

JÁRMŰRENDSZER-DIAGNOSZTIKAI ELJÁRÁS KIALAKÍTÁSA OPERÁTORÉRTÉKŰ SZTOCHASZTIKUS FOLYAMAT ALKALMAZÁSÁVAL

Császár László
egyetemi tanársegéd

Prof. Dr. Zobory István
tanszékvezető egyetemi tanár

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Közlekedésmérnöki Kar
Vasúti Járművek Tanszék
1521 Budapest

ABSTRACT

A járművek hatékonyabb üzemeltetésének biztosítására vonatkozó igények előtérbe helyezik a számítógépi szimulációs eljárással létrehozott adatbankra támaszkodó diagnosztikai eljárások kimunkálásának kérdését. A BME Vasúti Járművek Tanszékén kidolgozásra került egy járműrendszerdiagnosztikai eljárás, mely a „közlekedési pálya – jármű” rendszer dinamikai szimulációjára épül. Célja a rendszer dinamikai modelljének paraméterterében azon tartomány behatárolása, mely mellett különböző üzemi és közlekedésbiztonsági kritériumok teljesíthetők. A módszer a jármű/pálya paraméterek megengedhetőségének eldöntését a jármű üzemére előírt kritériumrendszer segítségével oldja meg. Ennek lényege, hogy adott paramétervektorhoz sztochasztikus gerjesztő behatások melletti dinamikai szimulációval egy meghatározott időkeretre vonatkozó kritériumvektor-folyamat realizáció állítható elő, melynek kiértékelésével az üzemeltethetőségre nézve döntés hozható. Így a megengedett paraméterek tartománya „pontenkénti” vizsgálat, sorozatos analízissel határolható be. Az eddigiek alapján a műszaki állapotot meghatározó dinamikai rendszerparaméterek és a rögzített kritériumok között a járműüzem sztochasztikus szimulációja teremt kapcsolatot. A paraméterter és a kritériumter kapcsolatának megfelelő matematikai leírásához operátorértékű sztochasztikus folyamat kerül bevezetésre. Jelen vizsgálat célját ezen operátorértékű sztochasztikus folyamat realizációinak hatására kialakuló kritérium realizációk numerikus szimulációja képezi.

Kulcsszavak: rendszerdiagnosztika, járműdinamikai szimuláció, sztochasztikus folyamatok

1. BEVEZETÉS

A járművek hatékonyabb üzemeltetésére irányuló törekvés számos korszerű mérés- és számítástechnikai eljárásra támaszkodó módszer kimunkálását váltotta ki. A hatékonyabb üzemeltetési és karbantartási eljárások között kitüntetett figyelmet érdemelnek a számítógépi szimulációs eljárással létrehozott adatbankra támaszkodó automatizált diagnosztikai eljárások.

A jelzett üzemeltetési módszerek kimunkálása keretében a BME Vasúti Járművek Tanszékén kidolgozásra került egy rendszerdiagnosztikai eljárás [1],[2], mely a „közlekedési pálya – jármű” rendszer műszaki állapotváltozási folyamatait figyelembe vevő dinamikai szimulációjára és egy megfelelően kialakított mérőállomáson [3], [4] felvett mérési adatokra épül. Az eljárás lényegi célja egy olyan információs adatbázis létrehozása, melynek segítségével – a jármű aktuális műszaki állapotának ismeretében – az üzemeltető dönthet a járműve méréses vizsgálat utáni továbbüzemeltethetőségéről, ill. az üzemeltetés megengedhető időtartamáról.

A diagnosztikai vizsgálat tényleges lefolytatásakor a megfelelően kialakított mérőállomáson tartózkodó jármű műszaki állapotát tükröző paraméterek méréses vizsgálata szükséges. Szem előtt kell tartani azonban a tényt, hogy egy jármű futásának minőségét és biztonságát nem csupán a jármű aktuális műszaki állapota melletti tulajdonságai, hanem a *jármű és a közlekedési pálya – mint együttműködő alrendszerek – jellemzői együttesen határozzák meg!* Nem szorul külön bizonyításra, hogy ezen alrendszerek kölcsönhatásai eredményezik a kialakuló mozgás- és terhelési viszonyokat, mégis – főként az egyszerűség miatt – törekvés tapasztalható arra,

hogy a járműveket a közlekedési pályától, annak műszaki állapotától függetlenül vizsgálni és minősíteni lehessen.

A vasúti járművek futási jellemzőinek értékelésekor a közlekedési pálya állapota sokszor meghatározó jelentőséggel bír. Így a vasúti pálya járműre gyakorolt hatásának vizsgálata nem hagyható figyelmen kívül a diagnosztikai folyamat során, mivel az egyes pályajellemzők újszerű állapottól deviáló megváltozása a jármű üzemére nézve a kellemetlentől a balesetveszélyes szituációig terjedő tartományban válthat ki válaszfolyamatokat.

2. A DIAGNOSZTIKAI ELJÁRÁS ELVE ÉS LÉPÉSEI

2.1. A rendszer rövid áttekintése

A diagnosztikai eljárás célja első lépésben egy információs adatbázis létrehozása, melynek segítségével az üzemeltető dönthet a járműve műszaki állapotának méréses vizsgálata utáni továbbüzemeltethetőségéről. Az adatbázis szerkezete olyan, hogy üzemi körülmények és járműtípusok szerint csoportosítva tartalmaz adatokat, melyek az adott járműsorozat jellemzői, a várható üzemviszonyok (pályaviszonyok, üzemi sebesség) és az üzemeltető egyéb követelményei alapján vannak meghatározva. Ezért adott járműegyed vizsgálatakor a döntéshozatalhoz a járműtípus műszaki állapotát jellemző paraméterek ismeretén túl szükség van az üzemi körülmények és az adott típussal szemben támasztott követelmények pontos ismeretére is.

A diagnosztikai rendszer megvalósításának első lépése tehát az információs adatbázis létrehozása sorozatos számítógépes szimuláció segítségével. Azonban ahhoz, hogy a rendszer tényleges diagnosztikai döntéshozatalra alkalmas legyen, szükség van egy megfelelő mérőállásokkal és műszerekkel felszerelt diagnosztikai állomásra is, ahol az egyes járművek paramétereit a kívánt pontosság betartásával megméri, majd a mérési eredményeket és a többi szükséges információt egy számítógépes rendszer összeveti az adatbázisban előkészített értékrendszerrel és meghatározza a továbbüzemelés engedélyezett időtartamát (ez esetleg zérus is lehet).

Első konkrét megoldandó kérdésként merül fel pl. az üzemi körülmények vagy az üzemeltetői követelmények kvantitatív jellemzésének problémája, hiszen a számítógép csak konkrét számszerű adatokra támaszkodva képes a működni. Ugyanakkor nem hagyható figyelmen kívül az sem, hogy a járműüzem inherens bizonytalansággal terhelt sztochasztikus folyamat, így a dinamikai szimulációt – és ezáltal az adatbázist is – ennek figyelembe vételével kell elkészíteni, azaz be kell építeni a véletlen hatások figyelembe vételének lehetőségét. Alapvető követelményként rögzíthető, hogy a műszaki állapotjellemzéshez használt paraméterek könnyen mérhetőek legyenek. Fontos továbbá az is, hogy a szimulációval nyert eredmények segítségével kifejezhetőek legyenek a járművel szemben támasztott követelményeket rögzítő jellemző mennyiségek.

Az „üzemi körülmények” fogalomköre általában nem korlátozódik kizárólag a közlekedési pálya jellemzőire, azonban a pálya felől érkező gerjesztőhatások nagy jelentősége miatt mégis ezek jelentik a jelzett fogalomkör legfontosabb részét. Ezért jelen vizsgálatunkban mértékadó üzemi gerjesztő hatásként a pálya tulajdonságai okozta behatásokat helyezük előtérbe.

2.2. A rendszer műszaki állapotát azonosító paramétervektor – a megengedett paramétervektorok tartománya

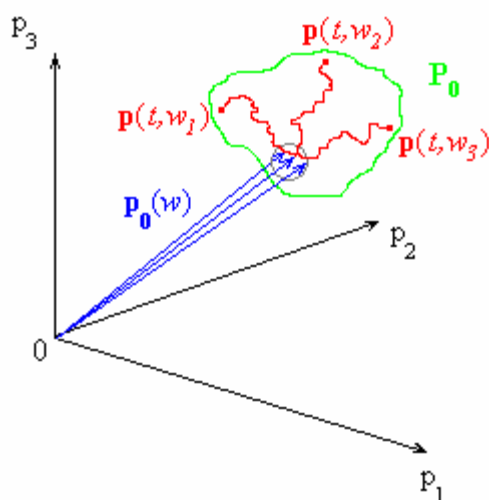
A rendszerdiagnosztikai eljárás alapját a jármű és az általa igénybevett közlekedési pálya többszabadságfokú diszkrét tömegű dinamikai modellje képezi. E modell konkretizálása a rendszer paramétereinek megadásával történik, melyek a többdimenziós \mathbf{p} paramétervektorba foglalhatók. E paramétervektor koordinátáinak aktuális értékei azonosítanak egy adott műsza-

ki állapotú rendszermodellt, azaz a leképezett „közlekedési pálya – jármű” rendszert. Ez a paramétervektor képezi a számítógépi szimuláció alapját is. Elemeit a rendszermodell inerciális, merevségi, csillapítási és geometriai jellemzői, valamint egyéb, az üzemi jellemzőket specifikáló konstansok képezik.

Bár a paramétervektor számos eleme látszólag jó közelítéssel állandó, mégis szerepelnek benne olyan összetevők, amelyek a jármű üzeme során – akár az elhasználódás, akár meghibásodás miatt, akár a rendszer inherens tulajdonságaként – időben valószínűségi jelleggel változnak és így sztochasztikus folyamatként azonosíthatók (pl. pályamerevség). Az említett bizonytalanságokkal terhelt paraméter összetevők matematikai modellje a $\mathbf{p}=\mathbf{p}(t,w)$ vektorértékű sztochasztikus folyamat-modell, amely – az alkalmazott argumentumoknak megfelelően – alkalmas a jármű vagy a pálya műszaki állapotának a t időtől és a véletlentől való függést reprezentáló w elemi eseménytől való függésének jellemzésére. Szemléltető példaként csupán három vektorösszetevőt tekintve a

$$\mathbf{p}(t,w) = [p_1(t,w) \quad p_2(t,w) \quad p_3(t,w)]^T \in \mathbb{R}^3 \quad t \in I, w \in W$$

vektor felírás jelenik meg. Ekkor a kezdeti $\mathbf{p}(t,w)$ vektorok a járműegyedeket azonosító w véletlen argumentumtól függően az eltérő üzemi viszonyok miatt más és más trajektóriákon át emelkednek el a $t = 0$ kezdeti időponthoz tartozó $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0,w)$ kezdeti véletlen vektortól, melynek bizonytalansága a gyártási szórás mindenkorai meglétéből fakad. Időbeli változásuknak néhány realizációját a változások mértékét felnagyító formában az 1. ábrán szemléltettük.



1. ábra A rendszermodell paramétertere és a megengedett paramétervektorok P_0 tartománya.

A diagnosztikai eljárást előkészítő adatbázis generálás célja a megengedett P_0 paramétertartomány behatárolása a rendszerdinamikai modell paraméterterében. A P_0 tartományba eső paramétervektorok jól meghatározott üzemi és közlekedésbiztonsági követelményeket elégítenek ki előírt magas valószínűségi szinten. Az 1. ábrán bejelöltük ezt a jármű zavarmentes üzemét biztosító P_0 zárt tartományt is, mely egyben a megengedett paramétervektorok tartománya. Matematikailag kifejezve: ha bármely w esetén a $\{w : \mathbf{p}(t,w) \in P_0\}$ reláció érvényes, akkor a w -vel azonosított véletlen előzményi terhelési viszonyok között üzemelt jármű további üzeme valamely T időtartam mellett a $t \in [t_0, t_0 + T]$ időkeretben megengedett. Így a P_0 tartomány ismeretében valamely kiszemelt jármű aktuális paramétereinek méréses vizsgálatára támaszkodva dönthetünk a jármű (vagy pálya) üzemeltethetőségéről. Az esetek túlnyomó többségében a P_0

megengedett paramétertartomány azonban nem ismert, feladat tehát ennek behatárolása! A P_0 megengedett tartomány behatárolása mesterségesen, lépésenként „elrontott” paramétervektorok mellett végzett módszeres dinamikai rendszer-szimulációval és a paraméterváltozások hatásainak vizsgálatával történik.

2.3. A kritériumvektor és a kritériumtér – a megengedett kritériumok tartománya és kapcsolata a paramétertérrel

A biztonságos közlekedés megvalósulását a „közlekedési pálya – jármű” rendszer üzemére előírt kritériumrendszer által megszabott határok megszabott valószínűségű betartásának előírásával biztosítjuk. Ehhez először rögzítenünk kell azokat a kritériumokat, amelyeket egy továbbüzemeltethető jármű – pálya rendszernek teljesítenie kell. E kritériumok elsősorban biztonsági és kényelmi követelmények alapján meghatározott konkrét műszaki tartalommal, jelentéssel bíró, kvantitatíve jellemezhető mennyiségek, melyeknek bizonyos értéktartományait (általában intervallumait) megengedjük a rendszer üzeme során. Az időben lezajló üzemi folyamat során megvalósuló kritériumértékekkel mint koordinátákkal képezhető a végesdimenziós \mathbf{c} kritériumvektor. Könnyen belátható, hogy a „jármű – pálya rendszer” üzeme során a \mathbf{c} változása is egy $\mathbf{c}(t, w)$ vektorértékű sztochasztikus folyamatként azonosítható. A kritériumtérben az üzem során megengedhetőnek ítélt kritériumvektorokat tartalmazó zárt tartományt a megengedett kritériumvektorok C_0 tartományának nevezzük. Tekintsük a

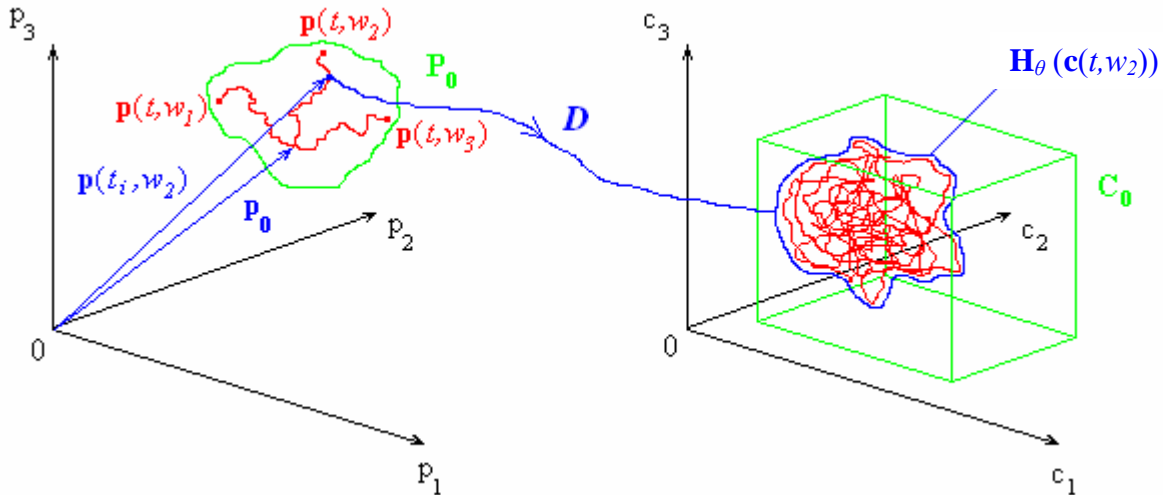
$$\mathbf{c}(t, w) = [c_1(t, w), c_2(t, w), \dots, c_n(t, w)]^T \in \mathbb{R}^n \quad t \in I, w \in W$$

kritériumvektort. Mivel a gyakorlati kezelhetőség érdekében a kritériumok számát lehetőség szerint alacsony értéken kell tartani, ezért a példaként bemutatásra kerülő 3 dimenziós \mathbf{c} vektor reprezentáns esetként értékelhető.

Az elmondottak alapján első pillantásra azt lehetne gondolni, hogy üzemeltethetőnek minősíthető a jármű a $t \in [t_0, t_0 + T]$ időintervallumban, ha közel 1 valószínűséggel teljesül a $\mathbf{c}(t, w) \in C_0$ esemény. Pontosabb vizsgálat alapján azonban hangsúlyozni kell, hogy a $\mathbf{c}(t, w)$ folyamat a rendszerben lévő tömegek mozgásállapotát jellemző $\mathbf{x}(t, w)$ sztochasztikus vektorfolyamat időbeli változásait követő jellegű és szinte azonos frekvenciatartalmú időbeli változást mutat. Ez az időbeli változás összehasonlíthatatlanul „gyorsabb” az időben igen lassú változást mutató $\mathbf{p}(t, w)$ paramétervektor alakulásánál. A megfelelő deriváltvektorok normáira vonatkozó képletben kifejezve:

$$\left\| \frac{d\mathbf{p}(t, w)}{dt} \right\| \ll \left\| \frac{d\mathbf{c}(t, w)}{dt} \right\|; \quad \forall w \in W$$

Ebből következik, hogy nem elég egyetlen t időpontra vizsgálni a $\mathbf{c}(t, w)$ kritériumvektorfolyamatot, hanem be kell vonni a $\mathbf{c}(t, w)$ változási tartományának stabilizálódásához elegendően hosszú $[t-\theta, t]$ előzményi időintervallumot a viszonyok vizsgálatába. Pontosabban a jelzett időintervallum θ hosszúságú időkeretében stabilizálódott gombolyagszerű $\mathbf{c}(t, w_j)$ realizáció trajektória $H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))$ burkolóhalmazát kell tekinteni, mely burkolóhalmaz a stabilizálódott trajektória-gombolyag vektorait gyakorlatilag 1 valószínűséggel tartalmazza. Ugyanakkor az a tény, hogy adott w_j esetén a $\mathbf{p}(t, w_j)$ vektorok a θ időkeretben gyakorlatilag csak elhanyagolható mértékben változnak, biztosítja számunkra azt a lehetőséget, hogy a $[t-\theta, t]$ időintervallumon elvégzett dinamikai szimuláció során a $\mathbf{p}(t, w_j)$ vektorfolyamat realizációt állandónak vehetjük. Ilyen előzmények után θ hosszúságú időintervallum felett a paramétertér valamely adott műszaki állapotot azonosító $\mathbf{p}(t, w_j)$ vektorához a kritériumtérben egy teljes $\mathbf{c}(t, w_j)$ trajektória-gombolyag és a hozzárendelt $H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))$ burkolóhalmaz tartozik. A viszonyokat a 2. ábrán szemléltetjük.



2. ábra A kritériumtér, a megengedett C_0 kritérium tartomány, a Θ időintervallumon lényegileg stabilizálódott $\mathbf{c}(t, w)$ burkolóhalmaza és kapcsolata a paramétertér P_0 megengedett tartományával

Azt a heurisztikus képet, hogy valamely $H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))$ burkoló akkor lesz megfelelő, ha $H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j)) \subset C_0$ teljesül, kissé lazítani lehet a közlekedési rendszert üzemeltető társaság kockázatvállalási hajlandóságát tükröző ε valószínűségi korlát bevezetésével. Ezek szerint ha a $H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))$ burkoló halmazra teljesül a

$$\mathbf{P}\{C_0 \cap H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))\} \geq 1 - \varepsilon$$

reláció, akkor a $H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))$ származtatásához tartozó $\mathbf{p}(t_i, w_j)$ paramétervektor ε kockázatvállalás mellett megengedhető. A következőkben bemutatjuk, hogy a fenti valószínűségi kritérium numerikus úton történő ellenőrzése miképpen lehetséges.

2.4. A rendszer továbbüzemeltethetőségének eldöntése

Amennyiben a rendszert gerjesztő $\mathbf{g}(t, w)$ sztochasztikus gerjesztőfolyamat egy w_j -hez tartozó realizációs függvényét ismerjük, minden a rendelkezésünkre áll ahhoz, hogy a $\mathbf{p}_j = \mathbf{p}(\tau, w_j) \approx \text{áll. } \tau \in [t - \theta, t]$ feltétellel a θ időtartományon a rendszer mozgásállapot-változásait leíró

$$\dot{\mathbf{x}}(t, w) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t, w), \mathbf{g}(t, w), \mathbf{p}(t, w), v(t))$$

sztochasztikus differenciálegyenletre vonatkozó, a $t \in [t_0, t_0 + T]$ feltétel és az $\mathbf{x}(t_0, w_j) = \mathbf{x}_0(w_j)$ kezdeti érték melletti kezdetiérték-probléma numerikus megoldását meghatározzuk az adott w_j realizációra. Ezek alapján meghatározható a vizsgált stabilizálódási időkeret felett a kritériumvektor $\mathbf{c}(t, w)$ sztochasztikus vektorfolyamatának w_j elemi esemény melletti realizációja, mellyel a C térbeli trajektóriát, azaz egy szabálytalan, de korlátos gombolyagba hurkolódó, bonyolult térgörbét kaptunk. Kérdés ezek után a $H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))$ burkolóhalmaz közelítő meghatározása. Valójában nem is kell magát a burkolóhalmazt meghatározni, csupán a $\mathbf{P}\{C_0 \cap H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))\}$ valószínűség megbízható becslésére van szükség. Mivel a dinamikai szimuláció egy meghatározott $\{t_k\}_{k=1}^N$ időpontosorozaton lett végrehajtva, így a $\mathbf{c}(t, w_j)$ is – a már említett módon – a θ hosszúságú időintervallumbeli $\{\mathbf{c}(t_k, w_j)\}_{k=1}^N$ ekvidisztáns mintavételi értékeivel ismert. Így ha a mozgásegyenletek numerikus megoldásakor alkalmazott diszkrét időpontok $N_{j\theta}$ száma elég nagy, akkor a nagy számok gyenge törvénye szerint a keresett $p_j = \mathbf{P}\{C_0 \cap H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))\}$ valószínűség a $\{\mathbf{c}(t_k, w_j)\}_{k=1}^N$ elemeinek a $\{C_0 \cap H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))\}$ tartományba esése relatív gyakoriságával becsülhető. Képletben kifejezve:

$$p_j = \mathbf{P}\{C_0 \cap H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))\} \approx \frac{N_{jk}}{N_{j\theta}},$$

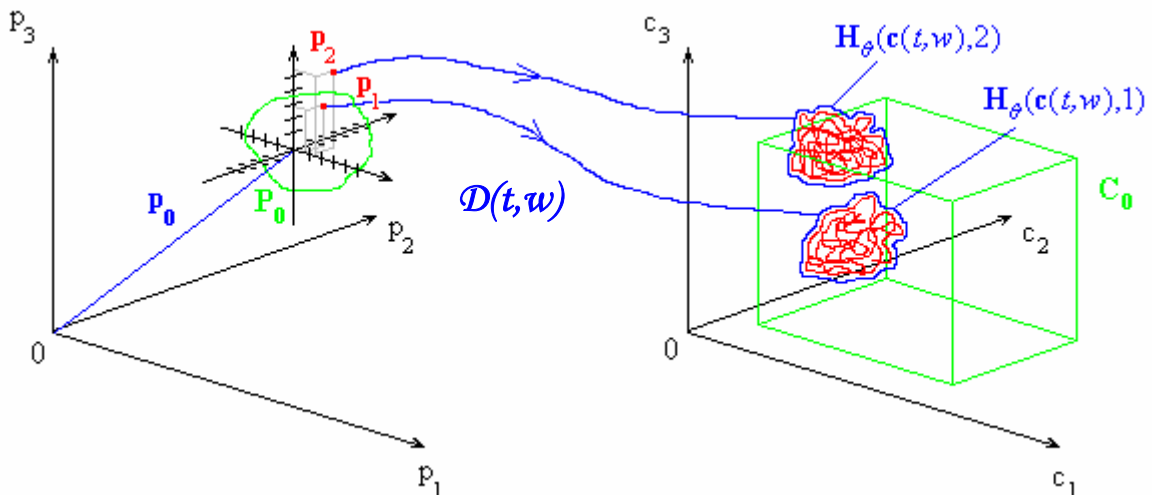
ahol N_{jk} azon diszkrét időpontokhoz tartozó kritériumvektorok számát jelenti, melyek beleestek a megengedett kritériumvektorok C_0 halmazába, $N_{j\theta}$ pedig az összes mintaelem száma. Ezzel már a

$$p_j = \mathbf{P}\{C_0 \cap H_\theta(\mathbf{c}(t, w_j))\} \geq 1 - \varepsilon$$

egyenlőtlenség tetszőleges $\mathbf{p}(t_i, w_j)$ -re kiértékelhető, vagyis a $\mathbf{p}(t_i, w_j) \in P_0$ reláció fennállása eldönthető. Jelen cikkben nem elemezzük tovább azt a kérdést, hogy p_j is w_j -től függő valószínűségi változónak bizonyul. Ez a kérdés azzal kapcsolatos, hogy nem csupán az egyes járműveken realizálódó folyamatokat vizsgáljuk, hanem a teljes vizsgált járműsokaságra vonatkozó kijelentést kívánunk tenni.

2.5. A megengedett paraméterek meghatározása

Az eddigiek alapján minden \mathbf{p} paramétervektorról eldönthető, hogy eleme-e a megengedett P_0 tartománynak, azaz P_0 határfelületét ilyen vizsgálatok sorozatával térképezhetjük fel. A tartomány behatárolásához célszerű a névleges új állapotnak megfelelő \mathbf{p}_0 vektorból kiindulni. Innen az N dimenziós paramétertér minden koordinátengelyének irányában a kezdőponttól jobbra és balra ekvidisztáns osztással haladva rácsrendszer generálható. Ezután ezekről a rácspontokról a korábbiaknak megfelelően eldöntjük, hogy megengedett paraméterek-e. Így minden irányban megtalálhatjuk azt a két rácspontot, melyek között P_0 határfelülete húzódik. Szükség esetén a rácsrendszer finomsága a megtalált két rácspont között további osztáspontok felvételével javítható, így a határfelület a megkívánt pontossággal behatárolható. Az eljárás lényegét egy rendszerdinamikai alapokon meghatározott \mathcal{D} dinamikai operátor alkalmazását jelenti a \mathbf{p} paramétervektorra. Tekintettel arra, hogy a paramétervektorok változását egy időben lassan változó $\mathbf{p}(t, w)$ sztochasztikus vektorfolyamat írja le, továbbá, hogy a jármű és a közlekedési pálya együttműködésében is számos sztochasztikus faktor szerepel, a szóbanforgó dinamikai operátort pontosabban egy $\mathcal{D}(t, w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamatként kell azonosítanunk! Az elmondott hozzárendelési folyamatot a háromdimenziós esetre a 3. ábra szemlélteti.



3. ábra A paraméterterbeli rácsrendszer dinamikai operátorral való leképezése a kritériumterbe a P_0 tartomány behatárolásához

Így a megengedett paraméterek tartománya a paraméterterbeli rácsrendszer „pontonkénti” vizsgálatával, a szereplő sztochasztikus folyamatok figyelembevételével realizációnként végrehajtott sorozatos analízissel határolható be.

3. A PARAMÉTERVEKTOR ÉS A KRITÉRIUMVEKTOR KAPCSOLATA

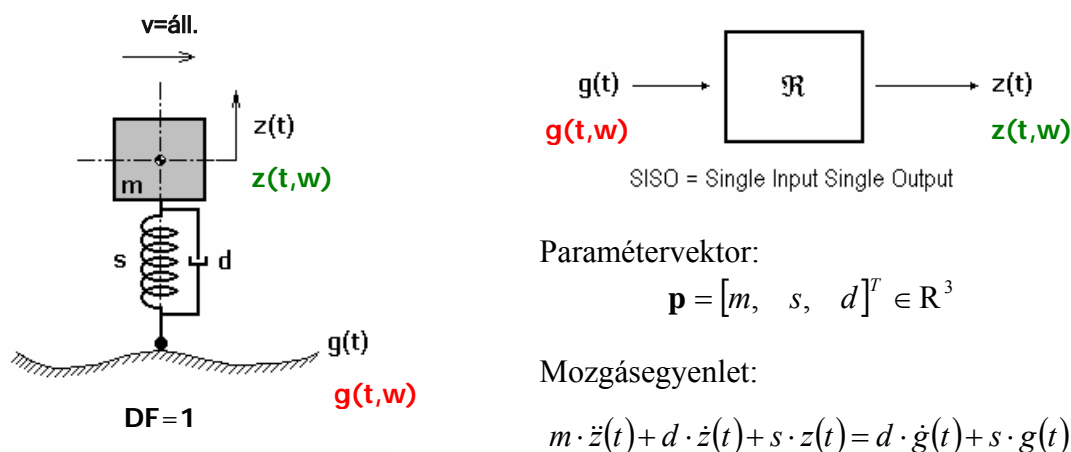
A korábbiak alapján egyértelmű, hogy a jármű műszaki állapotát tükröző, időben lassú változást mutató paramétervektor és a megengedett kritériumok C_0 tartománya között határozott kapcsolat áll fenn. Látható továbbá az is, hogy a $\mathbf{c}(t,w)$ kritériumvektor-folyamat a $\mathbf{p}(t,w)$ paramétervektor-folyamat minden t -re való leképezéseként állítható elő. A $\mathbf{c}(t,w)$ folyamat a vizsgált „közlekedési pálya – jármű” rendszert leíró sztochasztikus differenciálegyenlet-rendszer $\mathbf{x}(t,w)$ megoldásából származtatható. A mozgásegyenlet – mint pl. a 3.2-ben bemutatásra kerülő sztochasztikus differenciálegyenlet – megoldása és a kritériumok a gerjesztett rendszer mozgásválaszainak segítségével fejezhetők ki. A kérdéses kapcsolat a „pálya – jármű rendszer” \mathfrak{R} dinamikai operátora hatásának tekinthető. Könnyen észrevehető, hogy a mozgásválaszok $\mathbf{x}(t,w_j)$ aktuális realizációja és így a $\mathbf{c}(t,w_j)$ kritériumvektor-folyamat elsősorban a $\mathbf{g}(t,w_j)$ gerjesztőfolyamat aktuális realizációjától és a sztochasztikus hajtás- és fékvezérlés eredményeként kialakuló $v(t)$ sebességfolyamattól függ. Ezért a megfelelő matematikai leírás érdekében a paramétertér és a kritériumtér kapcsolatát operátorértékű sztochasztikus folyamattal jellemezzük. Ha az operátorértékű sztochasztikus folyamatot \mathfrak{D} jelöli, akkor a jelzett kapcsolat a következő alakba írható:

$$\mathbf{c}(t, w) = \mathfrak{D}(t, w)\mathbf{p}(t, w).$$

A kritériumfolyamat sztochaszticitása tehát mind \mathbf{p} , mind \mathfrak{D} sztochaszticitásából adódik. Jelen vizsgálat célját ezen operátorértékű sztochasztikus folyamat adott rendszer esetére való konkretizálása és numerikus szimulációja képezi. A $\mathfrak{D}(t,w)$ szerkezetét és főbb összetevőit a „pálya – jármű” rendszer különböző függőleges dinamikai síkmodelljeinek [5] vizsgálatán keresztül mutatjuk be.

3.1. A legegyszerűbb gerjesztett járműmodell

Elsőnek célszerű elvégezni az ún. legegyszerűbb függőleges síkmodell vizsgálatát, tekintve, hogy ez esetben a mozgásegyenletre zárt alakú megoldás adható. Az egyszabadságfokú lineáris dinamikai modellt a 4. ábra szemlélteti.



4. ábra A legegyszerűbb járműmodell vázlata, rendszerelméleti sémája, paramétervektora és mozgásegyenlete

A sztochasztikus $\mathbf{g}(t,w)$ függőleges geometriai gerjesztőfolyamat természetesen sztochasztikus $\mathbf{z}(t,w)$ függőleges mozgásválaszt eredményez még abban az esetben is, ha a \mathbf{p} paramétervektor determinisztikus volt (sőt, állandó értékű), azaz ez alkalommal a rendszerjellemező \mathfrak{R} integráloperátor is determinisztikus. A mozgásegyenlet adott $g(\tau) = g(\tau,w_j)$ gerjesztőfüggvény realizáció mellett egy másodrendű lineáris közönséges differenciálegyenlet, melynek szimbolikus felírása az alábbi:

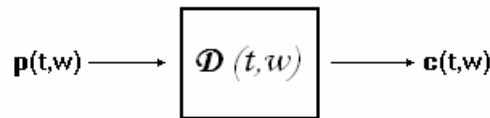
$$z(t) = \frac{e^{-2\alpha t}}{2m\beta} \cdot \left\{ \left[\int_0^t (s \cdot g(\tau) + d \cdot \dot{g}(\tau)) e^{\alpha - \beta\tau} d\tau \right] \cdot e^{\alpha + \beta t} - \left[\int_0^t (s \cdot g(\tau) + d \cdot \dot{g}(\tau)) e^{\alpha + \beta\tau} d\tau \right] \cdot e^{\alpha - \beta t} \right\}$$

ahol $z(t) = z(t, w_j)$ az m tömeg függőleges elmozdulása, ill. $\alpha = \frac{d}{2m}$ és $\beta = \frac{\sqrt{d^2 - 4sm}}{2m}$.

Ahogy várható volt, a fenti kifejezés mutatja, hogy mindhárom járműparaméter beépül a rendszer válaszfüggvényébe. A kritériumvektort a következők szerint készítettük el: az első kritériumvektor-koordinátának a $a(t) = a(t, w_j) = \ddot{z}(t, w_j)$ függőleges gyorsulást választottuk, mivel ez jelenti a futásjósági mérőszám meghatározásának alapját. Második kritériumnak az $F(t, w_j) = F(t)$ függőleges kerék-sín kapcsolati erőt vettük fel, melynek a kisiklással szembeni biztonság meghatározásában van fontos szerepe.

$$\mathbf{c}(t, w) = \begin{bmatrix} \ddot{z}(t, w) \\ F(t, w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m(t, w)} \cdot [d(t, w) \cdot (\dot{g}(t, w) - \dot{z}(t, w)) + s(t, w) \cdot (g(t, w) - z(t, w))] \\ d(t, w) \cdot (\dot{g}(t, w) - \dot{z}(t, w)) + s(t, w) \cdot (g(t, w) - z(t, w)) + m(t, w)g \end{bmatrix}$$

A képletben g a nehézségi gyorsulást jelöli. Látható, hogy az rendszerparaméterek időbeli változása ugyanúgy sztochasztikus folyamattal jellemezhető, mint a gerjesztés és a rendszerváltozások; továbbá mindegyik említett folyamat részt vesz mindkettő kritérium-folyamat felépítésében. Jól látható tehát, hogy a környezetből érkező $g(t, w)$ sztochasztikus gerjesztőhatás is beépül a paramétervektorokat a kritériumtérbe leképező $\mathcal{D}(t, w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamatba, melyet az 5. ábra szemléltet.

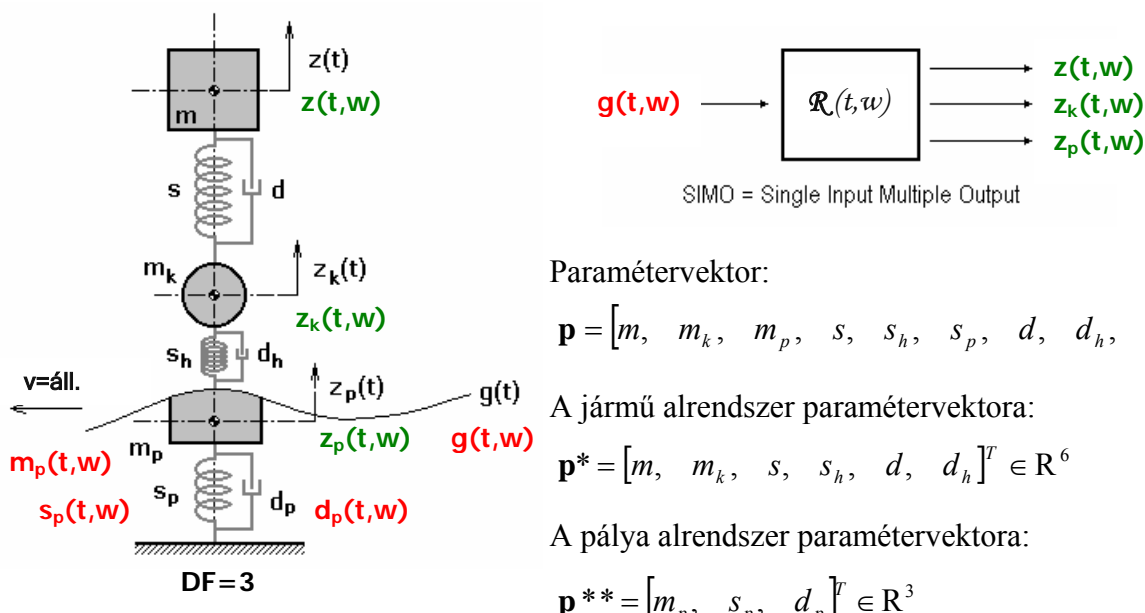


5. ábra A $\mathcal{D}(t, w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamat működését bemutató hatásvázlat

3.2. A legegyszerűbb pálya – jármű rendszerdinamikai modell

A következő modellt az előző pontban ismertetett járműmodell koncentrált paraméterű kerék- és pályamoddellel történő kiegészítésével állítottuk elő (vasúti pálya – jármű rendszerre koncentrálna). Ebben az esetben a pályaoldali gerjesztések a valóságos viszonyoknak jobban megfelelő módon vehetők figyelembe, mivel így mind a $g(t, w)$ geometriai gerjesztőfolyamat, mindpedig az $s_p(t, w)$, $d_p(t, w)$ és $m_p(t, w)$ parametrikus gerjesztőfolyamatok beépítésére lehetőség nyílik, tekintve a felsorolt jellemzők vasúti pálya hosszkoordináta menti sztochasztikus változásait. Ezen a ponton a parametrikus gerjesztések a rendszer inherens sztochaszticitás forrásaiként azonosíthatók és így a teljes “pálya – jármű rendszerben” működő belső gerjesztésnek tekinthetők. Ennek köszönhetően a rendszer \mathcal{R} dinamikai operátora is időtől és véletlentől való függést fog mutatni, vagyis egy $\mathcal{R}(t, w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamatként lesz azonosítható. Ugyanakkor a pályaoldali parametrikus gerjesztések (melyek elsősorban az alátámasztási merevség inhomogenitásának következményei) külső gerjesztőhatásnak tekinthetők, ha csak a jármű alrendszeret vesszük figyelembe. Ez felveti a paramétertér particionálásának kérdését is, nevezetesen a jármű, ill. a pálya alrendszer paraméterei szerinti alterek elkülönítésének vizsgálatát. A jelzett kérdés jelen tanulmányban nem kerül tárgyalásra, azonban egy közeljövőben megjelenő cikk témáját fogja képezni.

A három szabadságfokú lineáris dinamikai síkmodellét és paramétervektorát a 6. ábra mutatja.



A rendszer mozgásegyenletei a w argumentum elhagyásával:

$$m \cdot \ddot{z}(t) = s \cdot [z_k(t) - z(t)] + d \cdot [\dot{z}_k(t) - \dot{z}(t)]$$

$$m_k \cdot \ddot{z}_k(t) = s_h \cdot [z_p(t) + g(t) - z_k(t)] + d \cdot [\dot{z}_p(t) + \dot{g}(t) - \dot{z}_k(t)] - s \cdot [z_k(t) - z(t)] - d \cdot [\dot{z}_k(t) - \dot{z}(t)]$$

$$m_p \cdot \ddot{z}_p(t) = -s_p \cdot z_p(t) - d_p \cdot \dot{z}_p(t) - s_h \cdot [z_p(t) + g(t) - z_k(t)] - d \cdot [\dot{z}_p(t) + \dot{g}(t) - \dot{z}_k(t)]$$

6. ábra A legegyszerűbb pálya – jármű rendszermodell vázlatja, rendszerelméleti sémája, paramétervektora és mozgásegyenletei

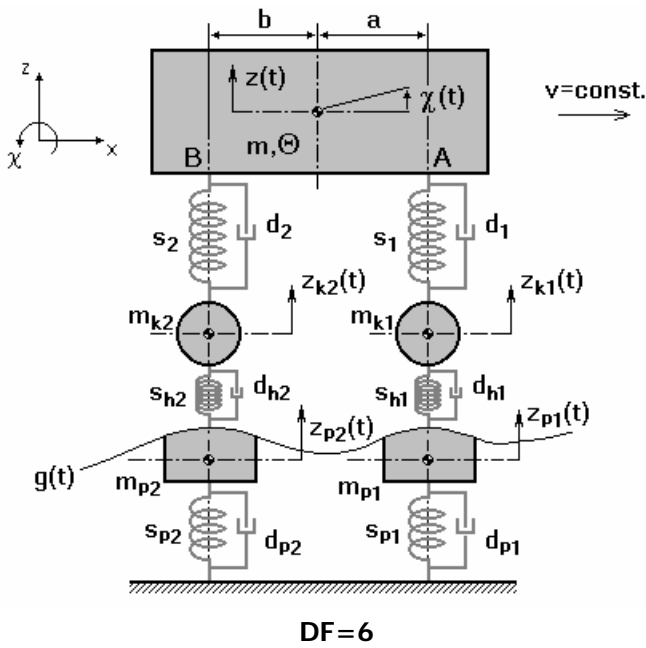
A fenti differenciálegyenlet-rendszerre explicit zárt alakú megoldás nem adható, ezért a megoldást a feladatot zéró kezdeti értékek mellett kezdetiérték-problémaként kezelve numerikus úton végeztük el. A kritériumvektor koordinátáinak ismét a $a(t) = a(t, w_j) = \ddot{z}(t, w_j)$ függőleges gyorsulást és a Hertz-rugóban ébredő $F(t) = F(t, w_j)$ kerék-sín kapcsolati erőt vettük fel.

$$\mathbf{c}(t, w) = \begin{bmatrix} \ddot{z}(t, w) \\ F(t, w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m(t, w)} \cdot [d(t, w) \cdot (\dot{z}_k(t, w) - \dot{z}(t, w)) + s(t, w) \cdot (z_k(t, w) - z(t, w))] \\ d_h(t, w) \cdot (\dot{z}_p(t, w) + \dot{g}(t, w) - \dot{z}_k(t, w)) + \\ + s_h(t, w) \cdot (z_p(t, w) + g(t, w) - z_k(t, w)) + (m(t, w) + m_k(t, w))g \end{bmatrix}$$

A kapott eredmények azt mutatják, hogy ez az eset rendkívül hasonlít az előzőre, ugyanis a rendszerparaméterek ez alkalommal is kivétel nélkül beépülnek a válaszfüggvényekbe, melyek a sztochasztikus útgerjesztés aktuális realizációjával kiegészülve együttesen határozzák meg a kritériumok alakulását. A fenti kifejezés szerint az említett folyamatok meghatározó szerepet töltenek be a $\mathcal{D}(t, w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamat kialakításában, melyre most is érvényes a $\mathbf{c}(t, w) = \mathcal{D}(t, w)\mathbf{p}(t, w)$ összefüggés.

3.3. A kifejlesztett pálya – jármű rendszermodell

A jelen cikk befejező példájában alkalmazott modell egy kéttengelyes vasúti jármű függőleges lineáris síkmodellje, mely alkalmas a rázó és bólintó mozgások leképezésére. A hat szabadságfokú modell vázlatát és paramétervektorát a 7. ábra szemlélteti.



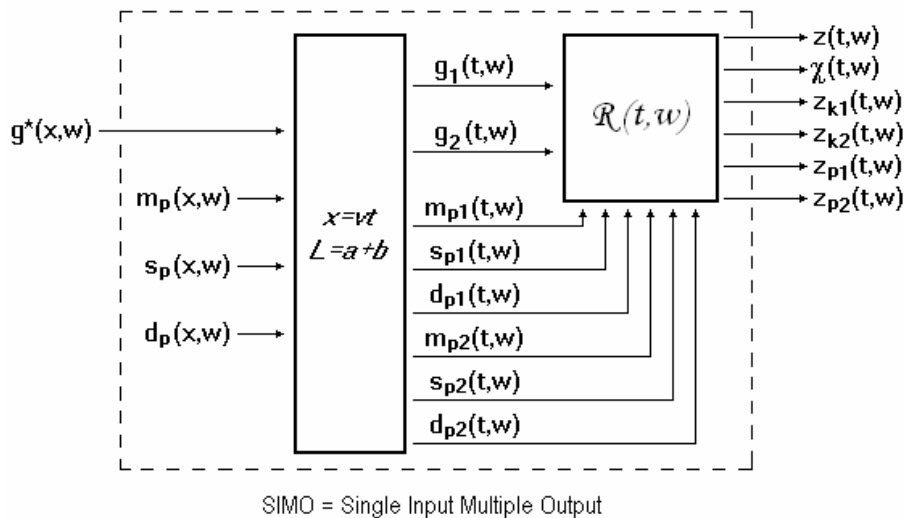
Paramétervektor:

$$\mathbf{p} = [m, m_{k1}, m_{k2}, m_{p1}, m_{p2}, \Theta, s_1, s_2, s_{h1}, s_{h2}, s_{p1}, s_{p2}, d_1, d_2, d_{h1}, d_{h2}, d_{p1}, d_{p2}, a, b]^T \in \mathbb{R}^{20}$$

A jármű alrendszer \mathbf{p}^* és a pálya alrendszer \mathbf{p}^{**} paramétervektora:

$$\mathbf{p}^* = [m, m_{k1}, m_{k2}, \Theta, s_1, s_2, s_{h1}, s_{h2}, d_1, d_2, d_{h1}, d_{h2}, a, b]^T \in \mathbb{R}^{14}$$

$$\mathbf{p}^{**} = [m_{p1}, m_{p2}, s_{p1}, s_{p2}, d_{p1}, d_{p2}]^T \in \mathbb{R}^6$$



7. ábra A fejlesztett pálya – jármű rendszermodell vázlat, rendszerelméleti sémája és paramétervektora

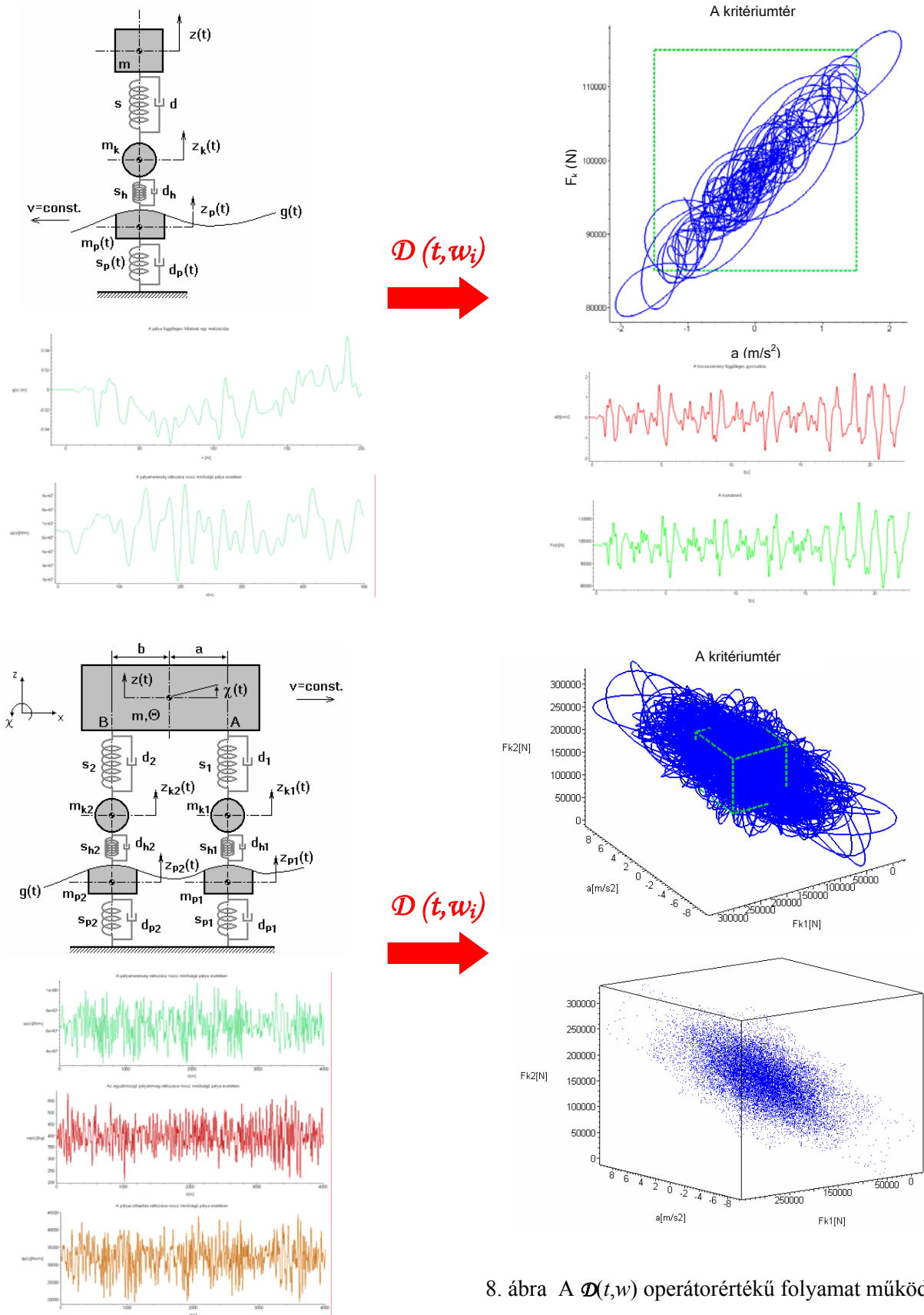
A rendszer mozgásviszonyait meghatározó 6 másodrendű lineáris differenciálegyenlet jelen esetben is csak numerikus módszerekkel volt megoldható. A kritériumokat az előzőekben ismertetett módon definiáltuk a 2 kerék-sín kapcsolati erő figyelembe vételével. Az elemi események, ill. a paraméterek időfüggése megjelölésének elhagyásával a kritériumvektor az alábbi alakban írható fel:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} a(t) \\ F_{k1}(t) \\ F_{k2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \cdot [s_1 \cdot (z_{k1}(t) - z_A(t)) + d_1 \cdot (\dot{z}_{k1}(t) - \dot{z}_A(t)) + s_2 \cdot (z_{k2}(t) - z_B(t)) + d_2 \cdot (\dot{z}_{k2}(t) - \dot{z}_B(t))] \\ s_{h1} (z_{p1}(t) + g_1(t) - z_{k1}(t)) + d_{h1} (\dot{z}_{p1}(t) + \dot{g}_1(t) - \dot{z}_{k1}(t)) \\ s_{h2} (z_{p2}(t) + g_2(t) - z_{k2}(t)) + d_{h2} (\dot{z}_{p2}(t) + \dot{g}_2(t) - \dot{z}_{k2}(t)) \end{bmatrix}$$

A fenti kifejezés jól szemlélteti, hogy a $\mathcal{D}(t,w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamat mennyire bonyolult felépítésű már a vázolt egyszerű pálya – jármű rendszermodell esetében is, melyre ismét teljesül a $\mathbf{c}(t,w) = \mathcal{D}(t,w)\mathbf{p}(t,w)$ összefüggés.

4. NUMERIKUS PÉLDÁK

A következő példák a vizsgált $\mathcal{D}(t, w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamat hatásmechanizmusát szemléltetik néhány realizáció felrajzolásával, melyeket a 8. ábra mutat.



8. ábra A $\mathcal{D}(t, w)$ operátorértékű folyamat működése

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Az elvégzett vizsgálatok alapján a következő megállapítások összegezhetők:

- A paraméterteréből a kritériumtérbe képező \mathcal{D} operátorba elméletileg a “közlekedési pálya – jármű” rendszer minden jellemző paramétere beépül, melyek között kimelt szerepe van a pályaoldali gerjesztéseknek, ill. a jármű vezetésében (vonó- és fékezőerő kivezérlésben) megvalósuló sztochasztikus hatásoknak.
- Ilymódon a felépítésében résztvevő sztochasztikus folyamatok miatt a \mathcal{D} operátor időtől és véletlentől függő lesz, így a paramétertér és a kritériumtér kapcsolatának matematikai leírását meghatározó folyamatot a $\mathcal{D}(t,w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamatra alapozzuk.
- A tárgyalásban végigvitt gondolatmenet szerint a kritériumvektorok és a paramétervektorok között fennálló $\mathbf{c}(t,w) = \mathcal{D}(t,w) \mathbf{p}(t,w)$ kapcsolat igen összetett, a \mathcal{D} operátor jellegzetesen nemlineáris tulajdonságú.
- A $\mathcal{D}(t,w)$ nemlineáris operátorértékű sztochasztikus folyamat rendkívül bonyolult felépítése miatt a formálisan felírt $\mathbf{p}(t,w) = \mathcal{D}^{-1}(t,w) \mathbf{c}(t,w)$ egyenlet csak szimbolikus jelentőségű, ugyanis közvetlen megoldás a gyakorlati esetek túlnyomó többségében lehetetlennek bizonyul.
- Emiatt a $\mathcal{D}(t,w)$ operátorértékű sztochasztikus folyamat realizációinak sorozatos alkalmazása szükséges, amely az így adódó “analízis típusú probléma” ismételt sorozatos megoldását jelenti.
- További kutatások szükségesek a $\mathcal{D}(t,w)$ operátor szerkezetének és a felépítésében résztvevő sztochasztikus folyamatoknak a részletes feltérképezéséhez.

6. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] **Zobory, I.**: Jármű-rendszerdinamikai szimulációra épülő „közlekedési pálya-jármű” rendszerdiagnosztikai eljárás. Közlekedéstudományi szemle, ISSN 0023-4362, 2005. (55. évf.), 10. sz., Budapest, 2005. p. 387-393.
- [2] **Benedek, T. – Zobory, I. – Anka, L.**: On running gear diagnostics based on computer simulation of the operation of the track-vehicle system. Proceedings of the 4th International Conference on Railway Bogies and Running Gears, (Ed. by Prof. I. Zobory), BME Department of Railway Vehicles, Budapest, 1998. p. 367-376.
- [3] **Zobory, I.** et al.: Automatic Diagnoses of Running Gears. Railway Gazette, 1992. September volume, p. 22-26.
- [4] **Zobory, I.**: A pálya-jármű rendszer diagnosztikája a járműgépész szemével. Pálya – Jármű Rendszer Tudományos Konferencia V. Velem, 1993. május 27. p. 57-72
- [5] **Császár, L.**: Pályaoldali gerjesztések hatásának vizsgálata diagnosztikai célú jármű-rendszertervezési szimuláció alkalmazásával vasúti járművek függőleges dinamikájában. Diplomaterv, BME Vasúti Járművek Tanszék, Budapest 2005.