

## Hagyományos és problémaorientált feladatlapok az iskolai gyakorlatban

*Magyarországon a matematikatanításban az úgynevezett hagyományos oktatás a leelterjedtebb. Emellett a sokféle egyéb oktatási irányzat közül főleg a problémamegoldó tanítási stílus jelenik meg az iskolai gyakorlatban, ám a tanárok általában nem használják tudatosan munkájuk során. A tanulmány az említett két tanítási módszer jellemzőivel és lehetőségeivel foglalkozik konkrét példán, ötödikes tanulók számára, gyakorlatilag azonos témához (törtek bevezetése) készített két feladatlap segítségével. A feladatlapok szerkezete és a feladatok közötti összefüggések vizsgálata mellett sor kerül a feladatok kompetencia-alapú elemzésére is. A vizsgálat kiegészül a feladatlapok iskolai kipróbálásának (4 iskolában) tapasztalataival.*

A tanulmányban két feladatlappal foglalkozom, amelyek ötödikes gyerekek számára készültek azzal a céllal, hogy törtekkel kapcsolatos ismereteiket a témakörrel való foglalkozás kezdeti szakaszában gyakorolják, elmélyítsék és kiegészítsék. A két feladatlap elkészítésénél a Magyarországon leginkább elterjedt hagyományos és problémaorientált tanítási stílust vettem alapul, a tananyag elrendezése szempontjából a következő stílusjegyekkel.

A hagyományos oktatás jellemzői: Az ismeretsajátítás a szokásos menet szerint történik: új anyag ismertetése, közvetlen alkalmazás, gyakorlás, további alkalmazások és összetettebb feladatok. A tanár „tanítja” a tanulókat, így elsősorban a bemutatott anyag utánzására ösztönzi őket, miközben a tantervi anyag elsajátítására koncentrálnak. Meg van győződve arról, hogy a tanulók (csak) azt tanulják meg matematikából, amit megtanítanak nekik.

A feladatok a tananyag feldolgozásához illeszkednek, különböző, a tananyaggal kapcsolatos célok elérését segítik elő, általában egymástól függetlenek és kis lépésekben vezetik a tanulót. A gyakorlás a későbbiekben számon kérendő ismeretekre helyezi a hangsúlyt. A feladatok megoldásait általában gyorsan lehet „jó”-nak vagy „rossz”-nak értékelni, mivel a tanulók egyéni elgondolásai, esetlegesen különféle eredményre vezető megoldási módok nem kerülnek elő.

A tanuló igyekszik tökéletes megoldásokat készíteni, és elveti azokat az ötleteket, amelyek ehhez nem segítik hozzá. Hozzászólásaiban inkább a teljes megoldás ismertetésére szorítkozik (ha szerinte tud ilyet). A tanulók általában egyénileg dolgoznak. A jobban teljesítők időnként további feladatot kapnak, de az osztály jellemzően azonos ütemben halad. A megoldásokat közösen beszéljük meg; a jó megoldást leginkább saját eredményüknek tartják.

A problémamegoldó stílus jellemzői: Az ismeretsajátításban központi szerepet kap a felvetett probléma, amelynek megoldásához ismeretrendezésre, problémamegoldó stratégiák kiválasztására van szükség, és nem maradhat el a talált, lehetőleg többféle megoldási mód vizsgálata (reflexió) sem. Definíciók, megjelölések itt is előzetesen közlésre kerülnek, ám a fogalmakat, tételeket problémába ágyazva tárgyalják.

A tanár inkább a tanulói aktivitást igyekszik elősegíteni, így az önálló felfedezést, a rendezett „kutatást” ösztönzi, elsősorban a megfelelő tanulói tevékenységre koncentrálnak.

va. Meg van győződve arról, hogy a tanulóknak is vannak használható matematikai ötleteik, és hogy ezek beépíthetők ismereteikbe.

A feladatok általában összefüggnek egymással, gyakoriak közöttük a „nagy lépések” és a differenciálásra is lehetőséget teremtnek. Legnagyobb számban elmélyítő, kiegészítő gyakorlófeladatok szerepelnek.

A tanulók egyéni, esetleg különböző eredményre vezető elképzeléseit közösen megvitatják. A tanuló igyekszik tökéletes megoldásokat készíteni, de azokkal az ötletekkel is foglalkozik, amelyek nem vezetnek ilyenekhez, és ezeket a feladat megbeszélésekor megemlíti. A tanulók leginkább párokban vagy különböző szempontok szerint szervezett csoportokban dolgoznak (ezek szervezése függ az adott feladattól, és történhet például a tanulók teljesítménye alapján); gyakran átélik, hogy órai munkájuk eredménye az egész osztály együttes munkájának köszönhető.

A gyakorlatban a tanárok leginkább egyéniségüknek, tanításról alkotott elképzelésüknek, tapasztalataiknak megfelelően alkalmazzák e két stílus valamilyen elegyét. Így inkább hagyományosnak vagy inkább problémamegoldónak mondható stílus szerint tanítanak (lásd még *Ambrus*, 1995; *Zimmermann*, 1981).

Az első feladatlap (I) hagyományos feladatokat tartalmaz, míg a második lap (II) részben egymásra épülő feladatok megoldásával arra is alkalmas, hogy a tanulók egyénileg dolgozva bővítsék ismereteiket. Ez utóbbi lapon szokatlan feladatok is szerepelnek, amelyek megoldása többféle szempontból is problémahelyzet elé állítja a tanulókat.

A két feladatlapot négy különböző iskola ötödikes tanulói, 4 tanulócsoporthban (A, B, C, D) összesen 85-en oldották meg a 2004/2005-ös tanévben. A munkában önkéntesen részt vevő tanárok külön lapon kaptak „elígazítást”, amelyen többek között megkértem őket, hogy

- jellemezzék röviden az osztályt matematikatanulás(i kedv) és tudás szempontjából,
- döntsék el, hogy egy vagy két órában oldja meg osztályuk a két lapot; de adják meg, hogy melyik változatot választották,
- lehetőleg a törtek tanulásának bevezető részében dolgozzanak a lapokkal, és jelezzék, hogy abban az évben már körülbelül hány órában foglalkoztak törtekkel,
- a gyerekek önállóan dolgozzanak, de ha kell, kérhessenek segítséget (ezt adott esetben jelezzék),
- írják le, melyik feladatokat találták a tanulók nehéznek, és azt is, melyik feladat tetszett, illetve nem tetszett a tanulóknak.

A tanári válaszok alapján az egyes tanulócsoportokról a következőket tudhattuk meg:

A:

- Átlagos képességű osztály (18 fő), többségük szereti a matematikát, sok mindent jól tudnak már a törtek témaköréből az alsó tagozatos tanulmányaik alapján,
- 2 órában oldották meg a feladatlapokat,
- ebben az évben még nem foglalkoztak a törtekkel,
- nehéznek tartották az I/4d, 5c, 6, 7 és a II/2, 3, 4, 5b feladatokat.

B:

- Jó képességű csoport (14 fő), szívesen tanulják a matematikát, sok a jól dolgozó, szorgalmas gyerek,
- 1 órában oldották meg a két feladatlapot,
- már előkerült az idén a tört fogalma, a törtrész meghatározása, a tört ábrázolása számegegyesen,
- nehéznek találták a II/1, 3, 4 feladatokat, és a tanár úgy vélte, hogy a II/3 feladat „nem szerencsés, talán hibás is. Az a) ábra 1/4 helyett 1/2-t ad meg, azt hiszem ezzel a feladat határozatlanná válik. (Ha 4 ábrából kettő nem illik a sorba, az már nem kakukk-

tojas.), illetve ha 3 ábrába 1 nem illik, akkor szinte tetszőlegesen folytathatja a gyerek. 4. feladat. Ebben a két feladatban a gyerekek az első ábrát gyakran kimondatlanul is 1/4-nek vették.”

C:

- Vegyes csoport (27 fő), „szélsőséges összetételű osztály” (10–12 versenyképes, 4–5 nagyon gyenge), a matekot a többség szereti,
- 2 órában írták a feladatlapokat,
- már foglalkoztak valamennyit törtekkel,
- nehézségről, problémáról nincs információ.

D:

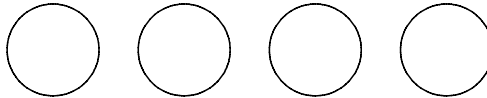
- Az osztályon belül (26 fő) nagy eltérések vannak, a középmezőny azonban szorgalmas és együttműködő,
- 2 órában írták a feladatlapokat,
- a törtek témakörével nemrég (3–4 órája) kezdtek foglalkozni,
- időnként gond volt a feladatok megértésével, nehéz az I/4, 6 feladat.

A tanárok szerint a gyerekek általában szívesen dolgoztak a lapokon; részletes vélemény arról, hogy melyik feladat tetszett, illetve nem tetszett, csak az A csoport esetében érkezett (☺, ☹ formában). Nekik legjobban az I/5. feladat (5 tetszett, 1 nem tetszett szavazat), legkevésbé a II/2 feladat (8 nem tetszett, 1 tetszett szavazat) tetszett. Ebben a csoportban azonban azok, akiknek tetszett egy feladat, azt általában nem vagy csak részben oldották meg jól. A II/3. feladat 4 tanulónak tetszett, 1-nek kifejezetten nem, a többi nem nyilvánított véleményt. A II/4 3 tanulónak tetszett és 3 tanulónak nem tetszett. A II/5 feladat 2 tanulónak tetszett, 1-nek nem tetszett. A többi feladattal összehasonlítva ez utóbbi volt a „legközömbösebb” (azaz a legtöbb tanulónak közömbös) feladat.

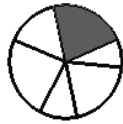
## A feladatlapok

### I. Feladatlap

1. Egyenlő köreid vannak. A körök egy egységet jelentenek. Színezd be a körök egy negyedét, egy nyolcadát, három nyolcadát, egy harmadát!



Béla azt állítja, hogy egyhatod részt színezt be. Igaza van-e?



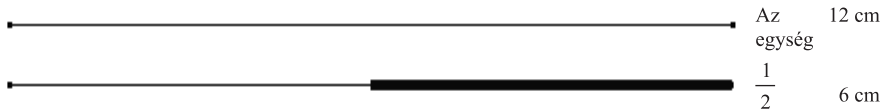
2. Színezd be a csillagok háromnegyed részét pirossal! Hány piros csillagod van? Meg tudod mondani, hogy a csillagok hányad része nem piros?



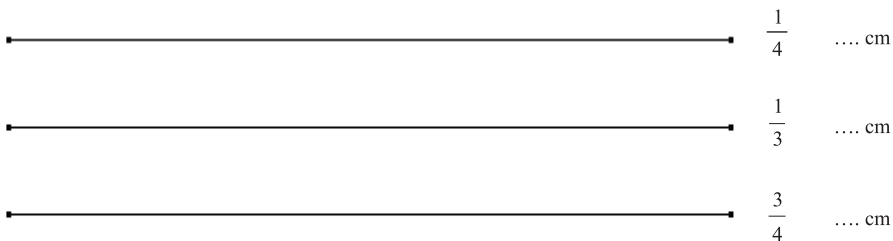
$\frac{3}{4}$  (három negyed), azt jelöli, hogy az „egy negyedből“ hármat vettünk. A törteknél szokásos jelölések:

$$\frac{3}{4} \begin{array}{l} \text{számláló} \\ \text{törtvonal} \\ \text{nevező} \end{array}$$

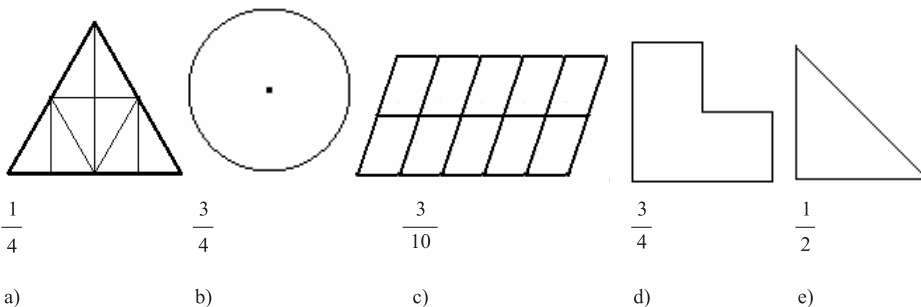
3. Törteket szakaszokkal is szemléltethetünk:



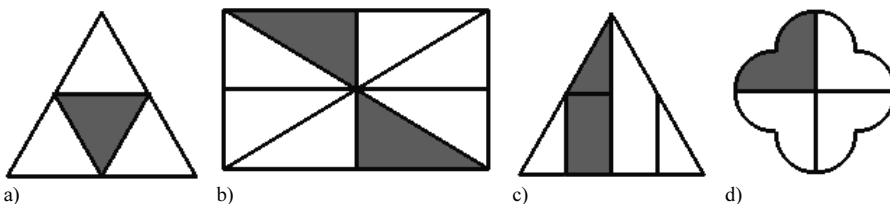
Jelöld be a megadott részeket a szakaszokon (12 cm):



4. Minden alakzat egy egységet jelent. Színezd ki bennük a megadott részeket!



5. Mekkora rész van színezve, ha minden alakzat egy egységet jelent?



.....

6. Rajzolj egy 15 cm-es szakaszt! Ez az egység. Színezd pirossal az 1/3, kékkel a 3/5 részét!

.....

7. Vasárnap egy osztály  $\frac{3}{4}$  része kiránduláson vett részt. Hány tanuló volt kirándulni, ha az osztály létszáma 32? (Rajzolhatsz is, ha akarsz!)

.....

## II. Feladatlap

1. Egyforma téglalapokat rajzoltunk. Színezz különbözőképpen :

Egy fél				
Egy negyed				
Egy nyolcad				

Egy felet röviden így jelölünk:  $\frac{1}{2}$  (1 osztva 2-vel). Ez a jelölésmód azt jelenti, hogy az egészet két egyenlő részre osztottuk, és a részek közül egyet vettünk.

Hogyan írnád fel a feladatban szereplő többi törtet?

.....

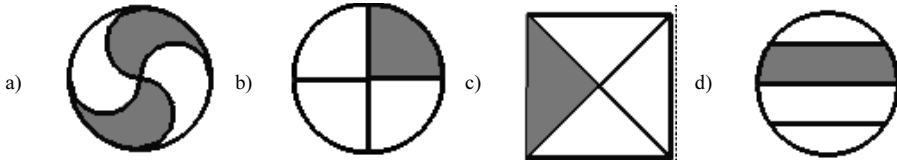
2. Keres a törtek között több megoldást!

.....

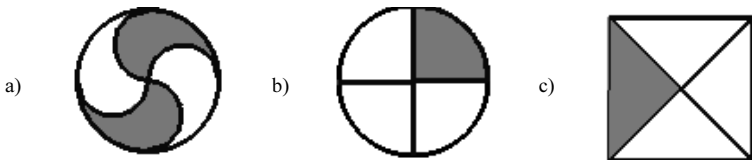
$$\frac{1}{2} < \square < \square < \dots$$

$$\dots < \square < \square < \frac{1}{2}$$

3. Kakuktkojás keresése (melyik nem illik a sorba szerinted?)  
Miért döntöttél így, írd le!



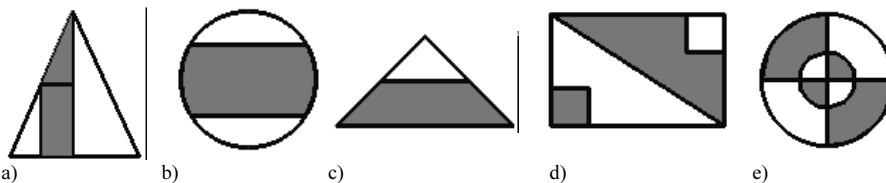
4. Adj meg két további tagot, amelyek illenek a sorba!



Miért ezeket választottad?  
Tudsz másféle megoldást is?

.....

5. Meg tudod mondani mekkora a színezett rész, ha egy-egy alakzat egy egységet jelent?



A feladatlapok megoldásainak részletes elemzése: Ambrus, 2005.

A továbbiakban először a feladatlapok szerkezetét és ezzel összefüggésben a feladatok kapcsolatait vizsgálom, majd ennek figyelembevételével elemzem a tanulói megoldásokat.

### A feladatlapok szerkezete és összefüggések a feladatok között; a tanulói megoldások elemzésének szempontjai

Az első lap feladatai folytonos és diszjunkt mennyiségek törtrészének kiszámításával foglalkoznak már ismert feladattípusok segítségével.

Az első három feladatban a törtrész leolvasásához kész „eszköz” (ábra) áll a tanulók rendelkezésére, a negyedik és ötödik feladatban nekik kell esetenként kiegészíteni az ábrát.

Az első három feladat a törtek fogalmának alapismereteit veszi át (egyenlő részekre osztás, törtrész ábrázolása, törtrész megnevezése, jelölése, elnevezések), már ismert modelleken dolgozva.

A negyedik és ötödik feladat az ismeretek alkalmazását jelenti; e két feladat (adott törtrész beszínezése, beszínezett rész nagyságának megadása) egymás inverzének tekinthető. A részfeladatok ebben a két feladatban nem nehézségi sorrendben követik egymást. E két feladat az előbbieken kívül annyiban függ össze, hogy az  $1/5e$ , ami könnyű feladat, segítséget adhat a  $1/4d$  megoldásához. Az  $1/4d$  így készíthető felosztása nem könnyű, és nem is várható el előzmények nélkül a tanulóktól. Feltételezhető, hogy aki ilyen felosztással oldotta meg a  $4d$ -t, az vagy ismerte a feladatot (ami általában nem jellemző), vagy az  $5e$  megoldása után visszatért a  $4d$  megoldásához (ez a várható). Megnéztük, hogy aki jól megoldotta az  $1/5e$ -t, azok közül hányan oldották meg ezzel a felosztással a  $1/4d$ -t, azaz hány esetben segítette az  $5e$  feladat a  $4d$ -t. Ez azt is jelenti általában, hogy ezek a tanulók a feladatokat nemcsak egymás utáni sorrendben oldották meg, hanem átgondolva, hol van problémájuk, képesek voltak arra is, hogy visszalépjenek, amikor új ötlethez jutottak.

Az  $1/6$ . feladat „rokona” a 3.-nak, de ebben az előbbi feladatban egy szakaszon a tanuló végzi a szükséges méréseket és számításokat. Feltehető, hogy aki tudta a 3. feladat helyes megoldását, azt átgondolva ezt is helyesen oldotta meg.

A 7. feladat törtrész kiszámításával kapcsolatos. A 2., 3. és 7. feladat azonos tartalmú, az utóbbi esetben nem kötelező az ábrázolás, míg az előbbieket megoldásához hozzátartozik.

A második lap 1. feladata többféle jó beszínezést kér, azaz több megoldást adott törtrész megadásához. Mivel a tanulók korábbi tanulmányaik során feltételezhetően már többféleképpen megadták egységtéglalap törtrészét, a feladat megoldásához rendelkeztek kellő előzetes tapasztalattal. A nehézséget, a problémahelyzetet egyrészt a többféle jó megoldás megkeresése jelenti (kiválasztás a bennük élő képekből egyéni megfontolás segítségével), hiszen megadott felosztás most nem segíti a megoldást, másrészt pedig a megoldás megfelelő lejegyzése. Gyakorlatilag egy nyitott feladattal állunk szemben, hiszen több megoldást kell megadni ugyanarra a feladatra.

A  $II/2$  második része a  $II/1$ . feladatra épül(het), amennyiben a megoldás az egység egymás után végrehajtott többszöri felezésének felhasználásával készül. A 2. feladat első ré-

sze annyiban kapcsolódik az első feladathoz, hogy jó megoldás adható meg úgy is, ha az "-ból" rendre „egyre többet” veszek, például  $2/2$ ;  $3/2$ ;  $4/2$ .

A  $II/2$  feladat azért nehéz, mert egy feladaton belül kell váltani ( $1/2$ -hez képest kisebb, nagyobb tört megadása; számláló, nevező figyelése).

Nem megszokott jelenség, hogy egy magyar matematikafeladatban kakukktojás keresésére kerül sor, amint ez a  $II/3$  feladat esetében történik. Pedig ezek a feladatok különböző ismeretek gyakran hagyományostól eltérő alkalmazásán túl jó lehetőséget biztosítanak arra, hogy vélemények ütközzenek, különböző elgondolások kerüljenek megvitatásra, ezenfelül motiváló hatásuk is van. Ez a feladat is a „nyitott” feladatok körébe tartozik, hiszen többféle jó megoldása van. A törtekkel kapcsolatos „környezet” miatt azonban elsősorban a törtek témaköréből várhatók megoldások.

Várható helyes megoldások törtekkel kapcsolatban:

A d), mivel ebben az esetben nem határozható meg, mekkora a színezett rész.

A d), mivel nem tudom megadni a színezett rész nagyságát (míg a többi esetben igen).

A d), mivel a kört nem egyenlő részekre osztották.

A tanulóknak meg kellett indokolniuk válaszaikat, hiszen abból látszik, hogy elfogadható-e a megoldás. Például a d) helyes válasz, ha az indoklásban utalás van arra, hogy ebben az esetben nem egyenlő részekre történt a felosztás. Viszont helytelen válasz abban az esetben, ha az indoklás szerint „nem az alakzat negyede lett beszínezve”. Ugyanis így a megoldó helytelenül azt állítja, hogy a többi három alakzat esetében a negyed színezett. Hasonlóan helytelen és helyes is lehet az a) mint „kakukktojás”. Helytelen, ha az indoklás az, hogy itt „nem a negyedrészt színezett”, vagy hogy „mert itt két negyed van beszínezve”. Ebben az esetben a megoldó feltételezi, hogy a többi esetben azonos rész, azaz egy negyed a színezett.

Várható nem törtekkel kapcsolatos helyes megoldások:

Az a), mivel itt nem egyenes szakaszokkal osztották fel az alakzatot.

Az a), mert azon két rész van beszínezve, míg a többi esetben csak egy.

A c), mivel az nem kör.

A feladat abból a szempontból is problémahelyzet elé állítja a tanulókat, hogy akár törtes, akár nem törtes megoldást keres, nem jut célhoz közvetlenül az ismert eljárások között keresgélve, hiszen az ábrákat egyenként, illetve párosával, valamint együtt is vizsgálnia kell. Amennyiben a törtes megoldás keresésénél marad, úgy véleményünk szerint az I. feladatlap 1., 4., 5., valamint a II. feladatlap 1. feladata segítheti a megoldást, hiszen ezek alakzatok törtrészének meghatározását gyakoroltatják többféle módon. Az is lehet, hogy a  $II/3$  feladat „törtes” megoldása azért sikerül, mert a tanuló kellő ismeretekkel rendelkezik a törtekről, és ezt az említett 4 feladat lényegileg jó megoldása mutatja.

Az, hogy a tanuló nem törtes megoldást keres, várhatóan egyrészt abban az esetben fordul elő, ha a törtekkel kapcsolatos ismeretei eléggé biztosak, a két lap feladatai nem okoznak különösebb nehézséget, így van ideje és energiája ebből a gondolatkörből kilépve is gondolkodni. Másrészt abban az esetben, ha a törtekkel még igen nehezen dolgozik, vagy általában nem szereti a szokásos matematikafeladatokat, így szívesebben választ más tartalmú megoldást. Az előbbi esetek többféleképpen „keverten” is előfordulhatnak.

Ha a tanuló azt válaszolta, hogy a sorba nem illő d) jelű ábra a „kakukktojás”, mert nincs egyenlő részekre osztva, ez az egyébként helyes válasz még nem jelenti azt, hogy tudja, alakzat törtrészének meghatározásához szükséges a megfelelő egyenlő részekre osztottság megléte/lehetősége. Ez az indoklás ugyanis adódhat csupán abból, hogy például a szimmetriaérzéke szerint válaszolt. Erre a jelenségre utalhat az, ha a  $II/3$ . feladat helyes megoldása esetén az  $5/b$  feladat megoldása nem megy. Ha viszont az szerepel a válaszbán, hogy a d) esetet azért választotta, mert ebben nem tudja meghatározni a színezett rész nagyságát (míg a többiben igen), akkor várhatóan az  $5/b$ -re is jó megoldást ad.

Véleményünk szerint a „kakukktojáskeresés” mellett, hogy meghatározhatatlan nagyságú területrészt is szerepeltet, kizökkenti a tanulókat a szokásos feladatmegoldási rutinból, így segíthet abban, hogy nem szokványos válaszokat is le merjenek írni. Ugyanis az 5b helyes megoldását – azaz hogy nem tudni, mennyi a színezett rész – gátolhatja az iskolai gyakorlat, mely szerint a „nem tudom” tárgyi hiányosság esetén használatos, valamint, hogy matematikaórán a feladatoknak konkrét megoldása szokott lenni. Emiatt a tanuló elbizonytalanodhat, jól gondolkodott-e, ha nem tud ilyen megoldást adni, és esetleg nem ír semmit.

Vélhetően tehát a jó megoldásra gondolt szerintünk az, aki az 5. feladat esetében például csak a b) feladatra nem írt semmit (nem merete leírni, hogy „nem tudom”), és így a helyet alatta üresen hagyta, ám a többi részfeladatot helyesen megoldotta. Az előforduló néhány ilyen esetben az 5b és ezzel a teljes feladat megoldását helyesnek vettem.

A II/4.-hez összesen 2, részben jó próbálkozás akadt, ami arra utal, hogy ez szokatlannabb volt, mint a II/3. Értékelhető megoldások hiányában ezzel a feladattal ebben a részben nem foglalkozom.

### A feladatokban megjelenő matematikai kompetenciákról

A matematikai kompetencia fogalmát Mogens Niss (2003) rendszere szerint használom. A matematikában kompetensnek lenni Niss (szerint a matematikai tartalom ismeretének, megértésének, használatának és kidolgozásának képességét jelenti matematikán belüli és kívüli kontextusok esetében. A matematikai kompetencia jól felismerhető, fő alkotórésze az előbbi képességek, a különféle kompetenciák pedig nem feltétlenül függetlenek egymástól.

Niss a következő fő kompetenciákat tartja számon:

1. matematikai gondolkodás képessége (Mathematical thinking skill),
2. matematikai érvelés képessége (Mathematical argumentation skill),
3. modellezési képesség (Modelling skill),
4. problémafelvető és -megoldó képesség (Problem posing and solving skill),
5. reprezentáló képesség (Representation skill),
6. szimbolizmusra, formalizmusra való képesség (Symbolic, formal skill),
7. kommunikációs képesség (Communication skill),
8. segédletek és segédeszközök ismeretére, használatára való képesség (Aids & tool skill).

Az I. táblázatban annak bemutatására, hogy az egyes feladatok véleményem szerint mely kompetenciákat fejlesztik, felhasználtam Niss fő kompetenciáinak további részletezését.

A táblázatból kitűnik, hogy az I. feladatlap feladatai az első négy kompetenciaterületet nem igazán fejlesztik, viszont az 5. (Megjelenítés), a 6. (Szimbolizmus, formalizmus), valamint a 7. (Kommunikáció) fejlesztésében valamivel hangsúlyosabb szerepet játszanak, mint a II. feladatlap feladatai. Az utóbbiakra általában nemcsak az jellemző, hogy egyenként lényegesen több kompetenciát fejlesztenek, mint az I. feladatlapéi, hanem a „kompetenciaeloszlás” is egyenletesebb. Ezek a tények a feladatok problémafelvető és általában nyitott jellegének következményei. Ha számszerűen nézzük, akkor a II. feladatlap feladatai összességében több kompetenciát és ezeket egyenként többször fejlesztenek, mint az I. feladatlap, pedig azon több feladat szerepel.

A két feladatlap esetében hasonló összehasonlító vizsgálatot végeztem a magyar NAT-ban és az osztrák Lehrplan 2000-ben előírt fejlesztendő alapkészségek alapján (Ambrus, 2003). Az I. (hagyományos) feladatlapra jellemző volt, hogy általában kevesebb alapkészséget, de ezeket többször gyakoroltatta (a kötelezően előírtat szinte az összes feladat), mint a II. feladatlap feladatai. A II. (problémamegoldó) feladatlap esetében a gyakorlatot alapkészségek a feladatok között egyenletesebb eloszlást mutattak, mint az I. feladatlapnál.



1. táblázat. A matematikai kompetenciák szükségessége a feladatlapok egyes feladatainak megoldásához

Matematikai kompetenciák	I. feladatlap							II. feladatlap				
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
1. Matematikai gondolkodás	+						+		+	+	+	+
a. Matematikai kérdések feltevésének és az adható válaszok jellegének ismerete									+			
b. Elvek kiterjesztése és az eredmények általánosítása												
c. Különbségtétel különböző jellegű matematikai állítások között												
d. Konceptió érvényességi körének megértése, kezelése, korlátozása												
1. Matematikai probléma felvetése és megoldása								+	+	+	+	
a. Probléma beazonosítása, meghatározása (tisztá, alkalmazott; nyitott végű, zárt)												
b. Különböző jellegű problémák megoldása				+				+	+	+	+	+
2. Matematikai modellezés										+		
a. Meglevő modell alapelveinek és tulajdonságainak elemzése												
b. Meglevő modellek lefordítása, interpretálása												
c. Adott témában tényleges modellezés												
3. Matematikai érvelés												
a. Mások bizonyításának követése, értékelése												
b. Különbségtétel matematikai bizonyítás és más bizonyítások között, például heurisztikus bizonyítás	+										+	
c. Bizonyítás alapvonalának felismerése, elkülönítése a részletektől												
d. Formális és nem formális bizonyítás készítése, heurisztikus bizonyítás átalakítása matematikaivá	+									+	+	
4. Matematikai tartalmak megjelenítése				+		+						
a. Matematikai objektumok, jelenségek, szituációk különböző reprezentációinak értékelése, használata, interpretációja												
b. Ugyanazon entitások különböző reprezentációinak megértése, felhasználása és korlátai				+		+		+		+		+
c. Választás és váltás reprezentációk között					+	+	+	+				+
5. Matematikai szimbolizmus és formalizmus		+		+		+						
a. Szimbolikus és formális matematikai nyelv dekódolása, interpretációja és kapcsolata a köznap nyelvvel												
b. Formális matematikai rendszerek természetének és szabályainak értése												
c. Fordítás köznapiról formális/szimbolikus nyelvre					+		+	+				+
d. Szimbólumokat és formulákat tartalmazó matematikai kifejezések kezelése és használata				+	+	+			+			
6. Kommunikáció matematikán kívül, belül és a matematikáról	+							+	+		+	+
a. Mások szóbeli, írott, vetített szövegeinek megértése												
b. Saját gondolatok kifejezése különböző módokon, különböző szinteken		+			+		+			+	+	
7. Segédeszközök használata												
a. Általános tájékozottság és a használati kör ismerete												
b. Képesség az eszközök átgondolt használatára, alkalmazására	+										+	+

A két elemzés alapján a következőket állapíthatjuk meg:

- A NAT előírásainak mindkét lap megfelelt, viszont a kompetenciák közül a hagyományos feladatok jóval kevesebbet fejlesztettek, mint a problémaorientáltak.
- A hagyományos lap a kompetenciák fejlesztéséhez kevésnek bizonyult.
- A II. lap többféle alapkészséget, de ezeket kevesebbszer gyakoroltatta, míg az I. lap kevesebbet, de ezeket többször. Ezzel mintegy kiegészítik egymást az alapkészségek fejlesztése tekintetében, hiszen a hangsúlyosakat a hagyományos lap is jobban hangsúlyozza.
- A hagyományos feladatlap feladatai egyes kompetenciákat valamivel jobban előtérbe helyeztek, mint a II. feladatlap (összehasonlítás a feladatokban való előfordulás alapján), viszont ezzel egyidejűleg más kompetenciák fejlesztése (ami a II. lapnál megtörtént) elmaradt.

Ez utóbbi tény várhatóan megfigyelhető általában a hagyományos feladatoknál, így felmerül az a lehetőség, hogy bár a problémaorientált feladatok a kompetenciák fejlesztését általában jobban támogatják, néhány kompetencia célzott fejlesztése hagyományos feladatokkal is történhet. Ez lényegileg a kétféle tanítási stílusnak az alapkészségek esetében már említett, egymást kiegészítő jellegét jelenti a kompetenciaalapú tanítás esetén is.

### A helyes feladatmegoldások számának alakulása és a kompetenciák

A 2. táblázatban azok számát tüntettük fel, akik az adott feladatokat legfeljebb egy hibával megoldották, illetve a II/1. feladat esetében jó megoldásokat készítettek, és legalább 2–2-t soronként, azaz lényegileg jól feldolgoztak. A továbbiakban a „helyes megoldók” ezeket a lényegileg jól dolgozókat is jelentik. A II/3. esetében a helyes megoldás értelemszerűen a jó megoldást (betűjel és indoklás helyes megadása) jelenti.

Ezenkívül a következőket vettem figyelembe:

- Az 1. feladatban Béla rajzának értékelésekor fontos az indoklás, de mivel külön nem kértük, és ötödikesekről van szó, az egyértelmű „nem” választ is helyesnek vettem.
- Ha legalább egy jó megoldás elkészült a II/2 feladathoz, a feladatmegoldást jónak vettem.
- Vélhetően a jó megoldásra gondolt, mint már korábban az 5. feladat esetében, aki csak a b) feladatra nem írt semmit, azaz a helyet alatta üresen hagyta, ám a többi részfeladatot helyesen megoldotta. Az előforduló néhány ilyen esetben az 5b és ezzel a teljes feladat megoldását helyesnek vettem (lásd a megjegyzéseket a feladatok összefüggéseinek tárgyalásánál).

2. táblázat. A helyes megoldást adók száma csoportonként és feladatonként

csoport	I. feladatlap							II. feladatlap					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	1.	2.	3.	4.	5.	5/b
A (18 fő)	12	10	13	11	16	11	9	5	7	6	0	2	0
B (14 fő)	12	10	13	13	11	14	14	12	12	10	0	7	5
C (27 fő)	25	19	22	23	24	19	21	24	18	18	1	11	7
D (26 fő)	17	20	16	13	16	12	10	9	11	16	1	2	5
összesen	66	59	64	60	67	56	54	51	48	50	2	22	17

3. táblázat. A legalább 5 kompetenciát fejlesztő feladatok és a helyes megoldók száma

Feladat	I/1.	I/4.	I/6.	II/1.	II/2.	II/3.	II/4.	II/5.
Helyes megoldók száma	66	60	56	51	48	50	2	22
Kompetenciák száma	5	5	5	6	5	9	7	6

Amint a 3. táblázatban látható, a több kompetenciát fejlesztő feladat helyes megoldói általában kevesebben vannak, de a II/3. feladat kivétel. Ennek egyik oka az lehet, hogy a

feladat nem az összetettsége, több részfadata, hanem a megfogalmazása miatt alkalmas több kompetencia fejlesztésére.

Azonos a kompetenciaszám (6), a II/1. feladatot mégis jóval többen oldották meg jól, mint a II/5-öt. A fő ok itt a szükséges ismeretek eltérő mennyiségében, illetve mélységében keresendő. Hiszen míg a II/1. feladat ismert alakzat (téglalap) adott törtrészének kiszínezését kéri, bár kissé szokatlan formában, addig a II/5. minden részfeladatában a megadott egységalakzat alapján kell gondolkodni, sőt a felosztást egyes esetekben ki is kell egészíteni. További „nehezítés”, hogy egy részfeladat (a b)) esetében azt is meg kell gondolni, hogy nincsen megoldás.

Az eredmények azt mutatják, hogy önmagában a kompetenciák feltérképezése nem alkalmas a feladatok jellemzésére, összehasonlítására. Adott kompetencia fejlesztése különböző nehézségű, illetve – ezzel valamennyire összefüggésben – eltérő matematikai tartalomgazdagságú feladatokkal is elérhető. A II. feladatlapon több ismeret kerül általában gyakorlásra (Ambrus, 2003). Ennek alapján megállapítható, hogy a több ismeret felhasználását igénylő feladatok általában több kompetencia fejlesztését is lehetővé teszik. Az a tény ugyanakkor, hogy könnyebbnek és nehezebbnek bizonyuló feladatok (ebben az esetben a II/3.) is fejleszthetnek viszonylag nagy számú kompetenciát, azt a lehetőséget is jelenti, hogy megfelelően megfogalmazott könnyű feladatokkal is számos kompetencia fejleszthető. Ezért is fontos a feladatok tudatos vizsgálata, átfogalmazási és kiegészítési lehetőségeinek elemzése.

#### A megoldások további értékelése a feladatlapon elemzésénél megadott szempontok alapján

4. táblázat. Azok közül, akik jól oldották meg az I/3-at, hányan oldották meg jól az I/6-ot?

	I/3 jó	I/6 jó, ha az I/3 jó	I/6 jó
A	13	10	11
B	13	13	14
C	22	18	19
D	16	12	12

A 4. táblázatban összehasonlított két feladat lényegileg helyes megoldása szoros összefüggést mutat. Az I/6 megoldói lényegében megegyeznek azokkal, akik az I/3 mellett az I/6-ot is helyesen oldották meg. Az I/3 jó megoldói feltehetően azért vannak általában többen, mint az I/6-éi, mert az előbbi ismertebb feladattípus, másrészt az első feladatok között szerepel, azaz a tanulók többsége eljutott ideig.

5. táblázat. Azok közül, akik jól oldották meg az I/5e-t, hányan oldották meg az ott megadott alakzatfelosztás alkalmazásával az I/4d-t?

	I/5e jó	I/4d jó megoldása 5e felosztásával készült (és 5e jó)	I/4d jó más módszerrel (és 5e jó)
A	16	2	-
B	13	-	7
C	26	7	5
D	23	-	4

Az 5. táblázatból az látszik, hogy az I/5e feladat nem segítette a 4d megoldását. Ennek oka lehet, hogy

– az 5e és a 4d részfeladatokban az egységalakzat nem jelentette számukra ugyanazt az alakzatot az eltérő arányok miatt,

– a feladatokat sorban szokták elvégezni, kapcsolatot nem is keresnek köztük (főleg nem visszafelé) (lásd a hagyományos típusú oktatás jellemzőit).

6. táblázat. Ha a II/3 jó, akkor az I/1, 4, 5 és II/1 feladat, illetve a II/5b feladat is jó

	A II/3 jó	Az I/1, 4, 5 és II/1 feladat és a II/3 is jó	Az I/1, 4, 5 és II/1 feladatok jók	Ha a II/3 jó a II/5b jó	A II/5b jó
A	10	6	8	4	6
B	18	14	19	7	7
C	7	1	3	0	0
D	16	4	6	2	5

A II/3 feladatra általában törtekkel kapcsolatos helyes megoldás érkezett. A 6. táblázat szerint az I/1,4,5 és II/1 feladatok helyes megoldása esetén sok esetben a II/3 is jó. Általában igaz, hogy a „kakukktójás keresés” jobban ment, mint az 5/b feladat megoldása. A II/3. feladat jó megoldása nem jelentette azt, hogy a lapon az 5b-t is meg tudták oldani a tanulók, de a II/5b jó megoldói főleg azok közül kerültek ki, akik a II/3-t is jól megoldották.

Külön vizsgáltam azokat a megoldókat, akik nem törtekkel kapcsolatos ismereteket alkalmaztak a II/3 feladat jó megoldásában:

A: –

B: 1 (a jelzett 4 feladatot maximum 1 hibával, a II/5-öt 3 hibával, az 5b-t jól oldotta meg).

C: 2 (Mindketten a megelőző 4 feladatot gyengén, a II/5-öt 3 hibával, az 5b-t rosszul oldották meg.)

D: 2 (Az egyik az I lap 3 idézett feladatát 1–2 hibával, a másik több mint 3 hibával oldotta meg, mindkettőnél rossz a II/1, a II/5-ben mindkét esetben 3 hiba található, és mindketten rosszul oldották meg az 5b-t).

Aki tehát nem törtes megoldást adott (igen kevesen), az inkább csak közepesen teljesített inkább. A viszonylag jó teljesítményt nyújtók között csak egy akadt, aki nem törtekkel kapcsolatos megoldást készített a II/3. feladathoz. A feladathoz több megoldás keresésének nyoma elvétve található, két helyes megoldás két esetben szerepel csak (A és D csoportban 1–1), három vagy annál több megoldás pedig seholsem.

A 7. táblázatban azt vizsgáltam, hogy hogyan oszlanak meg a helyes és helytelen válaszok az 5b-re aszerint, hogy a d-re milyen (helyes) indoklás érkezett. Erre azért volt szükség, mert a II/3 feladat jó megoldása nem jelentette azt, hogy a II/5b-t is sikerült megoldani, ahogy ez feltételezhető is volt (vesd össze a 6. táblázattal).

7. táblázat. Helyes és helytelen válaszok az 5b-re aszerint, hogy d-re milyen (helyes) indoklás érkezett:

„d), mert nem tudom a színezett rész nagyságát megállapítani”	5b jó	5b rossz
A: 2	2	–
B: –	–	–
C: –	–	–
D: –	–	–
„d), mert nem egyenlő részekre van osztva”		
A: 7	2	5
B: 16	6	10
C: 4	–	4
D: 12	–	12

A táblázatból kitűnik, hogy a d-re helyesen válaszolók közül:

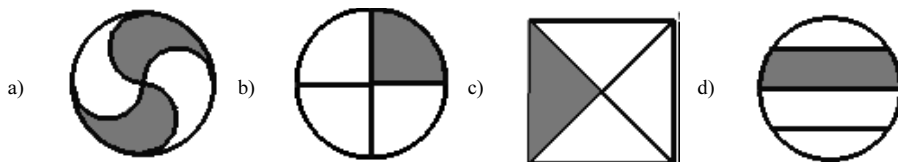
– kevesen válaszolták azt a II/3. esetében, hogy azért, mert nem tudják a színezett rész nagyságát,

– akik ezt válaszolták (2), azok az 5b-t is helyesen oldották meg,

– a „d, mert nem egyenlő részekre van osztva” helyes válasz mellett gyakrabban adtak helytelen választ az 5b-re, mint helyeset.



„3. Kakuktkojás keresése (melyik nem illik a sorba szerinted?)



Miért döntöttél így, írd le!

.....

Gondold meg, választhatnál-e esetleg másképpen is?

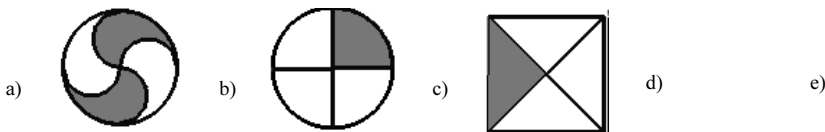
1. A.....jelű, mert .....
2. A.....jelű, mert .....
3. A.....jelű, mert .....

A II/4 esetben nem ment a szabálykeresés. A tanulók gyakran a negyedrésze osztottsággal foglalkoztak, de figyelmen kívül hagyták a beszínezett rész nagyságát és nem foglalkoztak az ábrák „egymásutániságával”.

A feladat értelmezése keveredett a II/3 feladatával.

A következő átfogalmazás segíthet ezen a problémán:

4. Folytasd a sorozatot még két taggal!

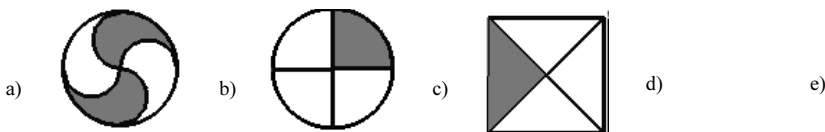


Írd le, milyen szabály szerint követik egymást az ábrák a sorban!

.....

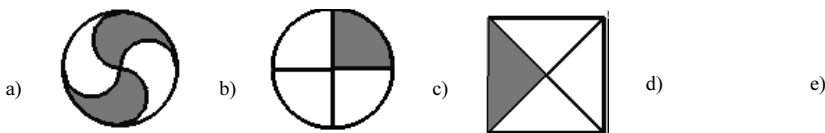
Tudnád másképpen is folytatni a sorozatot?

Így is lehetne folytatni:



A szabályom:.....

Így is lehetne folytatni:



A szabályom:.....

Érdemes lenne az előbbieket figyelembevételével is kipróbálni és értékelni a feladatlapokat.

### Záró gondolatok

Az elemzésből látszik, hogy a hagyományos feladatlap, bár megtanítja a szükséges ismereteket, például a kompetenciák fejlesztése terén kiegészítésre szorul. Az is kiderült, hogy a tanulóknak általában nehézségeik vannak az összefüggések meglátásában, több megoldás keresésében. Rendszerint nyitottak új típusú feladatokra, azonban nem mindig tudnak mit kezdeni ezekkel.

Az említett gondok megoldásában segít, ha a biztos ismereteket nyújtó, jó hagyományos oktatás esetén is beépülnek más stílus elemei a tanítási gyakorlatba. Ilyen lehet a problémaorientált oktatás szellemében készült feladatcsoportok beiktatása, például megfelelően szerkesztett feladatlap segítségével.

A tapasztalatok felvetik a kérdést, hogy azonos matematikai tartalom mellett mennyire befolyásolja a helyes megoldás elkészítését a megfogalmazás. Ha a tartalom jó megoldását akarjuk „mérni”, akkor a szövegben arra kell törekedni, hogy az a tanulók számára minél érthetőbb legyen, hiszen a megfogalmazás megértésének nehézségei eleve gátolhatják a helyes megoldást. Szokatlan tartalmú feladatok esetében ezt különösen nehéz elérni. (Természetesen más a helyzet, ha a valamilyen szempont alapján készített megfogalmazás megértését is vizsgálni akarjuk.) Ez a probléma azonban a nemzetközi felmérések esetében is megjelenik, amelyekben a tanulók számukra szokatlan szöveges feladatokkal is találkozhatnak.

### Irodalom

Ambrus A. (1995): *Bevezetés a matematikadidaktikába*. Eötvös Kiadó.

Ambrus, G. (2003): *Üben in der Planung des Mathematikunterrichts* [Gyakorlás a matematikatanítás tervezésében]. Disszertáció. Salzburg.

Ambrus, G. (2005): *Über einen allgemeinen Übungsbegriff bei verschiedenen Unterrichtsmethoden in der Planung des Mathematikunterrichtes. Konsequenzen für die Übungsforschung* [Egy általános gyakorlásfogalomról a matematikatanítás tervezésében különböző tanítási módszerek esetén. Következtetések a gyakorlaskutatás számára] In *TMCS*. Debrecen, 2. 1–26.

Ambrus, G. (2004. 09. 01.): Nyitott feladatok a matematikaórán. Tanítási segédanyag a 6–9. évfolyamok számára. *Tanári Kincsestár*, 1. 1–26.

Vásárhelyi É.: *Arbeitsblatt zur Begriffsbildung nach dem Unterrichtsmodell innere Differenzierung*. [www.mathdid.inhun.com](http://www.mathdid.inhun.com)

Niss, Mogens (2003): [mathstore.ac.uk/workshops/bamc2003/KjeldBMC.pdf](http://mathstore.ac.uk/workshops/bamc2003/KjeldBMC.pdf)

Zimmermann, B. (1981): Versuch einer Analyse von Strömungen in der Mathematikdidaktik. *ZDM*, 1. 44–53.

*Ambrus Gabriella*  
munkahely, titulus

## Az empátia, tolerancia és segítőkészség vizsgálatára kidolgozott eljárás első alkalmazásának tapasztalatai

*A sajátos nevelési igényű gyermekek integrált nevelése az 1993-as Köznevelési törvény óta a speciális oktatás választható alternatívája hazánkban. Maga a „sajátos nevelési igény” fogalma a korábban használatos „fogyatékos” terminust váltotta fel mind a szaknyelvben, mind a jogszabályok szóhasználatában. Ez azonban korántsem csak játék a szavakkal.*

Az új terminológia megváltozott megközelítést is tükröz. A korábbi deficitorientált, statikus állapotot jelölő fogalom helyébe az egyén és a környezet viszonyát is figyelembe vevő, a pedagógiai modell szolgálatába állítható elnevezés lépett, mely lehetőséget teremtett arra, hogy a korábbinál szélesebb populáció számára ismerjék el a pedagógiai és gyógypedagógiai többlettámogatások szükségességét. Az érvényben levő köznevelési törvény alapján sajátos nevelési igényű: a testi, érzékszervi, értelmi, beszéd-fogyatékos, autista, halmozottan fogyatékos, valamint a pszichés fejlődés zavarai miatt a nevelési, tanulási folyamatban tartósan és súlyosan akadályozott gyermek/tanuló (KTV).