A topológikus algebrákról és gyűrűkről I.

SZÁSZ FERENC

1. §. Bevezetés

A dolgozat címében szereplő szakterületet az alábbiakban szeretném ismertetni úgy, hogy igyekszem azt a benne kevésbé járatosabb olvasókhoz is közelebb hozni. Az ismertetés során általában mellőzöm a teljes, részletes, szigorú bizonyításokat, mert egyrészt a cikk korlátozott terjedelme, másrészt a szakterület gazdag anyaga miatt erre nem volna technikai lehetőség. A cikk megírásánál főleg azt tartottam szem előtt, hogy felhívjam a figyelmet ennek a világviszonylatban már elég fejlett, hazai viszonylatban azonban aránylag még elég elmaradott szakterületnek fontosságára és érdekességére. A topológikus gyűrűk és speciálisan a normált gyűrűk, Banach-algebrák tanulmányozásától nemcsak az idevágó hazai elméleti kutatások fejlesztése, hanem a nagyszámú (főleg matematikán belüli) alkalmazás is várható. Ez utóbbi szempont miatt is kívánatos a topológikus gyűrűk és Banach-algebrák közelebbi megismerése és e területen a hazai intenzívabb kutatások beindulása.

A topológikus algebrának és a topológikus gyűrűnek a fogalma úgy merül fel, mint egyfelől a topológikus tér fogalmának másfelől pedig a megfelelő algebrai fogalmaknak: az algebra és gyűrű fogalmának a természetes egybekapcsolása, miközben megköveteljük, hogy az előforduló algebrai műveletek az adott topológiában folytonosak.

Az olvasó számára nem keletkezik félreértés abból, hogy az „algebra" szó többjelentésű. Az algebra jelenti általában magát az algebrát, mint a matematikai tudományok egyik ágát, másfelől speciálisan jelenti az olyan gyűrűket, amelyekben a gyűrűműveletén kívül még értelmezve van elemeknek skaláris (valós vagy komplex) számokkal való szorzása is, a mely szorzat szintén a gyűrűk eleme. Némely szerző szokta algebrának nevezni az általános algebrai struktúrát is. A továbbiakban algebrán a skaláris operátor-tartománnyal és operátor-szorzással ellátott gyűrűket értjük, és a dolgozat címe így is értendő.

Ebből látszik, hogy a dolgozat címében szereplő fogalmak a topológia, funkcionálanalízis és gyűrűelmélet határterületéhez tartoznak. Ez a tény lehetővé teszi általánosabb eredmények, elegáns módszerek és nagyszámú alkalmazás elérését. Mindezek vonatkoznak általában a topológikus gyűrűkre, az alkalmazások pedig főleg a Banach-algebrákra.

A topológikus gyűrűk elméletének a fő célja struktúratételeknek és reprezentációs tételeknek a megállapítása. Sajnálatos tény azonban az, hogy az elmélet nagyszámú eredménye közt éppen az ilyen jellegű tételekből van kevés. Nagyon sok eredmény arra vonatkozik, hogy egyfelől a topológiai megszorítások, másfelől a gyűrűelméleti megszorítások és feltételek hogyan tükröződnek a topológikus gyűrűkön általában, vagy pedig speciális topológikus gyűrűknek bizonyos osztályain.

Gyakori eset az is, hogy az elmélet egy és ugyanazon részéhez a különféle matematikusok különféle irányokból, pl. főleg algebrai, vagy főleg topológikus nézőpontból közelednek, pl. a BANACH-algebrákhoz RICKART [206], illetve NAJMARK [169], de minthogy ezekhez a gyűrűelmélet, topológia, funkcionálanalízis, mértékelmélet felhasználása végülis mind egyaránt szükséges, és az eredményekben is sok a közös, ezért a nézőpontok nem élesen különbözők.

Az elmélet eredményei közt vannak egészen általános eredmények. A speciálisabb eredményeket pedig célszerű tovább megkülönböztetni. Így tárgyalni fogunk eredményeket egyrészt a topológikus ferdetestekről, az értékeléselméletről és rokon kérdésekről, másrészt a bikompakt és lokálisan bikompakt gyűrűkről, harmadrészt vegyes jellegű, nem feltétlen metrikus, speciális topológikus gyűrűkről, negyedrészt pedig a BANACH-algebrákról. Örvendetes, hogy az alkalmazásokban is oly fontos BANACH-algebrákra vonatkozólag már viszonylag több struktúratétel és reprezentációs tétel ismeretes, mint általában a topológikus gyűrűkre nézve.

A topológikus gyűrűk általánosságban, explicit módon, elsőnek D. VAN DANTZIG [42], [43] téziseiben, ill. dolgozatában lettek definiálva és vizsgálva, amely természetesen nem jelenti azt, hogy korábban nem vizsgálták a matematikusok a topológikus gyűrűknek egészen speciális eseteit. Ilyen speciális esetként említendők a HENSEL-féle p-adikus számok, amelyek fogalmát KÜRSCHÁK JÓZSEF általánosította. KÜRSCHÁK [143] dolgozata ugyanis megadja az abszolút értéknek és a p-adikus számoknak a közös általánosítását, éspedig a testek értékelésének a fogalmát. Később a testek értékelés-elmélete körül és ennek különféle alkalmazásai: algebrai számelmélet, algebrai függvények tana, algebrai geometria körül igen figyelemreméltó terjedelmű szakirodalom alakult ki. Ez jellemzi tehát a topológikus gyűrűk előfutárának, a nagyon speciális p-adikus számtestnek és általánosításainak, az értékelt testeknek az előtörténetét. Vizsgálták később az értékeléselmélet különféle általánosításait és azok alkalmazásait is. Az általánosabb, már említett D. VAN DANTZIG-féle tézisek és eredmények pedig a topológikus gyűrűk vizsgálatának egy másik irányát kezdeményezték, nevezetesen a bikompakt és lokálisan bikompakt testeknek, gyűrűknek a tanulmányozását. A gyűrű terének bikompaktsága vagy lokális bikompaktsága helyett általánosabb topológiai feltételekkel is végeztek vizsgálatokat. Különösen bevált e vonatkozásban a korlátosság fogalma, amely SAFAREVICS [208] dolgozatában található meg először. Nagy szerephez jutnak az ún. lineárisan topologizált bikompakt gyűrűk is, amelyeknél a gyűrű zérusának teljes környezetrendszere speciális részstruktúrákból áll (ZELINSKY [249], [250], [251], LEPTIN [146], BALLIER [21]). A topologikus gyűrűk elméletében további, éspedig nagyon természetes irányzat az, hogy a diszkrét gyűrűk elméletéből ismert eredményeket igyekeznek átvinni a topologikus gyűrűk esetére. Az ilyen jellegű, továbbá a topologikus, de nem feltétlenül metrikával topologizált gyűrűkről szóló egyéb eredményeket „vegyes eredményeknek" nevezzük, és ezeket e dolgozatban külön részben fogjuk ismertetni. (Lásd pl. KAPLANSKY [111], ARENS—KAPLANSKY [12], IKUSHIMA [88], KOWALSKY [137], MAHARADZE [153], [154], SZELE [223], GACSÁLYI [63] vagy GILLMAN [74]). — Fontossága miatt kiemelendő a topologikus gyűrűk elméletének egy jól kiépített, szép alkalmazásokban gazdag és lényegében a funkcionálanalízishez tartozó ága, a normált gyűrűknek, a BANACH-algebráknak az elmélete, amelynek fejlődése általában a topologikus gyűrűkéhez képest bizonyos önállóságot mutat. A kiépítettségre pedig jellemző, hogy a topologikus gyűrűkről szóló cikkek közül eddig kb. hat-hétszer több cikk jelent meg a BANACH-algebrákról, mint a metrika nélküli gyűrűkről. Az elmúlt negyedévszázadban GELFAND, NAJMARK, RAJKOV, SILOV valamint munkatársaik és tanítványaik munkássága révén a normált gyűrűkkel kapcsolatos szovjet iskola igen jelentős eredményeket ért el, amelyekhez több más állam matematikusai is igyekeztek csatlakozni. GELFAND és munkatársainak iskolája előtt speciális normált gyűrűket, éspedig a HILBERT-tér bizonyos operátorainak a gyűrűjét vizsgálta MURRAY—VON NEUMANN [164] és VON NEUMANN [173]. Ezek a dolgozatok igen értékes eredményeket tartalmaznak, és külön jelentőségük az, hogy beindították később a normált gyűrűk általánosabb tanulmányozását és vizsgálatát. GELFAND előtti normált gyűrűs, előfutár cikkekként említhető meg még bizonyos tekintetben STONE [220], NAGUMO [168] és HEBRONI [81] cikke.

Ez az ismertetés a fentebb említett kutatási irányzatoknak megfelelően több részre fog bomlani: 1. topologikus ferdetestek és értékeléselmélet; 2. lokálisan bikompakt és hasonló jellegű gyűrűk; 3. vegyes kérdések (topologiák bevezetése, diszkrét eredmények topologiai megfelelője, radikálok, WEDDERBURN—MALCEV-féle felbontások, STONE-terek, duális gyűrűk stb.); 4. normált algebrák és BANACH-algebrák. Miként a legtöbb felosztásnál szokásos, ez a felosztás sem abszolút egyrétűen fedi le az eredményeket, mert általában e részek szorosan összefüggnek és a 3. rész körülhatárolása nem elég határozott. Ebben az ismertetésben a BANACH-algebrákkal kevésbé részletesen foglalkozunk, mert róluk egy későbbi füzetben terv szerint külön, részletesebb ismertetés fog megjelenni, és ezért e helyen csak a klasszikus, régebbi eredmények szerepelnek a BANACH-algebrákról, ugyanis ennek az első ismertetésnek a terjedelme korlátozott.

A csatolt irodalomjegyzék szintén ebben a szellemben készült, hiszen sokszáz cikk jelent meg a BANACH-algebrákról, és előzetes becslés szerint is a Banach-algebrák eddigi teljes cikklistája legalább negyven nyomtatott oldal volna. A topológikus de nem feltétlen metrikus gyűrűkről azonban igyekeztem minél több cikket tartalmazó (de korántsem teljes) listát összeállítani. A mellékelt listában szerepel néhány olyan munka is, amelyek nem tartoznak a topológikus gyűrűkhöz, de elősegítik azok tanulmányozását, ill. velük kapcsolatban állnak. A mellékelt lista, amely a kezdők vagy aspiránsok és más érdeklődők számára talán nem bizonyul közömbösnek és hiábavalónak, természetesen sok olyan cikket is tartalmaz, amelyek e referátumban nem kerülnek konkrét idézésre, ill. részletes tárgyalásra. Ezenkívül viszonylag kevesebb cikk szerepel az értékeléselmélet régebbi irodalmából, és megjegyzendő, hogy az 1961. és 1962. éveket illetően a lista globálisan nem teljes. Érdemes a figyelmet felhívni a régebbi irodalommal kapcsolatban KOETHE [134] és LORCH [148] referátumára és az ezekben felsorolt munkákra, valamint az ide kevésbé tartozó témákkal kapcsolatban DUNFORD [48], TAYLOR [226] és HYERS [87] referátumaira is. Külön kiemelendő KAPLANSKY [112] frappáns referátuma az 1948 előtti topológikus gyűrűk irodalmáról. A BANACH-algebrákkal kapcsolatban pedig NAJMARK [169], GILLMAN—JERISON [75], HILLE—PHILIPS [86], RICKART [206] könyveire, valamint KAPLANSKY [122], [125] és MACKEY [151] jegyzeteire hivatkozhatunk.

2. §. Előkészítő megjegyzések

A modern algebrai szükséges fogalmakat (csoport, gyűrű, ideál, jobbideál, egységelem, zérusosztó stb.) ismerteknek tételezzük fel (lásd az egyetemi anyagon és VAN DER WAERDEN ismert algebra könyvén kívül általában RÉDEI [194], gyűrűelméletét illetőleg pedig Jacobson [96] könyvét, valamint NAJMARK [169] könyvének II. fejezetét). A topológikus terek elméletéről e lapok hasábjain jelent meg CSÁSZÁR ÁKOS „A topológikus tér fogalmáról" (I., 8 (1957) 37—60; II., 8 (1957) 211—231; III., 9 (1958) 37—63) c. három részes ismertetése, amelynek átolvasása igen tanulságos előkészület a topológikus gyűrűkhöz is. A topológikus terekre vonatkozó könyvek közül KELLEY [131] és KOWALSKY [139] könyvei bevezetést nyújtanak a halmazelméleti topológia elemeibe, és az utóbbi (végig filteres tárgyalásmód mellett) a hetedik fejezetében a topológikus algebrai struktúrákról is említést tesz alkalmazásképpen. Sem KOWALSKY könyve, sem VAN DER WAERDEN „Algebra" c. könyve 1959-es kiadásának II. kötete nem kívánja meg a topológikus algebrai struktúráktól, hogy terük T_1-tér legyen.

T_0-terű topológikus csoportoknál bármely normálosztó szerinti faktorcsoport újra T_0-terű topológikus csoport, viszont T_1-terű topológikus csoportok esetében pontosan a zárt normálosztók szerinti faktorcsoportok lesznek T_1-terű topológikus csoportok a kvociens-tér topológiájában. Bármely T_1-terű csoport szükségképpen T_2-terű is. Lásd pl. PONTRJAGIN [186] könyve harmadik fejezetét.

A topológikus csoportokhoz szükséges alapvetés céljára PONTRJAGIN [186] említett könyve mellett még BOURBAKI [37] és WEIL [238] könyve olvasható haszonnal. Ebben a referátumban szereplő gyűrűk mind T_1-terűek, tehát T_2-terűek azaz HAUSDORFF-terűek is lesznek. Tehát lényegében van Dantzig definícióját követjük: Topológikus gyűrűn egy olyan gyűrűt értünk, amely egyszersmind HAUSDORFF-tér, és amelyben $a-b$ és ab együttesen folytonosak a-ban és b-ben. (VAN DANTZIG a definícióban megszámlálhatósági megszorítást is tett, ezt a feltételt azonban már régóta nem kívánják meg a definícióban.) Topológikus algebra olyan topológikus gyűrű, amely egy topológikus ferdetest, mint a skalárisok operátortartománya felett egyszersmind topológikus vektortér (BOURBAKI [38]), és a skalárissal való operációk is folytonosak. Normált algebrán olyan normált (valós vagy komplex) lineáris teret értünk, amely egyszersmind olyan algebra is, amelyben

$$(*) \qquad \|ab\| \leqq \|a\|\cdot\|b\|$$

teljesül. BANACH-algebrán komplett normált algebrát értenek, ahol a komplettség, mint szokásos, azt jelenti, hogy minden CAUCHY-féle alapsorozatnak van az algebrában határértéke.

GELFAND [64], általánosabb feltételek mellett pedig ARENS [10] vizsgálta, hogy (∗) helyett mikor elegendő a normált algebrában $a \,.\, b$ folytonossága, hogy ugyanazt a fogalmat kapjuk vissza.

A gyűrűk PERLIS—JACOBSON radikáljának az egyik definíciójához (lásd Jacobson [96]) célszerű bevezetni az $a \circ b = a+b+ab$ újabb műveletet. Ha $a \circ b = 0$ akkor b az a-nak jobbkváziinverze, és kváziinverze, ha egyidejűleg $a \circ b = b \circ a = 0$ teljesül. A jobbkváziinverzzel (kváziinverzzel) rendelkező elemeket jobbkváziregulárisnak (kváziregulárisnak) nevezzük. Egy jobbideál jobbkvázireguláris, ha minden eleme jobbkvázireguláris. Egy ilyen jobbideál minden elemének van (kétoldali) kváziinverze is. Az A gyűrű J radikálja az összes kvázireguláris jobbideál összege, amely egybeesik az összes kvázireguláris balideál összegével. Világos, hogy a $\circ$ művelet mellett a kvázireguláris elemek csoportot alkotnak, amelynek O az egységeleme. Ha A topológikus gyűrű és a kváziinverz képzése folytonos művelet, akkor ez a csoport topológikus csoport. ARENS [10; 626 oldal] módszerével, amely egyébként az elemi analízis módszere, könnyen belátható, hogy BANACH-algebrában a kváziinverz képzése folytonos művelet. A lokálisan bikompakt, zérusosztómentes topológikus gyűrűkben a kváziinverz folytonos és a kvázireguláris elemek halmaza nyílt halmaz KAPLANSKY [113, I. rész 8. tétele] szerint. Megmutatható példával [113], hogy a zérusosztómentesség szükséges, viszont [10] szerint bármely komplett metrikus topológikus algebrában is folytonos a kváziinverz. Az egységelem pótlására vezette be SEGAL [213] a reguláris (más elnevezéssel moduláris) jobbideál fogalmát. Egy R jobbideál moduláris az A gyűrűben, ha van olyan $e \in A$ elem, hogy minden $x \in A$

esetén $x-ex\in R$. BANACH algebrában minden reguláris maximális jobbideál zárt. Általánosabban ez igaz az ún. Q_r-gyűrűkben is (KAPLANSKY [108]), amelyekben a jobbkvázireguláris elemek halmaza nyílt. Hasonlóan egy topológikus gyűrű Q-gyűrű, ha a balkvázireguláris elemek halmaza nyílt.

Megmutatható, hogy a J JACOBSON-radikál a moduláris maximális jobbideálok metszete, és hogy J olyan kétoldali ideál, hogy J minden kvázireguláris jobb- és balideált tartalmaz és az A/J faktorgyűrűben O a radikál. Továbbá Q_r-gyűrűkben a radikál zárt. Ha a jobbkvázireguláris elemek halmaza zárt, akkor [108] szerint a radikál ugyancsak zárt. Bikompakt topológikus gyűrűkben a jobbkvázireguláris elemek halmaza zárt, ezért az előzőek szerint a radikál is zárt. Elsőnek KAPLANSKY és H. RUBIN közösen szerkesztett olyan normált gyűrűt [108], amelyben a radikál nem zárt. Ennél egyszerűbb KAPLANSKY egyik későbbi példája arra, hogy a radikál nem zárt.

Legyen ugyanis A a p-adikus egészek P gyűrűje felett az összes olyan végtelen mátrix gyűrűje, hogy bármelyik mátrix bármelyik sorában csak véges sok elem különbözik nullától. Legyen A-ban O-nak U_n egy általános környezete: az összes olyan mátrix halmaza, amelyeknél az első n sor végig csupa 0. A teljes környezetrendszerre vonatkozó kikötések nyilván teljesülnek. A radikál tartalmazza az összes olyan mátrixot, amelyeknek egyszerre csak véges sok oszlopában és véges sok sorában vannak zérustól különböző elemek, és ezek az elemek p-vel mind oszthatók. Ha e_{ij} jelöli a mátrixegységeket, akkor nyilván $p(e_{12}+e_{23}+e_{34}+e_{45}+\dots)$ a radikál lezártjában fekszik, de nincs a radikálban, mert ez a mátrix nem kvázireguláris, a radikálnak pedig minden eleme kvázireguláris (ideált generál).

Egy gyűrű radikálgyűrű, ha egybeesik a radikáljával. Ilyen pl. a páratlan nevezőjű és páros számlálójú törtek gyűrűje, amelyben a páros egész számok részgyűrűje féligegyszerű. JONES—LUMER [102] közös dolgozata adott meg egy kritériumot: Egy A radikálgyűrű bármely részgyűrűje akkor és csak akkor radikálgyűrű, ha minden $a\in A$ elemhez létezik olyan egészegyütthatós $p(x)$ polinom, hogy $p(a)=o$, $p(o)=o$ és $p(-1)=-1$. Egy olyan Banach-algebrában, amely radikálgyűrű, minden topológikusan zárt részalgebra szintén radikálgyűrű.

Diszkrét gyűrűk esetében hasznos fogalom a BROWN—MCCOY-féle radikál is (Radicals and subdirect sums, Amer. Journ. Math. 69 (1947) 46—58), amely a gyűrű összes reguláris (moduláris) maximális kétoldali ideáljának a metszetével esik egybe.

Vizsgálták többen, hogy ez a radikál topológikus gyűrűkben milyen feltételek mellett zárt. Erre a problémára a vegyes eredmények tárgyalásánál még visszatérünk. Az (asszociatív) gyűrűk esetében sokfajta radikál ismeretes, ezek megfelelőit eddig sajnos csak speciális radikálok és speciális topológikus gyűrűk esetében vizsgálták.

A topológikus gyűrűk tanulmányozásánál hasznos és fontos fogalom a jobbkorlátosság, balkorlátosság és korlátosság fogalma, amelyet

Safarevics [208] vezetett be. Az A topológikus gyűrű S részhalmaza jobbkorlátos, ha létezik o bármely U környezetéhez o-nak olyan V környezete, hogy $SV \subseteq U$ (Ez a feltétel filter-apparátussal [37], [139] még egyszerűbben kifejezhető.) A balkorlátosság duális módon definiálható. Egy halmaz akkor korlátos, ha egyszerre bal- és jobbkorlátos. Ennek a fogalomnak nagy szerepe van a bikompakt gyűrűkről szóló bizonyos eredmények általánosításánál, valamint az értékeléselmélet topológikus módszerekkel való tárgyalásánál az ún. „V-típusú" ferdetestekkel kapcsolatban (lásd Kaplansky [109]).

Minden bikompakt részhalmaz korlátos, és sok algebrai problémánál a korlátosság pótolja a bikompaktságot. Ha egy topológikus gyűrűben a kváziinverz folytonos, akkor az bármely korlátos halmazon egyenletesen folytonos, továbbá bármely polinom bármely korlátos halmazon szintén egyenletesen folytonos.

Ezek azok az általános fogalmak, amelyek többször előfordulnak, ezért őket célszerű volt előkészületképpen külön megbeszélni. Egyéb speciális fogalmakat később ott fogunk értelmezni és tárgyalni, ahol erre alkalmilag szükség lesz. Azt azonban kiemeljük, hogy lineáris terek (vektorterek) operátortartománya mindig a komplex vagy a valós test lesz a továbbiakban.

3. §. Topológikus ferdetestek, értékeléselmélet és rokon kérdések

Ferdetesteken a nem feltétlen kommutatív testeket értjük (de megengedjük a kommutatívokat is). Ebben a paragrafusban említést teszünk a normált ferdetestekkel, továbbá az értékeléselmélettel és a lokálisan bikompakt ferdetestekkel kapcsolatos eredményekről és az ezekre vonatkozó más, általánosabb eredményekről.

Mazur [158] közzétette — bizonyítás nélkül — azt a meglepő eredményt, hogy a komplex számtest felett maga a komplex számtest az egyetlen olyan Banach-algebra, amely ferdetest.

Ez az eredmény önmagában is fontos és érdekes, és jelentőségét még jobban aláhúzza az a tény, hogy a felhasználásával bizonyította be később a szovjet normáltgyűrűelméleti iskola azt a fontos reprezentációs tételt, hogy bizonyos A kommutatív, egységelemes, radikálmentes Banach-algebrák izomorfok egy B bikompakt halmazon folytonos komplex függvényeknek egy algebrájával. (Itt B lényegében az A algebra összes maximális ideáljának a halmaza.) Ez az utóbbi tény pedig magában hordozza annak a ténynek egy elegáns bizonyítását (N. Wiener, Tauberian theorems, Ann. Math. 33 (1932) 1—100; és The Fourier integral and certain of its applications, Cambridge Univ. Press, 1933), hogy ha egy $\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{int}$ abszolút konvergens trigonometrikus sor sehol nem tűnik el, akkor a sor összegének a reciproka is kifejthető abszolút konvergens trigonometrikus sorba. Ez és hasonló alkalmazások a Banach-algebrákkal kapcsolatban e referátum későbbi paragrafusában, valamint terv szerint egy későbbi referátumban még említésre kerülnek.

Mármost visszatérve MAZUR tételére, megjegyzendő, hogy GELFAND [64] is bebizonyítja 1941-ben MAZUR eredményét. GELFAND bizonyítása a számértékű vektorfüggvényekre kiterjesztett komplex függvénytani LIOUVILLE-tétel alkalmazásán alapul, és miként ezt LORCH [148] megjegyzi, hasonló eredményhez jutott korábban TAYLOR [226] is. Az eredmény Gelfand—Mazur-tétel néven terjedt el. Erre a tételre később elemi bizonyításokat is adtak. A rezolvens halmaz és a spektrum vizsgálatával a TAYLOR—GELFAND-féle bizonyítás az ARENS-féle [10] általánosított formában a következőképpen foglalható össze. Egy A komplex, lineáris, egységelemes algebrában az $x \in A$ elem spektruma az összes olyan λ skalár halmaza, amelyekre az $x-\lambda e$ különbségnek nincs reciproka (e az A egységeleme). A spektrum komplementer halmaza a komplex számsíkon a rezolvens halmaz. Mármost az ARENS-féle feltételek azok, hogy A a komplex test felett olyan egységelemes topológikus lineáris algebra, amelyben az inverz képzése folytonos művelet, és amelyhez létezik a komplex funkcionáloknak egy totális rendszere: azaz minden $o \neq x \in A$ elemhez van olyan f funkcionál, hogy $f(x) \neq o$. Ez utóbbi feltétel teljesül pl. akkor, ha A^+ konvex lineáris tér. Megállapítható, hogy A minden elemének van nem üres spektruma. Ellenkező esetben ugyanis létezik olyan $x \in A$, hogy képezhető $(x-\lambda e)^{-1}$, és tetszőleges f komplex funkcionállal képezhető a $g(\lambda)=f((x-\lambda e)^{-1})$ komplex függvény. Igazolható, hogy $g(\lambda)$ egész függvény, amely analitikus, és $\lim\limits_{\lambda \to \infty} g(\lambda) - o$. Ezért az általánosított Liouville-féle tétel alapján $g(\lambda)$ azonosan o. Minthogy f tetszőleges, és a funkcionálok rendszere A felett totális, ezért $(x-\lambda e)^{-1}=o$ ahonnan $e=o$ tehát ellentmondás adódik. Ezért bármely x elem spektruma nem üres. Legyen most A ferdetest, ekkor x spektruma csak úgy nem üres, ha $x=\lambda e$, amely éppen a Gelfand—Mazur-féle tétel.

A valós test feletti olyan Banach-algebrák, amelyek egyszersmind ferdetestek, a fenti módszer egyik variánsa szerint a valós, komplex vagy kvaterno-ferdetest egyikével izomorfok. — Egy x elemet topológikus zérusosztónak nevezünk a normált algebrában, ha van olyan y_n nem-zéró-sorozat, hogy $xy_n \to o$ vagy $y_n x \to o$. Mármost érvényes SILOV [216], ARENS [10] és RICKART [205] eredményeinek a következő élesítése (KAPLANSKY [114], [115]): topológikus zerusosztó nélküli normált algebra a valós test felett vagy a valós, vagy a komplex test, vagy pedig a kvaterniók ferdeteste. Ennél az eredménynél sem az egységelem létezése, sem a komplettség nem szerepel a feltételek közt. Továbbá, ha A egy NEUMANN-reguláris BANACH-algebra (azaz minden $a \in A$ elemhez létezik a BANACH-algebrában olyan $x \in A$, hogy $a=axa$), akkor A

véges dimenziójú algebra [114]. Ezzel kapcsolatban megjegyzendő, hogy Arens—Kaplansky [12] szerint egy lokálisan bikompakt csoportnak a csoportalgebrája pontosan akkor lesz Neumann-reguláris, ha a csoport véges.

Továbbá I. Segal a doktori értekezésében (Yale University 1940) gyengén regulárisnak nevezte az A gyűrűt, ha minden $x \neq 0$ elemhez van olyan $y \neq o$ elem, hogy $yxy = y$. (A gyenge regularitás ekvivalens azzal, hogy minden nem zérus főbalideál tartalmaz nem zérus idempotenset. Ezért a Neumann-regularitásból folyik a gyenge regularitás. Viszont létezik olyan végtelen dimenziójú (tehát nem Neumann-reguláris) Banach-algebra, amely gyengén reguláris. (Egyébként egy X bikompakt Hausdorff-téren folytonos összes valós függvény $C(X)$ Banach-algebrája pontosan akkor lesz gyengén reguláris, ha X-ben minden nyílt halmaz tartalmaz egy nyílt és zárt halmazt.)

Minthogy a topológikus lineáris terek összefüggőek, kérdezhető, hogy milyen összefüggő topológikus testek léteznek. Más vonatkozásban ugyanez a kérdés merült fel Baer—Hasse [20] dolgozatában is 1932-ben. Dieudonné [46] 1946-ban konstruált a komplex számtestben egy olyan összefüggő valódi résztestet, amelyik nem a valós számtest. Kapuano [126] pedig topológikus 1-dimenziójú olyan résztestet konstruált a komplex számtestben, amely természetesen szintén nem a valós számtest.

Mazur egy tétele szerint egy, az R valós testet tartalmazó olyan K normált test, amelynek az N normája az R testen vett abszolút érték folytatása, szükségképpen vagy maga R vagy a C komplex számtest. (Lásd még Aurora [17] cikkét). Mármost Silvio Aurora [18] elejti azt a feltételt, hogy $R \subseteq K$ és gyengíti a normáról tett Mazur-féle feltételt is, amelyet Aurora csak a prímtest egy részhalmazára szab ki megszorításnak. Eredménye az, hogy K eme általánosabb esetben C egy résztestével lesz algebrailag izomorf. Aurora [17] általánosítja Ostrowski egy tételét is azzal, hogy megmutatja a következőt: Ha K topológikusan összefüggő normált test, és $N(x^2) = (N(x))^2$ minden $x \in K$ esetén, akkor K izomorf a Q (valós test feletti) kvaternio-ferdetest egy résztestével. Aurora [19] megmutatja, hogy az előbbi multiplikatív tulajdonságot elegendő ugyanazon állításhoz megkövetelni K-nak egy olyan B részhalmazán, amely egyrészt sehol sem sűrű K-ban, másrészt $x_1, x_2, \ldots, x_i$ esetén $N(x_1 x_2 \ldots x_i) = N(x_1) N(x_2) \ldots N(x_i)$ harmadrészt pedig $x \in B$ és $y \in K$ esetén $N(\ldots xy \ldots) = N(\ldots yx \ldots)$ teljesül.

A Gelfand—Mazur-tételhez hasonló eredmények kimondása és bizonyítása szerepel még Zelazko [246] cikkében. Vilhjalmur Ögmundson [183] a Frobenius-tételnek nemasszociatív, normált, valós test feletti, végesfokú algebrákra való általánosítására ad új, eléggé elemi bizonyítást.

Kürschák [143] egy K test értékelését úgy definiálta, mint egy nem-negatív, valós értékű $|a|$ függvényt, $a \in K$, ahol $|a| = o$ pontosan csak $a = o$ esetén teljesül, és érvényes $|ab| = |a| \cdot |b|$ valamint $|a + b| \leqq |a| + |b|$. Ez a fogalom úgy jött létre, mint a p-adikus számoknak és a komplex számok abszolút értékeinek a közös általánosítása. Ostrowski [179] megmutatta, hogy az előző két eset valamelyikével bizonyos értelemben ekvivalens egy általános értékelés is. Egy értékelt K test ugyanis az archimedesi esetben izomorf a komplex számok egy résztestével, ahol az értékelés lényegében a közönséges abszolút érték, míg a nem-archimedesi esetben a p-adikus értékeléssel eleget tesz egy még élesebb $|a+b| \leqq \max(|a|, |b|)$ „háromszög-egyenlőtlenségnek" is. Bár az algebrai számelméletben célszerű az összes értékelést tekinteni, mégis OSTROWSKI struktúra-tételében főleg a nem-archimedesi eset érdekes. KRULL [140] észrevette ugyanis, hogy az előbbi élesített háromszög-egyenlőtlenséggel pótolt értékelés-axiómák közt az értékek Γ tartományában nincs szerepe az összeadásnak, ezért Γ szerepében vehető egy tetszőleges, rendezett ABEL-csoport. Az így általánosított értékelés révén is értelmezhető K-ban test-topológia. Először vizsgálták azt az esetet, amikor Γ a racionális egész számok additív csoportja (lásd TEICHMÜLLER [228] és MACLANE [152]), majd általánosabb Γ esetére KAPLANSKY [107] ért el bonyolult eredményeket. Cohen [40] hasonló vizsgálatot végzett el a lokális gyűrűk esetében.

Ezek a gyűrűk tudvalevőleg olyan egységelemes és ideálokra nézve maximum-feltételű gyűrűk, amelyekben csak egyetlen maximális valódi ideál van. Ennek a kitüntetett ideálnak a hatványait célszerű a 0 teljes környezetrendszeréül venni, ha e rendszerre teljesülnek a környezet-axiómák. Régebben további axiómákat is hozzávettek a lokális gyűrű definíciójához. Az értékeléselmélet, a lokális gyűrűk és általánosításaik körül nagy szakirodalom alakult ki.

Az értékeléselméletben gyakran vannak olyan bizonyítások, amelyek nem használják ki teljesen, hogy a testben értékelés is adva van, hanem csak bizonyos enyhébb topológiai feltételeket elég kihasználni. Ilyen feltétel KAPLANSKY [109] dogozatában a topológikus testnek a következő tulajdonsága: Ha S korlátos K-ban és van 0-nak olyan U környezete, hogy $U \cap S$ üres (azaz $0 \notin \bar{S}$), akkor S^{-1} is korlátos K-ban. Az olyan ferdetesteket, amelyekben ez a feltétel teljesül, KAPLANSKY [109] nyomán „V-típusúaknak" fogjuk nevezni.

BOURBAKI [37] könyvében az 57. oldal 13. példánál a ferdetesteknek ez az osztálya egyébként már 1942-ben röviden tárgyalva lett. Egy V-típusú komplett topológikus K ferdetest felett bármely véges dimenziójú topológikus vektortér szükségképpen K véges sok példányának a szorzatterével van topológizálva. Továbbá V-típusú algebrailag zárt topológikus testnek a komplett lezárása ugyancsak V-típusú topológikus test. Érdemes megvizsgálni a kérdést, hogy egy V-típusú topológikus testnek egy tetszőleges végesfokú algebrai bővítése topológizálható-e úgy, hogy a bővítés szintén V-típusú legyen, ugyanis a kvadratikus bővítések esetére [109] szerint erre igenlő a válasz. Továbbá [109] szerint a valósan értékelt testek V-típusúak, és van bennük a nullának olyan környezete, amely csupa topológikusan nilpotens elemből áll. ZELINSKY [247] a nem-archimedesi módon értékelt testeket hasonlóan jellemezte. Bármely rendezett test a rendezési topológiában V-típusú. Viszont nem triviális kérdés, hogy a racionális számtest minden V-típusú topologizálása feltétlenül értékeléssel van-e megadva? HABICHT [80] a valósan zárt testek felett vizsgálta a polinómokat, és KAPLANSKY [110] ezt általánosította a V-típusú testek feletti polinomokra.

CARRUTH [39] értékeléselméleti módszerekkel vizsgálta, hogy egy K test mikor lesz analitikusan izomorf egy hatványsorokból álló testtel, miközben KAPLANSKY bizonyos korábbi eredményeit (amikor KAPLANSKY a testek karakterisztikájára megszorítást tett) általánosította karakterisztika-feltételek nélkül. JAFFARD [97] tárgyalja hálószerűen rendezett csoportban a „filet” fogalmát, amely a testek értékelésének egy általánosításánál jelentős.

Legyen ugyanis G hálószerűen rendezett csoport, és G^+ a pozitív elemek halmaza a nullával együtt. Legyen $a \equiv b$ akkor és csak akkor, ha bármely $X \in G^+$ elemre az $a \cap x = 0$ és $b \cap x = 0$ feltételek egymással ekvivalensek. Ekkor G^+ felbomlik a $\equiv$ reláció alapján ekvivalenciaosztályokra, amelyeket „filet”-eknek nevezünk. Legyen $a \in \bar{a}$ és ekkor $\bar{a} \geqq \bar{b}$ azt jelenti, hogy $a \cap x = 0$ esetén $b \cap x = 0$ is teljesül az összes $x \in G^+$ elemre. JAFFARD [98] a féligrendezett ABEL-csoportokhoz a KRULL-féle módszerrel a féligértékelt testeket rendeli hozzá. Egy K féligértékelt test pontosan akkor lesz topologikus test, ha G hálószerűen rendezett, és van hozzá maximális „filet”.

ZELINSKY [250] olyan komplett topologikus testeket ad meg, amelyek nem értékelésből származnak. DÜRBAUM [49] bevezeti a „Fastordnung” fogalmát. Ez egy K test olyan O részhalmaza, amely zárt a szorzásra, továbbá $0 \in O$, $1 \in O$, $-1 \in O$ és van olyan $z \in O$ hogy $z(O+O) \subseteq O$. Ha φ a K test értékelése, amely nem feltétlen archimedesi, akkor a $\varphi(x) \leqq 1$ feltételt kielégítő $x \in K$ elemek K-ban maximális Fastordnung-ot alkotnak. Továbbá minden maximális „Fastordnung” egy alkalmas értékelésnél éppen az egészek halmaza. Bármely „Fastordnung” bármely ferdetestben invariáns a belső automorfizmusokkal szemben. KOWALSKY és DÜRBAUM [51] újra igazolják e módszerrel FLEISCHER [58], [59] eredményeit, hogy egy K topologikus ferdetest pontosan akkor értékelhető, ha 1. K egy V-típusú ferdetest; 2. K multiplikatív kommutatorcsoportja korlátos a topológiában. A bizonyítás felhasználja, hogy K lokálisan bikompakt, továbbá K környezetbázisa az összes $x \cdot U$ halmaz rendszere, ahol $x \neq 0$, $x \in K$ és U Fastordnung K-ban. Minden $x \in K$ elemhez van olyan $y \in K$ hogy $xU \subseteq Uy$ és minden y-hoz van olyan z hogy $Uy \subseteq zU$. Itt a V-típus további feltételeket szab ki még U-ra. Egy topologikusan nilpotens elemek nélküli topologikus K ferdetest pontosan akkor értékelhető egy (nem feltétlen kommutatív) rendezett csoporttal, ha K tartalmazza a 0-nak egy invariáns korlátos környezetét.

KOWALSKY [138] Stone-félének nevezi az olyan K topologikus ferdetestet, amelyre a $C^*(x, K)$ gyűrűbeli bármely M maximális ideállal $K \cong C^*(X, K)/M$ érvényes, ahol $C^*(X, K)$ az összes olyan függvények gyűrűje, amelyek az X topologikus teret a K test egy korlátos részhalmazára képezik le. Mármost GOLDHABER—WOLK [79] eredményét általánosítva KOWALSKY megmutatta, hogy egy V-típusú ferdetest pontosan akkor STONE-féle, ha lokálisan bikompakt.

KRULL [142] rendszeresen összefoglalja a testek különféle topologizálási eljárásait. WARNER [234] igen általános eredményei a lokálisan bikompakt testek értékelésgyűrűjére is adnak alkalmazást.

Fuchs László [62] megadta az értékeléselmélet egy általánosítását, miközben a $v(a)$ értékelés-függvény axiómái közt a háromszög-egyenlőtlenséget azzal az axiómával helyettesítette, hogy ha $v(a) \geqq v(c)$ és $v(b) \geqq v(c)$ akkor legyen $v(a-b) \geqq v(c)$. Ez olyan értékeléseket szolgáltat, amelynél az érték-csoport féligrendezett. Integrálisan zárt gyűrűnek az értékcsoportja lineárisan rendezett csoportoknak egy szubdirekt összege. Rees [198] egy A Noether-féle integritástartományon az f nemnegatív valós függvényt homogén filtrációnak nevezi, ha $f(x-y) \geqq \min(f(x), f(y))$, továbbá $f(x \cdot y) \geqq f(x)+f(y)$ és $f(x^n) = n \cdot f(x)$. Létezik bármely f homogén filtrációhoz A-nak a K hányadostestén diszkrét értékeléseknek olyan v_n sorozata, hogy minden $0 \neq a \in A$ elem esetén (1) $v_n(a)$ nemnegatív egészszámú többszöröse az $(m(n))^{-1}$ számnak, ahol $m(n)$ az n-től függő egész szám és $f(a) = \lim \inf v_n(a)$. Ha f racionális értékkészletű, akkor $f(a) = \lim\limits_{n \to \infty} v_n(a)$. Többek közt Cohn és Mahler [41] a pseudo-értékeléseket is vizsgálták. Ezek olyan $w(a)$ nemnegatív valós függvények egy A gyűrűn, hogy $w(0)-0$, továbbá $w(a=b) \leqq w(a)+w(b)$ és $w(ab) \leqq w(a) \cdot w(b)$. Ha $w(a-b) \leqq \leqq \max(w(a), w(b))$, akkor a pseudo-értékelés nem-archimedesi.

Bizonyos pseudokonvergenciát tárgyal Tai [224] az értékelt testek perfektségére vonatkozó szükséges és elégséges feltételében, míg Verhoeff [230] pedig polinomok segítségével mutat meg egy kapcsolatot egy nem-archimedesi értékelt testben a pseudokonvergencia és az értékben való konvergencia közt. Wright [240] a nem-asszociatív esetben tárgyalja az értékeléseket.

A valós számok, komplex számok és a p-adikus számok előbbi példáival kapcsolatban természetes dolog azt kérdezni, hogy milyen lokálisan bikompakt testek léteznek. Egymástól függetlenül van Dantzig [42] és Pontrjagin [185] végeztek ilyen vizsgálatokat. Pontrjagin megmutatta, hogy a lokálisan bikompakt és összefüggő ferdetestek csak a valós, vagy komplex testtel vagy pedig a kvaterniók ferdetestével lehetnek izomorfok. Dantzig azonban csak a kommutatív esetet tárgyalta. Pontrjagin pedig először (pl. [186] könyve első kiadásában is) felhasználta a második megszámlálhatósági axiómát, de később [185]-ben a nélkül bizonyította be a tételt.

Minthogy az egyszerű gyűrűk vagy összefüggőek, vagy pedig teljesen nemösszefüggőek, célszerű tárgyalni a teljesen nemösszefüggő lokálisan bikompakt ferdetesteket is. A kommutatív, teljesen nemösszefüggő és lokálisan bikompakt testek esetében Pontrjagin azt találta, hogy ezek izomorfok vagy a p-adikus számoknak egy végesfokú bővítésével (ezek a π-adikus testek, amelyeknek olyan további véges bővítéseit vizsgálta Safarevics [209], amelyeknek a π-adikus alaptest feletti Galois-csoportja véges p-csoport), vagy pedig izomorfok egy véges test feletti formális hatványsoroknak a testével (ezek a z-adikus testek). JACOBSON [93] kiegészítette ezt az eredményt a nemkommutatív eset vizsgálatával, és megmutatta, hogy ekkor végesrangú ciklikus algebrát kapunk a π-adikus vagy a z-adikus test felett.

PONTRJAGIN [183] dolgozatából kiderül, hogy lokálisan bikompakt ferdetestekben érvényes az első megszámlálhatósági axióma, és JACOBSON [93] ezt az axiómát mégis megköveteli. OTOBE [182] újra kimutatja, hogy az első megszámlálhatósági axióma megkövetelése felesleges. Később a második megszámlálhatósági axióma is fáradtság nélkül volt nyerhető a bizonyításból.

SAFAREVICS [208] jellemzést adott azokról a testekről, amelyeknek van olyan értékelése, amely az eredeti topológiát adja vissza. A problémában szereplő feltételek a lokálisan bikompakt testek esetében könynyebben megfogalmazhatók, és így a PONTRJAGIN-féle struktúratétel szerint a kérdés az értékelés-elmélet egyik kérdésére redukálódik. Az értékeléselmélet módszereivel aztán meg lehet oldani a SAFAREVICS-féle problémakört. A nemkommutatív esetben ehhez újabb nehézségek csatlakoznak (KAPLANSKY [109]). Megjegyzendő, hogy az összefüggő és teljesen nemösszefüggő eset egészen azonos mederben is tárgyalható. Ez utóbbi érdem BRACONNIER [33] bizonyításából fakad, aki megjegyzi, hogy $x \rightarrow ax (a \neq 0)$ egy lokálisan bikompakt topológikus ferdetest additív csoportjának homeomorf automorfizmusa. Ez a leképezés a HAAR-mérték egyértelműsége miatt minden mértéket egy $v(a)$ pozitív valós számmal szoroz, és igazolni lehet, hogy $v(a)$ tényleg értékelés, és az értékeléselmélet alkalmazható.

KRULL [141] vetette fel még 1936-ban azt a kérdést, hogy tekinthető-e értékelésgyűrűnek (valamely alkalmas értékelésben) bármely olyan egységelemes integritástartomány, amely a hányadostestében teljesen integrálisan zárt és amely primér gyűrű. NAGATA [166] foglalkozott 1952-ben e kérdés megoldásával, miközben úgy vélte, hogy sikerült neki olyan mondott tulajdonságú integritástartományt konstruálnia, amely nem értékelésgyűrű a hányadostest egyetlen értékelésében sem, és hogy ezzel sikerült negatív irányban KRULL problémáját megoldania. RIBENBOIM [200] észrevette 1956-ban, hogy Nagata ellenpéldája nem jó, ezért konstruált Ribenboim egy helyes ellenpéldát KRULL problémájának a megoldására. Ugyancsak RIBENBOIM vizsgálta egy másik [199] korábbi dolgozatában annak szükséges és elégséges feltételét, hogy a mondott tulajdonságú integritástartományok értékelésgyűrűk legyenek.

A lokális bikompaktság a ferdetestek terére vonatkozólag gyengíthető a lokális korlátosság feltételezésével. Legyen K lokálisan korlátos ferdetest, amely minimális abban az értelemben, hogy rajta nem létezik gyengébb lokálisan korlátos testtopológia. Legyen továbbá a multiplikatív, kommutátor csoport korlátos. Akkor — miként ezt Fleischer [59] is megmutatta, — a topológia értékeléssel adható meg. Bármely lokálisan korlátos topológia egy minimálissá gyengíthető. — A szorzás asszociativitásának a gyengítésével, elhagyásával vagy más feltételekkel való pótlásával érdekes nemasszociatív testek lépnek fel, amelyek közül némelyik a geometria alapjaival függ össze. (Lásd pl. KOLMOGOROV [136], KOETHE [134].)

RUTH MOUFANG munkásságának a szempontjából különösen az alternatív ferdetestek érdekesek. Az összefüggő eset hasonló az asszociatív ferdetestekéhez, a teljesen nem összefüggő eset bonyolult és még nincs kivizsgálva teljesen, bár ez kapcsolatban állónak látszik a π-adikus és z-adikus számok feletti CAYLEY—DICKSON algebrákkal. Itt BRACONNIER [33] módszere szintén alkalmazhatónak látszik. E módszerrel kapcsolatban jelent meg a lokálisan kompakt asszociatív ferdetestekről WEISS—ZIERLER [239] cikke is.

IRODALOM

[1] S. ABHYANKAR, On the valuations centered in a local domain, Amer. Jour. Math. 78 (1956) 321—348.

[2] J. ACZÉL, Zur Arbeit „Über eine nichtarchimedische Addition und die Frage ihrer Verwendung in der Physik", Wiss. Z. Humboldt Univ. Berlin, Math. Nat. Reihe 7 (1957—58) 439—443.

[3] A. A. ALBERT, Absolute valued real algebras, Ann. Math. 48 (1947) 495—501.

[4] AMBROSE, Structure theorems for a special class of Banach algebras, Trans. Amer. Math. Soc. 57 (1945) 364—386.

[5] W. AMBROSE, The L_2-system of a unimodular group, Trans. Amer. Math. Soc. 65 (1949) 27—48.

[6] V. A. ANDRUNAKIEVICS, A radikál általánosított Q-gyűrűkben, Izv. Akad. Nauk, SZSZSZR, Szer. Mat. 18 (1954) 419—426.

[7] H. ANZAI, On compact topological rings, Proc. Imp. Akad. Tokyo 19 (1943) 613—615.

[8] R. ARENS, On a theorem of Gelfand and Neumark, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 32 (1946) 237—239.

[9] R. ARENS, The space L^{ω} and convex topological rings, Bull. Amer. Math. Soc. 52 (1946) 931—935.

[10] R. ARENS, Linear topological division algebras, Bull. Amer. Math. Soc. 53 (1947) 623—630.

[11] R. ARENS, Representation of *-algebras, Duke Math. Jour. 14 (1947) 269—282.

[12] R. ARENS—I. KAPLANSKY, Topological representation of algebras, Trans. Amer. Math. Soc. 63 (1948) 457—481.

[13] K. ASANO, Über kommutative Ringe, in denen jedes Ideal als Produkt von Primidealen darstellbar ist, Jour. Math. Soc. Japan 3 (1951) 82—90.

[14] K. E. AUBERT, Über Bewertungen mit halbgeordneten Wertgruppe, Ann. Math. 127 (1954) 8—14.

[15] K. E. AUBERT, Convex ideals in ordered group algebras and the uniqueness of the Haar measure, Math. Scand. 6 (1958) 181—188.

[16] J. AUGIER, Filtration d'un anneau local déduité d'une valuation, C. R. Acad. Sci. Paris 248 (1959) 3514—3516.

[17] S. AURORA, On power multiplicative norms, Amer. Jour. Math. 80 (1958) 879—894.

[18] S. AURORA, The embedding of certain metric fields, Michigan Math. Jour. 7 (1960) 123—128.

[19] S. AURORA, A note on certain connected metric division rings, Michigan Math. Jour. 7 (1960) 129—132.

[20] R. Baer—H. Hasse, Zusammenhang und Dimension topologischer Körperräume, Jour. Reine Angew. Math. 167 (1932) 40—45.

[21] F. Ballier, Über lineartopologische Algebren, Jour. Reine Angew. Math. 195 (1956) 42—75.

[22] J. Barot, Remark on inverse elements in topological rings, Casopis Pestov. Mat. 80 (1955) 241—243.

[23] I. Barsotti, Valutazioni nelle algebre divisorie sanza base finita, Univ. Roma Ist. Naz. Alta Mat. Rend. Mat. e Appl. (5) 8 (1949) 168—185.

[24] E. Batho, Noncommutative semi-local and local rings, Duke Math. Jour. 24 (1957) 163—172.

[25] E. A. Behrens, Ein topologischer Beitrag zur Strukturtheorie nichtassoziativer Ringe, Math. Ann. 129 (1955) 297—303.

[26] E. A. Behrens, Zur topologischen Darstellung nichtassoziativer Ringe, Archiv Math. 7 (1956) 41—48.

[27] J. M. Berezanszkij—S. G. Kreijn, Folytonos algebrák, Doklady Akad. Nauk SZSZSZR (N. Sz.) 72 (1950) 5—8 (oroszul).

[28] J. M. Berezanszkij—S. G. Kreijn, A folytonos algebrák néhány osztálya, Doklady Akad. Nauk. SZSZSZR (N. Sz.) 72 (1950) 237—240 (oroszul).

[29] J. M. Berezanszkij, Bikompakt csoportok csoportgyűrűjének a centrumáról, Doklady Akad. Nauk SZSZSZR (N. Sz.) 72 (1950) 825—828 (oroszul).

[30] J. M. Berezanszkij—S. G. Kreijn, Bikompakt-bázisú hyperkomplex rendszerek, Ukrain. Mat. Zsurnal 3 (1951) 184—204 (oroszul).

[31] A. Bialynicki—Birula, On the topological structure of infinite Galois groups, Fund. Math. 44 (1957) 72—74.

[32] J. Braconnier—J. Dieudonné, Sur les groupes abeliens localement compacts, C. R. Acad. Sci. Paris 218 (1944) 577—579.

[33] J. Braconnier, Groupes d'automorphismes d'un groupe localement compact, C. R. Acad. Sci. Paris 220 (1945) 382—384.

[34] J. Braconnier, Sur les modules localement compacts, C. R. Acad. Sci. Paris 222 (1946) 527—529.

[35] J. Braconnier, Sur les espaces vectoriels localement compacts, C. R. Acad. Sci. Paris 222 (1946) 778—778.

[36] J. Braconnier, Sur les groupes topologiques localement compacts, Jour. Math. Pures Appl. (9) 27 (1948) 1—85.

[37] N. Bourbaki, Élements de Math., Topologie Générale, Actualités Sci. Industr. Paris (1942).

[38] N. Bourbaki, Élements de Math., Espaces Vectoriels Topologiques, Actualités Sci. Industr., Paris (1953).

[39] Ph. W. Carruth, Generalized power series fields, Trans. Amer. Math. Soc. 63 (1948) 548—559.

[40] I. S. Cohen, On the structure and ideal theory of complete local rings, Trans. Amer. Math. Soc. 59 (1946) 54—106.

[41] P. Cohn—K. Mahler, On the composition of pseudo-valuations, Nieuw Arch. Wiskunde (3) 1 (1953) 161—198.

[42] D. van Dantzig, Studien über topologische Algebra, Dissertation, Amsterdam, H. J. Paris (1931).

[43] D. van Dantzig, Zut topologischen Algebra, Math. Ann. 107 (1933) 587—626.

[44] D. van Dantzig, Zur topologischen Algebra, II., Comp. Math. 2 (1935) 201—223.

[45] D. van Dantzig, Neuere Ergebnisse der topologischen Algebra, Mat. Szbor. N. Sz. 1 (1936) 665—674.

[46] J. Dieudonné, Sur les corps topologiques connexes, C. R. Acad. Sci. Paris 221 (1945) 396—398.

[47] V. A. DITKIN, Az ideálok szerkezetéről bizonyos normált gyűrűkben, Ucsenye Zapiszki Moszkov, Gosz. Univ. Mat. 30 (1939) 83–130.
[48] N. DUNFORD, Spectral theory, Bull. Amer. Math. Soc. 49 (1943) 637–651.
[49] H. J. DÜRBAUM, Über Ganzheitsbereiche bewerteter Körper, Math. Z. 57 (1952) 86–93.
[50] H. J. DÜRBAUM, Zur Theorie der nichtkommutativen Bewertungen, Proc. Amer. Math. Soc. 4 (1953) 418–422.
[51] H. J. DÜRBAUM—H. J. KOWALSKY, Arithmetische Kennzeichnung von Körpertopologien, Jour. Reine Angew. Math. 191 (1953) 135–152.
[52] G. EHRLICH, The structure of continuous rings, Thesis Univ. Tennessee (1953).
[53] M. EIDELHEIT, Concerning rings of continuous functions, Ann. Math. 41 (1940) 391–393.
[54] S. ENOMOTO, Sur la structure des fonctions d'ensemble dans les groupes topologiques localement compacts, Proc. Japan Acad. Sci. 31 (1955) 284–287.
[55] P. ERDŐS—L. GILLMAN—M. HENRIKSEN, An isomorphism theorem for real closed fields, Ann. Math. (2) 61 (1955) 542–554.
[56] J. M. G. FELL, The structure of algebras of operator fields, Acta Math. Skand. 106 (1961) 233–280.
[57] J. FLACHSMEYER, Banach-Algebra stetiger beschränkter Funktionen, Archiv. Math. 12 (1961) 366–369.
[58] I. FLEISCHER, Sur les corps topologiques et les valutations, C. R. Acad. Sci. Paris 236 (1953) 1320–1322.
[59] I. FLEISCHER, Sur les corps localement bornés, C. R. Acad. Sci. Paris 237 (1953) 546–548.
[60] I. FLEISCHER, Über Dualität lineartopologischen Moduln, Math. Z. 72 (1959–1960) 439–445.
[61] M. FREUNDLICH, On normed rings, Dissertation, Illinois (1947).
[62] L. FUCHS, The generalization of the valuation theory, Duke Math. Jour. 18 (1951) 19–26.
[63] S. A. GACSÁLYI, On limit operations is a certain topology for endomorphism rings of abelian groups, Publ. Math. Debrecen, 7 (1960) 353–358.
[64] I. M. GELFAND, Normált gyűrűk, Mat. Szbor. N. Sz. 9 (1941) 3–24 (oroszul).
[65] I. M. GELFAND, Ideálok és primér ideálok normált gyűrűkben, Mat. Szbor. N. Sz. 9 (1941) 41–48 (oroszul).
[66] I. M. GELFAND, Topológikus Abel-csoportok karaktereinek elméletéhez, Mat. Szbor. N. Sz. 9 (1941) 49–51 (oroszul).
[67] I. M. GELFAND, Abszolút konvergens trigonometrikus sorok és integrálok, Mat. Szbor. N. Sz. 9 (1941) 51–66 (oroszul).
[68] I. M. GELFAND—M. A. NAJMARK, Normált gyűrűk beágyazása a Hilbert-tér operátorainak gyűrűjébe, Mat. Szbor. N. Sz. 12 (1943) 197–213 (oroszul).
[69] I. M. GELFAND—D. A. RAJKOV, Kommutatív topológikus csoportok karaktereinek elméletéről, Doklady Akad. Nauk. SZSZSZR (1940) 195–198 (oroszul).
[70] I. M. GELFAND—D. A. RAJKOV, Lokálisan bikompakt csoportok irreducibilis unitér előállításai, Mat. Szbor. N. Sz. 13 (1943) 301–316 (oroszul).
[71] I. M. GELFAND—D. A. RAJKOV—G. E. SILOV, Kommutatív normált gyűrűk, Uszpehi Mat. Nauk, 1 (1946) 48–146 (oroszul).
[72] J. GIL DE LAMADRID—I. P. JANS, Note on connnctedness in topological rings Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957) 441–442.
[73] L. GILLMAN—M. HENRIKSEN. Rings of continuous functions in whichs every finitely generated ideal is principal, Trans. Amer. Math. Soc. 82 (1956) 366–391.

[74] L. GILLMAN, Rings with Hausdorff structure space, Fund. Math. 45 (1957) 1—16.
[75] L. GILLMAN—M. JERISON, Rings of Continuous Functions, Van Nostrand, Princeton, (1960).
[76] A. GODDES, On the embeddings theorems for complete local rings, Proc. London Math. Soc. (3) 6 (1956) 343—354.
[77] R. GODEMENT, Théoremes tauberiens et théorie spectrale, Ann. École Norm. 74 (1947) 119—138.
[78] R. GODEMENT, Les fonctions de type positif et la théorie des groupes, Trans. Amer. Math. Soc. 63 (1948) 1—84.
[79] J. K. GOLDHABER—E. S. WOLK, Maximal ideals in rings of bounded continuous functions, Duke Math. Jour. 21 (1954) 265—269.
[80] W. HABICHT, Ein Existenzsatz über reelle definite Polynome, Comment. Math. Helv. 18 (1946) 331—348.
[81] P. HEBRONI, Über lineare Differentialgleichungen in Ringen, Comp. Math. 5 (1938) 403—429.
[82] H. HELSON—F. QUIGLEY, Maximal algebras of continuous functions, Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957) 111—114.
[83] H. HELSON—F. QUIGLEY, Existence of maximal ideals in algebras of continuous functions, Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957) 115—119.
[84] I. N. HERSTEIN, Group rings as* -algebras, Publ. Math. Debrecen 1 (1950) 201—204.
[85] E. HEWITT—H. S. ZUCKERMANN, Structure theory for a class of convolution algebras, Pacific Jour. Math. 7 (1957) 913—941.
[86] E. HILLE—R. S. PHILLIPS, Functional Analysis and Semi-groups, Amer. Math. Soc. Coll. Publ. 31, Providence (1957).
[87] D. HYERS, Linear topological spaces, Bull. Amer. Math. Soc. 51 (1945) 1—21.
[88] IKUSHIMA, G-radical of topological rings, Jour. Osaka Inst. Sci. Techn., Part I., 2 (1950) 81—84.
[89] K. ISEKI, Sur le G-radical d'un anneau topologique, C. R. Acad. Sci. Paris 234 (1952) 1938—1939.
[90] K. ISEKI, On the Brown-McCoy radical in topological rings, Anais Acad. Brasil, Ci. 25 (1953) 213—219.
[91] K. ISEKI, On O-dimensional compact rings, Math. Japonicae 3 (1953) 37—40.
[92] K. ISEKI, Sur les anneaux normés de Hilbert, I., C. R. Acad. Sci. Paris 236 (1953) 1123—1125; II. Ugyanott 237 (1953) 545—546.
[93] N. JACOBSON, Totally disconnected locally compact rings, Amer. Jour. Math. 58 (1936) 433—449.
[94] N. JACOBSON, A note on topological fields, Amer. Jour. Math. 59 (1937) 889—894.
[95] N. JACOBSON—O. TAUSSKY, Locally compact rings, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 21 (1935) 106—108.
[96] N. JACOBSON, Structure of Rings, Providence (1956).
[97] P. JAFFARD, Théorie des filets dans les groupes réticulés, C. R. Acad. Sci. Paris 230 (1950) 1024—1025.
[98] P. JAFFARD, Corps demi-values, C. R. Acad. Sci. Paris 231 (1950) 1401—1403.
[99] P. JAFFARD, La notion de la valuation, Enseignement Math. 40 (1951—52) 5—26.
[100] J. P. JANS, Compact rings with open radical, Duke Math. Jour. 24 (1957) 573—577.
[101] S. A. JENNING, The group ring of a class of infinite nilpotent groups, Canad. Jour. Math. 7 (1955) 169—187.
[102] A. JONES—G. LUMER, Egy megjegyzés a radikálgyűrűkről, Bol. Fac. Ingen. Agriments, Montevideo, Publ. Didact. Inst. Mat. Estadist. 3 (1956) 11—15 (spanyolul).

[103] R. V. KADISON, A representation theory for commutative topological algebras, Memoirs Amer. Math. Soc. 7, New York (1951).
[104] S. KAKUTANI, Rings of analytic functions, Michigan, Univ. Press, Ann. Arbor (1955).
[105] S. KAKUTANI – G. W. MACKEY, Two characterizations of real Hilbert space, Ann. Math. 45 (1944) 50–58.
[106] L. KALMÁR, Über die Cantorsche Theorie der reellen Zahlen, Publ. Math. Debrecen 1 (1950) 150–159.
[107] I. KAPLANSKY, Maximal fields with valutions, Duke Math. Jour. 9 (1942) 303–321; II., ugyanott 12 (1945) 243–248.
[108] I. KAPLANSKY, Topological rings, Amer. Jour. Math. 69 (1947) 153–183.
[109] I. KAPLANSKY, Topological methods in valuation theory, Duke Math. Jour. 14 (1947) 527–541.
[110] I. KAPLANSKY, Polynomials in topological fields, Bull. Amer. Math. Soc. 54 (1948) 909–916.
[111] I. KAPLANSKY, Dual rings, Ann. Math. 49 (1948) 689–701.
[112] I. KAPLANSKY, Topological rings, Bull. Amer. Math. Soc. 54 (1948) 809–826.
[113] I. KAPLANSKY, Locally compact rings, Amer. Jour. Math. 70 (1948) 447–459; II., ugyanott 73 (1951) 20–24.
[114] I. KAPLANSKY, Regular Banach algebras, Jour. Indian Math. Soc. 12 (1948) 57–62.
[115] I. KAPLANSKY, Normed algebras, Duke Math. Journal 16 (1949) 399–418.
[116] I. KAPLANSKY, Primary ideals in group algebras, Proc. Mat. Acad. Sci. USA 35 (1949) 133–136.
[117] I. KAPLANSKY, Quelques résultats sur les anneaux, C. R. Acad. Sci. Paris, 231 (1950) 485–486.
[118] I. KAPLANSKY, Topological representation of algebras, II., Trans. Amer. Math. Soc. 68 (1950) 62–75.
[119] I. KAPLANSKY, Projections in Banach algebras, Ann. Math. 53 (1951) 235–249.
[120] I. KAPLANSKY, The structure of certain operator algebras, Trans. Amer. Math. Soc. 70 (1951) 219–255.
[121] I. KAPLANSKY, Group algebras in the large, Tohoku Math. Jour. 3 (1951) 249–256.
[122] I. KAPLANSKY, Topological Algebra, Univ. Chicago, Notes (1952).
[123] I. KAPLANSKY, Modules over operator algebras, Amer. Jour. Math. 75 (1953) 839–858.
[124] I. KAPLANSKY, Dual modules over a valutiaon ring, Proc. Amer. Math. Soc. 4 (1953) 213–219.
[125] I. KAPLANSKY, Rings of Operators, Univ. Chicago, Notes (1955).
[126] I. KAPUANO, Sur les corps de nombres a une dimension distincts du corps réel, Rec. Fac. Sci. Univ. Istambul, (A) 11 (1946) 30–39.
[127] S. KASAHARA, Sur les topologies compatibles avec la structure d'une algebre, Proc. Japan Acad. Sci. 34 (1958) 422–426.
[128] S. KASAHARA, Representation of some topological algebras, I., Proc. Japan Acad. Sci. 34 (1958) 355–360.
[129] YU. KAWADA, Über die Erweiterung der maximalen Ideale in normierten Ringen, Proc. Imp. Acad. Tokyo 19 (1943) 267–268.
[130] YU. KAWADA, On the group ring of a topological group, Math. Japanicae, 1 (1948) 1–5.
[131] J. L. KELLEY, General Topology, D. van Nostrand Co., New York, Toronto, London (1955).
[132] K. KODEIRA – S. KAKUTANI, Normed ring of a locally compact abelian group, Proc. Imp. Acad. Tokyo 19 (1943) 360–365.

[133] G. KOETHE, Abstrakte Theorie nochtkommutativer Ringe mit einer Anwendung auf die Darstellungstheorie kontinuierlichen Gruppen, Math. Ann. 103 (1930) 545–572.
[134] G. KOETHE, Unendliche Abelsche Gruppen und Grundlagen der Geometrie, J. ber. Deutschen Math. Verein 49 (1939) 97–113.
[135] C. W. KOHL, The space of prime ideals of a ring, Fund. Math. 45 (1957) 17–27.
[136] A. N. KOLMOGOROFF, Zur Begründung der projektiven Geometrie, Ann. Math. 33 (1932) 175–176.
[137] H. J. KOWALSKY, Beiträge zur topologischen Algebra, Math. Nachr. 11 (1954) 143–185.
[138] H. J. KOWALSKY, Stonesche Körper und ein Überdeckungssatz, Math. Nachr. Nachr. 14 (1955) 57–64.
[139] H. J. KOWALSKY, Topologische Räume, Basel-Stittgart (1961) (Főleg a 7. fejezet).
[140] W. KRULL, Allgemeine Bewertungstheorie, Jour. Reine Angew. Math. 167 (1932) 160–196.
[141] W. KRULL, Beiträge zur Arithmetik kommutativer Integritätsbereiche II., v-Ideale und vollständig ganz abgeschlossene Integritätsbereiche, Math. Z. 41 (1936) 665–679.
[142] W. KRULL, Charakterentopologie, Isomorphismentopologie und Bewertungstopologie, Memoirs Math. Inst. „Jorge Juan" no 16 (1955) 1–74
[143] J. KÜRSCHÁK, Über Limesbildung und allgemeine Körpertheorie, Jour. Reine Angew. Math. 142 (1913) 211–253.
[144] E. LAMPRECHT, Bewertungssysteme und Zetafunktionen algebraischer Funktionenkörper, I., Math. Ann. 13 (1956) 313–335, II., Archiv. Math. 7 (1956) 225–234.
[145] M. LAZARD, Bemerkungen zur Theorie der bewerten Körper und Ringe, Math. Nachr. 12 (1954) 67–73.
[146] H. LEPTIN, Linear kompakte Moduln und Ringe, Math. Z. 62 (1955) 241–267; II. ugyanott 66 (1957) 289–327.
[147] F. LOONSTRA, Interprétation topologique d'un théoreme de M. Mahler concernant les pseudo-évaluations, Indagationes Math. 9 (1947) 373–378.
[148] E. LORCH, The structure of normed abelian rings, Bull. Amer. Math. Soc. 50 (1944) 447–463.
[149] P. LORENZEN, Über die Komplettierung in der Bewertungstheorie, Math. Z. 59 (1953) 84–87.
[150] G. W. MACKEY, A remark on locally compact abelian groups, Bull. Amer. Math. Soc. 52 (1946) 940–944.
[151] G. W. MACKEY, Commutative Banach Algebras, Rio de Janeiro (1959).
[152] S. MAC LANE, Subfields and automorphism groups of p-adic fields, Ann. Math. 40 (1939) 423–442.
[153] L. MAHARADZE, Topológikus nilpotens minimum-feltételű gyűrűk, Uszpehi Mat. Nauk 12 (76) (1957) 181–186 (oroszul).
[154] L. MAHARADZE, Topológikus gyűrűk lokálisan nilpotens ideáljai, Mat. Szbor. N. Sz. 41 (1957) 395–414 (oroszul).
[155] A. I. MALCEV, A racionális számtest feletti normált Lie-algebrákról, Doklady Akad. Nauk Sz. Sz. Sz. R. 62 (1948) 745 (oroszul).
[156] I. MAURER, Sur la topologisation des anneux, Acad. R. P. Romine, Fil. Cluj Stud. Cerc. Mat. 8 (1957) 177–180.
[157] F. MAUTNER, The completeness of the irreducible unitary representations of a locally compact group, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 34 (1948) 52–54.
[158] S. MAZUR, Sur les anneaux linéaires, C. R. Acad. Sci. Paris (1938) 1025–1027.
[159] E. A. MICHAEL, Locally multiplicatively-convex topological algebras, Memoirs Amer. Math. Soc. No 11 (1952) 1–79.

[160] D. Milman, Topológikus gyűrűk normálhatóságáról, Doklady Akad. Nauk Sz. Sz. Sz. R. 47 (1945) 162–164 (oroszul).
[161] D. Montgomery, Continuity in topological groups, Bull. Amer. Math. Soc. 42 (1936) 879–882.
[162] M. Moriya, Charakterisierung der nicht-archimedischen Bewertungen durch Grössenordnungen, Math. Jour. Okayama Univ. 3 (1953) 29–38.
[163] B. N. Moyls, The structure of valuations of the rational function field $K(x)$, Trans. Amer. Math. Soc. 71 (1951) 102–112.
[164] F. J. Murray–J. von Neumann, On rings of operators, Ann. Math. 37 (1935) 116–229; II. Trans. Amer. Math. Soc. 41 (1937) 208–242; IV., Ann. Math. 44 (1943) 716–808.
[165] L. Nachbin, On the operator calculus with differentiable functions, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 44 (1958) 698–700.
[166] M. Nagata, On Krull's conjecture concerning valuation rings, Nagoya Math. Jour. 4 (1952) 29–33.
[167] M. Nagata–T. Nakayama–T. Tuzuku, On an existence lemma in valuation theory, Nagoya Math. Jour. 6 (1953) 59–61.
[168] M. Nagumo, Einige analytische Untersuchungen in linearen metrischen Ringen, Japan Jour. Math. 13 (1936) 61–80.
[169] M. A. Najmark, Normált Gyűrűk, Moszkva (1956) (oroszul).
[170] M. Nakamura–H. Umegaki, On a proposition of von Neumann, Kodai Meth. Samin. Rep. 8 (1956) 142–144.
[171] M. Narita, On the structure of complete local rings, Proc. Internat. Sympos. Algebraic Number Theory, Tokyo and Nikko (1955) 251–253.
[172] B. H. Neumann, On ordered groups, Amer. Jour. Math. 71 (1949) 1–18.
[173] J. von Neumann, Rings of operators, III., Ann. Math. 41 (1940) 94–161.
[174] O. M. Nikodym–S. Nikodym, Sur l'extension des corps algebraiques abstraites par un procédé généralisé de Cantor, Alti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8) 17 (1954) 334–339.
[175] O. M. Nikodym, Sur l'extension des corps algebriques par le procédé généralisé de Cantor, basé sur les suites générales de Moore–Smith, qui contiennent une chaine confinale, C. R. Acad. Sci. Paris 241 (1955) 1249–1250.
[176] D. G. Northcott, On the notion of a first neighbourhood ring with an application to the $AF+B\Phi$ theorem, Proc. Cambridge Philos. Soc. 53 (1957) 43–56.
[177] K. Numakura, A note on Wedderburn decempositions of compact rings, Proc. Japan Acad. Sci. 35 (1959) 313–315.
[178] K. Numakura, Theory of compact rings, Math. Jour. Okayama Univ. 5 (1955) 79–93; II. ugyanott 5 (1960) 103–113.
[179] A. Osztrovszki, Über einige Lösungen der Funktionalgleichung $\Phi(x)\Phi(y)=$ $=\Phi(xy)$ Acta Math. Scand. 41 (1918) 271–284.
[180] Y. Otobe, On quasi-evaluations on compact rings, Proc. Imp. Acad. Tokyo 20 (1944) 278–282.
[181] Y. Otobe, Note on compact simple rings, Proc. Imp. Acad. Tokyo 20 (1944) 283.
[182] Y. Otobe, On locally compact fields, Japan Jour. Math. 19 (1945) 189–202.
[183] V. Ögmundsson, Multiplication in n dimension, Nord. Mat. Tidskr. 7 (1959) 111–116.
[184] F. Peter–H. Weyl, Die Vollständigkeit der primitiven Darstellungen einer geschlossenen kontinuierlichen Gruppe, Math. Ann. 97 (1927) 737–755.
[185] L. Sz. Pontrjagin, Über stetige algebraische Körper, Ann. Math. 33 (1932) 163–174.
[186] L. Sz. Pontrjagin, Folytonos csoportok, Moszkva (1954) (oroszul).
[187] A. Prékopa, Extension of multiplicative set functions with values in a Banach algebra, Acta Math. Acad. Sci. Hung. 7 (1956) 201–213.

[188] L. Pukánszky, On the theory of quasi unitary algebras, Acta Sci. Math. Szeged 16 (1955) 103–121.

[189] C. R. Putnam, Remarks on certain operators of quantum fields theory, Jour. London Math. Soc. 29 (1954) 350–354.

[190] C. R. Putnam, Commutators perturbations and unitary spectra, Acta Math. Skand. 106 (1961) 215–232.

[191] F. Quigley, Approximation by algebras of functions, Math. Ann. 135 (1958) 81–92.

[192] D. A. Rajkov, Harmonikus analízis kommutatív csoportokon a Haar-mérték segítségével és a karaterek elmélete, Trudy Inst. Mat. Sztyeklov, Moszkva 14 (1945) 86 (oroszul).

[193] D. A. Rajkov, Az involúciós normált gyűrűk elméletéhez, Dokladü Akad. Nauk Sz Sz Sz R. 54 (1946) 387–390.

[194] L. Rédei, Algebra, Leipzig (1959).

[195] D. Rees, Valuations associated with a local ring, I., Proc. London Math. Soc. (3) 5 (1955) 107–128.

[196] D. Rees, A note on valuations associated with a local domain, Proc. Cambridge Philos. Soc. 51 (1955) 252–253.

[197] D. Rees, Valuations associated with ideals, Proc. London Math. Soc. (3) 6 (1956) 161–174.

[198] D. Rees, Filtrations as limits of valuations, Jour. London Math. Soc. 32 (1957) 97–102.

[199] P. Ribenboim, Sur une conjecture de Krull en théorie des valuations, Nagoya Math. Jour. 4 (1952) 29–39.

[200] P. Ribenboim, Sur une note de Nagata relative a un problem de Krull, Math. Z. 64 (1956) 159–168.

[201] P. Ribenboim, Sur la théorie des ideaux dans certain anneaux de type infini, Anais Acad. Brasil, Cienc. 28 (1956) 21–39.

[202] P. Ribenboim, Le théoreme d'approximation pour les valuations de Krull, Math. Z. 68 (1957) 1–18.

[203] P. Ribenboim, Sur les groupes totalement ordonnés et l'arithmétique des anneaux de valuation, Summa Brasil Math. 4 (1958) 1–64.

[204] C. E. Rickart, Banach algebras with an adjoint operation, Ann. Math. 47 (1946) 528–550.

[205] C. E. Rickart, The singular élements of a Banach algebra, Duke Math. Jour. 14 (1947) 1063–1067.

[206] C. E. Rickart, General Theory of Banach Algebras, D. van Nostrand Co., Princeton (1960).

[207] W. Rudin, Subalgebras of spaces of continuous functions, Proc. Amer. Math Soc. 7 (1956) 825–830.

[208] I. R. Safarevics, Topológikus testek normálhatóságáról, Doklady Akad. Nauk Sz Sz Sz R. 40 (1943) 133–135. (oroszul)

[209] I. R. Safarevics, Vizsgálatok a véges bővítések elméletében, Uszpehi Mat. Nauk N. Sz. (2) 18 (1947) 223–226. (oroszul)

[210] H. Sato, On splitting of valuations in extension of local domains, Jour. Sci. Math. Hiroshima Univ. (*A*) 21 (1957) 69–75.

[211] O. F. G. Schilling, Noncommutative valuations, Bull. Amer. Math. Soc. 5 (1945) 297–304.

[212] O. F. G. Schilling, The Theory of Valuations, Math. Surveys, No. 4, Amer. Math. Soc. New York (1950).

[213] I. Segal, The group algebra of a locally compact group, Trans. Amer. Math. Soc. 61 (1947) 69–105.

[214] I. Segal, Irreducible representations of operator algebras, Bull-Amer. Math. Soc. 53 (1947) 73–88.

[215] I. SEGAL, Postulates for general quantum mechanics, Ann. Math. 48 (1947) 930–948.

[216] G. E. SILOV, A maximális ideálok kiterjesztéséről, Doklady Akad. Nauk Sz. Sz Sz R 29 (1940) 83–84 (oroszul).

[217] G. E. SILOV, Reguláris normált gyűrűkről, Trudy Inst. Mat. Sztyeklov, Moszkva (1947) (oroszul).

[218] J. E. SNOLJ, Az R_α gyűrűk ideáljainak a szerkezete, Mat. Szbor. N. Sz. 27 (69) (1950) 143–146. (oroszul)

[219] O. STEINFELD, Bemerkung zu einer Arbeit von L. Kalmár, Publ. Math. Debrecen 2 (1951) 48–49.

[220] M. H. STONE, Applications of the theory of Boolean rings to general topology, Trans. Amer. Myth. Soc. 41 (1937) 375–481.

[221] M. H. STONE, A general theory of spectra, I., Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 26 (1940) 280–283.

[222] T. SZELE, Nilpotent Artinian rings, Publ. Math. Debrecen, 4 (1955) 71–78.

[223] T. SZELE, On a topology in endomorphism ring of abelian groups, Publ. Math. Debrecen 5 (1957) 1–4.

[224] Z. TAI, Pseudokonvergenz und die Perfektheit bewerteter Körper, Acta Math. Sinica, 5 (1955) 489–495.

[225] D. TAMARY, Sur l'immersion d'un semi-groupe topologique dans un group topologique, Colloquium Internat. XXIV. Algebre et Théorie des Nombres, Centre Nat. Recherche Sci. Paris, (1950) 217–221.

[226] A. E. TAYLOR, The resolvent of a closed transformation, Bull. Amer. Math. Soc. 44 (1938) 70–74.

[227] A. E. TAYLOR, Analysis in complex Banach spaces, Bull. Amer. Math. Soc. 49 (1943) 652–669.

[228] O. TEICHMÜLLER, Diskret bewertete perfekte Körper mit unvollkommenem Restklassenkörper, Jour. Reine Angew. Math. 176 (1937) 141–152.

[229] O. A. VARSAVSKY, Une topologie „tauberienne", C. R. Acad. Sci. Paris 250 (1960) 1951–1952.

[230] J. VERHOEFF, On pseudo-convergent sequences, Nederl. Akad. Wetensch., Proc. Ser. A, 56 (1953) 401–404.

[231] I. VIDAV, Le spectre du produit a^*a de deux element a et a^* vérifiant la relation $aa^*-a^*a=e$, Glasnik Mat. Fiz. Astr. Drustvo, Mat. Fiz. Hrvatske, Ser. II, 12 (1957) 3–7.

[232] L. A. WAELBROECK, Analytic functions on locally convex algebras, Semin. Analyt. Funt., Vol. 2, Princeton, N. J. Inst. Advanced Study (1958) 286–297.

[233] S. WARNER, Weakly topologized algebras, Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957) 314–316.

[234] S. WARNER, Characters of Cartesian products of algebras, Canad. Jour. Math. 11 (1959) 70–79.

[235] S. WARNER, Compact rings and Stone-Cech-compactifications, Arch. Math. 11 (1960) 327–332.

[236] S. WARNER, Compact noetherian rings, Math. Ann. 141 (1960) 161–170.

[237] S. WARNER, Compact rings, Math. Ann. 145 (1962) 52–63.

[238] A. WEIL, L'Intergations dans les Groupes Topologiques et ses Applications, Actualités Sci. Industr. no. 869, Paris, (1938).

[239] E. WEISS—N. ZIERLER, Locally compact division rings, Pac. Jour. Math. 8 (1958) 369–371.

[240] B. F. WRIGHT, Absolute valued algebras, Proc. Nat. Acad. Sci. USA (1953) 330–332.

[241] T. Y EN, Notes on linearly compact algebras, Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957 698–701.

[242] B. YOOD, Banach algebras of bounded functions, Duke Math. Jour. 16 (1949) 151–163.

[243] K. YOSIDA, On the group embedded in the metrical complete ring, Japan Jour. Math. 13 (1936) 7–26.

[244] K. YOSIDA, Normed rings ans spectral theorems, I., Proc. Imp. Acad. Tokyo 19 (1943) 356–359; II, ugyanott 19 (1943) 466–470; III ugyanott 20 (1944) 71–73; IV, ugyanott 20 (1944) 183–185; V, ugyanott 20 (1944) 269–273; VI, ugyanott 20 (1944) 580–583.

[245] H. ZASSENHAUS, Über eine Verallgemeinerung des Henselschen Lemmas, Arch. Math. 5 (1954) 317–325.

[246] W. ZELAZKO, On a certain class of topological division algebras, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III., 7 (1959) 201–203.

[247] D. ZELINSKY, Topological characterization of fields with valuations, Bull. Amer. Math. Soc. 54 (1948) 1145–1150.

[248] D. ZELINSKY, Nonassociative valuations, Bull. Amer. Math. Soc. 54 (1948) 175–183.

[249] D. ZELINSKY, Rings with ideal nuclei, Duke Math. Jour. 18 (1951) 431–442.

[250] D. ZELINSKY, Complete fields from local rings, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 37 (1951) 379–381.

[251] D. ZELINSKY, Linearly compact modules and rings, Amer. Jour. Math. 75 (1953) 79–90.

О ТОПОЛОГИЧЕСКИХ АЛГЕБРАХ И КОЛЬЦАХ, I.

Ф. Сас

ON TOPOLOGICAL ALGEBRAS AND RINGS, I.

F. SZÁSZ