KÖZGAZDASÁGI SZEMLE, LXV. ÉVF., 2018. JÚLIUS–AUGUSZTUS (831–846. o.)

SIMONOVITS ANDRÁS

Hogyan tervezzük a nyugdíjjáradék-függvényt, ha a halandóság a kereset csökkenő függvénye?

A nyugdíjrendszerek tervezésénél általában figyelmen kívül hagyják, hogy minél jobban keres valaki, annál tovább él (annál inkább csökken a halandósági ráta), és gyakran annál később megy nyugdíjba. Mivel a magasabb és az alacsonyabb jövedelműek élettartama közötti különbség egyre nő, egyre kevésbé tartható az e jelenséggel szembeni közömbösség, különösen a befizetéssel meghatározott *(notional defined contribution, NDC)* eszmei nyugdíjszámlánál. Három egyszerű nyugdíjmodellel elemezzük, hogyan lehet a rövidebb életű szegényebbektől a hosszabb életű jobbmódúakhoz áramló transzfereket csökkenteni vagy megfordítani. Az NDC mellé alapnyugdíjat keverve vagy a nyugdíjemelés bérindexálási súlyát csökkentve, ez megvalósítható. Nyitott kérdés, hogy a figyelmen kívül hagyott viselkedési reakciók (a feltételezett alapnyugdíj mellett kisebb súlyú NDC miatt kisebb munkakínálat és nagyobb jövedelemeltitkolás) és az időnként előálló bérrobbanások hogyan hatnak a jólétre.*
Journal of Economic Literature (JEL) kód: D10, H55.

Amikor a kormányzat eltervezi vagy újratervezi a tb-nyugdíjrendszert, két alapfeladatot kell figyelembe vennie: az időskorban kieső jövedelem pótlását és az időskori szegénység csökkentését. Az első feladatot jól látja el a befizetéssel meghatározott *(defined contribution, DC)* nyugdíjrendszer, míg a második ellátása az alapnyugdíjra (vagy annak módosításaira) hárulhat. A két feladat között a legegyszerűbb kompromisszum a két tiszta rendszer megfelelő lineáris kombinációja (lásd *Augusztinovics–Matits* [2010]). A nyugdíjtervezők általában figyelmen kívül hagyják, hogy a halandóság csökkenő, a nyugdíjazáskor várható élettartam pedig növekvő függvénye az életpálya-keresetnek, ezért túlbecsülik a befizetéssel meghatározott, NDC-rész optimális súlyát. Az utóbbi években azonban egyre nagyobb

* Hálás vagyok *Robert Holzmann*-nak a téma felvetéséért és *Nicholas Barrnak, Borza Gábornak, Hans Fehrnek, Halpern Lászlónak*, valamint *Lackó Máriának* a korábbi változatokhoz nyújtott segítségükért. Köszönettel nyugtázom az OTKA K 108668. számú pályázat támogatását.

Simonovits András, MTA, KRTK Közgazdaság-tudományi Intézet, BME Matematikai Intézet (e-mail: simonovits.andras@krtk.mta.hu).

A kézirat első változata 2018. június 4-én érkezett szerkesztőségünkbe.
DOI: http://dx.doi.org/10.18414/KSZ.2018.7-8.831

figyelmet kap ennek az elhanyagolt összefüggésnek az erősödése, amely sokunkat a nyugdíjtervezés újragondolására késztet.

A cikkben játszott központi szerepe miatt külön szólunk a keresetarányos rendszer egyik legfontosabb változatáról, a befizetéssel meghatározott eszmei számláról, angol rövidítése alapján NDC-ről *(notional defined contribution).* Az eszmei számla egy olyan tb-nyugdíjrendszer, amelyben az éves nyugdíj közelítőleg (a kamatozásban alkalmazott technikai reálkamatlábat nullának véve) az életpálya-járulék és a nyugdíjba vonuláskor várható hátralévő élettartam hányadosa. Első megközelítésben a rendszer méltányos és hatékony:

– méltányos, mert *a)* ugyanazt az éves járadékot adja két olyan dolgozónak, akik közül az egyik kétszer annyit keres, de feleannyi ideig dolgozik, mint a másik; *b)* és minden pluszév továbbdolgozásakor a munkás a járadék számlálóján keresztül kisebb és a nevezőjén keresztül nagyobb többletet kap; 40 éves szolgálat és 63 éves nyugdíjba vonulási életkor esetén (20 év hátralévő élettartamot feltételezve) 1 év többletmunka a számlálót 2,5 százalékkal emeli, a nevezőt 4-5 százalékkal csökkenti;

– hatékony is, mert *a)* nem ad kitüntetett szerepet az általános korhatárnak, és *b)* amíg a népesség öregszik, a dolgozó vagy tovább dolgozik, vagy a helyettesítési aránya (a nyugdíj és a nettó kereset hányadosa) csökken.

Ismert, hogy az OECD-országokban egymástól jelentősen különböző nyugdíjrendszerek működnek, amelyek az időben is változnak. Több országban domináns a keresetarányos tb-nyugdíjrendszer (például Németországban, Franciaországban és Magyarországon is 2011 óta), míg más országokban kisebb és *degresszív* (gyakran alap-) tb-nyugdíjrendszerek működnek,[1] amelyeket jelentős magánpillér egészít ki (például az angolszász országokban és Svájcban). Bár általában a tőkésített nyugdíjrendszerekben nem kell életjáradékot venni, de vannak magánrendszerek, amelyekben kötelező, és vannak olyanok, amelyekben választható. Ezekben az országokban a fentiekben felvetett kérdés (hány évig él a nyugdíjas) szintén lényeges lehet.

Amikor a különféle nyugdíjrendszerekben végbemenő jövedelem-újraelosztást vizsgáljuk, figyelembe kell vennünk, hogy a várható élettartam függ a jövedelemtől, különösen azért, mert ez az összefüggés egyre erősebbé válik. Nyilvánvaló, hogy a látszólag arányos nyugdíjrendszer valójában torz újraelosztást valósít meg a várhatóan rövidebb élettartamúak terhére és a várhatóan hosszabb élettartamúak javára.[2] Hasonló a helyzet a látszólag degresszív rendszerekben, amelyek a valóságban inkább semlegesek (hiszen a kisnyugdíjas havi relatív többletnyugdíját az átlagosnál várhatóan rövidebb ideig élvezi).[3]

Két további bonyodalom lép fel. Az első a már említett kontraszelekció: azonos kereseti osztályon belül az egészségesebbeknek hosszabb a várható élettartamuk, és később

[1] Definíció szerint adott népességben az éves kezdő nyugdíj százalékosan lassabban emelkedik, mint az átlagos életpálya-jövedelem (amit magyarul degresszív rendszernek nevezünk, azt angolul *progressive*-nek nevezik).

[2] Azzal, hogy *várható* élettartamot írunk, átlagértéket számoltunk, és ezzel már kiszűrtük a minden biztosítási rendszerben fellépő statisztikus ingadozásokat.

[3] A kisnyugdíjas a keresetarányosnál például 20 százalékkal nagyobb nyugdíjat kap, de az átlagosnál 20 százalékkal rövidebb ideig van nyugdíjban, akkor $1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$ miatt nagyjából a pénzénél van.

mennek nyugdíjba. Minden olyan járadékfüggvény (számla), amely közös várható élettartamra épül, jutalmazza a továbbszolgálást és bünteti a korai nyugdíjba vonulást, méltánytalanul kedvez a továbbszolgálóknak, az NDC-rendszer ilyen.

A második bonyodalom a már megállapított nyugdíjak indexálásával kapcsolatos. Különbséget teszünk a kezdeti és a már megállapított nyugdíjak között, s a köztük kapcsolatot teremtő indexálást vizsgáljuk. Két tiszta indexálási forma létezik: a már megállapított nyugdíjak *bér-* és *ár*indexálása. Az első a jövedelempótlási feladatnak felel meg, a második a szegénységtől mentesít. Kettőjük között folytonosan helyezkednek el a különféle kombinációk. Reálértékekkel számolva csak az az érdekes, hogy a reálbér-indexálás súlya mekkora. Feltéve, hogy a kezdő nyugdíjakat úgy számítják ki, hogy átlagos halandóság esetén egyensúlyba hozza az életpálya be- és kifizetéseit, egy harmadikféle jövedelem-újraelosztás valósul meg (lásd később a 3. MODELLT): a rövidebb élettartamú dolgozók „nyernek" az *ár*indexálással (nagyobbak a kezdő nyugdíjak), a hosszabb élettartamúak veszítenek (lassabban nőnek a már megállapított nyugdíjak). A *bér*indexálásnál pedig fordítva.

Az eredmények bemutatása előtt rátérünk az idevágó szakirodalom rövid ismertetésére. *Pestieau–Ponthiere* [2016] a halandósági különbségek és a jóléti állam kapcsolatát tekinti át. Talán *Buchanan* [1968] javasolta elsőként az eszmei számlát, amely valódi pénztőke felhalmozása nélkül is „utánozza" a tőkésített magánnyugdíjrendszert. Azóta több országban (elsőként Svédországban) bevezették az NDC-rendszert (vö. *Holzmann–Palmer* (szerk.) [2006], *Holzmann és szerkesztőtársai* [2012]).

Whitehouse–Zaidi [2008], *National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine* [2015], *Molnár–Hollósiné* [2015] és *Auerbach és szerzőtársai* [2017] nyomatékosan hangsúlyozza, hogy a várható élettartam keresettől való függőségét egyre kevésbé lehet figyelmen kívül hagyni: statisztikailag a magasabb keresetűek később halnak meg, mint a kisebb keresetűek; sőt e tendencia az évtizedek során élesen erősödött. Ekkor az életpálya-járulék és az évi járadék közti szoros kapcsolatot létesítő modellek (például az NDC) optimalitása kérdéses. *Ayuso és szerzőtársai* [2016] sugallta jelen cikkünkben három módosítást vizsgálunk: a hagyományos NDC-járadékfüggvény *A)* jelzésű zsugorítását, majd ennek *B)* és *C)* jelzésű módosítását. A *B)* esetben az eredeti járadékot a hozzá tartozó várható élettartammal korrigáljuk, a *C)* esetben pedig alapnyugdíj hozzákeverésével módosítjuk.

Vélhetőlen *Liebmann* [2002] volt az első, aki a tb-nyugdíjrendszerben az éves degressziót és az életpálya-degressziót összehasonlította. Empirikusan igazolta, hogy az Egyesült Államok tb-rendszere távolról sem olyan degresszív, mint ahogy az éves nyugdíj és a valorizált életpálya-kereset erősen degresszív képlete alapján gondolnánk (vö. 3. lábjegyzet). *Diamond–Orszag* [2004] ezen az alapon védte az azóta is működő amerikai tb-rendszert. *Fehr és szerzőtársai* [2013] a német gazdaság gondosan kalibrált, dinamikus, általános egyensúlyi modelljében határozta meg az optimális tb-rendszer degresszivitását, ahol az átmenet során a már nyugdíjazottak veszteségét központi forrásból fedezik.

Sánchez-Romero–Prskawetz [2017] az Egyesült Államok tb-nyugdíjrendszerének állandósult állapotú, kalibrált általános egyensúlyi modelljében vizsgálta a problémát, ahol a kereseti különbségeket az emberitőke-felhalmozás magyarázza; a kereseti és halandósági különbségek csak korrelálnak egymással, de egyik nem határozza meg a másikat, és a kezdő nyugdíj képlete szakaszonként lineáris.

Többen vizsgálták az NDC-rendszer elméleti problémáit (vö. *Legros* [2006] és *Barr–Diamond* [2008] 3. fejezet). Alapprobléma: miért kellene rögzíteni a járulékkulcsot egy gyorsan öregedő népesség esetén? Cikkünk szempontjából további három problémát említünk.

Az első probléma a korábban már említett különbség a járadékfüggvény éves degressziója és az életpálya-degresszió között. Ez az NDC-nél is fellép.

Kevésbé fontos, de nem lényegtelen probléma az eszmei számlával kapcsolatban a nyugdíjba vonulási kor választásánál fellépő kontraszelekció (*Diamond* [2003], *Eső–Simonovits* [2003], *Cremer és szerzőtársai* [2004], *Eső és szerzőtársai* [2011] és *Simonovits* [2012]): akiknek hosszabb a várható élettartamuk, később mennek nyugdíjba, és ezért nyernek az NDC révén, mivel ez a rendszer átlagos várható élettartamra épül.

A már megállapított nyugdíjak indexálása meglehetősen elhanyagolt kérdés az irodalomban (kivétel *Simonovits* [2003] 14. fejezet, *Legros* [2006] és különösen *Barr–Diamond* [2008] 5.1.4. pont, amely megkülönbözteti a magyar szakirodalomban valorizálásnak nevezett fogalmat a kezdő és a már megállapított nyugdíjakat összekapcsoló indexálástól). A problémák fenti leírását *Barr–Diamond* [2008]-ból vettük át. *Feldstein* [1990] meglehetősen nagy szabadságot engedett meg magának, amikor az életpálya-nyugdíjtömeg életkor szerinti eloszlását elméletileg optimalizálta. *Weinzierl* [2014] viszont az egymástól csupán kicsit eltérő amerikai árindexek hatását vizsgálta a nyugdíjasok jólétére.

Az említett források általában elhanyagolták a női és férfiélettartam különbsége és az uniszex tb-nyugdíj közti ellentmondást. Bár van olyan ország (Chile), amelynek kötelező nyugdíjrendszere (tőkésített magánrendszer) külön férfi- és női életjáradékokat számít, de kötelezővé teszi a családosoknak a kombinált életjáradékot. Az általánosan elterjedt özvegyi nyugdíj figyelembevétele jelentősen módosítja a képet (Svédországban viszont az özvegyi nyugdíj már megszűnt).

A jelen dolgozattal csatlakozunk az említett trendhez, és három egyszerű és egymáshoz kapcsolódó nyugdíjmodellel elemezzük a kérdéskört. Mivel el szeretnénk kerülni az optimális munkakínálat (beleértve a nyugdíjba vonulási kor) és az optimális megtakarítási pálya meghatározását, önkényes magatartási szabályokkal dolgozunk. (A *Függelékben* – az 1.* MODELLBEN – azonban közelítőleg kiszámítjuk az alapmodellben az optimális megtakarítási pályát, és ennek figyelembevételével tanulmányozzuk a társadalmi jólétet optimalizáló kombinációt.) A tárgyalást egyszerűsítendő, nemcsak azt tesszük fel, hogy a népesség stabil, de azt is, hogy stacioner. A keresetfüggő élettartamtól eltekintve modellcsaládunkban nincs halandósági kockázat. A járulékkulcs adott. Mindegyik modellt számpéldán szemléltetjük.

Eredményeink a következők. Az 1. MODELLTŐL kezdve együtt élő korosztályokat vizsgálunk, ahol egy adott korosztály dolgozói életpálya-keresetükben különböznek (w), és minden dolgozó S évig fizet járulékot, és a hátralévő $T(w)$ évig élvez változatlan reálértékű nyugdíjat. A nyugdíjrendszernek két pillére van: az arányos, befizetéssel meghatározott (NDC) és az alapnyugdíj. A hagyományos NDC-elv három módosítását mérlegeljük: *A)* a keresetek és a nyugdíjban töltött időszak hosszának pozitív korrelációja miatt a hagyományos NDC-t módosítani kell: minden nyugdíjat egy olyan 1-nél kisebb együtthatóval kell zsugorítani, amely helyreállítja a rendszer egyensúlyát; *B)* az NDB-nyugdíj nevezőjébe az átlagos várható nyugdíjtartam [$ET(w)$] helyett a *kereséttől függő* nyugdíjtartamot [$T(w)$] írunk; *C)* a zsugorítás mellett bevesszük az alapnyugdíjat is.

A 2. MODELLBEN figyelembe vesszük, hogy a jobban keresők gyakran később mennek nyugdíjba, azaz $S(w)$ szolgálati idő is növekvő függvény, s ezért a hagyományos NDC-beli újraelosztás erősödik.

A 3. MODELLBEN visszatérünk a közös nyugdíjba vonulási korhoz, csak a zsugorítás mellett bevezetjük a tartós reálbérnövekedést és a részleges bérindexálást.

Jelen modelljeinkben nincs optimalizálás (leszámítva a *Függelékben* szereplő 1.* MODELLT, ahol legalább a kiegészítő megtakarításukat optimalizálják a dolgozók). Önkényes paraméterértékekkel dolgozunk, a várható élettartam a kereset (növekvő) függvénye. Ez az egyszerűsítés a *Sánchez-Romero–Prskawetz* [2017]-hez képest nemcsak az érthetőséget növeli, de új vonások figyelembevételét is lehetővé teszi: a 2. MODELLBEN a nyugdíjkorhatár nő a keresettel, a 3. MODELLBEN a bérindexálás is szerepet kap.

A bevezetés végére érve, négy nyitott kérdést fogalmazunk meg: *1.* Hogyan befolyásolja a kötelező és az önkéntes magánrendszer léte a tb-pillér működését? (A *Függelék* szerény kísérlet ebbe az irányba: a magánmegtakarítások reagálnak a jövedelem-újraelosztásra, de a munkakínálat és a keresetbevallás nem.) *2.* Milyen mennyiségi kapcsolat van az indexálási súly és az optimális nyugdíjba vonulási kor között? (*Simonovits* [2018*b*] óvatos kísérletet tett ennek megválaszolására.) *3.* Hogyan változik az alapnyugdíj optimális súlya, ha figyelembe vesszük, hogy a munkakínálat csökkenő függvénye az alapnyugdíj méretének? *4.* Hogyan tompítható a bérrobbanás hatása az egymás utáni évjáratok nyugdíjára?

Időben és korban invariáns reálkeresetek, közös nyugdíjba vonulási kor (1. MODELL)

Az idő- és korfüggő adatok mindvégig állandó árszinten szerepelnek. A következőkben azzal a speciális feltevéssel élünk, hogy az adott évben született dolgozók teljes (szuperbruttó) keresete különböző, de reálértékben időben/korral nem változik. Elsősorban arra vagyunk kíváncsiak, hogy miképpen hat a keresetek és a tőlük függő várható élettartamok heterogenitása a nyugdíjakra.

Feltesszük, hogy az éves keresetek (w) eloszlásfüggvénye $F(w)$. Jelölje a járulékkulcsot τ ($0 \le \tau < 1$), a nyugdíjba vonulási kort R, és a munkába állás korát L. A megfelelő hátralévő várható élettartam $e_R(\cdot)$, amely nő a keresettel.[4] Szükségünk lesz a(z éves) járadékfüggvényre: $b(w, R)$ és az életpálya-egyenlegre:

[4] Az R alsó index igazából csak a 2. MODELLBEN kap szerepet.

$$z = \tau w(R-L) - b(w, R)e_R(w). \tag{1}$$

A hátralévő várható élettartam átlaga $[e_R = \mathbf{E}_w e_R(w)]$ szerepel a hagyományos NDC-járadékban (az N jelölés az eszmei számla angol kezdőbetűjére utal):

$$b^N(w, R) = \frac{\tau w(R-L)}{e_R}. \tag{2N}$$

Behelyettesítve (2N)-t (1)-be, adódik a *keresetfüggő* NDC-egyenleg:

$$z^N(w, R) = \tau w(R-L) - \frac{\tau w(R-L)}{e_R} e_R(w) = \frac{\tau w(R-L)}{e_R}\left[e_R - e_R(w)\right].$$

Újra figyelembe véve a (2N) képletet, adódik az 1. TÉTEL.

1. TÉTEL • *A hagyományos,* (2N) *jelzésű NDC-ben a keresetfüggő életpálya-egyenleg a járadék és az átlagos, illetve a specifikus várható élettartam különbségének a szorzata*:

$$z^N(w, R) = b^N(w, R)[e_R - e_R(w)]. \tag{3N}$$

Szimmetrikus (vagy más speciális) eloszlásokra definiálhatjuk a $w(R)$ *elkülönítő keresetet,* amelynél a speciális élettartam egyenlő az átlagossal: $e_R[w(R)] = e_R$. Könnyű belátni, hogy $e_R(w) < e_R[w(R)]$, ha $w < w(R)$; $e_R(w) > e_R[w(R)]$, ha $w > w(R)$.

Speciális esetekben a $w(R)$ mennyiség független lehet az R nyugdíjba vonulási kortól, és megegyezhet az átlagkeresettel: $w(R) = \mathbf{E}w = 1$. Az 1. TÉTELBŐL adódik a KÖVETKEZMÉNY.

KÖVETKEZMÉNY • *a) A hagyományos NDC-ben az átlag alatti várható élettartamú dolgozókra az életpálya-egyenleg pozitív (vesztesek), az átlag feletti várható élettartamú dolgozókra az életpálya-egyenleg negatív (nyertesek).*

b) A várható életpálya-egyenleg negatív.

BIZONYÍTÁS • *a)* Lásd a (3N) képletet.
b) Osszuk két részre a kereseteloszlást az *elkülönítő* bér segítségével. Mivel $b^N(\cdot, R)$ növekvő függvény, helyettesíthető $b[w(R), R]$-rel a következő becslésben. Ezzel ugyanis növeljük $z^N(w, R)$-t a pozitív értékekre, és csökkentjük a negatív értékekre, azaz

$$\mathbf{E}z \le b[w(R), R]\mathbf{E}e_R(w) = 0. \qquad \blacksquare$$

Évekkel ezelőtt Peter Diamond (személyesen) azt tanácsolta, hogy a legegyszerűbb az átlagos veszteséget úgy eltüntetni, hogy a (2N) járadékot minden keresetre azonos γ szorzóval csökkentjük (arányosan zsugorítjuk), ez az *A)* módosítás:

$$b^A(w, R) = \frac{\gamma^A \tau w(R-L)}{e_R} = \gamma^A b^N(1, R)w. \tag{2A}$$

Behelyettesítve (2A)-t az (1)-be, az új egyenleg

$$z^A(w, R) = b^N(1, R)w[e_R - \gamma e_R(w)]. \tag{3A}$$

Várható értéket veszünk, és 0-val egyenlővé tesszük az eredményt:

$$0 = \mathbf{E}z^A(w, R) = b^N(1, R)\mathbf{E}\{w[e_R - \gamma e_R(w)]\},$$

innen
$$\gamma^A = \frac{e_R}{\mathbf{E}\left[we_R(w)\right]}. \tag{4A}$$

Figyeljük meg, hogy még ha az $e_R(w)$ növekvő voltát azzal az általánosabb feltevéssel helyettesítjük, hogy w és $e_R(w)$ korrelációja pozitív ($\mathbf{E}w = 1$ miatt), akkor is igaz, hogy $\mathbf{E}[we_R(w)] > e_R$, azaz $\gamma^A < 1$.

1.A) TÉTEL • *Az arányosan zsugorított* (2*A*) *jelzésű ANDC- (kiigazított, adjusted NDC) járadéknál az életpálya-egyenleg az eredeti járadék és az átlagos, illetve a megfelelően zsugorított specifikus várható élettartam szorzata* [(3*A*)], *ahol* γ^A *értékét* (4*A*) *adja.*

Követve *Ayuso és szerzőtársai* [2016]-ot, két további módosítást tanulmányozunk, amely csökkenti vagy akár meg is fordítja az újraelosztást. A *B)* módosítás egyszerűen $e_R(w)$-vel osztja el az életpálya-járulékot e_R helyett:

$$b^B(w,\ R) = \frac{(R-L)w}{e_R(w)} \quad \text{és} \quad z^B(w, R) = 0. \tag{2B}$$

Ekkor a zsugorító tényező a keresettől függ: $\gamma^B(w) = e_R(w)/e_R$, de ezt a megoldást nehéz lenne politikailag érvényesíteni.

A *C)* módosítás lineárisan kombinálja az NDC-t és az alapnyugdíjat, ahol ez utóbbi $\gamma b^\circ = \gamma b(1, R)$, és a relatív súlyok $\alpha > 0$ és $1 - \alpha > 0$. A keverék:

$$b^C(w, R) = \gamma\alpha b^N(w, R) + (1-\alpha)\gamma b^\circ, \quad 0 \le \alpha \le 1, \quad b^\circ = b^N(1, R). \tag{2C}$$

Behelyettesítve (2*C*)-t az (1)-be:

$$z^C(w, R) = b^\circ we_R - [\alpha\gamma b^\circ w + (1-\alpha)\gamma b^\circ]e_R(w).$$

Megint várható értéket képezünk, és 0-vá tesszük az eredményt:

$$0 = \mathbf{E}_w z^C(w, R) = b^\circ e_R - \alpha\gamma b^\circ \mathbf{E}[we_R(w)] - (1-\alpha)\gamma b^\circ e_R.$$

Ekkor az α-tól függő zsugorító γ^C együttható képlete:

$$\gamma^C = \frac{e_R}{(1-\alpha)e_R + \alpha\mathbf{E}\left[we_R(w)\right]}. \tag{4C}$$

Vegyük észre, hogy $\alpha = 1$ esetén a (2*C*)–(4*C*) képletsor (2*B*)–(4*B*)-re egyszerűsödik. Az α értékét csökkentve, az újraelosztást csökkenthetjük, és irányát meg is fordíthatjuk.

1.B) TÉTEL • *A* (2*B*) *járadékszabály eltünteti a keresettől függő élettartam miatti újraelosztást. A* (2*C*)–(4*C*) *járadékszabály gyengíti vagy meg is fordítja a torz újraelosztást.*

A következőkben végletesen egyszerű számpéldán szemléltetjük az elmondottakat. (Más cikkünkben, például *Simonovits* [2017]-ben reális számpéldákat alkalmaztunk, de itt nincs erre szükség.) A típusok száma: $n=3$, súlyuk: 1/3, a járulékkulcs: $\tau=0,25$. Kezdő és záró kor: $L=20$, $R=60$ év. Az NDC súlya a *C)*-ben $\alpha=0,5$. Az *1. táblázat* 1. és 2. oszlopa közli a típusok keresetét és nyugdíjazáskori várható élettartamát. Figyeljük meg, hogy a kiigazított eszmei számlában (ANDC) a zsugorítási tényező $\gamma^A=0,952$; és a kiskeresetű veszteségének abszolút értéke kisebb, mint a nagykeresetű nyeresége: $z_1<|z_3|$. A *B)* módosításnál a kiskeresetű nyugdíja nő, a nagykeresetűé csökken, és az átlagosé változatlan marad. Végül a *C)* módosítás $\gamma^C=0,976$ zsugorítással tovább növeli a kiskeresetű járadékát, és csökkenti a nagykeresetűét, az előbbi veszteségét nyereséggé, az utóbbi nyereségét veszteséggé téve.

1. táblázat
NDC-változatok

Kereset	LEXP nyugdíjazáskor	Módosított NDC				
		A járadék	*A* egyenleg	*B* járadék	*C* járadék	*C* egyenleg
w_i	e_i	b_i^A	z_i^A	b_i^B	b_i^C	z_i^C
0,5	17	0,238	0,952	0,294	0,366	–1,220
1,0	20	0,476	0,476	0,500	0,488	0,244
1,5	23	0,714	–1,429	0,652	0,610	0,976

LEXP = várható élettartam, $L=20$, $R=60$, $\tau=0,25$, $\alpha=0,5$, $z_1^B=z_2^B=z_3^B=0$.

Heterogén nyugdíjba vonulási kor (2. MODELL)

Most rátérünk egy másodlagos, de mégiscsak fontos kérdésre: mi történik, ha az $R(w)$ nyugdíjba vonulási kor szintén heterogén? Elkerülve az életpálya-hasznossági függvény bonyolult maximalizálását, különösen akkor, ha a kormányzat nem ismeri vagy nem használja fel az egyedi várható élettartamokat (vö. *Diamond* [2003] stb.), egyszerűen feltesszük, hogy minél tovább él egy dolgozó, annál később megy nyugdíjba: $R(w)$ növekvő függvény.[5] Meg kell ismételnünk az előző számításokat.

A hagyományos NDC-vel kezdve,

$$b^N\left[w,\ R(w)\right]=\frac{\tau w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}}, \tag{5N}$$

ahol $e_{R(w)}$ az átlagos várható élettartam az $R(w)$ életkorban, függetlenül attól, hogy a dolgozó keresete w vagy sem. Mivel a hosszabb életű és jobban fizetett dolgozók feltevés szerint később mennek nyugdíjba, az (5*N*)-ben a nyugdíj még inkább növekvő függvénye a keresetnek. Ezért a következmény általánosítható, és az átlagos veszteség fennmarad. A módosított NDC-képletek közül először *A)* módosítással (a zsugorított eszmei számla) kezdjük.

[5] Ez a feltevés nem teljes információn alapul, és még teljes információ esetén is lehetnek más (például családi vagy egészségügyi) okok, amelyek meghatározzák a nyugdíjba vonulási életkort.

$$b^A\left[w,\ R(w)\right]=\frac{\gamma\tau w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}}. \tag{5A}$$

Ezzel szemben a w keresetű és $R(w)$ évesen nyugdíjba vonuló dolgozó várható hátralévő élettartama $e_{R(w)}(w)$, ahol a keresetfüggés explicit. (5A)-t behelyettesítve (3A)-ba:

$$z^A\left[w,\ R(w)\right]=\frac{\tau w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}}\left[e_{R(w)}-\gamma e_{R(w)}(w)\right]. \tag{6A}$$

Ismét várható értéket véve, majd nullázva:

$$0=\mathbf{E}z^A\left[w,\ R(w)\right]=\tau\mathbf{E}\left\{\frac{w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}}\left[e_{R(w)}-\gamma e_{R(w)}(w)\right]\right\},$$

azaz γ meghatározható a következő egyenletből:

$$\mathbf{E}\left\{w\left[R(w)-L\right]\right\}=\gamma^A\mathbf{E}\left\{\frac{w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}}e_{R(w)}(w)\right\}. \tag{7A}$$

Az előzőkhöz hasonlóan, ismét ugyanazzal a két módosítással csökkenthetjük vagy fordíthatjuk meg az újraelosztást: a *B)* szabály az életpálya-járulékot $e_{R(w)}$ helyett $e_{R(w)}(w)$-vel osztja:

$$b^B(w,\ R)=\frac{\tau w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}(w)} \quad \text{és} \quad z^B[w, R(w)]=0. \tag{5B}$$

Ismét nehezen elfogadtatható módosítást kaptunk, és inkább keverjük a zsugorított eszmei számlát (ANDC) az alapnyugdíjjal. α súlyt adva NDC-nek ($0\le\alpha\le 1$), a *C)* módosítás:

$$b^C(w,\ R)=\alpha\frac{\gamma\tau w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}}+(1-\alpha)\gamma b^\circ, \quad b^\circ=b^N[1, R\ (1)]. \tag{5C}$$

Behelyettesítve (5C)-t (1)-be:

$$z^C\left[w,\ R(w)\right]=\tau w\left[R(w)-L\right]-\alpha\frac{\gamma\tau w\left[R(w)-L\right]}{e_{R(w)}}e_{R(w)}(w)-(1-\alpha)\gamma b^\circ e_{R(w)}(w).$$

Átlagot véve és lenullázva az átlagot:

$$0=\tau\mathbf{E}\left\{w\left[R(w)-L\right]\right\}-\alpha\gamma\tau\mathbf{E}\frac{w\left[R(w)-L\right]e_{R(w)}(w)}{e_{R(w)}}-(1-\alpha)\gamma b^\circ\mathbf{E}e_{R(w)}(w),$$

azaz

$$\tau\mathbf{E}\left\{w\left[R(w)-L\right]\right\}=\gamma^C\left\{\alpha\tau\mathbf{E}\frac{w\left[R(w)-L\right]e_{R(w)}(w)}{e_{R(w)}}-(1-\alpha)b^\circ\mathbf{E}e_{R(w)}(w)\right\}. \tag{6C}$$

Az újraelosztás mértékétől függő γ^C (6C)-ből egyértelműen meghatározható. Felhívjuk a figyelmet, hogy $\alpha=1$ esetén a (6C) képlet (6A)-ra egyszerűsödik. Az α súly értékét csökkentve, csökken az újraelosztás, sőt az iránya meg is fordulhat.

2. TÉTEL • *Heterogén nyugdíjba vonulási kor esetén az* (5*A*)–(7*A*) *szabályok eltüntetik az átlagos veszteséget.* (5*B*)–(6*B*) *eltünteti az újraelosztást.* (5*C*)–(6*C*) *csökkenti a torz újraelosztást, vagy meg is fordíthatja az irányát.*

Végül ismét számpéldán szemléltetjük eredményeinket. Heterogén nyugdíjba vonulási kor esetén az $e_{60}(w) = 20 + 6(w - 1)$ függvény legegyszerűbb általánosítása $e_R(w) = 80 - R + 6(w - 1)$.

Feltéve, hogy minden dolgozó felnőtt életének 2/3 részét tölti munkával, $R_1 = 58$, $R_2 = 60$ és $R_3 = 62$ év.

A *2. táblázat* bemutatja az új eredményeket. A második (nyugdíjba vonulási kor) heterogenitása miatt a γ^A zsugorítási tényező 0,952-ről 0,939-re csökken, de az egyenlegek kilengése csökken. z_1^A 0,952-ről 0,897-re mérséklődik. Az aktív és passzív életszakaszok rögzített aránya miatt a *B)* módosításkor $b_i^B = 0{,}5w_i$ fennáll. A *C)* módosításkor a z_1^C veszteség –1,22-ról +1,89 nyereségre ugrik, míg a z_3^C nyereség –0,976-ről 1,654 veszteségre vált.

2. táblázat
NDC-változatok – heterogén *R*

Kereset	Nyugdíjba vonulási kor	LEXP(*R*)	Módosított NDC				
			A járadék	*A* egyenleg	*B* járadék	*C* járadék	*C* egyenleg
w_i	R_i	$e_{R_i}(w_i)$	b_i^A	z_i^A	b_i^B	b_i^C	z_i^C
0,5	58	19	0,203	0,897	0,25	0,349	–1,890
1,0	60	20	0,470	0,609	0,50	0,488	0,236
1,5	62	21	0,822	–1,506	0,75	0,671	1,654

Megjegyzés: lásd az *1. táblázat* alatti jegyzetet és $R_i - L = 2(D_i - L)/3$, $i = 1, 2, 3$.

A nyugdíjak részleges bérindexálása (3. MODELL)

Eddig elhanyagoltuk a teljes reálkeresetek hosszú távú emelkedését és a már megállapított nyugdíjak indexálásában fellépő ellentmondást a fogyasztás kisimítása és az újraelosztás csökkentése között. Most rátérünk erre a kérdésre, de közben visszatérünk a közös nyugdíjba vonulási kor feltevéséhez. Feltesszük, hogy a keresetek reálértékben évente egyenletesen $g > 1$ tényező szerint nőnek. A már megállapított nyugdíjak azonban reálértékben általában ennél lassabban emelkednek.[6]

Tekintsünk egy adott évben született dolgozót, akinek a kezdő keresete w_L, R évesen megy nyugdíjba, és záró keresete $w_{R-1} = w_L g^{R-L-1}$. A kezdő nyugdíj kiszámításakor valorizálják az egyes évek keresetét, emiatt a dolgozó NDC-vagyona

[6] A 2016–2018 közti hazai reálbérrobbanás az árindexálás miatt hatalmas feszültségeket fog kelteni az adott időszakban nyugdíjba vonuló évjáratok között. Talán mégis vissza kellene térni a bérindexáláshoz, vállalva a kezdő nyugdíjak népszerűtlen csökkentését?

$W_R = \tau(R-L)w_{R-1} = \tau(R-L)w_L g^{R-L-1}$. A már megállapított nyugdíjak idősora b_j, $j = R, \ldots, D-1$. Az NDC keresztmetszeti várományát tagonként és évente viszont g-vel leszámítoljuk:

$$B_R = \sum_{j=R}^{D-1} g^{-j+R} b_j,$$

ahol $D = R + e_R$ a születéskor várt élettartam.

Vezessünk be egy 0 és 1 közötti ι skalárt, a bérindex súlyát. Ekkor az egymást követő évek nyugdíja:[7]

$$b_j = b_{j-1} g^{\iota}, \quad \text{ahol} \quad j = R+1, \ldots, D-1.$$

Behelyettesítve e képletet az előzőbe:

$$\tau(R-L)w_{R-1} = b_R \sum_{j=R}^{D-1} g^{-(1-\iota)(j-R)}.$$

Felesleges esetszétválasztást $\iota = 1$ és $0 \le \iota < 1$ között elkerülendő, vezessük be a következő jelöléseket:

$$e_R^{(1)} = e_R, \quad \text{vagy} \quad e_R^{(\iota)} = \frac{1 - g^{-(1-\iota)e_R}}{1 - g^{-(1-\iota)}}, \quad \text{ha} \quad 0 \le \iota < 1.$$

Ekkor a hagyományos NDC-járadék:

$$b^N\left(w_{R-1}, R\right) = \frac{\tau(R-L)w_{R-1}}{e_R^{(\iota)}}. \tag{8N}$$

Figyeljük meg, hogy minél nagyobb a bérindex ι súlya, annál nagyobb az indexált $e_R^{(\iota)}$ élettartam, és annál kisebb a $b^N(w_{R-1}, R)$ kezdő nyugdíj.

A várható élettartamok heterogenitását figyelembe veendő, w_{R-1} záró bér eloszlásfüggvényét tekintjük adottnak, és kizárjuk az életkorral járó béremelkedést. Normalizálva: $\mathbf{E}w_{R-1} = 1$.

A felesleges ismétlést elkerülendő, csak az *A)* módosítást vizsgáljuk.

$$b^A\left(w_{R-1}, R\right) = \gamma^A \frac{\tau(R-L)w_{R-1}}{e_R^{(\iota)}}. \tag{8A}$$

Bevezetve az $e_R^{(1)}\left(w_{R-1}\right) = e_R\left(w_{R-1}\right), \quad e_R^{(\iota)}\left(w_{R-1}\right) = \dfrac{1 - g^{-(1-\iota)e_R(w_{R-1})}}{1 - g^{-(1-\iota)}}, \quad \text{ha} \quad 0 \le \iota < 1$

jelölést, az életpálya-egyenleg most:

$$z^A\left(w_{R-1}, R\right) = \tau(R-L)w_{R-1} - \gamma b^N\left(w_{R-1}, R\right) e_R^{(\iota)}\left(w_{R-1}\right) =$$

$$= b^N(1, R) w_{R-1}\left[e_R^{(\iota)} - \gamma^A e_R^{(\iota)}\left(w_{R-1}\right)\right]. \tag{9A}$$

[7] A valóságban a nyugdíjak növekedési tényezője $\iota g + 1 - \iota = (g-1)\iota + 1$.

Megint várható értéket képezve és azt nullának véve:

$$0 = \mathbf{E}z^A\left(w_{R-1}, R\right) = b^N(1, R)\mathbf{E}w_{R-1}\left[e_R^{(\iota)} - \gamma^A e_R^{(\iota)}\left(w_{R-1}\right)\right]. \tag{10A}$$

Innen

$$\gamma^A = \frac{e_R^{(\iota)}}{\mathbf{E}\left[w_{R-1}e_R^{(\iota)}\left(w_{R-1}\right)\right]} < 1. \tag{11A}$$

3. TÉTEL • *Indexált járadékok esetén a* (8A) *módosítás mellett a zsugorítási együtthatót* (11*A*) *adja.*

Ezt a részt is számpéldával zárjuk. Legyen a három záró kereset $w_{R-1}(i) = 0{,}5$, 1, 1,5. A *3. táblázat* három indexálást szemléltet $g = 1{,}02$ éves növekedés esetén. Bérindexálás: $\iota = 1$; bér–ár-indexálás (vegyes, svájci indexálás): $\iota = 0{,}5$ és árindexálás: $\iota = 0$. A megfelelő zsugorítási együtthatók 0,952 és 0,963 között ingadoznak. Ahogy csökken a bérindex súlya, úgy nő a kezdő nyugdíj mindhárom típusra (és úgy csökkennek a *3. táblázatból* kihagyott záró nyugdíjak). Figyelemre méltó, hogy *bér*indexáláskor nemcsak a várhatóan rövid életű, de az átlagos élettartamú dolgozó is hozzájárul a várhatóan hosszú életű dolgozó nyugdíjához. *Ár*indexáláskor fordított a helyzet.

3. táblázat
A járadékok indexálásának hatása a kezdő nyugdíjakra és az egyenlegekre (*A*)

Kereset	Hátralévő LEXP	Bér		Bér–ár		Ár	
				indexálás			
		járadék	egyenleg	járadék	egyenleg	járadék	egyenleg
$w_{i,R-1}$	e_i	$b^1_{i,R-1}$	$z^1_{i,R-1}$	$b^{0,5}_{i,R-1}$	$z^{0,5}_{i,R-1}$	$b^0_{i,R-1}$	$z^0_{i,R-1}$
0,5	17	0,238	0,952	0,263	0,870	0,289	0,791
1,0	20	0,476	0,476	0,525	0,420	0,577	0,369
1,5	23	0,714	−1,429	0,788	−1,290	0,866	−1,161

Megjegyzés: lásd az *1. táblázat* alatti jegyzetet és $g = 1{,}02$.

Következtetések

Három összefüggő NDC-nyugdíjmodellt elemeztünk a hagyományos befizetéssel meghatározott NDC-járadék háromféle módosításával. Az 1. MODELLBEN a dolgozók csak keresetükben és várható élettartamukban különböztek egymástól, de mindnyájan azonos életkorban mentek nyugdíjba. A keresetük és a várható élettartamuk közti pozitív korreláció miatt a hagyományos NDC-nyugdíj erős jövedelemátcsoportosítást hajt végre a rövid várható élettartamú szegényektől a hosszú várható élettartamú gazdagok felé.

A 2. MODELLBEN ez a torz újraelosztás erősödik azáltal, hogy a várhatóan hosszabb életűek később is mennek nyugdíjba. Mindkét modellben nemcsak eltüntettük a hagyományos NDC-rendszer túlzott újraelosztását, de explicit jövedelem-újraelosztással kísérleteztünk.

A 3. MODELLBEN visszatértünk a közös nyugdíjba vonulási korhoz, de a módosításokban figyelembe vettük a tartós reálbérnövekedést és a már megállapított nyugdíjak részleges bérindexálását. A legfontosabb nyitott kérdés: hogyan befolyásolja az alapnyugdíj súlya a munkavállalási és járulékfizetési hajlandóságot.

Hivatkozások

AUERBACH, A. ÉS SZERZŐTÁRSAI [2017]: How the Growing Gap in Life Expectancy may Affect Retirement Benefits and Reforms. NBER WP, 23329. Cambridge, MA, https://doi.org/10.3386/w23329.

AUGUSZTINOVICS MÁRIA–MATITS ÁGNES [2010]: Pontrendszer és alapnyugdíj (NYp+a) – öregséginyugdíj-reform. Megjelent: *Holtzer Péter* (szerk): Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről. Miniszterelnöki Hivatal, Budapest, 234–246. o.

AYUSO, M.–BRAVO, J. M.–HOLZMANN, R. [2016]: Addressing Longevity Heterogeneity in Pension Scheme Design and Reform. IZA Discussion Paper, 10378.

BARR, N.–DIAMOND, P. [2008]: Reforming Pensions: Principles and Policy Choices. Oxford University Press, Oxford, https://doi.org/10.1017/s0144686x09990730.

BUCHANAN, J. [1968]: Social Insurance in a Growing Economy: A Proposal for Radical Reform. National Tax Journal, Vol. 21. No. 4. 386–395. o.

CREMER, H.–LOZACHMEUR, J.-M.–PESTIEAU, P. [2004]: Social Security, Variable Retirement and Optimal Income Taxation. Journal of Public Economics, Vol. 88. No. 11. 2259–2281. o. https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2003.10.003.

DIAMOND, P. [2003]: Taxation, Incomplete Markets and Social Security. Munich Lectures. MIT Press, Cambridge, MA.

DIAMOND, P. A.–ORSZAG, P. [2004]: Saving Social Security: A Balanced Approach. Brookings Institution, Washington, D. C.

ESŐ PÉTER–SIMONOVITS ANDRÁS [2003]: Optimális járadékfüggvény tervezése rugalmas nyugdíjrendszerre. Közgazdasági Szemle, 50. évf. 12. sz. 1100–1112. o.

ESŐ PÉTER–SIMONOVITS ANDRÁS–TÓTH JÁNOS [2011]: Designing Benefit Rules for Flexible Retirement: Welfare and Redistribution. Acta Oeconomica, Vol. 61. No. 1. 3–32. o.

FEHR, H.–KALLWEIT, M.–KINDERMANN, F. [2013]: Should Pensions be Progressive? European Economic Review, Vol. 63. 94–116. o. https://doi.org/10.1016/j.euroecorev.2013.07.004.

FELDSTEIN, M. S. [1985]: The Optimal Level of Social Security Benefits. Quarterly Journal of Economics, Vol. 100. No. 2. 302–320. o. https://doi.org/10.2307/1885383.

FELDSTEIN, M. S. [1990]: Imperfect Annuity Markets, Unintended Bequest, and the Optimal Age Structure of Social Security Benefits. Journal of Public Economics, Vol. 41. No. 1. 31–43. o. https://doi.org/10.1016/0047-2727(92)90055-k.

HOLZMANN, R.–PALMER, E. (szerk.) [2006]: Pension Reforms: Issues and Prospects of Nonfinancial Defined Contribution (NDC) Schemes. World Bank, Washington, D. C. https://doi.org/10.1596/978-0-8213-6038-5.

HOLZMANN, R.–PALMER, E.–ROBALINO, D. (szerk.) [2012]: Nonfinancial Defined Contribution Schemes in a Changing World. World Bank, Washington, D. C. https://doi.org/10.1596/978-0-8213-9478-6.

LEGROS F. [2006]: NDCs: A Comparison of the French and German Point Systems. Megjelent: *Holzmann–Palmer* (szerk.), 203–222. o.

LIEBMANN, J. B. [2002]: Redistribution in the Current U.S. Social Security System. Megjelent: *Feldstein, M. A.–Liebmann, J. B.* (szerk.): The Distributional Aspects of Social Security and Social Security Reform. Chicago University Press, Chicago, 11–48. o. https://doi.org/10.7208/chicago/9780226241890.003.0002.

MOLNÁR, D. LÁSZLÓ–HOLLÓSINÉ MAROSI JUDIT [2015]: Az öregségi nyugdíjasok halandósága. Közgazdasági Szemle, 62. évf. 12. sz. 1258–1290. o. https://doi.org/10.18414/ksz.2015.12.1258.

NATIONAL ACADEMIES OF SCIENCES, ENGINEERING, AND MEDICINE [2015]: The Growing Gap in Life Expectancy by Income: Implications for Federal Programs and Policy Responses. The National Academics Press, Washington, D. C. https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2015.00099.x.

PESTIEAU, P.–PONTHIERE, G. [2016]: Longevity Variation and the Welfare State. Journal of Economic Demography, Vol. 82. No. 2. 207–239. o. https://doi.org/10.1017/dem.2016.4.

SÁNCHEZ-ROMERO, M.–PRSKAWETZ, A. [2017]: Redistributive Effects of the US Pension System among Individuals with Different Life Expectancy. The Journal of the Economics of Aging, Vol. 10. 51–74. o. https://doi.org/10.1016/j.jeoa.2017.10.002.

SIMONOVITS ANDRÁS [2003]: Nyugdíjrendszerek. Tények és modellek. Typotex, Budapest.

SIMONOVITS ANDRÁS [2012]: Még egyszer az eszmei számla elvi hibájáról. Szigma, 42. évf. 3–4. sz. 145–161. o.

SIMONOVITS ANDRÁS [2017]: A nyugdíjtól függő halandóság és a nyugdíjkiadások hosszú távú előrejelzése. Statisztikai Szemle, 95. évf. 4. sz. 423–431. o. https://doi.org/10.20311/stat2017.04.hu0423.

SIMONOVITS ANDRÁS [2018*a*]: Hogyan értékelte alá a tb-nyugdíj optimális szintjét Feldstein 1985-ben? Közgazdasági Szemle, 65. évf. 1. sz. 66– 73. o. https://doi.org/10.18414/ksz.2018.1.66.

SIMONOVITS ANDRÁS [2018*b*]: Merevség és rugalmasság a magyar nyugdíjrendszerben. Szigma, 59. évf. 1. sz. 1–10. o.

WEINZIERL, M. [2014]: Seesaws and Social Security Benefits Indexing. Brookings Papers on Economic Activity, Fall, 137–196. o. https://doi.org/10.1353/eca.2014.0014.

WHITEHOUSE, E.–ZAIDI, A. [2008]: Socioeconomic Differences in Mortality: Implications for Pension Policy. OECD Social, Employment and Migration Working Papers, 70. OECD, Párizs, https://doi.org/10.1787/231747416062.

Függelék

Optimális kombináció és újraelosztás (1.* MODELL)

Az alábbiakban az NDC-rendszer és az alapnyugdíj társadalmilag optimális kombinációját egy nagyon kezdetleges modellben vizsgáljuk. Definiálnunk kell a dolgozók egyéni életpálya-hasznossági függvényét, amelyeket az egyének optimálisan választott magánmegtakarításukkal maximalizálnak. Az egyszerűség kedvéért eltekintünk ez utóbbiak évenkénti változásától.

Legyen s nem negatív való szám egy w keresetű dolgozó éves megtakarítása, és legyen $\rho(w) \geq 1$ a megfelelő kamatoskamat-tényező. Közelítésként feltesszük, hogy a munka során felhalmozott megtakarítások a folyamat közepére koncentrálódnak, és felhasználásuk a nyugdíjas életszakasz felezőpontjára esik. Ezért a kamatoskamattényező az éves kamattényező ($\rho[1]$) függvényében:[8]

$$\rho(w) = \rho[1]^{[R-L+e_R(w)]/2}.$$

Ekkor az éves fiatalkori és időskori fogyasztási függvények:

$$c = (1-\tau)w - s \quad \text{és} \quad d = b(w) + \mu(w)^{-1}\rho(w)s, \quad \text{ahol} \quad \mu(w) = \frac{e_R(w)}{R-L}.$$

Az optimális megtakarítás meghatározásához szükségünk lesz egy életpálya-hasznossági függvényre:

$$U(w,c,d) = (R-L)\log c + e_R(w)\delta(w)\log d,$$

ahol a $\delta(w)$ halmozott leszámítolási tényezőt szintén közelítjük:

$$\delta(w) = \delta[1,\ w]^{[R-L+e_R(w)]/2},$$

és az éves $\delta[1, w]$ leszámítolási tényezőt a kereset növekvő függvényének vesszük. (Ez jól megfelel az empirikus megfigyeléseknek, vö. *Simonovits* [2018*a*].)

Behelyettesítve a fogyasztási egyenletpárt a hasznosságfüggvénybe:

$$U[w, s] = (R-L)\{\log[(1-\tau)w - s] + \mu(w)\delta(w)\log[b(w) + \mu(w)^{-1}\rho(w)s]\}.$$

A lokális optimum elsőrendű feltétele szerint

$$U_s'[w,\ s] \approx -\frac{1}{(1-\tau)w-s} + \frac{\delta(w)\rho(w)}{b(w)+\mu(w)^{-1}\rho(w)s} = 0.$$

Kifejezve az optimális megtakarítást és kizárva a negatív értéket:

$$s(w) = \frac{\left[\delta(w)(1-\tau)w - b(w)\rho(w)^{-1}\right]_+}{\mu(w)^{-1} + \delta(w)},$$

ahol a $+$ alsó index a számláló pozitív értékét jelöli.

Feldstein [1985] jóléti megközelítését javítva *Simonovits* [2018*a*] társadalmi jóléti függvénye leszámítolás nélkül veszi figyelembe az időskori jólétet:

$$V[\alpha, \tau] = (R-L)\mathbf{E}\{\log[(1-\tau)w - s(w)] + e_R(w)\log[b(w) + \rho(w)s(w)]\}.$$

Mivel a jólét számszerű értéke érdektelen, érdemes helyette az úgynevezett relatív hatékonysággal számolni. Ez az az érték (ε), amellyel egységesen beszorozva a transzfer nélküli rendszer béreit, az így adódó új jólét értéke egyenlővé válik az eredeti bérek melletti transzferrendszer jólétével. Képletben:

$$V(\alpha, \tau, 1) = V(0, 0, \varepsilon).$$

Kihasználva a logaritmikus hasznosságfüggvény sajátosságát,

[8] Felhívjuk a figyelmet arra, hogy *Pestieau–Ponthiere* [2016] eltekintett $\rho(w)$ és $R-L+e_R(w)$ kapcsolatától.

$V(0, 0, \varepsilon) = V(0, 0, 1) + (R - L + e_R) \log \varepsilon,$

azaz $\varepsilon = \exp\{[V(\alpha, \tau, 1) - V(0, 0, 1)]/[R - L + e_R]\}$.

Végül az újraelosztás mértékét az egyenleg szórásával definiáljuk: $\mathbf{D}z = \sqrt{\mathbf{E}z^2}$.
A szokásos számszerű szemléltetéshez szükségünk van a típusfüggő éves leszámítolási tényezőkre: $\delta[w_1, 1] = 0{,}9$, $\delta[w_2, 1] = 0{,}95$, $\delta[w_3, 1] = 1$, valamint az éves kamattényezőre: $\rho[1] = 1{,}02$. Ez utóbbi értéket úgy választottuk, hogy a korábban önkényesen választott járulékkulcs maximalizálja a jólétet: $\tau^* = 0{,}25$, szerencsénkre ez független az NDC súlyától, α-tól.

Az *F1. táblázat* alapján látható, hogy egyszerű számítógépes számolással adódik, hogy ahogy α 1-ről 0-ra csökken, úgy nő a relatív hasznosság 1,394-ről 1,488-re. Tehát számpéldánkban a tiszta alapnyugdíj adja a társadalmi optimumot. Vegyük azonban figyelembe, hogy az egyenlegek szórása 1,029-ről gyorsan 0,26-ra csökken ($\alpha = 0{,}75$-nál, közel a minimumhoz), majd újra megnő, és ez csökkentheti a munkavállalást és a járulékbevallást.

F1. táblázat
Az újraelosztás hatása

Az NDC súlya α	Relatív hatékonyság ε	Az egyenlegek szórása $\mathbf{D}z$
1,00	1,394	1,029
0,75	1,424	0,260
0,50	1,448	0,913
0,25	1,470	1,867
0,00	1,488	2,858

Megjegyzés: $\tau = 0{,}25$.