

A MATEMATIKAI ALAPKÉPESSÉGEK, A MATEMATIKAI GONDOLKODÁS FEJLŐDÉSE 6-18 ÉVES KORBAN

(Az OTKA 38246 számú kutatás záróbeszámolója)

A KUTATÁS CÉLJAI ÉS FELADATAI

A kutatási program célja a matematikatanulás és a gondolkodásfejlődés szempontjából egyaránt meghatározó szerepű alapkészségek és -képességek feltárása, fejlődési folyamataik empirikus vizsgálata volt. A kutatás keretei között a matematikai alapkészségek és -képességek, a matematikai kompetencia fogalmának és rendszerének szakirodalmi elemzését, az előző kutatási programok által kidolgozott mérőeszközök körének bővítését és a tesztrendszer országos reprezentatív mintákon való bemérését tűztük ki célul.

A kutatás során elvégzett munka négy csomópont köré szerveződött:

1. A matematikai alapkészségek és -képességek rendszerével kapcsolatos szakirodalmi elemzéseink során az intelligencia faktoranalitikus kutatásai és a nemzetközi összehasonlító vizsgálatok matematikai kompetencia-modelljei alapján feltártuk a matematikai készségek és képességek rendszerét. Az elemzés eredményei alapján elkészítettük a matematikai kompetencia vizsgálataink során használt modelljét.

2. A matematikai alapkészségek és -képességek értékelési módszereinek kialakításához összefoglaltuk és adaptáltuk a diagnosztikus pedagógiai értékelés funkcióinak értelmezésével és a diagnosztikus tesztelés módszereivel kapcsolatos korábbi kutatási eredményeinket. Ennek alapján kidolgoztuk a matematikai kompetencia értékelésének koncepcióját és a tesztfejlesztés módszereit.

3. A matematikai alapkészségek és -képességek fejlődési tendenciáit diagnosztikus teszt-sorozatok segítségével vizsgáltuk. A tesztekkel 2003-ban 4. és 6., 2004-ben és 2005-ben pedig 4., 6. és 8. évfolyamos tanulók körében végeztünk országos mérést. Az eredmények alapján elemeztük a matematikai alapkészségek és -képességek fejlődését, illetve a matematikai és az anyanyelvi alapképességek közötti összefüggéseket.

4. A matematikai kompetencia összetevői, különösen a szövegesfeladat-megoldás fejlődését komplex tesztrendszerrel elemeztük. A mérés előkészítése érdekében elvégeztük a korábbi kutatásaink eredményeinek másodelemzését. A matematikai kompetencia összetevőinek vizsgálatára kidolgozott tesztekkel 2005-ben 5., 7. és 9. évfolyamos tanulók körében végeztünk országos mérést. Itt az eredmények feldolgozására, elemzésére már nem került sor.

1. A MATEMATIKAI ALAPKÉSZSÉGEK ÉS -KÉPESSÉGEK RENDSZERÉNEK FELTÁRÁSA

A matematikatanítás és -tanulás szakirodalma évtizedek óta igen gazdag, folyamatosan jelennek meg ezzel kapcsolatos publikációk. A kilencvenes évektől a matematikatanítás megújítására irányuló törekvések kapcsán a matematikatanulás folyamatainak, a tanulók matematikai gondolkodásának vizsgálata, illetve a matematikai tudás korszerű értelmezése szerepel a népszerű kutatási témák között. A kutatók mellett az oktatáspolitikai is felfigyelt a terület jelentőségére, ennek jele, hogy a nemzetközi

összehasonlító vizsgálatokban is megjelent a matematikai tudás új értelmezése és értékelésének újszerű eszközei.

A matematikai tudás korszerű értelmezésének egyik legfontosabb jellemzője, hogy az elsajátítás kritériumai között vezető helyet kap az alkalmazás, méghozzá az ún. realiztikus, azaz a mindennapi életben előforduló szituációkban való alkalmazás képessége. Ez azt jelenti, hogy az értékelés során nagyobb szerepet kell kapniuk a (matematikai és általános) készségeknek, képességeknek, akár a tantárgyi tartalmak rovására is. A feladat azonban nemcsak ennyi, az igazi változást a matematikai tudás kompetencia-alapú értelmezése, értékelése jelenti. Ehhez viszont feltétlenül szükséges a matematikai kompetencia korszerű, a tanterv- és programfejlesztésben, a módszertani fejlesztésekben és az értékelési rendszerek kialakítása során is felhasználható értelmezésének, modelljének kidolgozása.

A kompetencia korai megközelítései szerint ez egy bizonyos feladat vagy feladatkör ellátására való alkalmasság, illetve képesség. A 90-es években a fogalom jelentése lényegesen kibővült, és kompetencia alatt ma már – különböző megfogalmazásokban ugyan, de általában – olyan felkészültséget értenek, amely alkalmassá tesz arra, hogy különböző helyzetekben hatékonyan cselekedjünk (Perrenoud, 1997; in: Key Competencies, 2002). Más megközelítésekben a kompetenciák összetevőire, komponenseire is találunk utalást. Szűkebb értelmezésben a kompetenciát rendszerint készségek, képességek rendszerének tekintik, tágabb értelemben pedig olyan általános felkészültségnek, amely tudásra, tapasztalatokra, értékekre, beállítódásokra épül (Coolahan, 1996; in: Key Competencies, 2002).

A kompetenciák értelmezésének hazai alapmunkája (Nagy, 2000) a kognitív kompetenciát az értelem szinonimájaként kezeli, és olyan információkezelő komponensrendszernek tekinti, amely információk felvételével, új ismeretek, tudás létrehozásával, továbbá önmaga módosulásával, fejlődésével szolgálja az embert. A kognitív kompetencia komponensei között ismeretek, rutinok, készségek, képességek, valamint motívumok találhatók, azaz a kognitív kompetencia (a még mindig gyakran megjelenő, szűkebb értelmezéssel ellentétben) nemcsak készségek, képességek együttese.

Ebből a modellből kiindulva a matematikai kompetencia a kognitív kompetencia részrendszereként, ugyancsak komponensrendszerként értelmezhető, melyben a terület-specifikus komponensek mellett általános, más területeken is működő komponensek is vannak. Ez azt jelenti, hogy a matematikai kompetencia működése és így fejleszthetősége sem korlátozódik csak a matematikára, hanem más tantárgyakban, sőt a mindennapi élet számos területén is alkalmazható és így fejleszthető is. Például a matematikai kompetencián belül igen jelentős az alapvető gondolkodási képességek, ezek között a logikus gondolkodás szerepe. Ám ezek a gondolkodási képességek, így a logikus gondolkodás sem matematika-specifikusak, helytelen lenne a fejlesztésüket egyedül a matematikatanítás feladatává tenni, vagy a fejlettségüket egyedül a matematikatanulás eredményeként értelmezni.

A kompetencia komponensrendszerként történő értelmezése összhangban van a nemzetközi szakirodalomban fellelhető, a matematikai tudásra vonatkozó újabb modellekkel. A matematikatanítás, a matematikai gondolkodás legismertebb kutatóinak egyike, De Corte (1977) a matematikai tudást négy komponens (1) a tantárgy-specifikus tudás, (2) heurisztikus módszerek, (3) metakognitív tudás és készségek, (4) érzelmi tényezők, például meggyőződés, szellemi beállítottság, érzelmek együttes birtoklásaként értelmezi. Kiemeli, hogy az az értékes tudás, amely felhasználható a valós problémamegoldó helyzetekben és a további tanulásban is.

A matematikai kompetencia tehát – némileg leegyszerűsítve – a matematikai tantárgyi ismeretek, a matematika-specifikus készségek és képességek, általános készségek és képességek, valamint motívumok és attitűdök együttese. Az alkalmazásképes tudás szempontjából nyilvánvalóan a kompetencia minden komponense fontos, de elsősorban mégis a matematikai készségeket és képességeket, a matematikai felhasználás szempontjából is fontos általános (nem terület-specifikus) készségeket és képességeket, valamint a matematikatanulással és a matematikai gondolkodással kapcsolatos motívumokat és attitűdöket érdemes figyelembe venni.

A pszichológiai kutatások, különösen az intelligencia faktoranalízisének eredményei jól hasznosíthatók a matematikai kompetencia értelmezése, struktúrájának és komponenseinek feltárása során. Fontos előny, hogy a vizsgálatok feltérképezték a készségek és képességek rendszerét, azonosították a rendszer elemeit, melyek között a matematikai alapkészségek és -képességek is szerepelnek. Lényeges az is, hogy az így kapott komponensrendszer minden eleme jól mérhető, bár sokszor inkább pszichológiai tesztekkel. A rendszer hiányossága éppen ez, azaz viszonylag távol áll a matematikatanítás és -tanulás gyakorlatától, kevés, a matematikatanulók számára is első pillantásra releváns elemet tartalmaz.

A rendszerszintű, nemzetközi összehasonlító vizsgálatok értékelési modelljei csak bizonyos vonatkozásokban, elsősorban szemléletükben hasznosíthatók a matematikai kompetencia értelmezése és komponenseinek értékelése során. Pozitívum, hogy a vizsgálatok (különösen az OECD PISA) értékelési rendszere egyértelműen kompetencia-orientált, felsorolja és példákon keresztül definiálja a matematikai kompetencia legfontosabb elemeit, illetve a komponensek működését bizonyító tanulói feladatmegoldó viselkedéseket. Ugyanakkor hiányosság, hogy nem egyértelmű a rendszer teljessége, emellett a felsorolt kompetenciák nagyon különböző komplexitásúak, ezért egyikük-másikuk önálló mérhetősége kérdéses.

2. A MATEMATIKAI ALAPKÉSZSÉGEK ÉS -KÉPESSÉGEK DIAGNOSZTIKUS ÉRTÉKELÉSE

A hetvenes-nyolcvanas évek kutatási eredményeit alkalmazva szemléletváltozás zajlik a hazai pedagógiai értékelési gyakorlatban. A hagyományos osztályozási és egyéb minősítési feladatok mellett növekszik az igény a kimeneti szabályozást hatékonyabban támogató diagnosztikus funkció működtetésére, már az országos mérésekben is megjelentek az erre irányuló törekvések. Ezzel párhuzamosan erősödik a szakértők által kidolgozott, standardizált mérőeszközök iránti kereslet, az évi rendszerességgel sorra kerülő országos mérések mellett igen sok iskola vesz részt a kutató-fejlesztő műhelyek, szolgáltató intézmények által meghirdetett mérésekben is.

Az értékeléssel mint a kimenetszabályozás eszközével szembeni követelmények sokrétűek. A legáltalánosabb elvárás az, hogy az értékelés adjon pontos információt a tanulók tudásáról, képességeiről, a pedagógus szakmai munkája szempontjából azonban igen lényeges az is, hogy az értékelés nyújtson hatékony segítséget a tanítás és a fejlesztés tervezéséhez. A társadalmi és oktatáspolitikai igények alapján pedig ezeken kívül el kell érni, hogy az értékelés lehetőséget adjon a minősítésre, a tanulók esetenkénti osztályozására, ezen kívül szükség esetén a tanulók, csoportok, mérések közötti összehasonlításra is.

Ezen feladatok ellátására, illetve igények kielégítésére a pedagógia értékelés háromféle típusa alakult ki, a diagnosztikus, a formatív és a szummatív értékelés. E

három értékelési típus részletes jellemzését először a hatvanas-hetvenes évek értékelésmethodikai szakirodalmában találjuk meg, legteljesebb formájában talán Bloom és munkatársai műveiben (Bloom, Hastings és Madaus, 1971). A hetvenes évek elején megjelent értékelési kézikönyvükben a három értékelési típus közötti különbséget abban határozzák meg, hogy a szummatív értékelés célja főképpen a tanulók minősítése, kategorizálása, a formatív értékelésé a tanulóhoz és a tanárhoz irányuló visszacsatolás, a hiányosságok feltárása, a diagnosztikus értékelésé pedig csoportba sorolás esetén az előzetes tudás és képességek felmérése, tanulási problémák esetén az okok meghatározása.

A célok különbözőségéből természetesen következik a többi jellemző is, mint például a háromféle típus szokásos helye a tanítási-tanulási folyamatban, vagy a háromféle értékelés jellemző tárgya, azaz a vizsgált területek köre. Bloom rendszere ezeken kívül még több szempontból is összehasonlíttja a három értékelési alaptípus működését és működtetését, módszereit és eszközeit is.

A hetvenes-nyolcvanas években fontos változások következtek be, jelentős új eredmények születtek a pedagógiai értékelés típusainak jellemzésében és főleg gyakorlati alkalmazásuk területén. Az egyik változás, hogy – elsősorban a német nyelvterületen és ennek nyomán hazánkban is – jelentősen kibővült a diagnosztikus értékelés értelmezése és feladatköre, de talán még fontosabb, hogy nagyjából kialakult ennek az értékelési típusnak az iskolai gyakorlata is (Vidákovich, 1990).

A kibővített értelmezés szerint a három értékelési típus közül a diagnosztikus pedagógiai értékelés fő funkciója a részletes információszolgáltatás a tanulók tudásáról, képességeiről, sőt szükség esetén egyéb jellemzőikről is. Így ez az értékelési típus különösen alkalmas arra, hogy a kimenetszabályozás hatékony segítője legyen. Ilyen feladatkörben már az alkalmazásának időpontja sem csak a tanítási-tanulási periódus eleje lehet, sőt, az innovációt megalapozó feladatkörben az alkalmazása leginkább a szakasz végén célszerű. Ekkor természetes igény, hogy a diagnosztikus értékelés valamilyen formában legyen alkalmas a tanulók minősítésére, osztályozására is.

A diagnosztikus értékelés legfontosabb jellemzője azonban nem másik két értékelési típustól eltérő funkciója (hiszen, mint az eddigiekből látható, ez az értékelési típus bizonyos esetekben el kell hogy lássa a másik két típus feladatait is), hanem a sajátos módszertana, a diagnosztikus értékelésre alkalmas feladatok és még inkább a diagnosztikus tesztek, tesztrendszerek készítésének és alkalmazásának módja.

Hazánkban a diagnosztikus értékelés módszertani alapjai már a hatvanas években kialakultak, elsősorban a Nagy József által irányított feltáró kutatásokban, országos mérésekben (Nagy, 1971; 1973; Nagy és Csáki, 1976). Az általa megfogalmazott és elsőként alkalmazott módszertani alapelvek lényegében ma is érvényesek, bár az elmúlt évtizedek sokféle diagnosztikus értékelési projektje során a módszerek és főleg a feladatírási, teszt szerkesztési technikák jelentősen finomodtak.

A diagnosztikus tudásszintmérések és képességvizsgálatok főbb jellemzőinek összehasonlítása több hasonlóságot, de különbségeket is mutat. A mérendő terület meghatározása során mindkét esetben részletes feltárást kell végezni. Ez a tudásszintmérések esetében tanterv- és tananyagelemzést jelent, a képességvizsgálatok esetében pedig a mérendő képesség értelmezését, rendszerének feltárását. A feladatírás, teszt szerkesztés fázisában a fő alapelv a lefedés, a tudásszintmérések esetében a tartalmak és a követelmények, a képességvizsgálatok esetében pedig a képességstruktúra minél teljesebb lefedése. Végül az értékelés, elemzés módszerei között is vannak a diagnosztikus funkciókat hatékonyan segítő eljárások. Ezek közül igen fontos a kritériumorientált értékelés, de jelentős a strukturális (általában kvalitatív) értékelés

szerepe is, hiszen ez mutatja meg a tanulói tudás és képességek minőségi különbségeit, és ezáltal a pedagógus további feladatait is.

A diagnosztikus mérőeszközök megfelelő jóságmutatóit a tesztfelvezetési módszerek következetes alkalmazása biztosíthatja (Vidákovich, 2001). Az első lépés a vizsgálandó tudás, illetve képesség rendszerének, struktúrájának feltárása, a teszt szerkesztés alapjául szolgáló taxonómia összeállítása. Ezt követi a tartalmakhoz és követelményekhez adekvát, illetve a képességstruktúra elemeinek megfelelő feladatok írása. A feladatsorok, tesztek szerkesztése során a diagnosztikus értékelés a tartalom- és követelményrendszer, illetve a képességstruktúra minél teljesebb lefedésére törekszik, ennek érdekében szükség esetén teszt sorozatokat, tesztbankokat dolgoz ki. A diagnosztikus elemzés a hagyományos minősítő értékelésnél sokkal többféle mutatót szolgáltat, ennek előfeltétele, hogy a mérőeszközöket reprezentatív mintán bemérjük, és a tudás elsajátítási szintjeit, illetve a képesség fejlődési folyamatait feltérképezzük. A populáció teljesítményei mellett az egy-egy csoportra, esetleg az egyes tanulókra jellemző sajátosságok megállapítása is igény lehet, ezért meg kell határozni a tudásterület optimális elsajátítási kritériumait, illetve a képességterület optimális fejlettségi kritériumait is.

3. A MATEMATIKAI ALAPKÉSZSÉGEK ÉS -KÉPESSÉGEK FEJLŐDÉSI TENDENCIÁINAK FELTÁRÁSA

A kutatás ezen szakaszában a célunk a matematikai alapkészségek és -képességek átfogó vizsgálata volt. Az alkalmazott tesztrendszer eredetileg a középiskolai írásbeli felvételikre készült. A felvételi eljárásra vonatkozó előírások szerint a megadott feltételeknek megfelelő hat és nyolc évfolyamos gimnáziumok mellett a négy évfolyamos középiskolákba jelentkezők számára is szervezhetnek, illetve előírhatnak a felvételi eljárást megelőző írásbeli vizsgákat az intézmények. Ezeket az egységes vizsgákat minden évfolyamon egységes feladatsorokkal kell lebonyolítani, a dolgozatok javítását és értékelését az iskoláknak egységes javítókulcsok alapján kell elvégezniük.

A felvételik céljaira olyan írásbeli feladatsorok szükségesek, amelyek alkalmasak az érintett középiskolák jelentkezőinek objektív felmérésére és a mérési eredmények alapján a szelekciós döntést megfelelően megalapozó mutatókat szolgáltatnak. A korábbi évek adatai szerint a hat és nyolc évfolyamos gimnáziumokba ilyen módon felvételiző tanulók általában a korcsoporton belül legjobban teljesítő 40-50%-ba tartoznak, az egységes írásbelin részt vevő nyolcadikosok köre viszont akár a korcsoporton belül legjobban teljesítő 80-90%-ot is átfoghatja.

A felvételi szelekciós jellege, ezen kívül az egyes populációk sajátos, egymástól eltérő összetétele miatt különösen ügyelni kell a feladatsorok reliabilitására. A hat és nyolc évfolyamos gimnáziumok felvételijéhez a kiemelkedő és a jó teljesítményű tanulók körében egyaránt jól mérő és kellően differenciáló tesztekre van szükség, a felvételiző nyolcadikosok tesztjeinek viszont ezen túlmenően a közepes és a gyengébb teljesítményű tanulók csoportjában is megfelelő reliabilitással, jól differenciálva kell működniük. Emellett mindhárom korcsoport esetében igen fontos a feladatsorok jó prognosztikus validitása, azaz a középiskolai tanulmányok során nagy valószínűséggel beváló, várhatóan továbbra is megfelelően teljesítő tanulókat kell kiválogatni.

A hat és nyolc évfolyamos gimnáziumi írásbeli felvételi vizsga koncepcionális kérdései a korábbi fejlesztések során nagyjából már tisztázódtak, és mind szakmai-értékelésmetodikai szempontból, mind az érintett iskolák többségének véleménye

szerint elfogadhatónak bizonyultak. A négy évfolyamos középiskolák egységes felvételijére a 2003/2004-es tanévben került először sor. A felvételi vizsga koncepciója hasonló volt a hat és nyolc évfolyamos gimnáziumokéhoz, azzal a különbséggel, hogy a feladatok között valamivel nagyobb arányban szerepeltek a tananyaghoz kötődő, hagyományos feladatok.

Az írásbeli vizsga feladatsorai csak feladatlapok (tesztek) lehetnek, hiszen egyébként sokkal nehezebb vagy költségesebb az egységes, objektív értékelés megoldása. Az előző tanévi felvételi eredmények és az iskolák visszajelzései alapján minden évben újra megvitatásra kerül, hogy milyen területek, tartalmak és követelmények milyen súllyal jelenjenek meg a feladatsorokban. Az írásbeli felvételen az iskolában fejlesztett alapkészségeket és -képeéseket érdemes mérni, különösen az eszköztudás körébe tartozó legfontosabb készségeket és képeéseket. Elsősorban az anyanyelvi, a matematikai képeések, illetve a gondolkodási képeések jöhetnek szóba.

Az eredmények szerint az ilyen jellegű feladatsorok értékelésmetodikai szempontból megfelelőek, a felvételizők szelekciójára alkalmasak. Ugyanakkor egyes feladatsorok ismétlődően alacsony országos teljesíttése azt jelzi, hogy ezek a tanulók nagy része számára nehezek. Mivel a felvételi eredmények a tanulók, a szülők és a felkészítő iskolák számára is fontos visszajelzést jelentenek, ezért évről évre újra átgondolandó és szükség esetén javítandó a feladatsorok összeállítása.

Az írásbeli vizsga időtartamát és az ez idő alatt megoldandó tesztek számát illetően évek óta kialakult és bevált megoldásokat alkalmaznak. Az írásbeli vizsga 2x45 perces időbeosztásához igazodva két 45 perces tesztet („anyanyelvi képeések” és „matematikai képeések”) állítanak össze. A meghirdetett két vizsgaidőpont miatt (egy tartalékkal számolva) mindkét típusú tesztből minden évfolyam számára három, lehetőleg ekvivalens, azaz azonos nehézségű és azonos módon differenciáló változatra van szükség. Így összesen 2x3x3, azaz 18 feladatlap készül, melyek szükség esetén a mérendő képeések szerint további részekre tagolhatók.

Az OTKA-kutatás során előkészített tesztrendszerrel három alkalommal, 2003-ban 4. és 6., 2004-ben és 2005-ben pedig 4., 6. és 8. évfolyamos tanulókból álló országos mintán végeztünk mérést. A több ezer tanulóval lezajlott mérések és az adatfeldolgozás költségeire az OTKA-támogatás nem lett volna elegendő, ezért ezeket a munkálatokat egy másik, OM projekt keretében végeztük el. Az eredmények elemzése viszont ismét az OTKA-kutatás támogatásával történt.

4. A MATEMATIKAI KOMPETENCIA EGYES ÖSSZETEVŐINEK VIZSGÁLATA

A matematikai kompetencia összetevőinek feltárásához, illetve az összetevők méréséhez részben a pszichológiai, részben a pedagógiai képeéskutatások eredményeit használhatjuk fel. Az ezek által vizsgált készségek és képeések sokaságából az alábbiakban csak a legfontosabbakat emeljük ki, elsősorban azokat, amelyeket saját kutatásunkban is szerepeltettünk.

Az intelligencia faktoranalitikus kutatása egy sor olyan összetevőt tárt fel, amelyek kapcsolatban lehetnek a matematikatanulással és a matematikai gondolkodással, és így a matematikai kompetencia komponenseinek is tekinthetők. Ezek az összetevők (többségükben készségek és képeések) nagyon különböznek egymástól a struktúrájukban, bonyolultságukban. Közülük egyesek nyilvánvalóan megfelelnek a

matematikatanítás szakirodalmából is ismert készségeknek, képességeknek, míg mások inkább a matematika szempontjából is fontos szerepet játszó általános készségek és képességek.

A gondolkodási képességek között több olyan is van, amelyek ugyan nem kifejezetten terület-specifikusak, a matematikai tudásra mégis jellemzőek lehetnek. Ezek a képességek ugyanis jól mutatják az egyén általános értelmességét, és mint ilyenek, általában jól korrelálnak a matematikai eredményességgel is. Az általános gondolkodási képességek, a rendszerezés, a kombinativitás, a deduktív, az induktív, valamint a mennyiségi következtetés egyaránt jól mérhetőek, akár már a kisgyermekkorban is.

A deduktív és az induktív következtetés jelentősége kiemelkedő, ezeket a szakirodalom is részletesen tárgyalja (Nesher és Kilpatrick, 1990). Régóta zajlik a vita, hogy vajon a dedukció vagy inkább az indukciónak, illetve az intuíciónak játszik-e jelentősebb szerepet (Hadamard, 1954). Egyértelmű, hogy a matematikai gondolkodás magasabb szintjein, mint például a problémamegoldásban növekszik az induktív következtetések szerepe.

A mennyiségi következtetés már egyértelműen alapvető matematikai gondolkodási képesség, azaz egyike a matematika-specifikus képességeknek. Kapcsolódó intelligencia-komponensek a számlálás, a számolás, a számolásos következtetés (például az arányosságok kezelése), ezek mind a matematikai kompetencia kulcselemei, alkalmazásuk az egyszerű szöveges feladatok megoldásában teljeseedik ki. Ugyanakkor ezekben a feladatokban a nehézséget általában nem a számolás, hanem a problémareprezentáció jelenti.

A nyelvi kommunikáció és a vizuális kommunikáció komponensei általában nem matematika-specifikusak. Olyan készségek, képességek tartoznak ide, amelyek a tanulás során sokféle tantárgyban fejleszthetők. Ezek mérésével – a szövegértés kivételével, lásd a beszámoló előző részét – kutatásunkban nem foglalkoztunk.

A matematikai kompetencia hagyományosan fontosnak tekintett komponensei a feladat- és problémamegoldás készségei, képességei. Ezek a tudásszerző képesség részei (Nagy, 2000). A feladatmegoldás alapkészségei erősen matematika-specifikusak. A matematikai tudás szempontjából a legfontosabb készségek közé tartozik a számlálás és a számolás, melyek nyelvi alapjaik révén a kommunikációs képességhez is kapcsolódnak. Ezek a készségek jól mérhetőek, bizonyos szinten akár már kisgyermekkorban is.

A problémaérzékenység, valamint az eredetiség és a kreativitás ugyancsak jól mérhetőek, bár tesztelésük módszerei kevésbé ismertek a matematikatanítás szakemberei körében. A tanulási képességek csoportjában a memória terjedelme, az asszociatív memória, az értelmes memória a meghatározó komponensek. Ezek mérésére kutatásunkban nem került sor.

Az utóbbi években a matematikai tudást értékelő nemzetközi összehasonlító vizsgálatok, elsősorban az OECD PISA vizsgálat, de más felmérések is egyre hangsúlyosabban alkalmazzák a matematikai tudás műveltség-, illetve kompetencia-alapú megközelítését. Ez ezekben az esetekben azt jelenti, hogy a tudás elsajátításának, illetve birtoklásának kritériumai között vezető szerepet kap az alkalmazás, mégpedig többnyire a mindennapi életet idéző feladathelyzetekben vagy a valóságban.

Ezekben a vizsgálati modellekben a matematikai kompetencia sokféle összetevőjére utalnak, illetve fogalmazznak meg kritériumokat. A 2000-es OECD PISA vizsgálat szakmai anyaga (PISA 2000, 2001) szerint a matematikai kompetencia olyan felkészültség, mely alkalmassá tesz a matematikai problémák azonosítására, megértésére és kezelésére, és arra, hogy megalapozott véleményt formáljunk a

matematikának az egyén jelenlegi és jövőbeni szakmai pályafutásában, magánéletében, családi és társadalmi kapcsolatainak alakításában betöltött szerepéről. A matematikai kompetencia lényeges eleme a matematikai tudás megfelelő használata, a matematika már nemcsak az iskolai tanterv egy szegmense, ezért a fejlesztésnek a tanterv több részét is át kell hatnia.

Az értékelés szempontjából igen fontosak a matematikai kompetencia összetevői és szerkezete. A PISA 2000 vizsgálat szakmai anyagaiban nyolc komponens jelenik meg: (1) gondolkodás, következtetés; (2) érvelés, bizonyítás; (3) kommunikáció; (4) modellezés; (5) problémafelvetés és -megoldás; (6) reprezentáció, megjelenítés; (7) szimbolikus és formális nyelv és műveletek; (8) eszközök használata. Ezeket a komponenseket a PISA 2000 anyag készségeknek nevezi, valójában közöttük készségek és képességek vegyesen szerepelnek.

A felsorolt készségek, képességek alapján három csoportot (klaszt) képeznek, a reprodukív, az integratív és a kreatív klasztert (Vári, 2003 alapján). A reprodukív csoport készségeinek, képességeinek birtoklása az alapvető ismeretek alkalmazására, a rutin számítások, eljárások végrehajtására, sztenderd szimbólumok és képletek használatára tesz alkalmassá. Az integratív csoport készségei, képességei a tanult ismeretek és eljárások kombinálását, a tanult stratégiák továbbfejlesztését, új módszerek alkalmazását is lehetővé teszik. Ebben a csoportban már az eredmények értelmezése, a megoldások ellenőrzése, következtetések levonása is lehetséges. A feladatok nem rutin jellegűek, bár a szituációk ismerősek. A kreatív csoport készségei, képességei újszerű szituációk kezelésére, új eljárások megtervezésére, végrehajtására, az eredmények értelmezésére és megfelelő kommunikációjára is alkalmasak. A feladatok megoldása magas szintű matematikai gondolkodást, modellezést, fejlett kommunikációt és eszközhasználatot igényel.

A nemzetközi vizsgálatok is hangsúlyozzák a megfelelő tartalmak és a valósághű kontextusok (szituációk) jelentőségét. Ezért részletezik az értékelendő tartalmi területeket és a megjelenítendő szituációkat is. A tartalmak köre a 2000-es és a 2003-as vizsgálatban is négy csomópont, a mennyiség, a tér és alakzat, a változás és összefüggések, valamint a bizonytalanság köré szerveződik. A megjelenítendő szituációk közé a személyes, az oktatási, a foglalkozási, a társadalmi és a tudományos kontextusok tartoznak (Vári, 2003).

Az OTKA-kutatás keretében kidolgozott eszközökkel 2005-ben, 5., 7. és 9. évfolyamos tanulókból álló országos mintán végeztünk mérést. A több ezer tanulóval lezajlott mérés és az adatfeldolgozás költségeire az OTKA-támogatás nem lett volna elegendő, ezért ezeket a munkálatokat egy másik, HEFOP 3.1.1. projekt támogatta. Az eredmények elemzése még folyamatban van, ezt szintén a HEFOP 3.1.1. projekt finanszírozza.

IRODALOM

- Bán Sándor (2002): Gondolkodás a bizonytalanról: valószínűségi és korrelatív gondolkodás. In: Csapó Benő (szerk.): Az iskolai tudás. Osiris Kiadó, Budapest, 231-260. o.
- Bloom, B. S., Hastings, J. Th. és Madaus, G. F. (1971): Handbook on formative and summative evaluation of student learning. McGraw-Hill, New York, etc.
- Campbell, J. I. D. (szerk., 1992): The Nature and Origins of Mathematical Skills. North-Holland, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, etc.

- Carroll, J. B. (1996): Mathematical abilities: some results from factor analysis. In: Sternberg, R. J. és Ben-Zeev, T. (szerk.): *The Nature of Mathematical Thinking*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, 3-25. o.
- Cobb, P. (szerk., 1994): *Learning Mathematics. Constructivist and Interactionist Theories of Mathematical Development*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, etc.
- Coolahan, J. (1996): ... Council of Europe, 26. o.
- De Corte, E. (1997): A matematikatanulás és -tanítás kutatásának fő áramlatai és távlatai. *Iskolakultúra* 12. sz., 14-29. o.
- Dobi János (szerk., 1994): *A matematikatanítás a gondolkodásfejlesztés szolgálatában*. PSZMP - Calibra - Keraban, Budapest.
- Dobi János (2001): A matematika tanulásának affektív feltételei. In: Csapó Benő és Vidákovich Tibor (szerk.): *Neveléstudomány az ezredfordulón*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 268-279. o.
- Halpern, D. F. (szerk., 1992): *Enhancing Thinking Skills in the Sciences and Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Hillsdale, New Jersey.
- Key Competencies. A developing concept in general compulsory education (2002). Eurydice.
- Kilpatrick, J. (1994): Mathematics instruction. Contemporary research. In: Husen, T. és Postlethwaite, T. N. (szerk.): *The International Encyclopedia of Education*. 2nd edition. Pergamon Press, Oxford, 3647-3652. o.
- Nagy József (1971): *Az elemi számolási készségek mérése*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Nagy József (1973): *Alapműveleti számolási készségek. (Standardizált készségmérő tesztek 1.) Acta Universitatis Szegediensis de Attila József Nominatae, Sectio Paedagogica, Series Specifica, Szeged.*
- Nagy József (2000): *XXI. század és nevelés*. Orisis Kiadó, Budapest.
- Nagy József és Csáki Imre (1976): *Alsó tagozatos szöveges feladatbank. (Standardizált készségmérő tesztek 2.) Acta Universitatis Szegediensis de Attila József Nominatae, Sectio Paedagogica, Series Specifica, Szeged.*
- Nesher, L. P., Cobb, P., Goldh, G. A. és Greer, B. N. J. (szerk., 1996): *Theories of Mathematical Learning*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey.
- Nesher, L. P. és Kilpatrick, J. (szerk., 1990): *Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge University Press, Cambridge, England.
- Perrenoud, P. (1997): *Construire des compétences dès l'école. Pratiques et enjeux pédagogiques*. ESF, Paris.
- Rickart, Ch. (1996): Structuralism and mathematical thinking. In: Sternberg, R. J. és Ben-Zeev, T. (szerk.): *The Nature of Mathematical Thinking*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, 285-300. o.
- Skemp, R. R. (1975): *A matematikatanulás pszichológiája*. Gondolat Könyvkiadó, Budapest.
- The PISA 2003 Assessment Framework (2003). OECD.
- Vári Péter (szerk., 2003): *PISA-vizsgálat 2000*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- Verschaffel, L., De Corte, E. és Lasure, S. (1994): Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction* 4. sz., 273-294. o.
- Vidákovich Tibor (1990): *Diagnosztikus pedagógiai értékelés*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

- Vidákovich Tibor (1993): Diagnosztikus tesztbankok. In: Vidákovich Tibor (szerk.): Pedagógiai diagnosztika 2. Alapműveltségi Vizsgaközpont, Szeged, 7-23. o.
- Vidákovich Tibor (2001): Diagnosztikus tudásszint- és képességvizsgálatok. In: Csapó Benő és Vidákovich Tibor (szerk.): Neveléstudomány az ezredfordulón. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 314-327. o.
- William, D. és Black, P. (1996): Meanings and consequences: A basis for distinguishing formative and summative functions of assessment. *British Educational Research Journal* No. 5, pp. 537-548.

Szeged, 2006. április 14.

Vidákovich Tibor
a kutatás vezetője