

BAGOTA MÓNIKA<sup>1</sup> – SZITÁNYI JUDIT<sup>2</sup>**Tanító szakos hallgatók matematikai ismereteinek szintfelmérése**

*Képzésünk átgondolása érdekében kutatást végeztünk azzal kapcsolatban, hogy a tanító szakos hallgatóink rendelkeznek-e azokkal az alapvető matematikai ismeretekkel, amelyekre a képzés során építeni kívánunk. A jelenlegi tantervi korrekció ezt az áttekintést mindenképpen szükségessé teszi a számunkra, ami a vizsgálat aktualitását igazolja. A felmérés során arról is próbáltunk képet kapni, hogy sikerült-e hallgatóinknak mélyebben elsajátítani az alsó tagozatos matematika tanításához szükséges feladat-megoldási technikákat, módszereket, valamint milyen hatással van a képzésünk a feladatmegoldási kompetencia fejlődésére. A feladatok kiértékelése során azt tapasztaltuk, hogy bár az eredmények jobbak a felső évfolyamon, azonban még itt sem érik el minden téren az általunk elvárt szintet. Véleményünk szerint további javulást úgy lehet elérni, ha a tantervben jobban hangsúlyozzuk a praktikus ismeretek elsajátítását és tanítását.*

**1. Bevezetés**

A 2016/17-es tanévben az ELTE TÓK Matematika Tanszéke bevezetett egy új, Matematikai praktikum nevű tárgyat az első évfolyamos tanító szakos hallgatók számára. A tárgy megszületését az indokolta, hogy Tanszékünk oktatói hosszú ideje úgy tapasztalják, hogy szükség van a hallgatók olyan jellegű matematikai tudásszintjének felmérésére, amely azt mutatja meg, hogy hallgatóink rendelkeznek-e azokkal a matematikai ismeretekkel, amelyekre szükségük lesz majd a későbbiekben, tanítói munkájuk során. Az volt az álláspontunk, hogy a Matematikai praktikum kurzusra csak azoknak a hallgatóknak kelljen járniuk, akiknek valóban szükségük van matematikai ismereteik felfrissítésére és a hiányosságok pótlására, így még a tanév kezdete előtt mindenkivel megíratunk egy dolgozatot, és ennek alapján határoztuk meg a kurzuson részt vevő hallgatók csoportjait. Az első évfolyamos hallgatók eredményeiről részletes beszámoló született (Dancs–Kulman–Pintér, 2017). A tanév tavaszi félévében úgy döntöttünk, hogy ugyanezt a dolgozatot megíratjuk a harmadéves tanító szakos hallgatóinkkal is. Döntésünket több szempont is indokolta:

<sup>1</sup> PhD, egyetemi adjunktus, Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszék; [bagota.monika@tok.elte.hu](mailto:bagota.monika@tok.elte.hu)

<sup>2</sup> PhD, egyetemi adjunktus, Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszék; [szitanyi.judit@tok.elte.hu](mailto:szitanyi.judit@tok.elte.hu)

- kíváncsiak voltunk az 1. és a 3. évfolyamos hallgatóink eredményeinek összehasonlítására, melyből következtetni tudunk, hogy melyek azok a kérdések, amire a jövőben nagyobb hangsúlyt kell fektetnünk (Ambrus, 2004);
- a harmadéves hallgatók eredményei alapján pontosabban meg tudjuk ítélni azt, hogy az általunk összeállított dolgozat megfelelő volt-e, hiszen ezeket a hallgatókat közelebbről ismerjük, s így a tudásukkal is jobban tisztában vagyunk;
- az elért eredmények és a hallgatók visszajelzései alapján könnyebben tudjuk majd módosítani, pontosítani az újonnan összeállított dolgozatot, amit majd a 2017/18-as tanév első évfolyamos hallgatóival íratunk meg;
- kíváncsiak voltunk arra is, hogy a képzés hatására hogyan módosulnak a hallgatók feladatmegoldási stratégiái, megjelennek-e a tantárgypedagógia órákon tanult ismeretek a feladatok kidolgozásában.

A dolgozat 20 tesztfeladatból és 4 kifejtendő feladatból állt. Mindegyik tesztfeladatnál négy lehetséges megoldást adtunk meg, amelyből csak egy volt helyes, továbbá minden tesztfeladat 1 pontot ért, így ezekből a feladatokból összesen 20 pontot lehetett elérni. A 4 kifejtendő feladat mindegyikénél a válaszok részletes magyarázatát vártuk, s ezen feladatok mindegyike egységesen 4 pontot ért.

Ebben a dolgozatban az 1. és a 3. évfolyamos hallgatóink tesztfeladatokban elért eredményeinek összehasonlítását mutatjuk be, valamint az alkalmazott megoldási stratégiákat vetjük össze az egyik kifejtős feladaton keresztül.

## **2. Módszer**

Feladataink alapvetően az alsó tagozatos tananyag tudására vagy esetleges hiányosságaira kérdeznek rá, a dolgozat összeállításánál tudatosan ügyeltünk arra, hogy mind az egyszerűbb tesztfeladatok jelentős része, mind pedig a kissé bonyolultabb kifejtős feladatok szöveges feladatok legyenek. Döntésünket az indokolta, hogy tapasztalataink alapján a szöveges feladatokhoz tartozó különféle megoldási stratégiák alkalmazhatósága nem tudatos a hallgatók számára (Csíkos–Szitányi–Kelemen, 2012).

*„A szöveges feladatokkal való munkának az alsó tagozaton alapvetően két fő funkciója van. Az egyik szerepe a műveletek értelmezésében található. A másik szerepét a problémamegoldó gondolkodás fejlesztésében, a matematizálás, modellalkotás területén végzett munkában tölti be.”* (C. Neményi–R. Dr. Szendrei, 2010, p. 213)

A feladatok választásánál figyelmet fordítottunk arra is, hogy a kiválasztott feladatok között szerepeljen olyan feladat, amelynek

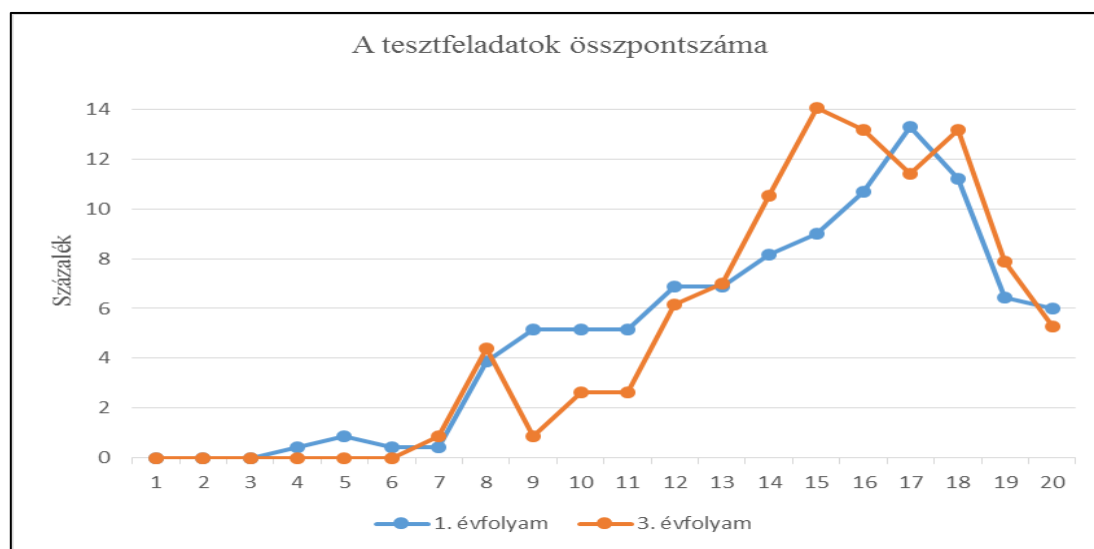
- modellje számfeladat vagy nyitott mondat;
- megoldása egy vagy esetleg több szám, számpár vagy adat;
- esetében egy vagy több lépésben kereshető a válasz;
- megfogalmazása egyenes szövegezésű, és olyan feladat is, amely fordított szövegezésű (C. Neményi–R. Dr. Szendrei, 2010, p. 239).

A tesztfeladatokat úgy válogattuk össze, hogy a kiválasztott feladatok mindegyike az alábbi négy típus valamelyikébe tartozzon:

- szövegértés
- számfogalom, műveletek
- mérés – mértékváltás
- összefüggés-felismerés.

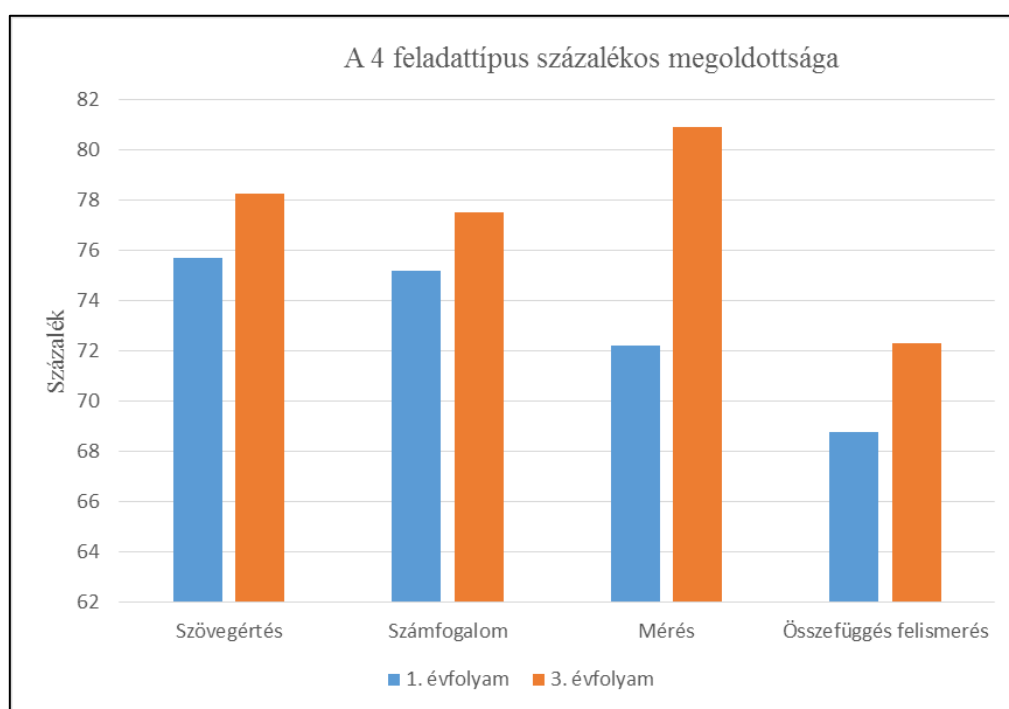
A tesztben mind a négy kategória 5 feladatot tartalmazott, ezzel az alsó tagozaton hangsúlyos fejlesztést kívántuk reprezentálni.

A dolgozatot az 1. évfolyamon 233 hallgató; a 3. évfolyamon pedig 114 hallgató írta meg. A maximálisan elérhető 20 pontból az 1. évfolyamos hallgatók átlagosan 14,59 pontot, a 3. évfolyamos hallgatók pedig átlagosan 15,23 pontot értek el. Az 1. ábra azt mutatja meg, hogy a hallgatók az egyes évfolyamokon hány pontot értek el az elérhető 20 pontból a tesztfeladatok megoldása során.



1. ábra. A tesztfeladatok összpontszáma

A 2. ábra azt mutatja meg, hogy az általunk meghatározott négy feladattípusban hogyan teljesítettek az első és a harmadéves hallgatók. Elvárásainknak megfelelően a harmadéves hallgatók jobban teljesítettek mindegyik feladattípusban. Látható, hogy közel azonos a hallgatók teljesítménye a számfogalom és a szövegértés témakörökben. Ez valószínűleg azzal magyarázható, hogy ez a két témakör elkíséri a matematikát tanuló diákokat az alsó tagozattól egészen az érettségig. Kiugróan jó a mérés – mértékváltás témakör megoldottsága a felsőbb évfolyamos hallgatóknál, ennek az lehet az oka, hogy az ilyen típusú feladatok módszertani megalapozása az alsó tagozaton kezdődik el, s így mi is nagy hangsúlyt helyezünk erre a képzésünk során. Érdekes megfigyelni az összefüggés felismerés témakörbe tartozó feladatok kisebb mértékű sikeres megoldottságát mindkét évfolyamon. Ennek az lehet a magyarázata, hogy az ilyen típusú feladatok általában kevésbé begyakorolhatók, megoldásuk a megszokottól eltérő gondolkodást igényel vagy valamilyen függvényre vezet.



**2. ábra. A feladattípus százalékos megoldottsága**

Vizsgáljunk meg röviden mindegyik típusból két-két feladatot!

Szövegértés:

- Gondoltam egy számra, a felét elosztottam 3-mal, így 7 lett a hányadosom és 2 a maradék. Melyik számra gondoltam?

(A) 21                      (B) 23                      (C) 46                      (D) 10

Ennek a feladatnak a megoldásához ismerni kell a maradékos osztásban szereplő számok pontos elnevezését és a maradékos osztás osztandójának kiszámítását az osztó, a hányados és a maradék segítségével. Az alsó tagozatos tanítónak ezt az eljárást pontosan ismernie kell, így nem meglepő, hogy a felsőbb évfolyamos hallgatók sikerebben oldották meg ezt a feladatot, míg az elsőévesek számára ez a típus már távol áll a mindennapi gyakorlattól.

2. Timi és Anna együtt 40 liter vizet hoztak a kútról. Timi négyszer többet hozott Annánál. Mennyit hozott Anna?

(A) 10 liter      (B) 8 liter      (C) 32 liter      (D) 30 liter

A feladat megoldásának sikeressége közel azonos volt, az elsős hallgatók egyetlen felírásával oldották meg ezt a feladatot, így persze a feladat nagyon egyszerű. A felsőbb éves hallgatók pedig nagyrészt szakaszos ábrázolással próbáltak megbirkózni a feladattal, a szakaszos ábrázolás használata azonban több hallgatónál még mindig nehézséget okoz.

Számfogalom, műveletek:

1. Milyen egész számokat írhatunk az  $a$  betű helyére, hogy helyes legyen a kerekítés, ha százásokra kerekítünk?  $14 \cdot a \approx 100$

(A) 7      (B) 4, 5, 6, 7      (C) 8, 9, 10      (D) 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Tipikusan alsós feladat, pontosan ismerni kell hozzá a kerekítés szabályait. Mivel ez a témakör nagyon sokszor előkerül a matematika tantárgypedagógia órákon, így nem meglepő a harmadéves hallgatók jobb eredménye.

2. Mennyi a következő összeg: 27 tízes + 32 ezres + 85 egyes + 19 század?

(A) 32 192 785      (B) 3 311 155      (C) 34 255      (D) 33 155

Ez a feladat nemcsak a pontos helyiértékes írásmód, hanem a pontos számolás ellenőrzésére is szolgál (Csíkos, 2016). Bár itt is jobbak lettek a harmadéves hallgatók eredményei, de ennek ellenére ezen az évfolyamon is sok hallgató rosszul számolta ki az eredményt.

Mérés – mértékváltás:

1. Hány fokot fordul el az óra kismutatója 3 óra alatt?

- (A)  $30^\circ$             (B)  $45^\circ$             (C)  $60^\circ$             (D)  $90^\circ$

A feladat feltételezi a hagyományos óra ismeretét, így nem meglepő a harmadéves hallgatók kiugróan jó eredménye, mivel a hagyományos órával nagyon sokat foglalkozunk a képzésünk során.

2. Egy 2 cm széles és 10 cm hosszú téglalap kerülete ugyanakkora, mint egy négyzet kerülete. Hány centiméter a négyzet oldala?

- (A) 3 cm            (B) 5 cm            (C) 1 cm            (D) 6 cm

Érdekes megfigyelni, hogy a kerületszámítás nehézséget okoz az alsóbb és a felsőbb évfolyamon egyaránt. Talán az lehet ennek a magyarázata, hogy a hallgatók nem látják szemléletesen azt, hogy mit is jelent a kerület, így viszont nehézségekbe ütköznek majd akkor is, amikor az alsó tagozatos gyerekeknek próbálják megtanítani a fogalmat.

Összefüggés-felismerés:

1.

Töltse ki a táblázatot a megadott szabály szerint! $3 \cdot x = y + 3$					$x$	4	-3				
					$y$			27	-18		
<b>(A)</b>	$x$	4	-3	<b>10</b>	<b>-7</b>	<b>(B)</b>	$x$	4	-3	<b>78</b>	<b>-57</b>
	$y$	<b>9</b>	<b>6</b>	27	-18		$y$	<b>9</b>	<b>-12</b>	27	-18
<b>(C)</b>	$x$	4	-3	<b>12</b>	<b>-9</b>	<b>(D)</b>	$x$	4	-3	<b>10</b>	<b>-5</b>
	$y$	<b>15</b>	<b>-6</b>	27	-18		$y$	<b>9</b>	<b>-12</b>	27	-18

**3. ábra. Összefüggések felismerésének feladata**

Ez a feladat (lásd 3. ábra) szintén jóval sikeresebbnek bizonyult a felsőbb évfolyamon. Valószínűleg ez azzal magyarázható, hogy képzésünk során sokat foglalkozunk egyszerű függvényekkel, „gépes játékokkal”, s ezáltal könnyebbé tesszük magának a függvény fogalmának megértését is (C. Neményi, 2008).

2. Öt barátó életkorának az összege 42 év. Hány év lesz az életkoruk összege 6 év múlva?  
 (A) 72 év      (B) 48 év      (C) 78 év      (D) 60 év

Kissé szokatlan feladat, első olvasásra talán úgy tűnhet, mintha nem lenne elég adatunk a megoldáshoz. Elszomorító az elsőévesek jobb eredménye, hiszen a szokatlansága ellenére a feladat nagyon egyszerű, ezt a harmadéves hallgatónak nagyobb számban kellett volna észrevenniük és helyesen megoldaniuk a feladatot.

Beszéljünk röviden a korábban említett kifejtendő feladról!

Feladat: Máté, Enikő és Sári kettesével állnak a mérlegre. Máté és Enikő együtt 84 kg. Enikő és Sári együtt 67 kg. Máté és Sári együtt 75 kg. Mennyi a tömegük külön-külön?

A feladat nehéznek bizonyult az alsóbb és a felsőbb évfolyamon egyaránt, az ok, amiért itt a feladat bemutatásra kerül, az a megoldások különbözősége. Az 1. évfolyamos hallgatók, akik meg tudták oldani ezt a feladatot, egyenletrendszer felírásával és annak megoldásával kapták meg az eredményt. Egy ilyen típusú megoldást láthatunk a 4. ábrán.

$M + E = 84$   
 $E + S = 67$   
 $M + S = 75$

$M = 84 - E$   
 $E = 67 - S$   
 $M = 75 - S$

$(84 - E) + S = 75$   
 $84 - (67 - S) + S = 75$   
 $84 - 67 + S + S = 75$   
 $84 = 75 - S + 67 - S$   
 $84 = 142 - 2S$

$2S = 142 - 84$   
 $2S = 58$   
 $S = 29 \text{ kg}$

$E + S = 67 \rightarrow E + 29 = 67 \rightarrow E = 38 \text{ kg}$   
 $M + S = 75 \rightarrow M + 29 = 75 \rightarrow M = 46 \text{ kg}$

Ell.:  $M + E = 38 + 46 = 84$  ✓

4. ábra. Példa a feladatmegoldásra – alsóbb évfolyam

A felsőbb évfolyamos hallgatók előnyben részesítették azokat a megoldásokat, amelyek az alsó tagozaton is alkalmazhatók. Az egyik ilyen típusú megoldás látható az 5. ábrán, ahol a megoldás azon az észrevételén alapszik, hogy Enikő 9 kg-mal nehezebb Sárinál, amiből már könnyen megkaphatjuk a végeredményt.

$M + E = 84 \text{ kg}$   
 $E + S = 67 \text{ kg}$   
 $M + S = 75 \text{ kg}$

$84 - 75 = 9$   
 $\rightarrow$  Enikő  $9 \text{ kg}$  Sári

$67$   
 $\swarrow$   $\searrow$   
 $9$   $38$   
 | |  
 Sári Enikő

$E: 84 - 38 = 46 \text{ kg}$   
 $75 - 29 = 46 \text{ kg}$

V: Máté  $46 \text{ kg}$ , Enikő  $38 \text{ kg}$ , Sári  $29 \text{ kg}$

5. ábra. Példa a feladatmegoldásra – felsőbb évfolyam

A másik, szintén alsó tagozatos, de már az előzőnél több ötletet kívánó megoldás látható a 6. ábrán. Összeadva ugyanis a három egyenletet már könnyen megkapjuk, hogy a három gyerek együttes tömege  $113 \text{ kg}$ , innen pedig már azonnal adódik a megoldás.

$M + E = 84 \text{ kg}$   
 $E + S = 67 \text{ kg}$   
 $M + S = 75 \text{ kg}$

$84 + 67 + 75 = 226$

$2E + 2M + 2S = 226$   
 $E + M + S = 113$

$E + S = 67 \Rightarrow M = 46 \text{ kg}$   
 $E = 38 \text{ kg}$   
 $S = 29 \text{ kg}$

$113$   
 $- 67$   


---

 $46$

$84$   
 $- 46$   


---

 $38$

Ell.:  $29$   
 $46$   
 $+ 38$   


---

 $113$

V: Máté  $46 \text{ kg}$ , Sári  $29 \text{ kg}$ , Enikő  $38 \text{ kg}$ .

6. ábra. Bonyolultabb feladatmegoldás

### 3. Összegezés

Bár a bemutatott eredményekből látható, hogy az elvárásunknak megfelelően a harmadéves hallgatók eredményei jobbakként összesítve és témakörökre lebontva is, mégsem dőlhetünk nyugodtan hátra. A 2. ábra százalékos eredményeiből látható, hogy mindegyik feladattípusban van még javítanivalónk. Célunk lehet az, hogy a hallgatóink mindegyik témakörben elérjék a legalább  $80\%$ -os feladatmegoldási szintet, s úgy érezzük, hogy ehhez jobban kell hangsúlyoznunk az elméleti tudás mellett a különféle szöveges feladatok megoldási módszereinek további gyakorlását is.



**BIBLIOGRÁFIA**

- Ambrus, G. (2004). A gyakorlás újfajta értelmezése a matematikadidaktikában és a matematikatanárok képzésében. *A Matematika Tanítása*, 12. évf. 3. sz. pp. 10–15.
- C. Neményi, E. (2008), *Relációk, függvények, sorozatok A törtszám A negatív szám*. Budapest: ELTE Eötvös Kiadó.
- C. Neményi, E.– R. Dr. Szendrei, J. (2010). *A számolás tanítása. Szöveges feladatok*. Budapest: ELTE Eötvös Kiadó.
- Csíkos, Cs. (2016). Strategies and performance in elementary students' three-digit mental addition. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1). pp. 123–139. doi: [10.1007/s10649-015-9658-3](https://doi.org/10.1007/s10649-015-9658-3)
- Csíkos, Cs.– Szitányi, J.– Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1). pp. 47–65. doi: [10.1007/s10649-011-9360-z](https://doi.org/10.1007/s10649-011-9360-z)
- Dancs, G.– Kulman, K.– Pintér, M. (2017). Elsőéves tanítóképzős hallgatók matematikai képességfelmérésének eredményei. *Válogatott tanulmányok a pedagógiai elmélet és szakmódszertanok köréből*, pp. 228–235. doi: [10.18427/iri-2017-0032](https://doi.org/10.18427/iri-2017-0032) [online] <http://www.irisro.org/pedagogia2017januar/index.html> [2017. június 5.]

*BAGOTA, MÓNKA – SZITÁNYI, JUDIT*  
ASSESSMENT OF THE MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF STUDENTS OF THE FACULTY OF  
PRIMARY SCHOOL EDUCATION

*In order to review our teaching we have carried out research to assess the fundamental mathematical knowledge of would be primary school teachers at our Faculty. This study was also made necessary by the modification of the present teaching schedule. During the assessment we also tried to examine the effect our teaching training has on our students to inquire more thoroughly the problem solving techniques and methods necessary for teaching primary school mathematics. During the assessment we have found that although the results are better for higher year students, even they do not reach the level we have expected. In our opinion, further improvement can be reached if in the teaching schedule we can stress more the acquisition and teaching of practical knowledge.*