



## XII. MAGYAR MECHANIKAI KONFERENCIA

MaMeK, 2015

Miskolc, 2015. augusztus 25-27.

### GYENGÉN KÚPOS BORDÁZOTT HÉJ OPTIMÁLIS MÉRETEZÉSE KÜLSŐ NYOMÁS ESETÉN KÖLTSÉGMINIMUMRA

Jármai Károly<sup>1</sup> és Farkas József<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Miskolci Egyetem, Logisztikai Intézet, 3515 Miskolc-Egyetemváros  
[altjar@uni-miskolc.hu](mailto:altjar@uni-miskolc.hu), [altfar@uni-miskolc.hu](mailto:altfar@uni-miskolc.hu)

#### 1. BEVEZETÉS

Kúphéjakat sok szerkezetben alkalmaznak, például tengeralatti szerkezetekben, tengeri olajfúró platformokban, repülőgépekben, csőszerkezetekben, tartályokban stb.

A kúphéjak szerkezeti jellemzői:

Anyagok: acélok, alumínium-ötvözetek, szálerősítéssel műanyagok

Geometria: gyengén kúpos (pl. két hengerhéj közötti átmeneti szakaszok), erősen kúpos (pl. tárolótartály-tetők),

- Bordázás: gyűrűs, hosszirányú, kombinált, egyenletes és nem egyenletes
- Bordaprofil: lemez, szekrény, T, L, Z alak,
- Terhek: külső nyomás, belső nyomás, tengelyirányú nyomás, csavarás, kombinált
- Gyártás: hegesztés, szegecselés, csavarozás, ragasztás

Klöppel és Motzel [1,1976] horpadási kísérleteket végeztek bordázatlan és gyűrűbordázott acél kúphéjakkal és képleteket adtak a horpadási kritikus feszültségekre. Rao és Reddy [2,1981] súlyminimumra optimalták csonkakúp-héjakat. Gyűrűs és hosszirányú lemezbordákat, horpadási és sajátfrekvencia-feltételeket vettek figyelembe. Ellinas et al. [3,1984] könyvben bordázott kúphéjakra vonatkozó kísérleti eredmények találhatók. Spagnoli PhD [4,1997] disszertációja tengelyirányú nyomással terhelt bordázott kúphéjak horpadását és méretezését tárgyalta. Lemezes hosszbordákat vizsgált. Spagnoli később társszerzőkkel írt tanulmányokat e témában Spagnoli [5,1999a, 6,1999b, 7,2001]. Chryssanthopoulos et al. [8,1998] végelesemes módszert alkalmaztak hosszbordás, nyomással terhelt kúphéjak horpadás-vizsgálatára. Singer et al. [9,2002] bordázott kúphéj-modelleken végzett kísérleteket írtak le részletesen. Gyűrűbordás körhenger-héjak költségminimumra való optimalizálását írtuk le Farkas et al. [10,2002], Farkas és Jármai [11,2013, 12,2008, 13,2013].

Most az alábbi szerkezetjellemzőket választottuk: acél, gyengén kúpos héj, hegesztett szekrényszelvényű gyűrűbordák a borda-elcsavarodás megakadályozására, külső nyomás, egyenletes és nem-egyenletes bordaosztás, hegesztés. A Det Norske Veritas [14,1995, 15,2002] tervezési irányelveit alkalmaztuk a horpadási feltételekhez.

#### 2. A TERVEZÉS MENETE

*Egyenletes osztás esetén* felvett egészszámú  $n$  osztásszámhoz szakaszonként a különböző  $R_i$  héjsugarakhoz számítjuk a héjhorpadási feltételből a szükséges vastagságot -- az optimális  $n_{opt}$  osztásszámot a minimális költséghez kapjuk

*Egyenlőtlen osztás esetén* a felvett egészszámú  $t$  héjvastagsághoz a különböző  $R_i$ -khez fokozatosan a legkisebb héjsugárból kiindulva számítjuk a héjhorpadási feltételből az osztástávolságot – az optimális  $t_{opt}$  héjvastagságot a minimális költséghez kapjuk. A fentiekből következik, hogy mindkét esetben azonos a héjhorpadási feltétel, a gyűrűbordák méretezése és a költségfüggvény.

Az  $n_{opt}$  illetve  $t_{opt}$  után optimalni kell a gyűrűbordák méreteit ( $h_i$ ,  $t_{ri}$ ) a bordák stabilitására vonatkozó feltétel alapján. Minden szegmens végén bordát kell alkalmazni, ezért az első szegmens két bordát tartalmaz. (1. ábra). Az ábra. Szaggatott vonalai jelzik, hogy a bordákat a szegmensek végétől kis távolságra kell felhegeszteni, hogy a varratok ellenőrizhetők legyenek. A költségfüggvény tartalmazza az anyag-, összeállítási, hegesztési és festési költségeket. Külön költséget jelent a lemezelemek gyengén kúposra való alakításának költsége.

### 3. A HÉJHORPADÁSI FELTÉTEL

A DNV irányelvei szerint [15,2002] a számítást a körhenger-héjakhoz hasonlóan kell végezni módosított héjsugárral, amit a két szomszédos sugárral kell kiszámítani

$$R_{ei} = \frac{R_{i+1} + R_i}{2 \cos \alpha}, \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{R_{n+1} - R_1}{L_0}, R_{i+1} = L_i \tan \alpha + R_i, L_i = \frac{L_0}{n} \quad (2)$$

és módosított vastagsággal

$$t_{ei} = t_i \cos \alpha \quad (3)$$

A külső nyomásból számított normálfeszültségnek kisebbnek kell lennie a kritikus horpadási feszültségnél

$$\sigma_i = \frac{\gamma_b p R_i}{t_{ei}} \leq \sigma_{cri} = \frac{f_{y1}}{\sqrt{1 + \lambda_i^4}}, \lambda_i = \sqrt{\frac{f_{y1}}{\sigma_{Ei}}} \quad (4)$$

$$\sigma_{Ei} = \frac{C_i \pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t_{ei}}{L_{ei}} \right)^2, L_{ei} = \frac{L_i}{\cos \alpha} \quad (5)$$

ahol

$$C_i = 4 \sqrt{1 + \left( \frac{0.6 \xi_i}{4} \right)^2}, \xi_i = 1.04 \sqrt{Z_i}, Z_i = \frac{L_{ei}^2}{R_{ei} t_{ei}} \sqrt{1 - \nu^2} \quad (6)$$

A (5) felhasználásával a (6) az alábbi alakban írható

$$C_i = 4 \sqrt{1 + 0.023214 \frac{L_{ei}^2}{R_{ei} t_{ei}}} \quad (7)$$

### 4. GYŰRŰBORDA MÉRETEZÉSE AZ EGYES HÉJSZEGMENSEKHEZ

Gyűrűbordaként 3 lemezrészből hegesztett négyzetes szekrényszelvényt alkalmazunk, mert ennek nagy a csavarási merevsége az elcsavarodási instabilitás elkerülésére (1. ábra)

A bordaöv helyi horpadási feltétele az Eurocode 3 [16,2002] szerint

$$t_{ri} \geq \delta h_i, 1/\delta = 42\varepsilon, \varepsilon = \sqrt{235/f_y} \quad (8)$$

$$f_y = 355 \text{ MPa esetén } 1/\delta = 34. \quad (9)$$

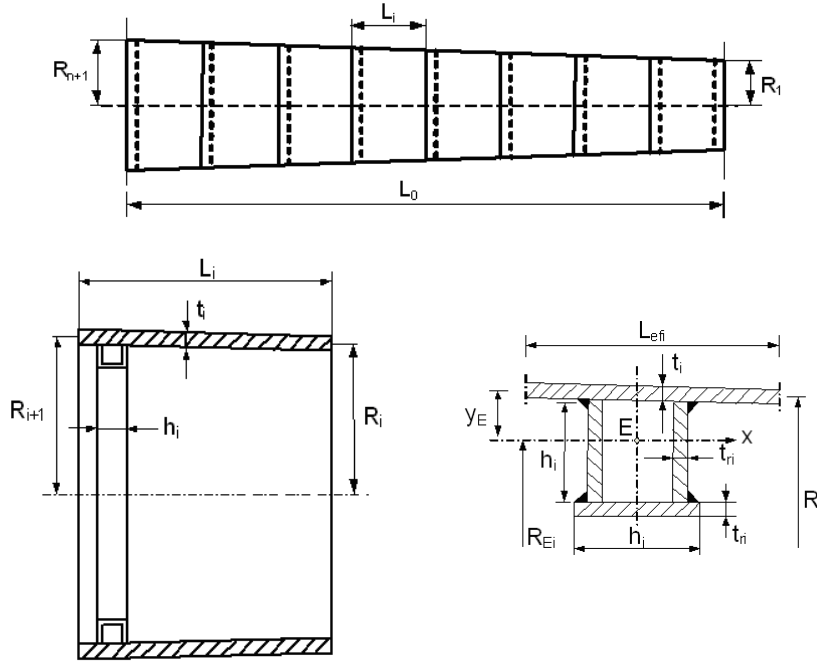
Ha a (8)-at egyenlőségként kezeljük, egy borda egyetlen ismeretlen mérete a  $h_i$  magasság. Ez a borda instabilitási feltételéből számítható (DNV [15, 2002]), amely megszabja a borda másodrendű nyomatékának szükséges értékét az E ponton átmenő  $x$  tengelyre vonatkozóan. Ez a súlypontja a három bordalemezből és az együtdolgozó héjrészéből álló keresztmetszetnek (1. ábra).

$$I_{xi} \geq I_{reqi} = \frac{\gamma_b p R_i R_{ei}^2 L_{efi}}{3E} \left[ 2 + \frac{3E y_{ei} 0.005 R_i}{R_{ei}^2 (f_{y1} / 2 - \sigma_i)} \right] \quad (10)$$

ahol

$$I_{xi} = \frac{\delta h_i^4}{6} + 2\delta h_i^2 \left( \frac{h_i}{2} - y_{Ei} \right)^2 + \delta h_i^2 (h_i - y_{Ei})^2 + \frac{L_{efi} t_i^3}{12} + L_{efi} t_i y_{Ei}^2 \quad (11)$$

$$y_{Ei} = \frac{2\delta h_i^3}{3\delta h_i^2 + L_{efi} t_i} \quad (12)$$



1. ábra. A kúpshél fő méretei, egy héjelem a gyűrűbordával és a hegesztett négyzetes szekrényszelvényű borda adatai

$$L_{efi} = \min(L_i, L_{ef0i}), L_{ef0i} = 1.56\sqrt{R_i t_i} \quad (13)$$

$$R_{Ei} = R_i - \left( h_i + \frac{t_i}{2} + \frac{\delta h_i}{2} - y_{Ei} \right) \quad (14)$$

## 5. KÖLTSÉGFÜGGVÉNY

A költségeket a gyártási sorrendnek megfelelően fogalmazzuk meg (Farkas és Jármái [12,2008], Simoes et al. [17,2015]).

1. 3 lemezelem alakítása gyengén kúpos héjelemekre ( $K_{F0}$ ).
2. A 3 héjelem összehegesztése GMAW-C (gas metal arc welding with  $CO_2$ ) hegesztésű tompavarratokkal ( $K_{F1}$ ).
3.  $n+1$  számú gyűrűborda hegesztése egyenként 3 elemből 2 GMAW-C sarokvarrattal ( $K_{F2}$ ).
4. A gyűrűborda behegesztése egy-egy héjelembe 2 GMAW-C sarokvarrattal ( $K_{F3}$ ).
5. Az  $n$  héjelem összeszerelése teljes héjjá ( $K_{F4A}$ ).
6. Az  $n$  héjelem összehegesztése  $n-1$  számú GMAW-C tompavarrattal ( $K_{F4W}$ ).
7. A teljes kúpshél festése kívülről és belülről ( $K_P$ ).

A teljes költség a  $K_M$  anyagköltséggel együtt

$$K = K_M + K_{F0} + K_{F1} + K_{F2} + K_{F3} + K_{F4} + K_P,$$

$$K_M = k_M \rho V, k_M = 1.0\$/kg \quad (15)$$

A teljes szerkezet térfogata a héjelemek térfogatából ( $V_{li}$ ) és a gyűrűbordák térfogatából ( $V_{ri}$ ) áll

$$V = \sum_{i=1}^n V_{li} + \sum_{i=1}^{n+1} V_{ri} \quad (16)$$

$$K_{F0i} = k_F \Theta e^{\mu}, \mu = 6.8582513 - 4.527217t_i^{-0.5} + 0.009541996(2R_{ei})^{0.5}$$

$$K_{F0} = \sum_{i=1}^n K_{F0i} \quad (17)$$

ahol a gyártási bonyolultsági tényező  $\Theta = 3$  és az acél térfogatsúlya  $\rho = 7.85 \times 10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup>.

$$K_{F1i} = k_F \left[ \Theta \sqrt{3\rho V_{li}} + 1.3 \times 0.152 \times 10^{-3} t_i^{1.9358} \times 3L_{ei} \right],$$

$$K_{F1} = \sum_{i=1}^n K_{F1i} \quad (18)$$

$$V_{li} = 2\pi R_{ei} L_{ei} t_i \quad (19)$$

$$K_{F2i} = k_F \left[ \Theta \sqrt{3\rho V_{ri}} + 1.3 \times 0.3394 \times 10^{-3} a_{wi}^2 \times 4\pi (R_i - h_i) \right] \quad (20)$$

ahol

$$V_{ri} = 4\pi t_{ri} h_i (R_i - h_i / 2) + 2\pi_{ri} h_i (R_i - h_i) \quad (21)$$

és a sarokvarrat dolgozó mérete  $a_{wi} = 0.7\delta h_i$ .

$$K_{F3i} = k_F \left[ \Theta \sqrt{2\rho V_{3i}} + 1.3 \times 0.3394 \times 10^{-3} a_{wi}^2 \times 4\pi R_i \right]$$

$$V_{3i} = V_{li} + V_{ri} \quad (22)$$

$$K_{F4} = K_{F4A} + K_{F4W}, K_{F4A} = k_F \Theta \sqrt{n\rho V}$$

$$K_{F4W} = \sum_{i=2}^n K_{F4Wi} \quad (23)$$

$$K_{F4Wi} = 1.3 k_F \times 0.152 \times 10^{-3} t_i^{1.9358} \times 2\pi R_i \quad (24)$$

$$K_P = K_{P1} + \sum_{i=1}^{n+1} K_{Pi}, K_{P1} = k_P 4\pi \frac{R_{\max} + R_1}{2} L_0 \quad (25)$$

$$K_{Pi} = k_P 4\pi h_i (R_i - h_i / 2) \quad (26)$$

$$k_P = 2 \times 14.4 \times 10^{-6} \text{ \$/mm}^2.$$

Szám adatok: héj hossz  $L = 15000$ , szélső héjsugarak  $R_{\min} = R_1 = 1850$  és  $R_{\max} = R_{n+1} = 2850$  mm, acél folyáshatár  $f_y = 355$  MPa, szórási tényezővel osztva  $f_{y1} = f_y / 1.1$ , a külső nyomás intenzitása  $p = 0.5$  MPa, biztonsági tényezője  $\gamma_b = 1.5$ , Poisson-szám  $\nu = 0.3$ , rugalmassági modulus  $E = 2.1 \times 10^5$  MPa.

## 6. AZ OPTIMÁLÁS EREDMÉNYEI

### 6.1 EGYENLETES BORDAOSZTÁS ESETE

A számítást az  $n = 8, 10, 12$  és  $15$  osztásszámra végeztük el. Az egyes költségrészeket az 1. táblázat adja meg \$-ban.

Látható, hogy az anyagköltséghez az  $n_{Mopt} = 12$  és a teljes költséghez az  $n_{opt} = 10$ . osztásszám tartozik. Ez a különbség abból adódik, hogy a gyártási (összeállítási, hegesztési és festési) költségrész a teljes költség tetemes részét képezi. A 2. táblázat adatai jellemzik az optimális szerkezeti megoldást.

1. táblázat. Költségrészek \$-ban a vizsgált osztásszámokra. Az optimumokat vastag betűkkel jelöltük

$n$	$K_M$ anyag	$K_{F0}$ alakítás	$K_{F1,2,3,4}$ hegesztés	$K_P$ festés	$K$ összes
8	38600	13896	24242	13610	92348
10	31390	17593	19046	14091	<b>82120</b>
12	<b>29840</b>	19876	20618	14477	84811
15	31192	23400	25983	15243	95818

2. táblázat. Az  $n = 10$  optimális osztásszámhoz tartozó szerkezet méretei mm-ben

$i$	$R_i$	$t_i$	$h_i$	$t_{ri}$
1	1850	14	126	4
2	1950	15	132	4
3	2050	15	141	5
4	2150	15	150	5
5	2250	16	156	5
6	2350	16	166	5
7	2450	16	177	6
8	2550	17	182	6
9	2650	17	193	6
10	2750	17	203	7
11	2850	-	220	7

A 3. táblázat az  $n = 10$  optimális osztásszámhoz tartozó költségeket adja meg \$-ban

3. táblázat. Az  $n = 10$  optimális osztásszámhoz tartozó költségek \$-ban

$K_{F0}$	$K_{F1}$	$K_{F2}$	$K_{F3}$	$K_{F4A}$	$K_{F4W}$	$K_{P1}$	$K_{Pi}$
17593	4597	2616	4464	1681	5688	12760	1331

## 6.2 EGYENLŐTLEN BORDAOSZTÁS ESETE

A számítást  $t_i = 14-20$  mm vastagságokra végeztük el. Az ezekhez tartozó anyag- és teljes költségeket az 5. táblázat foglalja össze.

Látható, hogy az optimális vastagság anyagköltség-minimumra  $14$  és teljes költségminimumra  $18$  mm. Ez a különbség abból adódik, hogy a gyártási költség a teljes költség jelentős hányada.

A  $t = 18$  mm-hez tartozó optimális kúphéj fő méreteit a 6. táblázat adja meg.

5. táblázat. Anyag- és teljes költségek \$-ban a vizsgált héjvastagságokra. Az optimumokat vastag betűkkel jelöltük.

$t_i$ mm	$K_M$	$K$
14	<b>28490</b>	82280
16	29620	76150
18	32390	<b>75040</b>
20	38170	80120

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

Hegesztett négyzetes szekrényszelvényű bordák alkalmazása célszerű a kifordulás megakadályozására. A bordák lemezrészeinek horpadására az Eurocode 3 ad előírást, míg a bordák horpadására a DNV ad módszert, amely a borda-keresztmetszet szükséges inercianyomatékát írja elő.

A költségfüggvény a gyártási sorrendnek megfelelően van megfogalmazva. A lemezrészek héjalakra alakításának, a hegesztésnek és a festésnek a költségei a teljes költség jelentős részét képezik. Ez okozza, hogy a változók optimumai az anyagköltség- illetve teljes költség-minimum esetén különböznek.

6. táblázat. A 18 mm vastagsághoz tartozó optimális szerkezet fő méretei mm-ben

$R_i$	$L_i$	$h_i$	$t_{ri}$
1850	2630	121	4
2025	2376	134	4
2183	2189	146	5
2329	2044	158	5
2465	1927	170	5
2593	1831	182	6
2715	1750	194	6
2832	(1680)	207	7

Az egyenlőtlen bordaosztás gazdaságosabb szerkezetet eredményez, mint az egyenletes bordaosztású, a minimális költségek különbsége  $(82120-75040)/82120 \times 100 = 9\%$ .

A gyűrűbordázás külső nyomás esetén igen hatékony, mert a bordázatlan kúphéj szükséges vastagsága jelen esetben 42 mm, ami gyártási szempontból nagyon előnytelen.

## 8. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás az OTKA T 109860 projekt támogatásával, a Miskolci Egyetem stratégiai kutatási területén működő Innovatív Gépészeti Tervezés és Technológiák Kiválósági Központ keretében valósult meg.

## HIVATKOZÁSOK

- [1] Klöppel, K., Motzel, E. (1976) Traglastversuche an stählernen, unversteiften und ringversteiften Kegelstumpfschalen. Teil 1. Versuchsbericht. Stahlbau 45, No.10. 289-301
- [2] Rao, S.S., Reddy, E.S. (1981) Optimum design of stiffened conical shells with natural frequency constraints. Computers & Structures 14, No.1-2, 103-110.
- [3] Ellinas, C.P., Supple, W.J., Walker, A.C. (1984) Buckling of offshore structures. London, etc. Granada Publ.
- [4] Spagnoli, A. (1997) Buckling behaviour and design of stiffened conical shells under axial compression. PhD thesis, University of London, London
- [5] Spagnoli, A., Chryssanthopoulos, M.K. (1999) Buckling design of stringer-stiffened conical shells in compression. J. Struct. Eng. ASCE 125, No.1. 40-48.
- [6] Spagnoli, A., Chryssanthopoulos, M.K. (1999) Elastic buckling and postbuckling behaviour of widely-stiffened conical shells under axial compression. Eng. Struct. 21, No.9. 845-855.
- [7] Spagnoli, A. (2001) Different buckling modes in axially stiffened conical shells. Eng. Struct. 23, No.8. 957-965.
- [8] Chryssanthopoulos, M.K., Poggi, C., Spagnoli, A. (1998) Buckling design of conical shells based on validated numerical models. Thin-walled Struct. 31, No.1-3, 257-270.
- [9] Singer, J., Arbocz, J., Weller, T. (2002) Buckling experiments: experimental methods in buckling of thin-walled structures. Vol.2. Shells, built-up structures, composites and additional topics. New York, Wiley & Sons
- [10] Farkas, J., Jármai, K., Snyman, J.A., Gondos, Gy. (2002) Minimum cost design of ring-stiffened welded steel cylindrical shells subject to external pressure. Proc. 3rd European Conf. Steel Structures, Coimbra, 2002, eds. Lamas, A. and Simoes da Silva, L. Universidade de Coimbra, 513-522.
- [11] Farkas, J., Jármai, K. (2013) Optimum design of steel structures. Heidelberg etc. Springer.
- [12] Farkas, J., Jármai, K. (2008) Design and optimization of metal structures. Chichester, Horwood
- [13] Farkas, J., Jármai, K. (2003) Economic design of metal structures. Rotterdam, Millpress
- [14] Det Norske Veritas (DNV) (1995) Buckling strength analysis. Classification Notes No.30.1. Høvik, Norway.
- [15] Det Norske Veritas (2002) Buckling strength of shells. Recommended Practice DNV-RP-C202. Høvik, Norway.
- [16] Eurocode 3 (2002) Design of steel structures. Part 1-1: General structural rules. Brussels, CEN.
- [17] Simoes LMC, Farkas J., Jármai K. (2015) Optimization of a cylindrical shell housing a belt-conveyor bridge. Computers & structures, Vol. 147, 2015, 159–164. doi:10.1016/j.compstruc.2014.09.015