(m+2)^2 + 0^2$$

$$(3m)^2 > 6m^2 + 3m$$

igaz valamennyi olyan esetben, ha $m > 1$, vagyis a relatív szórás ettől a változtatástól csökken.

Összességében tehát igazoltuk, hogy a relatív szórás (ebből következően a négyzete, valamint a HHI) maximális, ha a bajnokság elején álló csapatok (első csoport) minden utánuk következőt legyőznek, és a bajnokságban hátul állók csoportja – miközben elveszíti az összes mérkőzést az első csoport csapataival szemben – egymással minden mérkőzésen döntetlent játszik.

Mindebből következően felírhatjuk a maximális HHI-értékeket valamennyi vizsgált pontozási rendszerben.

2. táblázat

Maximális HHI-k különböző pontozási rendszerekben

Pontozási rendszer	Maximális HHI
2-1	$\frac{28n-26}{27n(n-1)}$
2-1-0	$\frac{2(2n-1)}{3n(n-1)}$
3-2-1-0	$\frac{2(2n-1)}{3n(n-1)}$
3-1-0	$\frac{\frac{3}{2}n(n-1)(2n-1)-\frac{1}{2}m(m-1)(4m-1)}{\left(\frac{3}{2}n(n-1)-\frac{1}{2}m(m-1)\right)^2}$

A tanulmány következő fejezetében a magyarországi látványcsapatsport-bajnokságokra vonatkozó empirikus adatok alapján vizsgáljuk az erőkoncentráció alakulását, egyúttal javaslatokat teszünk annak érdekében, hogy a mutatószámmal történő elemzés előnyeit a sport területén kihasználhatóvá tegyük.

3. Erőkoncentráció változása a magyar látványcsapatsportokban

Az erőkoncentrációt tükröző mutatószám (HRCB) különböző pontozási rendszerekben történő gyakorlati alkalmazhatóságának szemléltetése érdekében a magyarországi látványcsapatsportok bajnokságait vizsgáltuk a 2009/2010-es és 2017/2018-as idények között. A 9 idényben mindvégig csak az első osztályú bajnokságok ún. alapszakaszait elemeztük, ez ugyanis az a periódus, amelyben az összes részt vevő csapat játszik minden más csapattal, vagyis teljes „körmérkőzésre” kerül sor. Az első osztályú férfi és női kézilabda-, kosárlabda-, illetve a labdarúgó-bajnokságok alapszakaszában általában – a nemzetközi szokásokhoz igazodva – két kört bonyolítanak le (mindenki játszik mindenkivel otthon és idegenben egyaránt). Ez alól mindössze a labdarúgás utolsó három idénye volt kivétel, itt ugyanis a 12 résztvevő háromszor játszott egymással, vagyis mindenki 3 × 11 = 33 meccset abszolvált. Mivel célunk az erőkoncentrációt mérő mutatószám használatának szemléltetése, ezért eltekintettünk attól, hogy a lebonyolítási rendszer többször változott (például a női kosárlabda 2013/2014-es idényében az alapszakaszban nemcsak magyar csapatok szerepeltek, hanem egy ún. Közép-európai Liga is, ugyanígy nem foglalkoztunk azzal sem, hogy volt olyan év, amelyben a későbbi bajnok Veszprém férfi kézilabda csapata nem szerepelt az alapszakaszban).

Az elemzett 9 bajnoki év erőkoncentrációjának vagy éppen kiegyensúlyozottságának elemzése – a tendenciák bemutatásán túl – lehetőséget ad(na) sportszakmai megfontolásokra is. Ez utóbbiak közül csak az „átlagos sportfogyasztó” számára is fontos kérdéseket vetjük fel, a mélyebb elemzéseket – egyelőre – meghagyjuk a szakmának. A magyar sportot követő emberek számára talán a sportágakat jellemző bizonytalanság a leginkább szembeötlő, ami megmutatkozik a lebonyolítási rendek változékonyságában is. A nyugat-európai országok ligáit jellemző állandósággal ellentétben, hazánkban gyakorlatilag minden sportágban egészen rövid időszak alatt különböző számú csapat szerepel az első osztályú bajnokságokban. Mindez módszertani szempontból nem jelent problémát.[13] A gond inkább azzal van, hogy a csapatszámváltozás oka sokkal

[13] Hiszen egész eddig azt fejtegettük a tanulmányban, hogy hogyan oldható meg a különböző csapatszámú bajnokságokban az összehasonlítható erőkoncentrációs mérőszám számítása.

inkább a kényszer, semmint a racionális megfontolásból adódó, a bajnokság színvonalának emelésére irányuló próbálkozás. Úgy gondoljuk, hogy szövetségi szinten szerencsésebb lenne az erőviszonyok (izgalmasság) figyelembevételével döntést hozni az egyes ligák indulóinak létszámáról, nem pedig annak alapján, hogy hány olyan csapat toborozható, amely vállalni tudja az első osztályú indulással járó anyagi terhet.

A lebonyolítási rendszerrel kapcsolatos másik, máig megoldatlannak tűnő probléma szintén mind az 5 elemzett bajnokságot érinti: a keresletet jelentő szurkolói érdeklődést a bajnokság időbeli kitolásával, az izgalmak fenntartásával próbálják elérni, melynek eszköze (a csapatok számának emelésén túl) a körök számának növelése. Ennek érdekében – mint említettük – a labdarúgásban az utolsó 3 idényben (ugyan csökkentett létszám mellett) a korábbi 2 helyett 3 kört rendeznek. A kézilabdában mind a férfi-, mind a női ligában bevezették a kosárlabdában már régóta alkalmazott rájátszás rendszerét (igaz, ezt a női bajnokságban pár év után el is törölték), a kosárlabdában pedig az alapszakasz és a rájátszás közé „beékelődött” a középszakasz is (majd a nőknél 2 év után visszaálltak az eredeti rendszerre). A 3. táblázat adataiból választ kaphatunk arra a kérdésre, milyen hatást értek el az adott sportági szövetségek az említett változtatásokkal.

3. táblázat

A vizsgált sportágakat jellemző mutatók idény szerinti bontásban, 2009/2010–2017/2018

Idény	Kézilabda				Kosárlabda				Labdarúgás	
	férfi		női		férfi		női			
	Csapatok száma	HRCB	Csapatok száma	HRCB	Csapatok száma	HRCB	Csapatok száma	HRCB	Csapatok száma	HRCB
2009/2010	13	0,5934	12	0,7640	14	0,5912	12	0,8841	16	0,1824
2010/2011	13	0,7946	12	0,8068	14	0,5758	13	0,8819	16	0,0992
2011/2012	12	0,6660	12	0,6241	14	0,6308	12	0,8626	16	0,2715
2012/2013	11	0,6250	12	0,6538	12	0,3322	10	0,6727	16	0,1556
2013/2014	13	0,7527	12	0,7745	12	0,3287	11	0,5045	16	0,1777
2014/2015	11	0,6670	12	0,7142	13	0,4423	10	0,7212	16	0,2576
2015/2016	13	0,4547	12	0,7727	14	0,4286	10	0,7576	12	0,1472
2016/2017	14	0,6341	14	0,6335	14	0,4022	11	0,7636	12	0,1095
2017/2018	14	0,6264	14	0,7907	14	0,3275	11	0,7591	12	0,1243
Átlag	–	0,6460	–	0,7260	–	0,4510	–	0,7564	–	0,1694

Megjegyzés. HRCB (Herfindahl ratio of competitive balance): versenyképességi egyensúly Herfindahl-aránya.

A HRCB-értékeket szemlélve leginkább az a relatíve nagy különbség szembetűnő, amely idényektől függetlenül az egyes sportágak (esetleg nemek) között mutatkozik. Talán meglepő, de az elemzett 9 idény átlagát tekintve megállapíthatjuk, hogy a vizsgált sportágak között hazánkban – a HRCB-értékek alapján – a labdarúgást jellemezték a leginkább kiegyensúlyozott erőviszonyok (melyeket a 0-hoz viszonylag közeli értékek mutatnak). Egy-egy magasabb számtól[14] eltekintve a mutató értéke 0,10 és 0,20 közötti, vagyis ez alapján azt várnánk, hogy a legkevésbé prognosztizálható eredményekkel végződő ligamérkőzések sokkal népszerűbbek a többi sportágnál. Szembetűnő továbbá a HRCB-értékek utolsó 3 idényben jelentkező látványos csökkenése, melynek oka vélelmezhetően a bajnokság lebonyolítási rendszerében keresendő: 2016-tól az addig alkalmazott kétkörös és 16 csapatos szisztéma helyett áttértek a háromkörös, 12 csapatos lebonyolításra. Úgy tűnik tehát (legalábbis a HRCB-mutató alapján), hogy *a csapatszám csökkentése a bajnokság izgalmasságának növekedését hozta magával*.

Az erőviszonyokat jellemző rangsorban a második legkiegyensúlyozottabb bajnokságnak a férfi kosárlabda tűnik. A HRCB-mutatókat vizsgálva láthatjuk, hogy a kezdeti magasabb értékek után a 2012-es idénytől jelentős „visszaesést”, vagyis csökkenő erőkoncentrációt tapasztalunk. Különösebb sportszakmai ismeret nélkül is látható az – a valószínűleg nem véletlen – összefüggés, amely a csapatok létszámának csökkentése, illetve a kiegyensúlyozottabb erőviszonyok között mutatkozik.

A kézilabda esetében mind a női, mind a férfi erőviszonyokat tekintve már szignifikánsan magasabb értékekkel találkozunk. Mindkét nem versenysorozatáról elmondható, hogy volt olyan idény, amelyet a maximális koncentrációhoz[15] közeli, 0,80-os HRCB-érték jellemez. A vizsgált 9 idényt figyelembe véve a férfiaké tekinthető a kiegyensúlyozottabb ligának, hiszen a HRCB-mutató értéke átlagosan 0,65, míg a nőké 0,73. A sportágat ismerők számára mindez persze nem meglepő, hiszen a női bajnokságot a Győri Audi ETO KC és az Ferencvárosi Torna Club dominálja (az utolsó 8 esetben ezek a csapatok végeztek az első két helyen), ráadásul a többszörös EHF Bajnokok Ligája győztes győri csapat többször is 100 százalékos teljesítménynyel végzett az alapszakasz végén. Érdemes azt is észrevenni, hogy a férfi kézilabdában a legalacsonyabb érték egy olyan idényben (2015/2016) született, amikor a favorit MKB-MVM Veszprém (végül győztes) csapata – a sajátos lebonyolítási szisztémát kihasználva – nem indult az alapszakaszban.

A kiegyensúlyozottság rangsorában egyértelműen a női kosárlabda-bajnokság végzett az utolsó helyen, köszönhetően elsősorban a vizsgált időszak első két idényének, amikor a HRCB-mutató a rendkívül magas erőkoncentrációt jelentő 0,88-as

[14] Talán érdemes felidézni, hogy a 2011/2012-es bajnokságot (melyben a legmagasabb a HRCB-mutató) a Debreceni VSC veretlenül nyerte, míg a szintén 0,2-nél magasabb mértékű erőkoncentrációt mutató 2014/2015-ös idényben a Videoton kiemelkedően magas, közel 80 százalékos teljesítménnyel lett bajnok.

[15] Csak emlékeztetőül: itt a HRCB-mutató 1 értéket venne fel.

értéket is átlépte. Gyakorlatilag ez a két szezon jelentette a pécsi és soproni csapatok közel 15 évig tartó csatározásának és abszolút dominanciájának, vagyis az erőviszonyok kiegyensúlyozatlanságának végét. Mindemellett a női kosárlabdára vonatkozó eredményeket vizsgálva azt is kijelenthetjük, hogy a bajnokságban részt vevő csapatok számának csökkentése viszonylag egyértelműen vezet az erőkoncentráció csökkenéséhez.

4. Összegző gondolatok, az eredmények felhasználhatósága

Tanulmányunkban bemutattuk a csapatsportbajnokságok kiegyensúlyozottságának mérésére alkalmas normalizált, azaz a bajnokságban szereplő csapatok számára, illetve a pontozási szisztémára invariáns erőkoncentráció-mutatót (HRCB). Ismereteink szerint a 3-1-0 pontozási rendszerre vonatkozó mutató meghatározása teljesen új eredmény. Ugyanakkor felmerülhet az Olvasóban, hogy mindez csak játék a számokkal, hiszen nem a mutatóktól lesz izgalmas egy verseny, hanem a pályán történtektől, ráadásul a fanatikus szurkoló nem a HRCB-érték alapján dönti el, hogy kimegy-e a stadionba, vagy sem. Az előbbi kételkedő vélekedéssel szemben úgy gondoljuk, hogy a statisztikai elemzésnek jelentős gazdálkodási következményei is lehetnek.

Ne feledkezzünk meg arról, hogy az a sportág, amely konkrét mutatóval alá tudja támasztani versenyének izgalmasságát, jó hivatkozási alapot teremt a nagyobb cégek (multinacionális vagy/és állami vállalatóriások) támogatásának elnyerésére. Jól mutatja mindezt, hogy a korábban vizsgált sportágakban megjelentek az ún. liganévadó szponzorok, és így már a bajnokságoknak (tehát nem csak a csapatoknak) is van elnevezése; hazánkban tipikusan nagybankok vagy sörgyárak vállalták az elmúlt időszakban a névadást.

Az erőkoncentráció-mutató nemcsak sportágszövetségi szinten hordozhat értékes információkat, hanem segítségével a csapatokat működtető sportvállalkozások is profitálhatnak. Természetesen azon cégek, melyek marketingcéllal állnak egy-egy sportklub mellé, szívesebben írnak alá szponzorációs szerződést egy, a szurkolók számára érdekesebb, izgalmasabb bajnokságban induló csapattal. A támogatók megszerzésén túl, a bajnokság izgalmasságát jellemző mutatószám a sportvállalkozás vezetője számára – érveinek alátámasztásaként – további lehetőséget jelenthet a médiaszerződéseket érintő tárgyalásokon is. Az állami televíziós csatornák esetében egészen speciális a helyzet, azonban egy kereskedelmi csatorna döntését jelentős mértékben meghatározza, hogy mennyire voltak kiegyensúlyozottak az erőviszonyok a választott bajnokságban, hiszen a megelőző évek tendenciáiból jó eséllyel prognosztizálható, hogy nagyságrendileg hány mérkőzés lesz eladható a nagyközönség számára.

A sport közvetlen szereplői után a HRCB-mutató potenciális felhasználójaként mindenképpen említést érdemel egy, a sportban közvetetten részt vevő, de ugyancsak fontos szereplő, a sportfogadás. Érdekes kérdés lehet annak vizsgálata, hogy az odds-ok megállapításánál vajon figyelembe veszik-e a ligák erőviszonyának hosszú távú (ex post) alakulását is, vagy „csak” az adott forduló előtti, korábban említett UOH-mutató (ex ante) alapján határozzák meg az esélyeket (számos egyéb tényezőről most eltekintve). A kérdésre csak alaposabb vizsgálat után tudnánk választ adni, mivel ez nem tárgya jelen elemzésünknek, bővebben erre nem térünk ki.

Összefoglalva úgy gondoljuk, hogy a tanulmányunkban bemutatott koncentrációs mérőszám széles körben alkalmazható eszköz, melynek segítségével a jövőben a sportgazdasági döntések jelentős része empirikusan is alátámasztható.

Függelék

A csapatok által elért pontszámok 2-1-0 pontrendszerben, amikor a bajnokságban nincs meglepetés:

$$p_1 = 2k(n-1),\, p_2 = 2k(n-2), \ldots, p_{n-1} = 2k\big(n-(n-1)\big),\, p_n = 2k(n-n)\,.$$

A pontszámok átlaga, varianciája és a relatív szórásnégyzete:

$$\bar{p}_i = k(n-1)$$

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^2}{n} - \bar{p}_i^2 = \frac{4k^2 \sum_{i=1}^{n} (n-i)^2}{n} - \big(k(n-1)\big)^2 = k^2(n-1)\left(\frac{n+1}{3}\right). \qquad \text{/F1/}$$

$$V_p^2 = \frac{n+1}{3(n-1)}$$

Az előző megfontolások alapján a 2-1-0 pontozási rendszerben a HHI maximális értéke:

$$HHI_{\max}^{(2\text{-}1\text{-}0)} = \frac{1}{n}\left(\frac{n+1}{3(n-1)} + 1\right) = \frac{2(2n-1)}{3n(n-1)}, \qquad \text{/F2/}$$

és a HRCB értéke:

$$HRCB^{(2\text{-}1\text{-}0)} = \frac{3(n-1)(nHHI-1)}{n+1}. \qquad \text{/F3/}$$

A csapatok által elért pontszámok 3-2-1-0 pontrendszerben, amikor a bajnokságban nincs meglepetés és nincs hosszabbítás sem:

$$p_1 = 3k(n-1), p_2 = 3k(n-2), \ldots, p_{n-1} = 3k(n-(n-1)), p_n = 3k(n-n)\ .$$

Láthatjuk, hogy a pontszámok, az előbb vizsgált 2-1-0 szisztémában kiosztott pontszámok konstans-szorosai, így – az átlag és a szórás lineáris transzformálhatósága miatt – a relatív szórásnégyzet változatlan. Mindezt igazolja a következő levezetés is:

$$\bar{p}_i = \frac{3}{2}k(n-1)$$

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^2}{n} - \bar{p}_i^2 = \frac{9k^2 \sum_{i=1}^{n} (n-i)^2}{n} - \left(\frac{3}{2}k(n-1)\right)^2 = \frac{3}{4}k^2(n-1)(n+1) \qquad /F4/$$

$$V_p^2 = \frac{n+1}{3(n-1)}\ .$$

Mivel a maximális relatív szórás azonos az előző pontrendszerben meghatározottal, ezért a maximális HHI értéke is azonos lesz az előzővel.

Maximális HHI-t eredményező bajnokságok jellemzői

Csapatok száma (n)	Második csoport – egymással döntetlent játszó csapatok száma (m)	Maximális	
		V_p^2	*HHI*
4	3	0,6533	0,4133
5	3	0,6255	0,3251
6	4	0,5976	0,2663
7	4	0,5706	0,2244
8	5	0,5632	0,1954
9	6	0,5515	0,1724
10	6	0,5417	0,1542
11	7	0,5373	0,1398
12	8	0,5305	0,1275
13	8	0,5262	0,1174
14	9	0,5232	0,1088
15	10	0,5185	0,1012
16	10	0,5166	0,0948
17	11	0,5142	0,0891
18	11	0,5109	0,0839

(A táblázat folytatása a következő oldalon.)

(Folytatás.)

Csapatok száma (n)	Második csoport – egymással döntetlent játszó csapatok száma (m)	Maximális	
		V_p^2	HHI
19	12	0,5099	0,0795
20	13	0,5080	0,0754
21	13	0,5060	0,0717
22	14	0,5051	0,0684
23	15	0,5035	0,0654
24	15	0,5023	0,0626

Irodalom

BORLAND, J. – MACDONALD, R. [2003]: Demand for sport. *Oxford Review of Economic Policy*. Vol. 19. Issue 4. pp. 478–502. http://dx.doi.org/10.1093/oxrep/19.4.478

CRAMÉR, H. [1946]: *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press. Princeton.

DEPKEN, C. A. [1999]: Free-agency and the competitiveness of major league baseball. *Review of Industrial Organization*. Vol. 14. Issue 3. pp. 205–217.

FRIGYES E. [2000]: Struktúra – koncentráció – egyenlőtlenség. *Statisztikai Szemle*. 78. évf. 8. sz. 598–619. old.

HAJDU O. [1986]: A beruházások koncentrációjának vizsgálata. *Statisztikai Szemle*. 64. évf. 3. sz. 234–260. old.

HALL, M. – TIDEMAN, N. [1967]: Measures of concentration. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 62. Issue 137. pp. 162–168. http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1967.10482897

KENESSEY Z. [1955]: A koncentráció folyamata az Egyesült Államok iparában. *Statisztikai Szemle*. 33. évf. 11. sz. 983–992. old.

KERÉKGYÁRTÓ GY.-NÉ [1976]: Vállalati koncentráció a szocialista mezőgazdaságban. *Statisztikai Szemle*. 54. évf. 8–9. sz. 820–831. old.

KÉSENNE, S. [2006]: The win maximization model reconsidered. Flexible talent supply and efficiency wages. *Journal of Sport Economics*. Vol. 7. Issue 4. pp. 416–427. https://doi.org/10.1177/1527002505279347

KÉSENNE, S. [2007]: The peculiar international economics of professional football in Europe. *Scottish Journal of Political Economy*. Vol. 54. Issue 3. pp. 388–399. https://doi.org/10.1111/j.1467-9485.2007.00421.x

KÖVES P. – PÁRNICZKY G. [1981]: *Általános statisztika I-II.* Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest.

LENTEN, L. J. A. [2008]: Unbalanced schedules and the estimation of competitive balance in the Scottish premier league. *Scottish Journal of Political Economy*. Vol. 55. Issue 4. pp. 488–508. http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9485.2008.00463.x

NEALE, W. C. [1964]: The peculiar economics of professional sports: a contribution to the theory of the firm in sporting competition and in marketing competition. *The Quarterly Journal of Economics.* Vol. 78. Issue 1. pp. 1–14. http://dx.doi.org/10.2307/1880543.

NOLL, R. G. [2007]: Broadcasting and team sports. *Scottish Journal of Political Economy*. Vol. 54. Issue 3. pp. 400–421. http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9485.2007.00422.x

QUIRK, J. – FORT, R. [1999]: *Hard Ball: The Abuse of Power in Pro Team Sports*. Princeton University Press. Princeton.

ROTTENBERG, S. [1956]: The baseball player’s labor market. *Journal of Political Economy*. Vol. 64. Issue 3. pp. 242–258. http://dx.doi.org/10.1086/257790

SCULLY, G. W. [1989]: *The Business of Major League Baseball*. University of Chicago Press. Chicago.

SZYMANSKI, S. [2001]: Income inequality, competitive balance and attractiveness of team sports: some evidence and a natural experiment from English soccer. *The Economic Journal*. Vol. 111. Issue 469. pp. 69–84. http://dx.doi.org/10.1111/1468-0297.00599

SZYMANSKI, S. [2007]: The champions league and the coase theorem. *Scottish Journal of Political Economy*. Vol. 54. Issue 3. pp. 355–373. http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9485.2007.00419.x

VROOMAN, J. [2007]: Theory of the beautiful game: the unification of European football. *Scottish Jounal of Political Economy*. Vol. 54. Issue 3. pp. 315–354. http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9485.2007.00418.x

ZIMBALIST, A. S. [2003]: Reply: competitive balance conundrums. Response to Fort and Maxcy’s comment. *Journal of Sport Economics*. Vol. 4. Issue 2. pp. 161–163. http://dx.doi.org/10.1177/1527002503004002006

Summary

Measures of concentration are commonly used in the analysis of social and economic phenomena. Competitive balance and uncertainty of outcome hypothesis is still one of the most essential issues in the sport economics literature. The aim of this paper is to introduce the application of the well-known Herfindahl-Hirschman index for modelling the balance of power between sport teams. A normalized HRCB (Herfindahl ratio of competitive balance) indicator was developed that can be applied in any leagues, for various point systems/team numbers. In the final part of the study, the Herfindahl-Hirschman index is used for Hungarian popular team sports’ leagues.