

Szabadvezeték vezetékhozzának számítása az oszlopközben, illetve annak kijelölt részében

1. rész: Láncgörbe

A szabadvezeték belógása miatt az oszlopközben lévő sodrony mindig hosszabb, mint maga az oszlopköz. Ezért a szabadvezeték-hálózat tervezése során a vezetékhozzának számítása is szerepet kap. A kétrészes cikk 1. része az említett számítást mutatja be abban az esetben, ha a vezeték alakját az oszlopközben láncgörbének tekintjük. A vezetékhozzának számítására egy univerzális képlet szolgál, amely a teljes oszlopközben vagy annak tetszőlegesen kiválasztott részében, ferde és vízszintes felfüggesztés esetén egyaránt alkalmazható. Az új képlet használatát egy gyakorlati példa mutatja be.

Due to the sag of the overhead line, the conductor within the span is always longer than the span itself. Thus, the conductor length calculation is also needed for overhead line design. The first part of the two-part article shows the mentioned calculation in the case when the conductor curve in a span is considered as a catenary. Correspondingly the universal formula for the conductor length calculation has been derived, which is applicable in inclined and level spans as well, in both full span and arbitrarily selected span-part. The use of the new formula is presented in a practical example.

1. BEVEZETÉS

A cikkben a vízszintes és ferde felfüggesztés kifejezések [1], [2] helyett a *vf.* és *ff.* rövidítések szerepelnek. Láncgörbe esetén a számításokhoz szükséges bemenő adatok az alábbiak:

- a oszlopköz hossza [m],
- h_1 bal oldali felfüggesztési pont magassága [m],
- h_2 jobb oldali felfüggesztési pont magassága [m],
- c láncgörbe paramétere [m].

Amikor a vezeték hosszát nem a teljes oszlopközben, hanem annak egy részében kell kiszámítani, a következő további – tetszőlegesen választható – adatok is szükségesek:

- x_1 oszlopköz részének bal oldali végpontja [m],
- x_2 oszlopköz részének jobb oldali végpontja [m].

A rész végpontjaira vonatkozó feltétel: $[x_1, x_2] \subseteq [0, a]$.

A vezetékhozzának számításra vonatkozó matematikailag egzakt számítás a 2. és 3. fejezetben a következő négy lehetséges esetre vonatkozik:

- láncgörbe hossza az oszlopköz részében *ff.* esetén,
- láncgörbe hossza a teljes oszlopközben *ff.* esetén,
- láncgörbe hossza az oszlopköz részében *vf.* esetén,
- láncgörbe hossza a teljes oszlopközben *vf.* esetén.

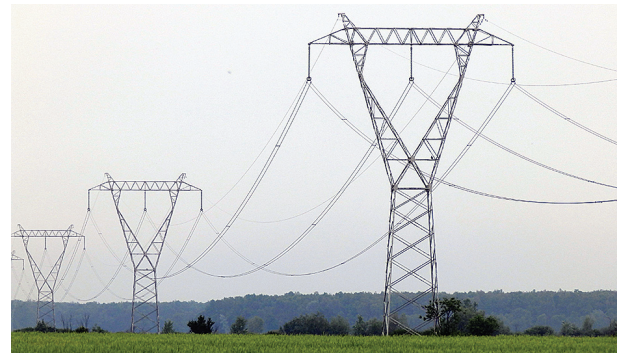
Igy összesen négy összefüggés kerül bemutatásra, melyek közül az első univerzális képlet, a többi három pedig annak különböző egyszerűsített alakja.

A vezetékhozzának számítására alkalmas képlet levezetésére az alábbi ismert matematikai kifejezés szolgál [3], amely megadja az $y(x)$ görbe ívhosszát az $[x_1, x_2]$ intervallumban:

$$L_{[x_1, x_2]} = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y(x)\right)^2} \cdot dx \quad (1)$$

Tekintettel arra, hogy a vezetékhozzának a hőmérséklettel változik, a vezetékhozzának számítása arra a vezeték-hőmérsékletre vonatkozik, amelyhez a felhasznált láncgörbe (c) paramétere tartozik. Minden hőmérsékleten más a láncgörbe paraméterének értéke. Az utóbbi adatot a vezeték mechanikai méretezéséből kell átvenni [4].

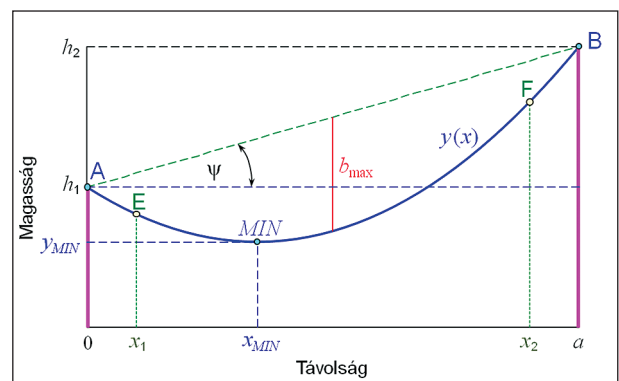
A nagyfeszültségű szabadvezeték-hálózat (1. ábra) tervezése során a vezeték alakját az oszlopközben a tervezőmérnök rendszerint láncgörbének (kötélgörbének) tekintik [5], ezért a számításokhoz szükséges adatként a láncgörbe paramétere szerepel. (Megjegyzés: A hatványsorba fejtett láncgörbe első közelítése a parabola, mely esetben a láncgörbe paramétere helyett a parabola legnagyobb belógása a szükséges adat.)



1. ábra Nagyfeszültségű szabadvezeték-hálózat

2. FERDE FELFÜGGESZTÉS

Amikor a felfüggesztési pontok eltérő magasságban vannak ($h_1 \neq h_2$), akkor ferde felfüggesztésről van szó [6], [7]. Ennek az esetben a tárgyalására a 2. ábra szolgál, melyen a láncgörbe paramétere kívül az összes bemenő adat, valamint a láncgörbe $y(x)$ fel van tüntetve. A felfüggesztési köz ferdesége ψ -vel van jelölve. Az A és B felfüggesztési pontok, míg az E, ill. F a vezeték első, ill. utolsó pontja az $[x_1, x_2]$ intervallumon. A MIN a vezeték legmélyebb pontja, a b_{\max} pedig a legnagyobb belógás.



2. ábra Láncgörbe ferde felfüggesztési közben ($h_1 < h_2$)

A [8] alapján a láncgörbe egyenlete (2), ahol az x_{MIN} és y_{MIN} a földtől minimális távolságra lévő pontra utal, (3) ill. a (4) kifejezés.

$$y(x) = 2c \cdot sh^2 \frac{x - x_{MIN}}{2c} + y_{MIN}, \quad x \in [0, a] \quad (2)$$

$$x_{MIN} = \frac{a}{2} - c \cdot \operatorname{arsh} \frac{h_2 - h_1}{2c \cdot \operatorname{sh}(a/2c)} \quad (3)$$

$$y_{MIN} = h_1 - 2c \cdot \operatorname{sh}^2 \frac{x_{MIN}}{2c} \quad (4)$$

2.1 Lánccörbe hossza az oszlopköz részében (ff.)

Ennek az alfejezetnek a feladata a 2. ábrán lévő lánccörbe ívhosszának számítása az $[x_1, x_2]$ intervallumon. Az első lépés az $y(x)$ első deriváltjának a meghatározása, majd annak a négyzetének az (1) kifejezésbe való behelyettesítése, az alábbiak szerint, a (7) [9] azonosság figyelembevételével:

$$\left(\frac{d}{dx} y(x)\right)^2 = \left(\operatorname{sh} \frac{x - x_{MIN}}{c}\right)^2 \quad (5)$$

$$L_{[x_1, x_2]} = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + \left(\operatorname{sh} \frac{x - x_{MIN}}{c}\right)^2} \cdot dx \quad (6)$$

$$chu = \sqrt{1 + \operatorname{sh}^2 u} \quad (7)$$

$$L_{[x_1, x_2]} = \int_{x_1}^{x_2} ch \frac{x - x_{MIN}}{c} \cdot dx = c \cdot \operatorname{sh} \frac{x - x_{MIN}}{c} \Big|_{x_1}^{x_2} \quad (8)$$

$$L_{[x_1, x_2]} = c \cdot \left(\operatorname{sh} \frac{x_2 - x_{MIN}}{c} - \operatorname{sh} \frac{x_1 - x_{MIN}}{c} \right) \quad (9)$$

A (10) [9] azonosság felhasználásával a (9) a (11) szerinti alakban írható fel, majd a (3) behelyettesítésével adódik (12).

$$\operatorname{sh} x - \operatorname{sh} y = 2 \cdot ch \frac{x + y}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{x - y}{2} \quad (10)$$

$$L_{[x_1, x_2]} = 2c \cdot \operatorname{sh} \frac{x_2 - x_1}{2c} \cdot ch \left(\frac{x_1 + x_2}{2c} - \frac{x_{MIN}}{c} \right) \quad (11)$$

$$L_{[x_1, x_2]} = 2c \cdot \operatorname{sh} \frac{x_2 - x_1}{2c} \cdot ch \left(\frac{x_1 + x_2 - a}{2c} + \operatorname{arsh} \frac{h_2 - h_1}{2c \cdot \operatorname{sh}(a/2c)} \right) \quad (12)$$

Ezzel a képlettel kiszámítható a lánccörbe hossza egy tetszőlegesen kiválasztható $[x_1, x_2]$ intervallumon.

Az új képlet gyakorlati alkalmazását a következő példa mutatja be, melyben két görbe szerepel a közös 3. ábrán:

- $y_1(x)$ lánccörbe $h_1 < h_2$ típusú ff.-i között,
- $y_2(x)$ lánccörbe $h_1 > h_2$ típusú ff.-i között.

A szükséges bemenő adatok az 1. táblázatban vannak feltüntetve. A (12) összefüggés használatával kiszámolt lánccörbe-hosszak a $[0, 100]$, $[100, 300]$, $[300, 400]$ és $[0, 400]$ intervallumokon a 2. táblázatban szerepelnek.

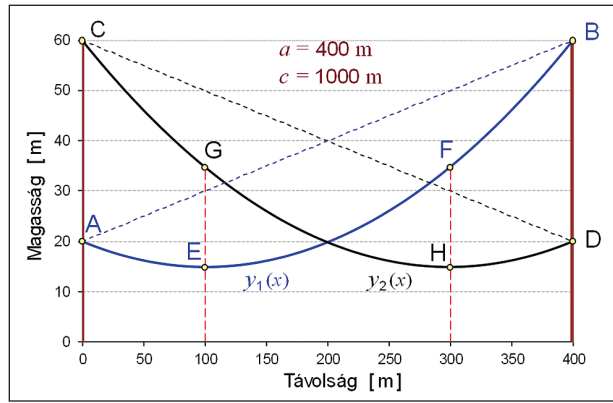
Példa:

1. táblázat Bemenő adatok

Lánccörbe	a [m]	h_1 [m]	h_2 [m]	c [m]
$y_1(x)$	400	20	60	1000
$y_2(x)$	400	60	20	1000

$$y_1(x) = 2 \cdot 10^3 \cdot \operatorname{sh}^2 \frac{x - 100,826}{2 \cdot 10^3} + 14,913 \quad x \in [0, 400]$$

$$y_2(x) = 2 \cdot 10^3 \cdot \operatorname{sh}^2 \frac{x - 299,174}{2 \cdot 10^3} + 14,913 \quad x \in [0, 400]$$



3. ábra Lánccörbék $y_1(x)$ és $y_2(x)$ közös ábrán

2. táblázat A (12) képlet használatával kapott eredmények

x_1 [m]	x_2 [m]	Lánccörbe $y_1(x)$		Lánccörbe $y_2(x)$	
0	100	L_{AE} [m]	100,17	L_{CG} [m]	103,16
100	300	L_{EF} [m]	201,32	L_{GH} [m]	201,32
300	400	L_{FB} [m]	103,16	L_{HD} [m]	100,17
0	400	L_{AB} [m]	404,65	L_{CD} [m]	404,65

Megemlítendő, hogy természetesen az L_{AE} , L_{EF} és L_{FB} összege megegyezik az L_{AB} hosszra vonatkozó eredménnyel:

$$L_{AE} + L_{EF} + L_{FB} = 100,17 \text{ m} + 201,32 \text{ m} + 103,16 \text{ m} = 404,65 \text{ m} = L_{AB}$$

Ez alátámasztja a (12) képlet matematikai helyességét. A fenti példára a következő egyenlőségek is vonatkoznak: $L_{AE} = L_{HD}$, $L_{EF} = L_{GH}$, $L_{FB} = L_{CG}$ és $L_{AB} = L_{CD}$. Összegezve: a 2. táblázatban szereplő eredmények alapján kijelenthető, hogy a (12) képlet mindkét típusú ff.-i között ($h_1 < h_2$ és $h_1 > h_2$) egyaránt alkalmazható.

A vezetékhozz számítása az oszlopköz részében a gyakorlatban részfeladatként jelenik meg, pl. a koronavesztés meghatározása során, valamint az elektromágneses kompatibilitás (EMC) szakterületén.

2.2 Lánccörbe hossza a teljes oszlopközben (ff.)

Amikor az $[x_1, x_2]$ intervallum megegyezik az oszlopközszel, vagyis $x_1 = 0$ és $x_2 = a$, akkor a (12) kifejezés egyszerűsödik a (13) összefüggésre:

$$L = 2c \cdot \operatorname{sh} \frac{a}{2c} \cdot ch \left(\operatorname{arsh} \frac{h_2 - h_1}{2c \cdot \operatorname{sh}(a/2c)} \right) \quad (13)$$

Figyelembe véve a (7) és (14) azonosságokat, a (13) a (16) [10] alakjában írható fel az alábbiak szerint:

$$\operatorname{sh}^2(\operatorname{arsh} u) = u^2 \quad (14)$$

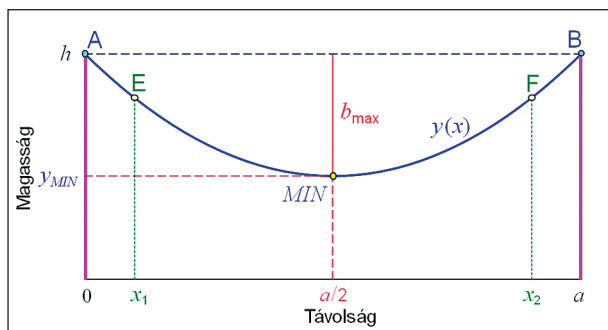
$$L = 2c \cdot \operatorname{sh} \frac{a}{2c} \cdot \sqrt{1 + \frac{(h_2 - h_1)^2}{4c^2 \operatorname{sh}^2(a/2c)}} \quad (15)$$

$$L = \sqrt{4c^2 \operatorname{sh}^2(a/2c) + (h_2 - h_1)^2} \quad (16)$$

Ezzel a képlettel kiszámítható a lánccörbe hossza a teljes oszlopközben ferde felfüggesztés esetén. A gyakorlatban a (16) alkalmazása sokkal gyakoribb a (12) képlettel szemben.

3. VÍZSZINTES FELFÜGGESZTÉS

A ferde felfüggesztés speciális esete a vízszintes felfüggesztés. Ilyenkor a felfüggesztési pontok azonos magasságban vannak ($h_1=h_2$) és $\psi=0$. Ezt mutatja a 4. ábra. Mint látható a MIN pont x -koordinátája az oszlopköz felezőpontjában helyezkedik el.



4. ábra Lánccörbe vízszintes felfüggesztési közben ($h_1=h_2=h$)

Az előző fejezettel megegyezően a lánccörbe hosszának a számítására itt is mind az oszlopköz egy részében, mind a teljes oszlopközben szükség lehet. Ezeket az eseteket a következő két alfejezet tárgyalja.

3.1 Lánccörbe hossza az oszlopköz részében (vf.)

Visszatérve az univerzális (12) képlethez, $h_1=h_2$ esetén adódik a (17) összefüggés, mivel $\operatorname{arsh}(0)=0$.

$$L_{[x_1, x_2]} = 2c \cdot sh \frac{x_2 - x_1}{2c} \cdot ch \frac{x_1 + x_2 - a}{2c} \quad (17)$$

Megemlítendő, hogy az $x_{MIN}=a/2$ a (11)-be való behelyettesítése ugyanezt az összefüggést eredményezi.

3.2 Lánccörbe hossza a teljes oszlopközben (vf.)

Vízszintes felfüggesztés esetén, a teljes oszlopközre vonatkozó ívhosszképlet a cikkben bemutatott (12), (16) és (17) képletek figyelembevételével három különböző módon vezethető le:

- $h_1=h_2$, $x_1=0$ és $x_2=a$ behelyettesítésével a (12)-be,
- $h_1=h_2$ behelyettesítésével a (16)-ba,
- $x_1=0$ és $x_2=a$ behelyettesítésével a (17)-be.

Mind a három módszer azonos eredményt ad, a (18) kifejezést.

$$L = \sqrt{4c^2 sh^2 \frac{a}{2c}} = 2c \cdot sh \frac{a}{2c} \quad (18)$$

A (18) képlet, amely már megtalálható a szakirodalomban (pl. [5], [11]), a (12) univerzális képlet harmadik egyszerűsítésének tekinthető. (Az első a (16), és a második egyszerűsítése a (17) képlet.) A (12) egy univerzális képlet, amely a szakirodalomban nem szerepel, ahogyan a (17) sem.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk 1. része a lánccörbe hosszának a számításával foglalkozik ferde és vízszintes felfüggesztés esetén, a teljes oszlopközben, ill. annak egy tetszőlegesen kiválasztott részében. Együttesen a bemutatott képletek mind a gyakran előforduló, mind pedig a ritka, egyedi feladatok megoldásában nyújtanak segítséget a szabadvezeték-hálózatot tervező szakemberek számára.

A cikk folytatódik, a 2. része a vezetékhozz számítását tárgyalja abban az esetben, hogyha a vezeték alakját az oszlopközben nem lánccörbének, hanem közelítő parabolának tekintjük.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] **Dr. Novothny Ferenc:** *Villamosenergia-ellátás II.*, BMF KVK, Budapest, 2012.
- [2] **Dr. Novothny Ferenc:** *Példatár Villamosenergia-ellátás II. bővített kiadás*, BMF KVK, Budapest, 2011.
- [3] **Reiman I.:** *Matematika*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1992.
- [4] CIGRÉ Technical Brochure No. 324, *Sag-Tension Calculation Methods for Overhead Lines*, CIGRÉ Working Group B2.12, 2007.
- [5] CIGRÉ Green Book, *Overhead Lines*, CIGRÉ Study Committee B2, 2014.
- [6] **Hatibovic A.:** *Derivation and Analysis of the Relation between Conductor Sags in Inclined and Levelled Spans Based on Known Data of the Latter*, CIGRÉ 2014, Session 45, Paris, France, 2014.08.24–29, Paper B2–202, pp. 1–8.
- [7] **Hatibovic A.:** *Inclined Span Modelling by a Given Levelled Span for OHL Design*, PERIODICA POLYTECHNICA ELECTRICAL ENGINEERING, Vol. 58, No. 2, pp. 69–79, 2014, DOI: 10.3311/PPee.7373
- [8] **Hatibovic A.:** *Vezetékgörbe egyenletének meghatározása és elemzése a lánccörbe ismert paramétere alapján 1. rész*, Elektrotechnika, 106. évfolyam, 4. szám, pp. 9–12, 2013.
- [9] **Polyanin A. D., Manzhurov A. V.:** *Handbook of Mathematics for Engineers and Scientists*, Taylor & Francis Group, USA, 2007.
- [10] **Bayliss C., Hardy B.:** *Transmission and Distribution Electrical Engineering 4th edition*, Elsevier, Great Britain, 2012.
- [11] CTC Global Brochure, *Engineering Transmission Lines with High Capacity Low Sag ACCC Conductors*, USA, 2011.



Hatibovic Alen

okleveles villamosmérnök, tervező
Sárköz Green Plan Kft.
MEE-tag
hatibovic.alen@gmail.com