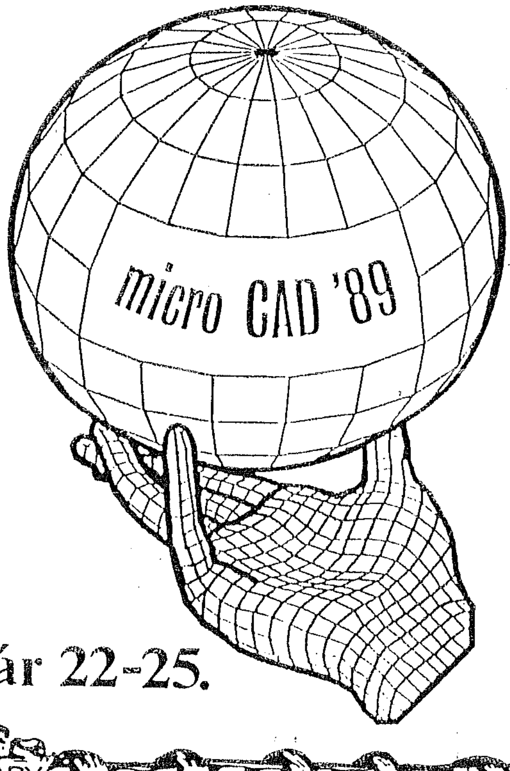
micro CAD'89

Számítástechnikai és Pénzügyi Találkozó előadásai



Miskolc, 1989. február 22-25.

HUNGARY

Mérnöki alkalmazások általános kérdései

A GAZDASÁGOS SZERKEZETMÉRETEZÉS MATEMATIKAI MÓDSZEREI

Dr. Jármai Károly

Nehézipari Műszaki Egyetem, Miskolc, Magyarország

Bevezetés

A gazdaságos szerkezetméretezés hatékony eszközei az egycélfüggvényes és a többcélfüggvényes optimálás matematikai módszerei. Az [1] -ben kidolgozott interaktív döntéstámogató programrendszerbe öt különféle egycélfüggvényes, valamint hét különféle többcélfüggvényes optimáló algoritmus került beépítésre. Az algoritmusok a következők:

Egycélfüggvényes optimálás:

- rugalmas toleranciák módszere FT [2],
- direkt-véletlen keresés módszere DRS [3],
- hillclimb algoritmus HI [4,5],
- complex algoritmus BO [6,7],
- direkt keresés - megfelelő irány módszere PA [8,9].

A többcélfüggvényes optimálás:

- a min-max eljárás [10],
- a globális kritérium módszerének két típusa [11, 1],
- a súlyozott min-max eljárás [11],
- a súlyozott globális kritérium módszere [1],
- egyszerű súlyozás,
- normált súlyozás.

A rugalmas toleranciák módszere:

Az $f(\bar{x}) \rightarrow \min$

$h_i(\bar{x}) = 0 \quad (i = 1,\ldots,M)$ egyenlőségi feltételek

$g_j(\bar{x}) \geq 0 \quad (j = M+1,\ldots,P)$ egyenlőtlenségi feltételek

alakú nemlineáris programozási feladatot úgy oldja meg, hogy a minimum keresése folyamán olyan pontokat is felhasznál, amely nem elégíti ki okvetlenül a fenti feltételeket. Ezeket a pontokat közel- megfelelőnek nevezzük. Az eljárás a feltételek vizsgálatát a következő vizsgálatra egyszerűsíti

$$\phi^{(k)} - T(\bar{x}) \geq 0 \qquad (2)$$

ahol $\phi^{(k)}$ az ún. tolerancia-kritérium, $T(\bar{x})$ a feltételi függvények funkcionálja.

$$\phi^{(k)} = \min \left\{ \phi^{(k-1)};\ \frac{M+1}{r+1} \sum_{i=1}^{r+1} \| x_i^{(k)} - x_{r+2}^{(k)} \| \right\} \qquad (3)$$

$$\phi^{(0)} = 2(M+1)\cdot t \qquad (4)$$

ahol t a kezdeti poliéder hossza, M az egyenlőtlenségi feltételek száma, $x_i^{(k)}$ a poliéder i -ik csúcspontjának vektora a k -id lépésben. $r = N-M$ szabadságfok, $\bar{x}_{r+2}^{(k)}$ a poliéder súlypontja.

$\phi^{(k)}$ definiciójában a második tag a csúcspontok súlyponttól mért átlagos távolsága.

$$\Theta^{(k)} = \frac{M+1}{r+1} \sum_{i=1}^{r+1} \| \bar{x}_i^{(k)} - \bar{x}_{r+2}^{(k)} \| = \frac{M+1}{r+1} \left\{ \sum_{i=1}^{r+1} \sum_{j=1}^{N} (x_{i,j}^{(k)} - x_{r+2,j}^{(k)})^2 \right\}^{1/2} . \qquad (5)$$

Ezen távolság az optimumkeresés folyamán nőhet, csökkenhet, vagy változatlan maradhat. A megoldás közelében azonban a poliéder mérete egyre kisebb lesz és végül nullára csökken. $\phi^{(k)}$ monoton csökkenő függvény szintén a nullához tart.

$$T(\bar{x}) = +\sqrt{\sum_{i=1}^{M} h_i^2(\bar{x}) + \sum_{i=M+1}^{P} U_i\, g_i^2(\bar{x})} \qquad (6)$$

U_i a Heaviside operator, $U_i = 0$ ha $g_i(\bar{x}) = 0$, $U_i = 1$, ha $g_i(\bar{x}) < 0$. A $T(\bar{x})$ függvény minden $\bar{x}$ -re pozitív, ha értéke kicsi, ez azt jelenti, hogy a kérdéses pont a megfelelő pontok tartományához közel helyezkedik el.

A módszer két fő lépésből áll. Az első az $f(\bar{x})$ függvény minimálása. Ennek során $\phi^{(k)}$ értéke is csökken. A második lépés az egyenlőségi és egyenlőtlenségi feltételekből alkotott $T(\bar{x})$ függvény értékének csökkentése. Ez azt a célt szolgálja, hogy a megfelelő, illetve közel-megfelelő pontok sorozatán keresztül jussunk el a megoldáshoz. A módszer részletes leírása [1,2]-ben található.

A direkt-véletlen kereső módszer

A Weisman [3] által kidolgozott módszer három különböző technikát kombinál. A Hooke and Jeeves-féle direkt kereső módszert, a véletlen keresést és a büntetőfüggvények módszerét. A büntető függvényeket a következőképpen határozza meg:

$$P(x,r) = f(x) + \sum_{j=1}^{P} \delta_j\, r_j\, g_j^2(x) \qquad (7)$$

ahol $\delta_i = (1 - U_i) = 0$, ha kielégül a feltétel

$\delta_i = 1$, ha nem elégül ki

U_i a Heaviside-operátor.

Az egyenlőségi feltételek vissza vannak vezetve egyenlőtlenségiekre.

$$g_j(x) = | h_j(x) - \varepsilon_j | \leq C \qquad (8)$$

ahol ε_i az adott egyenlőtlenségi feltételnél még elfogadható pontosság.

A Hooke and Jeeves algoritmus végzi el a $P(x,r)$ függ-

vény minimálását, r_i folytonosan, iterációs lépésről lépésre növekvő értékei mellett.
A keresés akkor áll meg, ha az összes feltétel kielégül, vagy ha a feltételek abszolút eltérése a kezdő és végpontban kisebb mint egy előre megadott határ pl. 10^{-4}.

Az r_i értékei a kezdőpontban a következők:

$$r_i^{(0)} = \frac{0.02}{p^* \, g_i(x^{(0)}) \; f(x^{(0)})} \qquad (9)$$

ahol p^* a feltételek száma.
Minden egyes iterációs lépés végén (k), a nem teljesülő feltételeknél az $r^{(k)}$ értékét nyolcszorosára növeli a következő iterációban (k+1).

Hasonlóan a Hooke and Jeeves keresés minden egyes iterációsciklusa végén egy véletlen keresést hajt végre. A vizsgált teret hiperszférákra bontja, melyek középpontja a Hooke and Jeeves keresés által meghatározott legjobb x vektor. A hiperszférákra véletlenszámokkal generált pontokban meghatározza a függvényértéket.

Ha talál olyan pontot, melynél az eltérés 10 % alatt van a korábbi minimumtól, akkor újabb Hooke and Jeeves keresést hajt végre az előzőek szerint. A következő (k+1) -dik lépésben a kezdőpont az előző k -dik lépésnél valamely hiperfelületén adódott legkisebb függvényértéket jelentő x vektor.

A hillclimb algoritmus leírása [5]-ben, a komplex algoritmus leírása [7]-ben, a direkt keresés- megfelelő irány módszere leírása [9]-ben található.

A következőkben néhány többcélfüggvényes optimáló algoritmust tekintünk át.

Ha egyszerre több célfüggvény szélsőértékét is keressük, melyek hatása akár ellentétes is lehet, a kompromisszumos megoldás megkeresésének több módszerét is alkalmazhatjuk.

A min-max eljárás

Lineáris modellre Jutler [10] dolgozta ki. Összehasonlítja a relatív eltéréseket az egyes célfüggvényeknél önállóan elérhető minimumoktól (ideális minimum f^o -tól).

A k -adik célfüggvényt tekintve a relatív eltérés a következő módon határoható meg:

$$z'_k(\bar{x}) = \frac{|f_k(\bar{x}) - f_k^o|}{|f_k^o|} \;; \qquad z''_k(\bar{x}) = \frac{|f_k(\bar{x}) - f_k^o|}{|f_k(\bar{x})|} \qquad (10)$$

$$k = 1,\ldots,K$$

Transzformáljuk az eredeti problémát olyan alakra, hogy az összes célfüggvény minimális legyen. A (10) egyenletek azon függvényeknél, melyet minimálni kell a relatív növekedést, azon függvényeknél, melyet maximálni kell a relatív csökkenést határozzák meg.

Definiálva a

$$z_k(\bar{x}) = \max \{ z'_a(\bar{x}) \;; \quad z''_k(\bar{x}) \} \qquad i = 1,\ldots,K \; (11)$$

Az optimumot a min-max eljárásnál az az $\bar{x}$ jelenti, melynél a relatív eltérések maximumainak minimuma van.

$$\nu_e(\bar{x}^*) = \min \; z_k(\bar{x}) \qquad k = 1,\dots,K \qquad (12)$$

Az $\bar{x}^*$ tehát a legjobb kompromisszumos megoldás az összes célfüggvénynél.

Súlyozott min-max eljárás

Az eredeti min-max eljárás relatív eltéréseit súlyozva az ún. Pareto optimumok egy tágabb halmazához jutunk

$$z_k(\bar{x}) = \max \left\{ w_k \, z_k'(\bar{x}) \; ; \quad w_k \, z_k''(\bar{x}) \right\} \qquad (13)$$

ahol $\sum_{k=1}^{k} w_k = 1.$

Globális kritérium módszere

A függvények, amely a globális kritériumot jelenti az a mértéke, hogy milyen közel van az ideális megoldás vektorához, $\bar{f}^o$ -hoz.
A függvény szokásos alakja (1. típus)

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{K} \left(\frac{f_i^o - f_i(\bar{x})}{f_i^o} \right)^P \qquad (14)$$

ahol $P = 1,2,3 \dots,$ mely értéktől függően az optimum megkereséséhez első-, másod-, vagy magasabb rangú függvényeket alkalmazunk.

Bármely olyan függvény, mely az ideális megoldáshoz való közelséget javítja, elfogadható globális függvényként. Például

$$L_p(f) = \left[\sum_{i=1}^{K} \left| f_i^o - f_i(\bar{x}) \right|^P \right]^{1/P} \qquad (15)$$

$$1 \leq P < \infty$$

Ez a kidolgozott 2. típus. $P = 2$ esetén $L_2(f)$ minimuma az Euklideszi távolságot adja meg az ideális megoldástól.

A súlyozott globális kritérium módszere

A globális függvényben az eltérés helyett a relatív eltérést alkalmazva a következő összefüggést kapjuk:

$$L_p(f) = \left[\sum_{j=1}^{K} \left| \frac{f_i^o - f_i(\bar{x})}{f_i^o} \right|^P \right]^{1/P} \qquad (16)$$

$$1 \leq P < \infty$$

Ezt az összefüggést alakítottam át oly módon, hogy P értékére kettőt véve, súlyozó tényezőket bevezetve, az Euklideszi távolság súlyozását valósítottam meg [1].

$$L_p(f) = \left[\sum_{i=1}^{k} w_i \left| \frac{f_i^o - f_i(\bar{x})}{f_i^o} \right|^2 \right]^{1/2} ; \quad \sum_i w_i = 1 \qquad (17)$$

Módszerek a függvényvektor skalárrá alakítására

Az egyszerű súlyozás módszere a legismertebb és széles körben alkalmazott módszer. Lényege, hogy az egyes célfüggvényeket összegzi különböző súlyozó tényezők felhasználásával, így egycélfüggvényessé alakítja a problémát.

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{K} w_i \, f_i(x) \qquad (18)$$

ahol $w_i \geq 0, \quad \sum_i w_i = 1.$

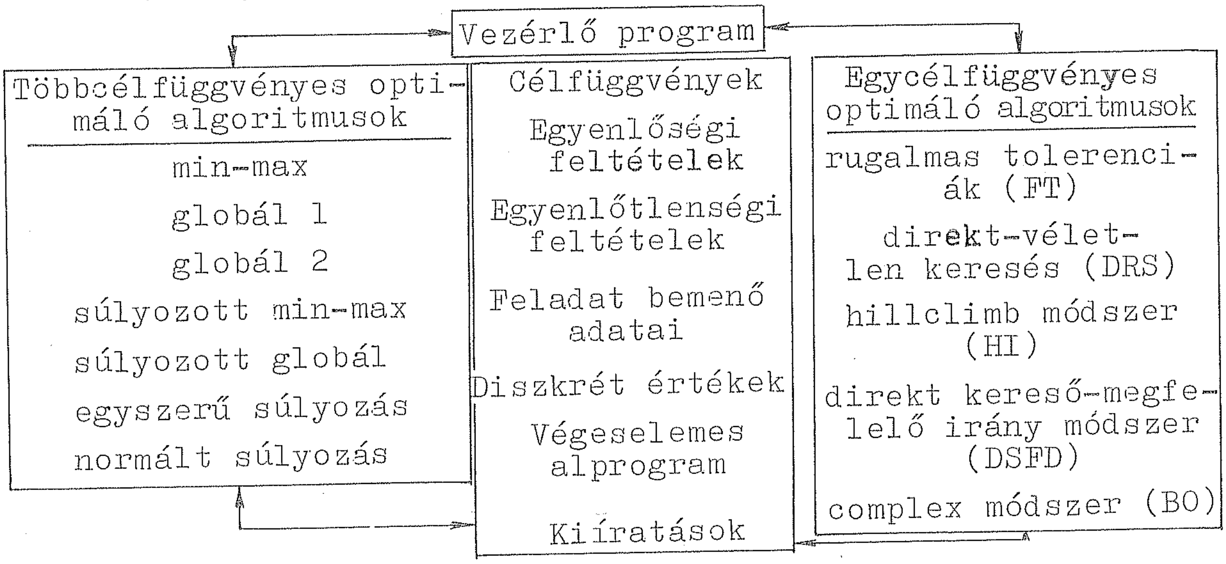
A súlyozó tényezőknek jelentős hatásuk lehet az optimum értékeire, de ez a hatás csökken, illetve megszűnik, ha az egyes célfüggvények értéke nominálisan jelentősen eltérő.

Ezen hátrány kiküszöbölhető a normált súlyozás módszerével. A célfüggvényeket a következő módon transzformáljuk:

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{K} w_i \, f_i(\bar{x}) \, c_i \qquad (19)$$

ahol $c_i = 1/f_i^o , \quad \sum_i w_i = 1.$

Az IBM PC/AT gépen FORTRAN nyelven kifejlesztett interaktív döntéstámogató programrendszer oly módon kapcsolja össze az előbbiekben felvázolt egy- és többcélfüggvényes algoritmusokat, hogy ugyanazon célfüggvény és feltételrendszert használva lehetővé teszi a probléma megoldását több algoritmussal, számos súlyozó tényezővel, több kezdőponttal (1. ábra). Ezáltal az optimumok egy olyan halmazát állítja elő a tervező, mely a megalapozott döntéshozatal elősegíti.

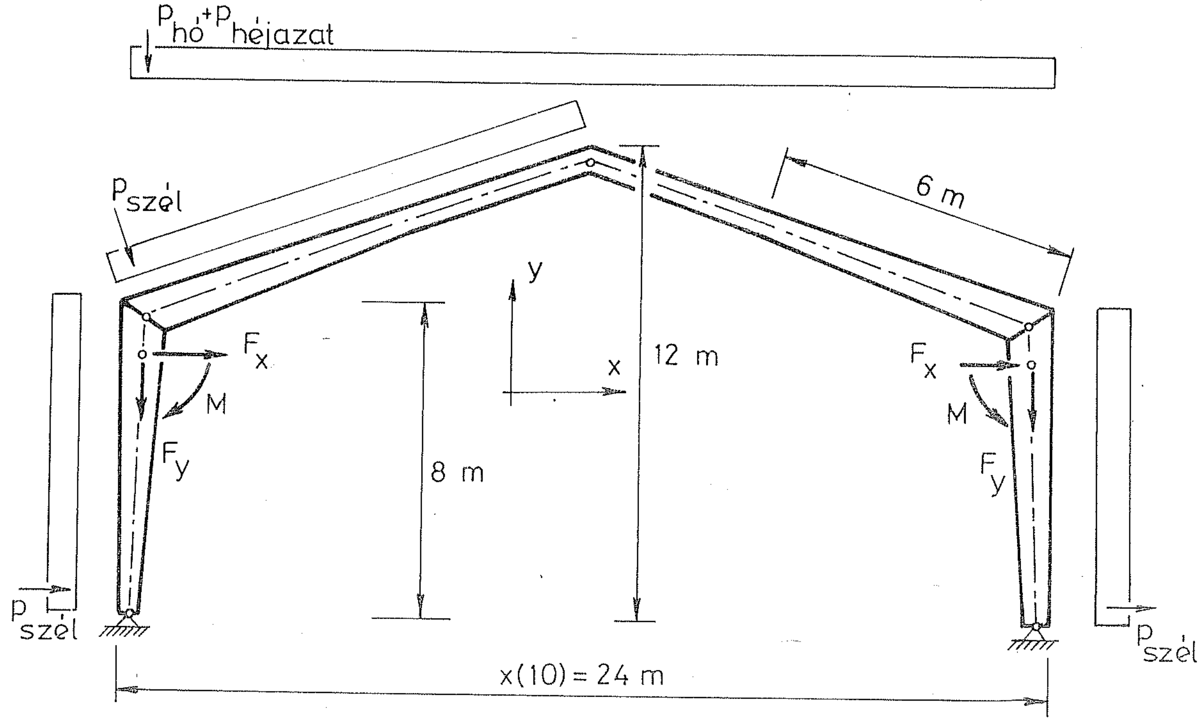


1. ábra

Alkalmazások

A programrendszer 4 különféle szerkezettípusnál került felhasználásra.

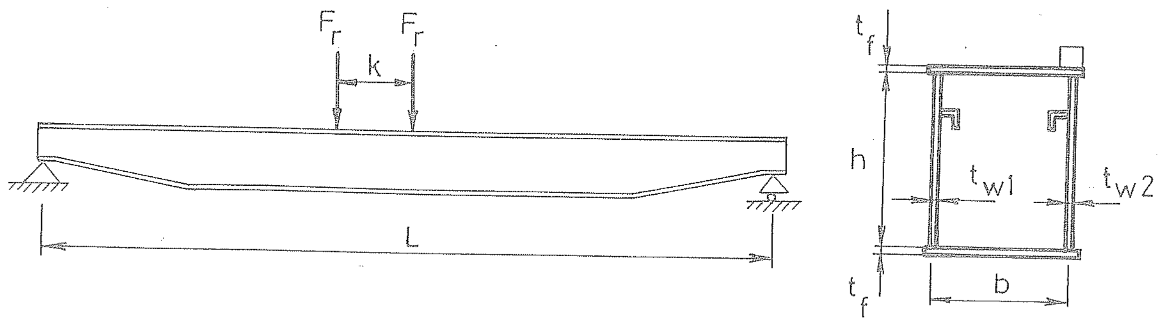
I. Egyhajós síkbeli csarnokkeret gazdaságos méretezése (2. ábra).



2. ábra

A keret lineárisan változó gerincmagasságú hegesztett I-tartókból áll. A terhelés az önsúlyból, a meteorológiai terhelésből és a darupályáról adódik. Három célfüggvény (kerettömeg, költség, 1 m^2 -re jutó tömeg) és 35 méretezési feltétel (feszültségi-, alakváltozási-, horpadási-, kifordulási-, méretkorlátozási feltételek) mellett végeztük el a 10 ismeretlen méret meghatározását[14].

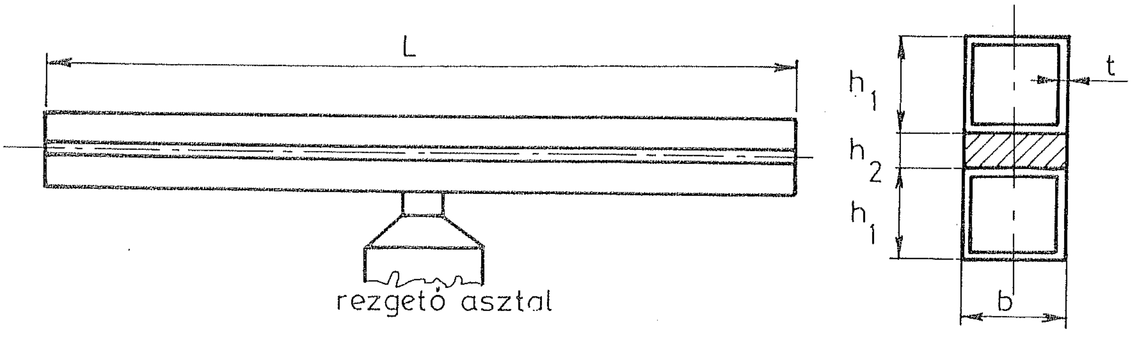
II. Aszimmetrikus szekrényszelvényű futódaruhíd főtartó gazdaságos méretezése (3. ábra)



3. ábra

A főtartó öt ismeretlen méretét négy célfüggvény (tömeg, anyagköltség, hegesztési költség, felületelőkészítési költség) és 22 méretezési feltétel (feszültségi-, alakváltozási-, horpadási, fáradási feltételek) mellett határoztuk meg [13].

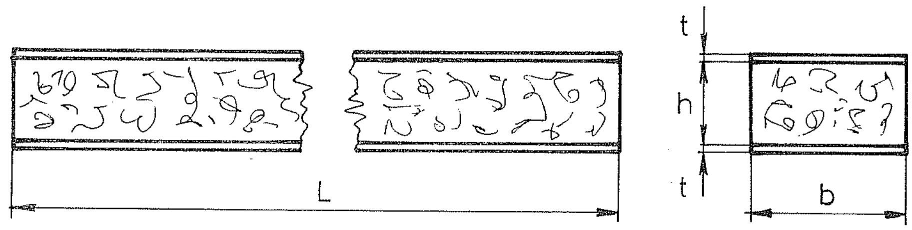
III. Szendvicstartó gazdaságos méretezése (4. ábra)



4. ábra

A tartó négy ismeretlen méretét négy célfüggvény (anyagköltségek, ragasztási költség, összköltség) és 14 feltétel (normál- és nyírófeszültségi, alakváltozási-, horpadási-, méretkorlátozási és rezgéscsillapítási feltételek) mellett határoztuk meg, széleskörű statikus és dinamikai vizsgálattal feltárva a szerkezet viselkedését.

IV. Műanyagbeton kitöltésű szerkezet gazdaságos méretezése (5. ábra)



5. ábra

A szerkezet négy ismeretlen méretét - köztük a tartóhosszúságot is - öt célfüggvény (anyagköltségek, felületelőkészítési, összköltség, tartóhossz) és 12 feltétel (feszültségi-, alakváltozási, méretkorlátozási feltételek) mellett határoztuk meg.

Irodalomjegyzék

1. Jármai, K.: Gazdaságos fémszerkezetek méretezése. Kandidátusi értekezés. Miskolc, 1988, 187 old.

2. Himmelblau, D. M.: Applied nonlinear programming. McGraw Hill Book Co.,New York, 1971.

3. Weisman, J.: MINIMAL, a combined optimization technique, Ph. D. Dissertation. University of Pittsburgh. Pittsburgh. Pa, 1968.

4. Rosenbrock, H. H.: An automatic method for finding the greatest or least value of a function. Computer Journal. 1960. Vol. 3. pp. 175-184.

5. Bykovskij, S., Jármai, K.: Cost optimization of welded steel beams. Publ. of Techn. Univ. Series C. Mechanical Engineering. 1987. Vol. 41. pp. 241-254.

6. Box, M. J.: A new method of constrained optimization and a comparison with other methods. Computer Journal, 1965. Vol. 8. pp. 42-52.

7. Jármai, K.: Optimal design of welded frames by complex programming method. Publ. of Techn. Univ. Series C. Machinery. 1982. Vol. 37. pp. 79-97.

8. Pappas, M.: An improved direct search numerical optimization procedure. Computers and Structures. 1980. Vol. 11. pp. 539-557.

9. Jármai, K.: Aplicado de programadoj metodoj de la optimuma dimensionado de metaloj struckturoj, Interkomputo '82. Budapest, 1982. pp. 158-173.

10. Jutler, H.: Linejnaja model's neskolkimi celevymi funkcjami, Ekonomika i matematicheskie metody. 1967. Vol. III. No. 3. pp. 397-406.

11. Osyczka, A.: Multicriterion optimization in engineering. Ellis Horwood Limited. Chichester. 1984.

12. Jármai, K.: Single- and multicriteria optimization as a tool of decision support system. Computers in Industry (under publication).

13. Jármai, K.: Interaktiv döntéssegítő programrendszer gazdaságos fémszerkezetek méretezésére, alkalmazás futódaruhídhoz. GÉP. XL évf. 8. szám. 29-37 old.

14. Jármai, K.: Gazdaságos síkbeli daruzott keretszerkezet rugalmas méretezése. GÉP. XL. évf. 11. szám. 420-426. old.