

FERDE FOGAZATÚ FOGASKERÉKPÁROK SZÁMÍTÓGÉPPEL SEGÍTETT TERVEZÉSE ÉS MODELLEZÉSE

COMPUTER AIDED DESIGNING AND MODELLING OF HELICAL GEAR PAIRS

BODZÁS Sándor

Ph.D., tanszékvezető helyettes, főiskolai docens, bodzassandor@eng.unideb.hu
Gépészmérnöki Tanszék, Debreceni Egyetem

Kivonat: A publikáció célkitűzése a ferde fogazatú fogaskerékpárok (elemi, kompenzált és általános) tervezési folyamatának általánosítása és a számítógépes modellek elkészítése (CAD). A CAD modellek előállítása fontos TCA vizsgálatokhoz. Számítógépes programot fejlesztünk ki a tervezési folyamat automatizálása céljából. A publikációban tervezünk egy adott geometriájú ferde fogazatú hengeres fogaskerékpárt melyet a TCA vizsgálatok során különböző nyomatékokkal terheljük. Vizsgáljuk a nyomatékok hatására keletkező TCA paramétereket.

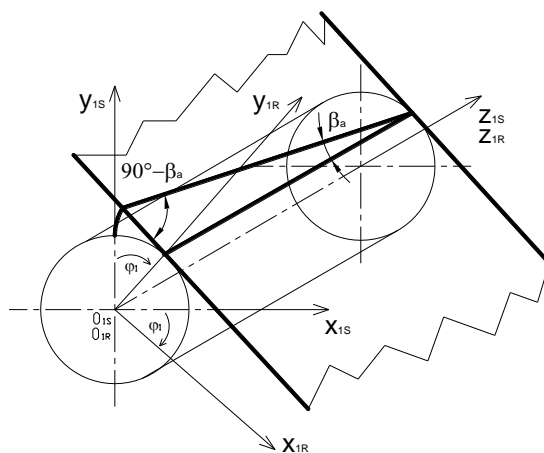
Kulcsszavak: ferde fogazat, TCA, nyomaték, CAD

Abstract: The objective of the publication is the universal designing process of the helical gear pairs (x -zero gears, gears having normal or modified teeth) and making of the computer aided models (CAD). Determination of the CAD models is important for the TCA analysis. A computer aided program is worked out because of the automatization of the designing process. A given geometric helical gear pair will be designed in this publication which is loaded by different moments during the TCA analysis. The received TCA parameters will be analysed in the function of the moments.

Keywords: helical gear, TCA, moment, CAD

1. BEVEZETÉS

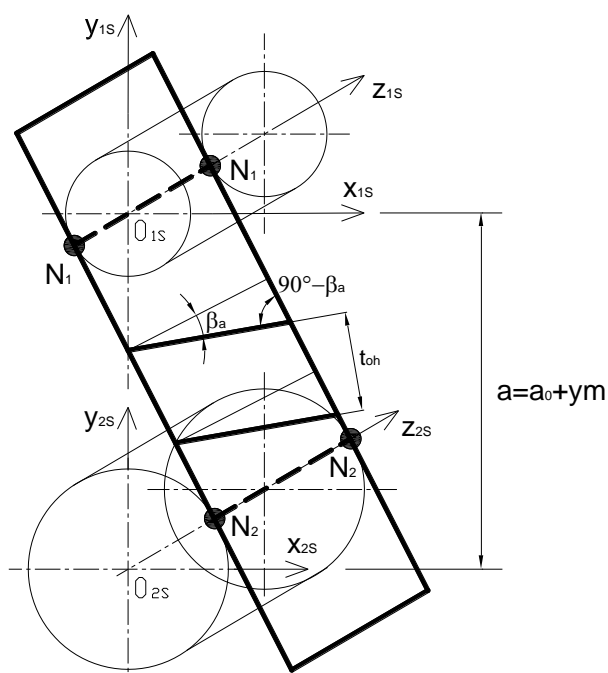
A ferde fogazatú fogaskerékpárokat széles körben használják a különböző gépészeti berendezésekben. A fogak kapcsolódása folyamatosan történik, ezért zajtalanabban járnak az egyenes fogazatú fogaskerekekhez képest. A ferde fogkialakítás miatt a fogak kapcsolódásakor radiális és tengelyirányú erő is ébred [3, 5, 7, 8, 9, 10].



1. ábra. Az evolvens csavarfelület keletkezése

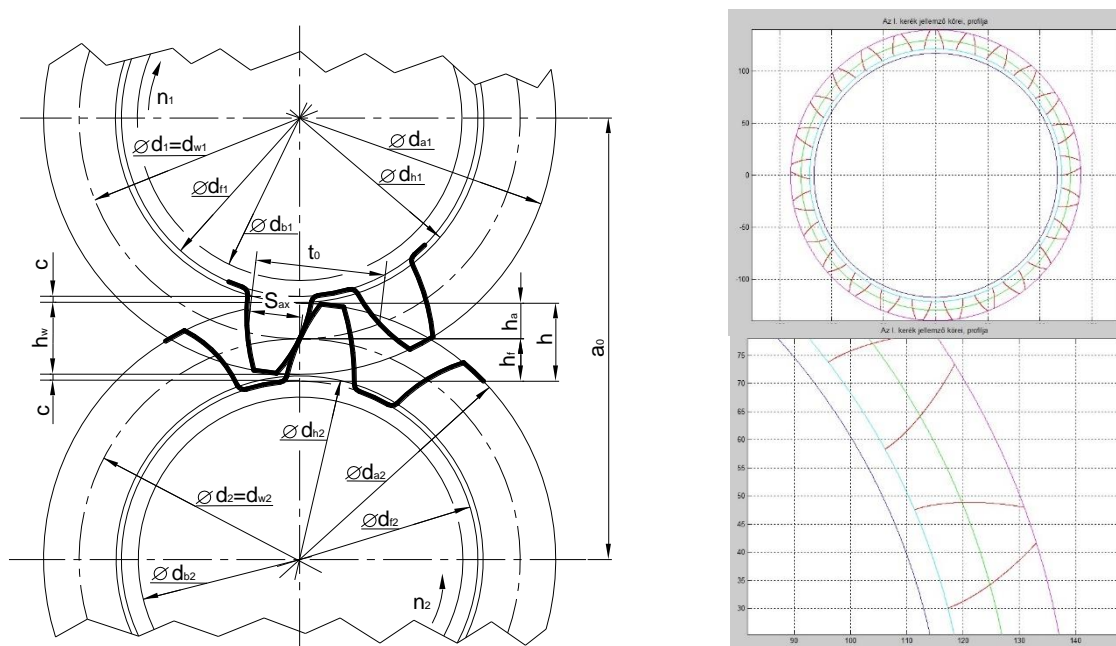
Az 1. ábrán látható, hogy az evolvens csavarfelület származtatásakor a K_{1S} álló koordináta rendszerben lévő alaphenger körül a K_{1R} koordináta rendszerben egy alaphengert érintő síkot forgatunk. Ezen síknak egy tetszőleges ferde egyenese evolvens csavarfelületet ír le. Ennek a körhengerre merőleges minden síkmetszete csúcsos evolvens. Az alaphengert érintő sík a kapcsolósík [3, 5, 7, 8].

A kerek fogfelületeinek kapcsolódása mindig a kapcsolósíkban történik a ferde egyenes mentén, amelyet a fogfelület alkotójának nevezünk (2. ábra) [3, 5, 7, 8].



2. ábra. Evolvens csavarfelületek alaphengerei és kapcsolósíkja

2. ELEMI FERDE FOGAZATÚ HENGERES FOGASKEREK TERVEZÉSE ÉS MODELLEZÉSE



3. ábra. Elemi ferde fogazatú hengeres kerékpár tervezése

Elemi fogazató fogaskerek tulajdonsága, hogy a fogak kapcsolódása az osztókörátmérő (d_1, d_2) mentén történik, azaz (3. ábra) [5, 8]

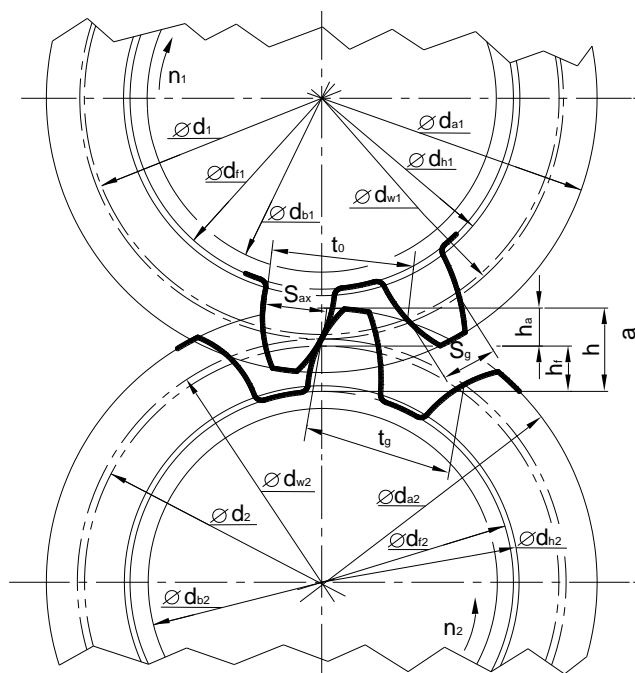
$$\left. \begin{aligned} a_o &= \frac{d_1 + d_2}{2} \\ d_1 &= d_{w1} \\ d_2 &= d_{w2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Elemi ferde fogazató fogaskerékpár	
Axiálmetszeti modul	$m=10$ mm
Fogszámok	$z_1=25$ $z_2=35$
Osztóhengeri fogferdeségi szög	$\beta=15^\circ$
Csavarvonal emelkedési szög	$\gamma_0=75,923^\circ$
Homlokmetzeti evolvens profilszög az osztókörön	$\alpha_{0a}=20,646^\circ$
Kerék osztása a homloksíkban	$t_{0k}=32,524$ mm
Homlokmetzeti modul	$m_k=10,352$ mm
Fejmagasság	$h_a=10$ mm
Lábhézag	$c=2,5$ mm
Lábmagasság	$h_f=12,5$ mm
Elemi tengelytáv	$a_0=310,582$ mm
Osztókörátmérők	$d_1=258,819$ mm $d_2=362,346$ mm
Fejkörátmérők	$d_{a1}=278,819$ mm $d_{a2}=382,346$ mm
Lábkörátmérők	$d_{f1}=233,819$ mm $d_{f2}=337,346$ mm
Foghézag	$j_s=1,6262$ mm
Működő fogmagasság	$h_w=20$ mm
Osztóköri fogvastagság	$S_{ax}=15,449$ mm
Alapkörátmérők	$d_{a1k}=242,19$ mm $d_{a2k}=339,07$ mm
Áttétel	$i=1,4$



4. ábra. Konkrét geometriájú elemi ferde fogazató fogaskerékpár tervezése és modellezése

3. ÁLTALÁNOS FERDE FOGAZATÚ HENGERES FOGASKEREK TERVEZÉSE ÉS MODELLEZÉSE

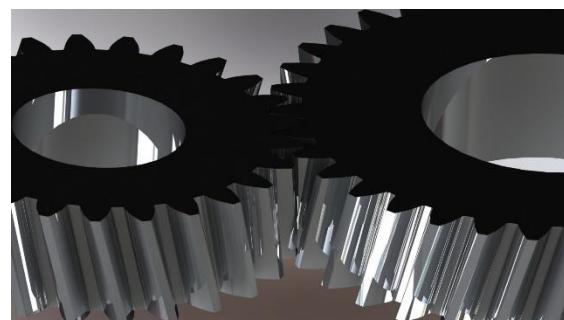
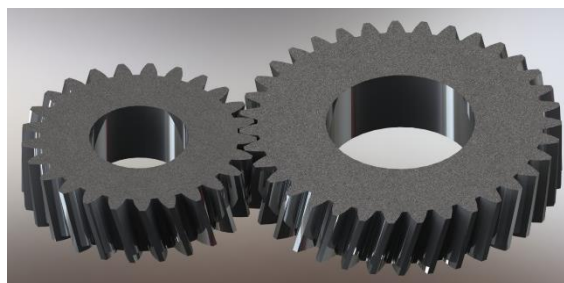


5. ábra. Általános ferde fogazató hengeres kerékpár tervezése

Általános fogazat tulajdonsága hogy a kerekék profileltolással készülnek. Ebből adódóan az osztókörátmérő (d_1, d_2) és a gördülőkör (d_{w1}, d_{w2}) átmérő nem egyezik meg. A fogak kapcsolódása a gördülőkör átmérő mentén történik. Értelmezhetjük az elemi (a_0) és a valós tengelytávot (a) [5, 8]:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{d_1 + d_2}{2} \\ a &= \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} \\ d_1 &\neq d_{w1} \\ d_2 &\neq d_{w2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Általános ferde fogazatú fogaskerékpár		
Axiálmetszeti modul	m= 5 mm	
Fogsámok	z1=25	z2=35
Osztöhengeri fogferdeségi szög	$\beta_0=15^\circ$	
Csavarvonal emelkedési szög	$\gamma_0=75,923^\circ$	
Homlokmetzeti evolvens profilszög az osztókörön	$\alpha_0=20,646^\circ$	
Kerek osztása a homloksíkban	tch=16,262 mm	
Homlokmetzeti modul	mh=5,176 mm	
Fejmagasságok	ha1=4,726 mm	ha2=4,726 mm
Lábhézag	c=1 mm	
Lábmagasság	hf1=5,726 mm	hf2=5,726 mm
Elemi tengelytáv	a0=155,291 mm	
Tengelytáv	a=157,866 mm	
Fajlagos tengelytáv növekmény	$\gamma=0,497$ mm	
Osztókör átmérők	d1=129,409 mm	d2=181,173 mm
Fejkör átmérők	da1=141,009 mm	da2=193,631 mm
Lábkör átmérők	dfl=120,102 mm	dfl=172,724 mm
Foghézag	js=0,83 mm	
Működő fogmagasság	hw= 9,453 mm	
Osztóköri fogvastagságok	Sax1= 8,937 mm	Sax2=9,853 mm
Alapkör átmérők	dak1= 127,097 mm	dak2= 169,536 mm
Gördülőkör átmérők	dwl= 131,555 mm	dwl= 184,178 mm
Fajlagos profileltolások összege	$\Sigma x=0,671$	
Profileltolás tényezők	x1=0,214	x2=0,457
Áttétel	i=1,4	

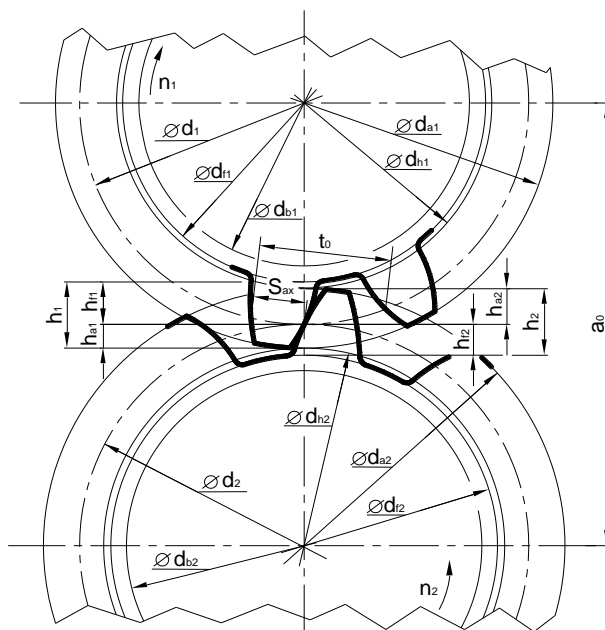


6. ábra. Konkrét geometriájú általános ferde fogazatú fogaskerékpár tervezése és modellezése

4. KOMPENZÁLT FERDE FOGAZATÚ HENGERES FOGASKEREKEK TERVEZÉSE ÉS MODELLEZÉSE

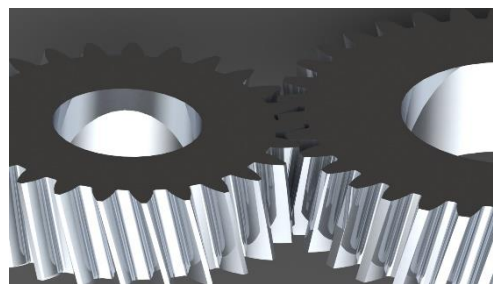
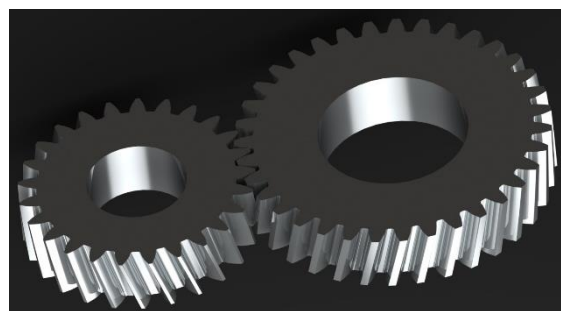
Kompenzált fogazat tulajdonsága, hogy a kerekék profileltolással készülnek, de a fogak kapcsolódása az osztókör átmérők mentén történik. A fajlagos profileltolások összege nulla [5, 8]:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{d_1 + d_2}{2} \\ d_1 &= d_{w1} \\ d_2 &= d_{w2} \\ \sum x &= x_1 + x_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



7. ábra. Kompenzált ferde fogazatú hengeres kerékpár tervezése

Kompenzált ferde fogazatú fogaskerékpár	
Axiálmetszeti modul	$m = 5 \text{ mm}$
Fogszámok	$z_1 = 25$ $z_2 = 35$
Osztöhengeri fogferdeségi szög	$\beta_0 = 15^\circ$
Csavarvonal emelkedési szög	$\gamma_0 = 75,923^\circ$
Homlokmetzeti evolvens profilszög az osztókörön	$\alpha_{0a} = 20,646^\circ$
Kerék osztása a homloksíkban	$t_{0a} = 16,262 \text{ mm}$
Homlokmetzeti modul	$m_h = 5,176 \text{ mm}$
Fejmagasságok	$h_{a1} = 6,035 \text{ mm}$ $h_{a2} = 3,964 \text{ mm}$
Lábhézag	$c = 1,25 \text{ mm}$
Lábmagasság	$h_{f1} = 5,214 \text{ mm}$ $h_{f2} = 7,285 \text{ mm}$
Elemi tengelytáv	$a_0 = 155,291 \text{ mm}$
Osztókör átmérők	$d_1 = 129,409 \text{ mm}$ $d_2 = 181,173 \text{ mm}$
Fejkör átmérők	$d_{a1} = 141,480 \text{ mm}$ $d_{a2} = 189,102 \text{ mm}$
Lábkör átmérők	$d_{f1} = 118,98 \text{ mm}$ $d_{f2} = 158,673 \text{ mm}$
Foghézag	$j_s = 0,83 \text{ mm}$
Működő fogmagasság	$h_w = 9,453 \text{ mm}$
Osztóköri fogvastagságok	$S_{ex} = 7,724 \text{ mm}$
Alapkör átmérők	$d_{a1} = 121,097 \text{ mm}$ $d_{a2} = 169,536 \text{ mm}$
Profileltolás tényező	$x_1 = 0,2$
Áttétel	$i = 1,4$



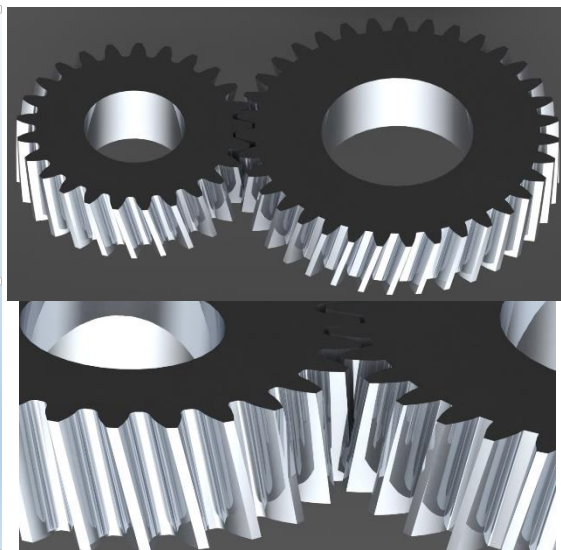
8. ábra. Konkrét geometriájú kompenzált ferde fogazatú fogaskerékpár tervezése és modellezése

5. TCA VIZSGÁLATOK KONKRÉT GEOMETRIÁJÚ ELEMI FERDE FOGAZATÚ FOGASKERÉKPÁR ESETÉRE

A „Tooth Contact Analysis” (TCA) vizsgálatok célja a fogazott hajtópárok kapcsolódásának számítógépes modellezése és szimulációja a mechanikai tulajdonságok meghatározása céljából [7, 9, 10].

Terveztünk egy konkrét geometriájú elemi ferde fogazatú hengeres fogaskerékpárt, melynek elkészítettük a CAD modelljét (9. ábra). Vizsgáljuk a terhelő nyomatékok hatására a hajtó és a hajtott kerék fogfelületén ébredő normál feszültség, normál nyúlás és normál deformáció értékeit [7, 9].

1. Geometria adatok meghatározása	
Axiálmetszeti modul	$m=5\text{ mm}$
Fogsorszámok	$z_1=25$ $z_2=35$
Osztóhengeri fogferdeségi szög	$\beta=15^\circ$
Csavarvonal emelkedési szög	$\gamma=75,923^\circ$
Homlokmetzeti evolvens profilszög az osztókörön	$\alpha_n=20,646^\circ$
Kerék osztása a homloksíkban	$t_{ek}=16,262\text{ mm}$
Homlokmetzeti modul	$m_n=5,176\text{ mm}$
Fejmagasság	$h_a=5\text{ mm}$
Lábhézag	$c=1,25\text{ mm}$
Lábmagasság	$h_f=6,25\text{ mm}$
Elemi tengelytáv	$a_0=155,291\text{ mm}$
Osztókörátmérvők	$d_1=129,409\text{ mm}$ $d_2=181,173\text{ mm}$
Fejkörátmérvők	$d_{a1}=139,409\text{ mm}$ $d_{a2}=191,173\text{ mm}$
Lábkörátmérvők	$d_{f1}=116,909\text{ mm}$ $d_{f2}=168,673\text{ mm}$
Foghézag	$j_s=0,813\text{ mm}$
Működő fogmagasság	$h_w=10\text{ mm}$
Osztóköri fogvastagság	$S_{ax}=7,724\text{ mm}$
Alapkörátmérvők	$d_{k1}=121,09\text{ mm}$ $d_{k2}=169,53\text{ mm}$
Áttétel	$i=1,4$



9. ábra. A vizsgálatokhoz tervezett konkrét geometriájú elemi hengeres ferde fogazatú fogaskerékpár

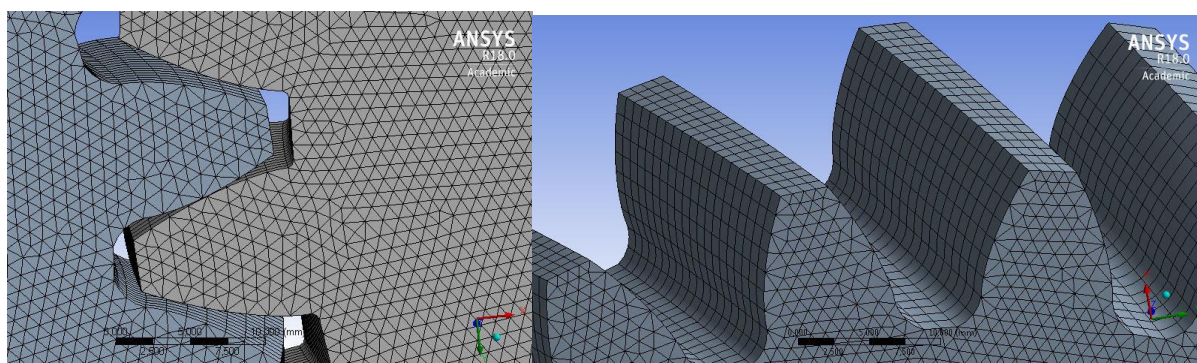
5.1. Anyagminőség definiálása, végelem háló felvétel

A vizsgálatokhoz a kapcsolódó fogaskerékpár anyag tulajdonságát az 1. táblázat szerint definiáltuk.

1. Táblázat. Anyagjellemzők definiálása

Sűrűség	7850 kg/m^3
Folyáshatár	250 MPa
Szakítószilárdság	460 MPa

A végelem háló felépítésekor a fogérintkezési zónában sűrű tetraéderez hálózást alkalmaztunk a homlokfelületen. Ezt a hálót a foghossz mentén egyenletesen osztottuk ki 20 db egyenlő osztással (10. ábra) [7, 9, 10]. A kontakt zónában a súrlódási együttható $\mu=0,15$.

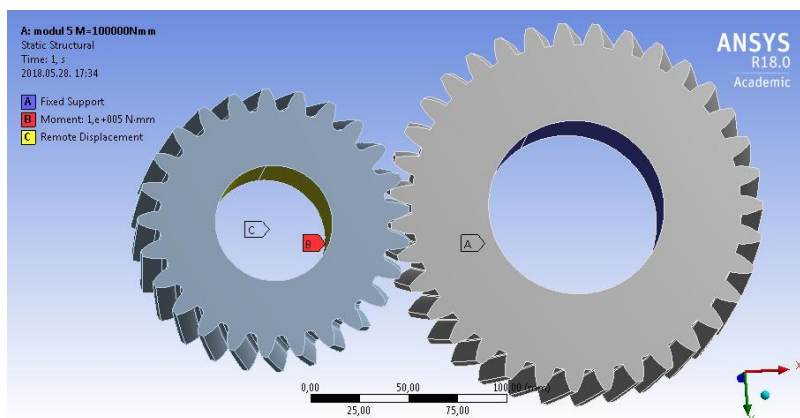


10. ábra. Végelem háló felvétel

5.2. Terhelési és peremfeltételek beállítása

A TCA vizsgálatához négy koordináta rendszert definiáltunk: K_s – abszolult álló, K_{s1} – a hajtó

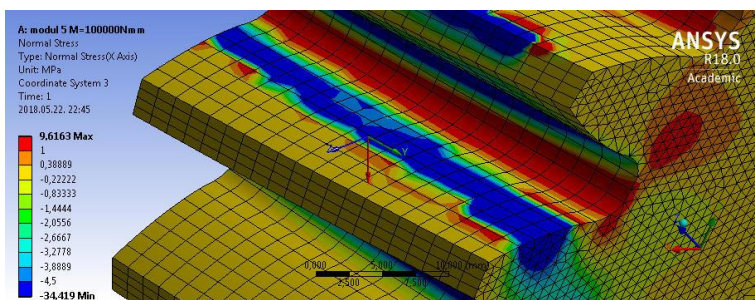
kerékhez kötött álló, K_{s2} – a hajtott kerékhez kötött álló és a K_c – fogérintkezési zónában lévő koordináta rendszerek.



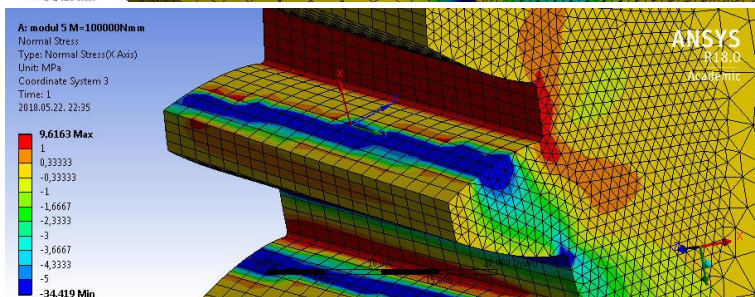
11. ábra. Terhelési és peremfeltételek beállítása

A vizsgálatok során a kisebb fogszámú kerékkal hajtjuk meg a nagyobb fogszámú kereket. A kerekek 5 szabadsági fokát lekötöttük, csak a forgástengely körüli forgást engedélyeztük (11. ábra). A hajtó kereket $M=100 - 200$ Nm forgatónyomatékkal terheljük 20 Nm lépésekkel.

5.3. Normál feszültség vizsgálatok

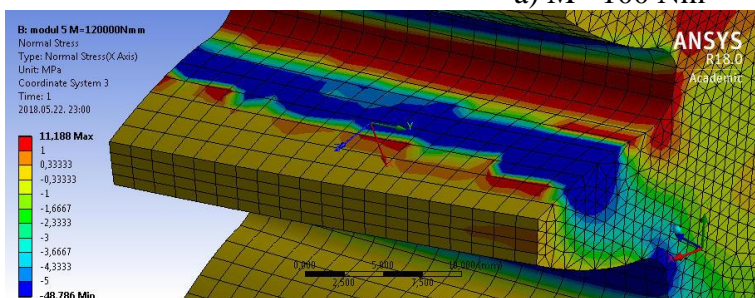


Hajtó kerék, $\bar{\sigma}_n = -2,81$ MPa

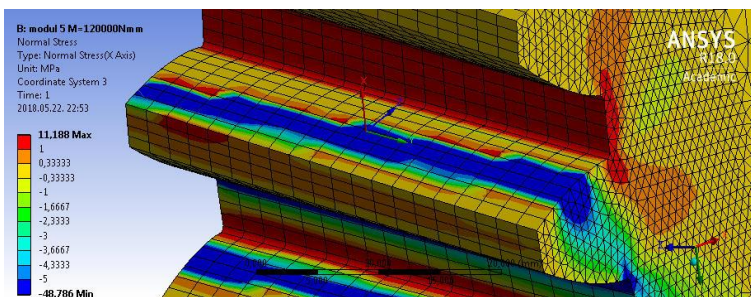


Hajtott kerék, $\bar{\sigma}_n = -2,61$ MPa

a) $M= 100$ Nm

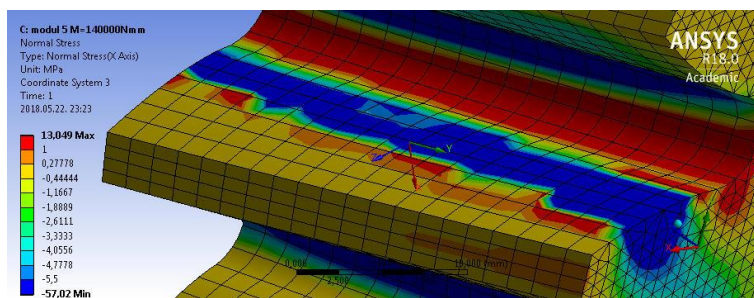


Hajtó kerék, $\bar{\sigma}_n = -3,16$ MPa

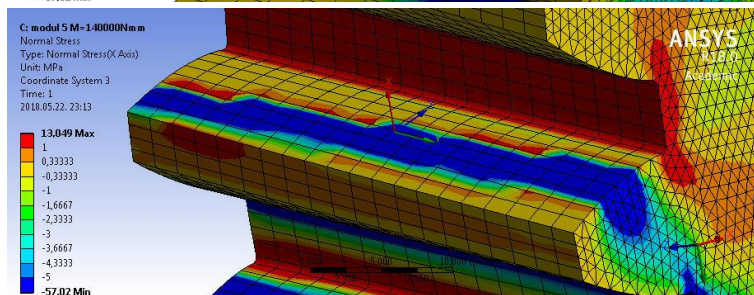


Hajtott kerék, $\bar{\sigma}_n = -3,31$ MPa

b) M= 120 Nm

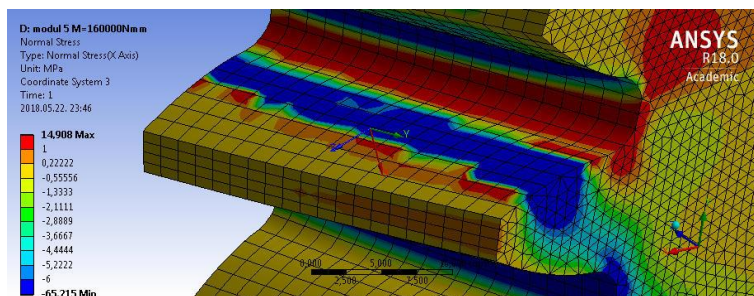


Hajtó kerék, $\bar{\sigma}_n = -3,77$ MPa

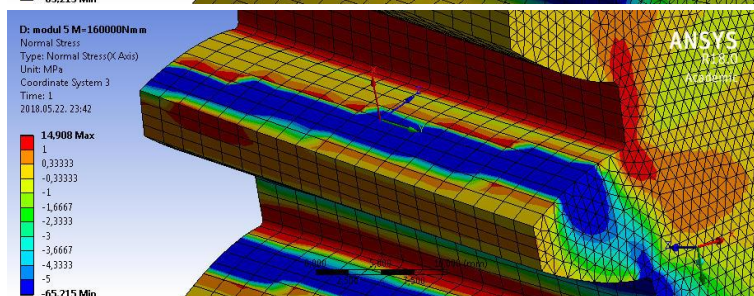


Hajtott kerék, $\bar{\sigma}_n = -3,73$ MPa

c) M= 140 Nm

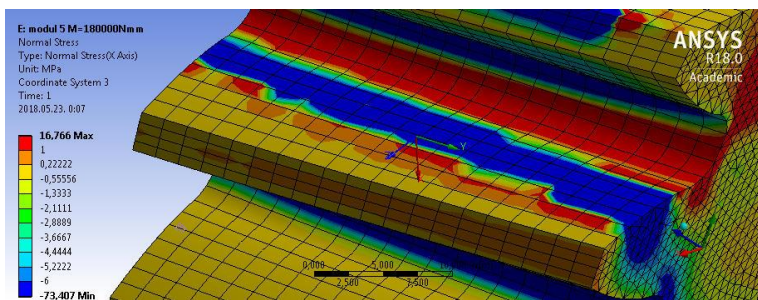


Hajtó kerék, $\bar{\sigma}_n = -3,97$ MPa

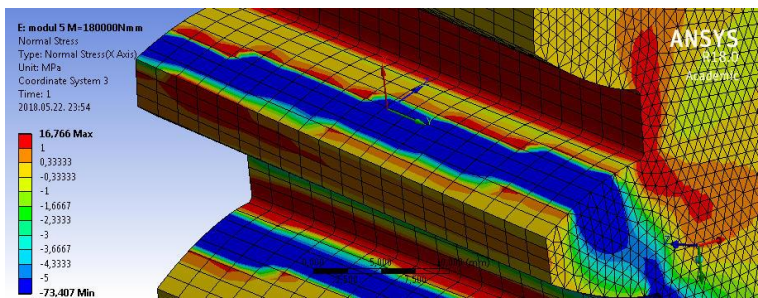


Hajtott kerék, $\bar{\sigma}_n = -4,11$ MPa

d) M= 160 Nm

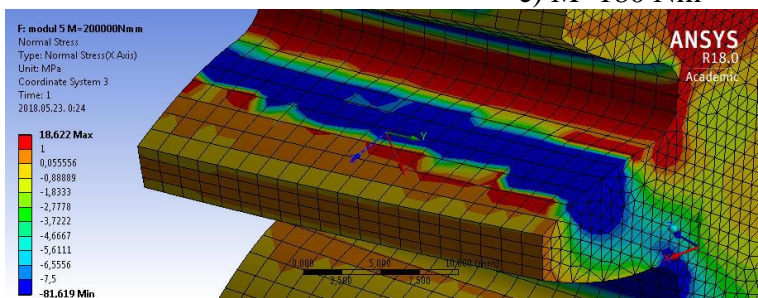


Hajtó kerék, $\bar{\sigma}_n = -5,25$ MPa

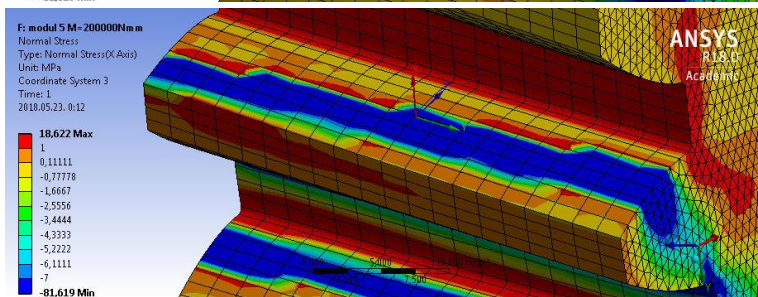


Hajtott kerék, $\bar{\sigma}_n = -4,678$ MPa

e) M=180 Nm



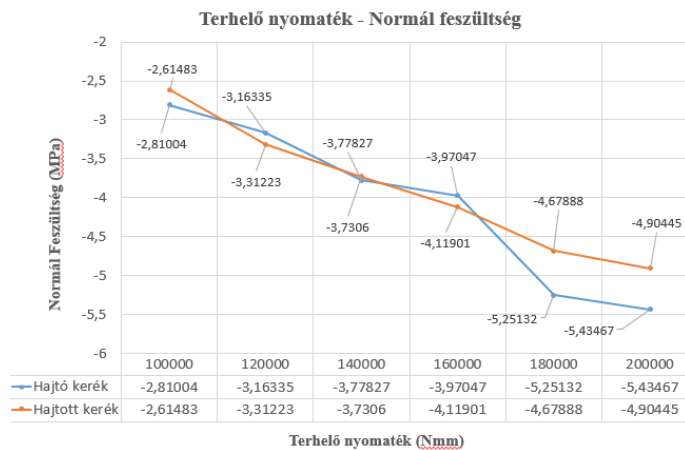
Hajtó kerék, $\bar{\sigma}_n = -5,43$ MPa



Hajtott kerék, $\bar{\sigma}_n = -4,90$ MPa

f) M= 200 Nm

12. ábra. A terhelő nyomaték hatására kialakuló normál feszültség értékek

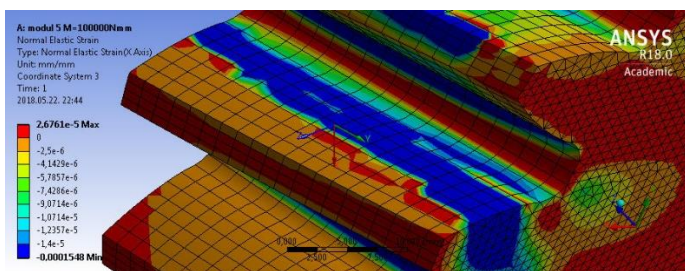


13. ábra. Terhelő nyomaték – normál feszültség diagram

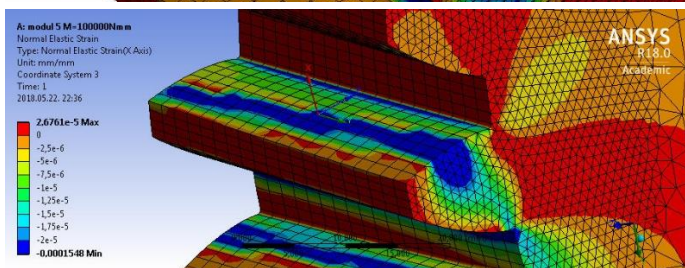
A terhelő nyomatékok hatására a hajtó és a hajtott kerék fogfelületén az alábbi normál feszültség eloszlások és átlagos normál feszültség értékek jöttek létre (12. ábra).

A kapott eredményeket diagramon ábrázoltuk (13. ábra). Látható hogy abszolult értékben értelmezve a nyomaték növelésének hatására a normál feszültség értékek növekednek a hajtó és a hajtott kerék fogfelületén.

5.4. Normál nyúlás vizsgálatok

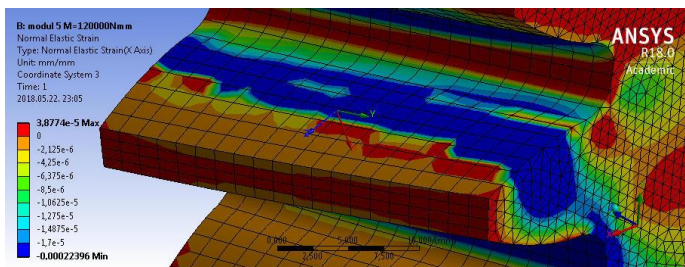


Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000127$ mm

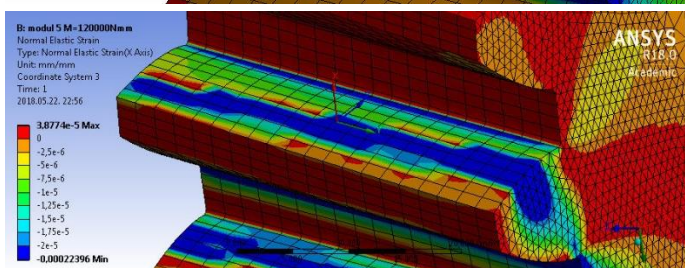


Hajtott kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000136$ mm

a) M=100 Nm

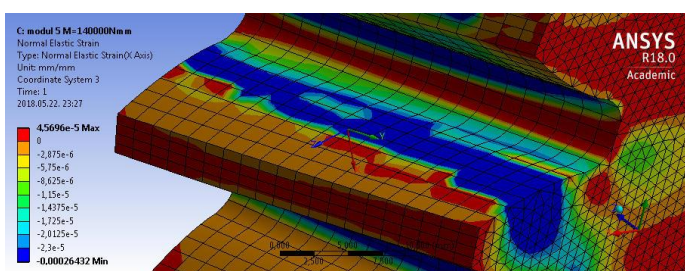


Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000148$ mm

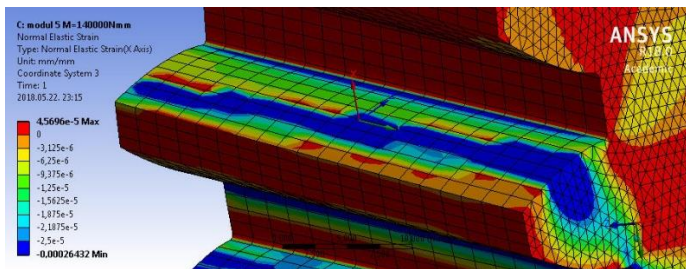


Hajtott kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000154$ mm

b) M= 120 Nm

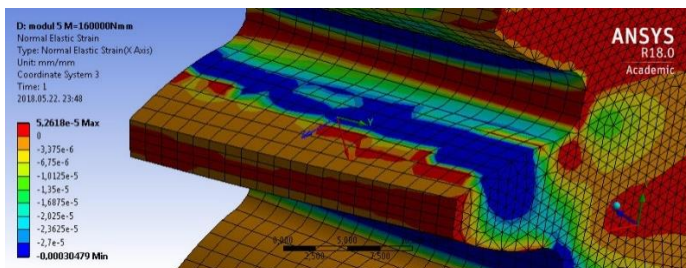


Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000174$ mm



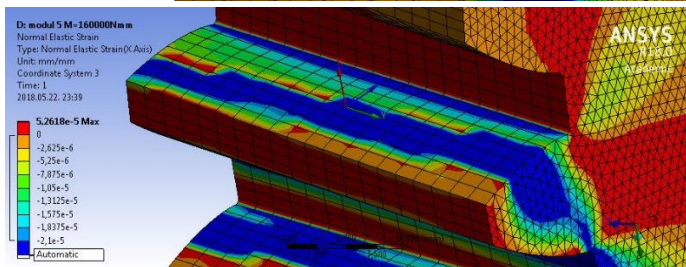
Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000177$ mm

c) $M= 140$ Nm

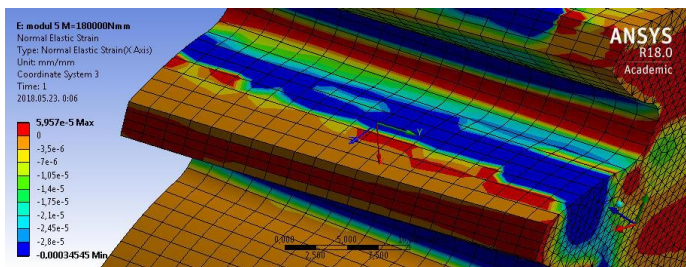


Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000183$ mm

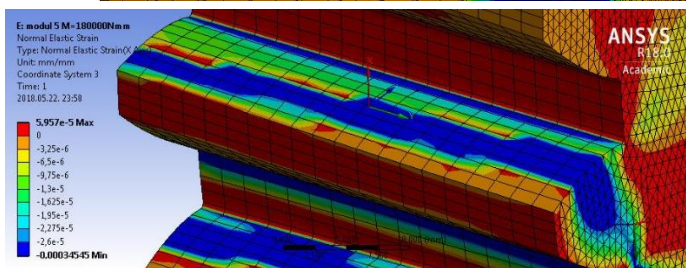
d) $M= 160$ Nm



Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000201$ mm

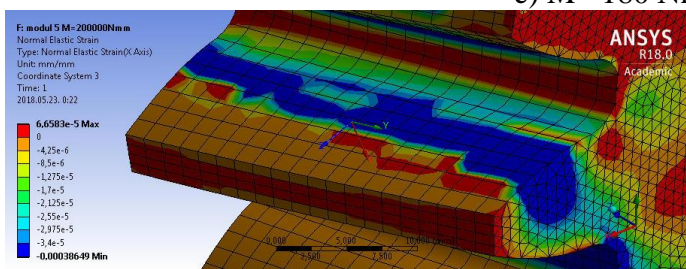


Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000219$ mm

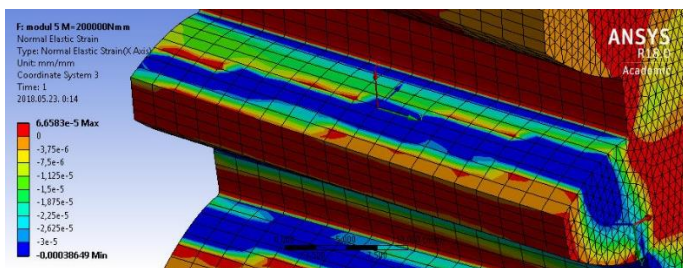


Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000242$ mm

e) $M= 180$ Nm



Hajtó kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000253$ mm

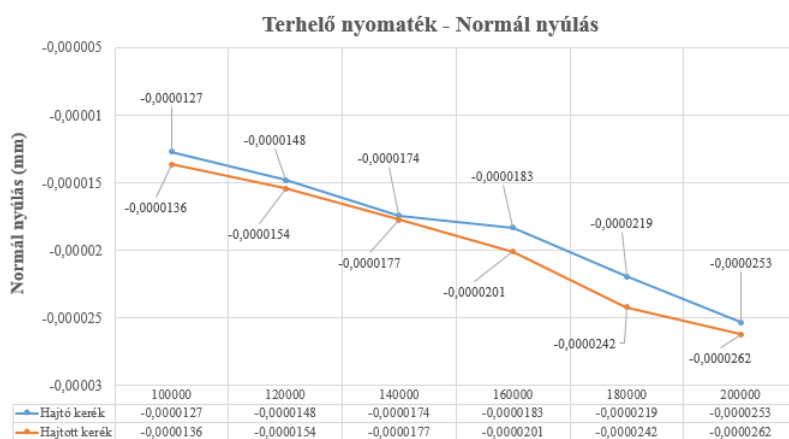


Hajtott kerék, $\bar{\varepsilon}_n = -0,0000262$ mm

f) $M= 200$ Nm

14. ábra. A terhelő nyomaték hatására kialakuló normál nyúlás értékek

A terhelő nyomatékok hatására a hajtó és a hajtott kerék fogfelületén az alábbi normál nyúlás eloszlások és átlagos normál nyúlás értékek jöttek létre (14. ábra).

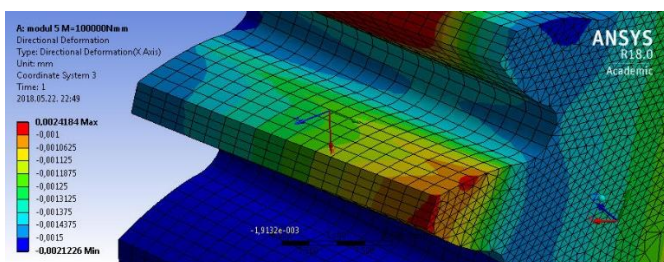


Terhelő nyomaték (Nm)

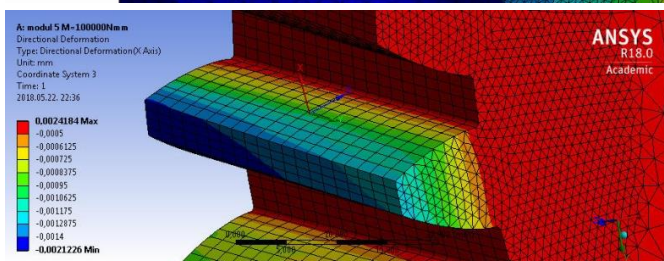
15. ábra. Terhelő nyomaték – normál nyúlás diagram

A kapott eredményeket diagramon ábrázoltuk (15. ábra). Látható hogy abszolult értékben értelmezve a nyomaték növelésének hatására a normál nyúlás értékek növekednek a hajtó és a hajtott kerék fogfelületén.

5.5. Normál deformáció vizsgálatok

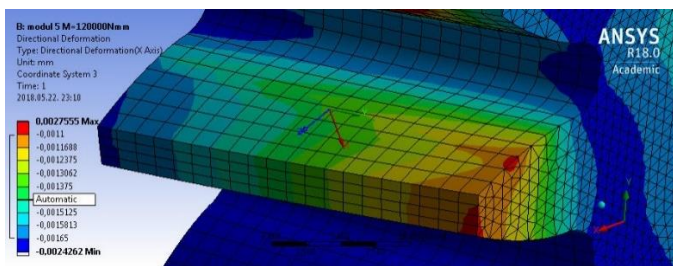


Hajtó kerék, $\bar{u}_x = -0,00127$ mm

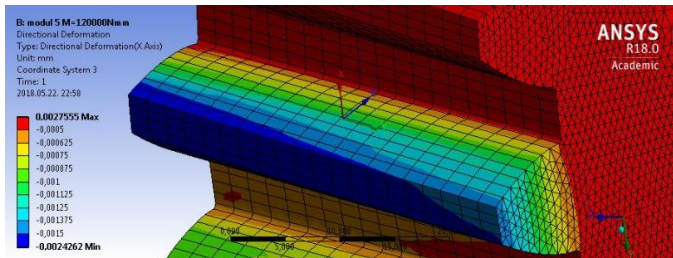


Hajtott kerék, $\bar{u}_x = -0,00127$ mm

a) $M= 100$ Nm

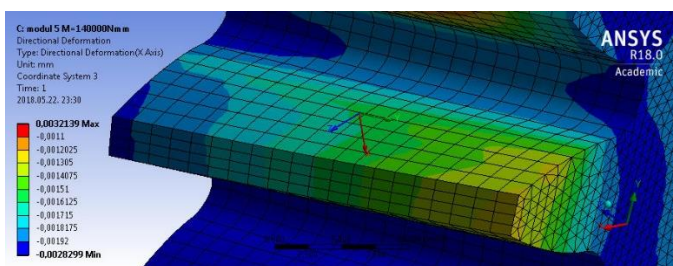


Hajtó kerék, $\overline{u_x} = -0,00141$ mm

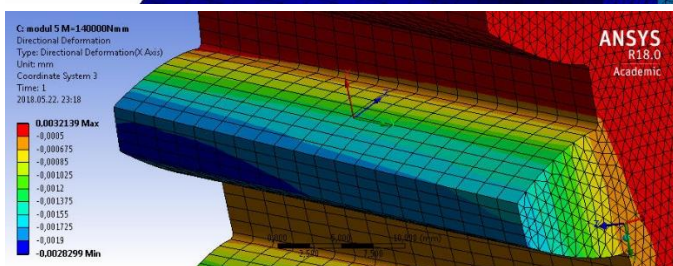


Hajtott kerék, $\overline{u_x} = -0,00111$ mm

b) M= 120 Nm

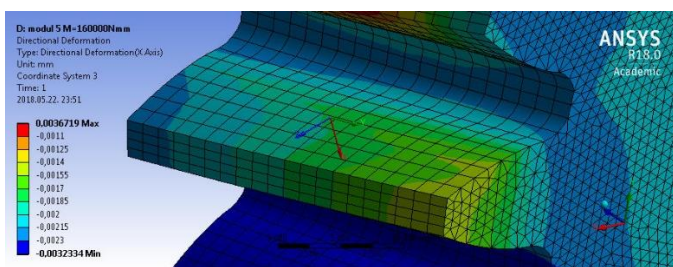


Hajtó kerék, $\overline{u_x} = -0,00165$ mm

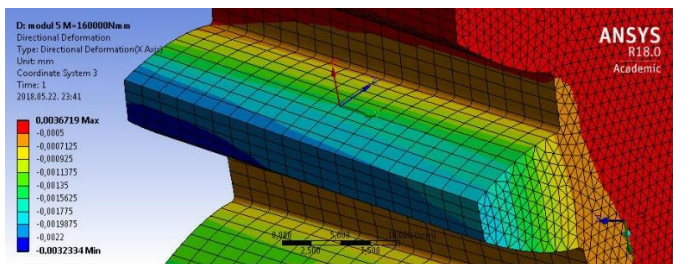


Hajtott kerék, $\overline{u_x} = -0,00123$ mm

c) M=140 Nm

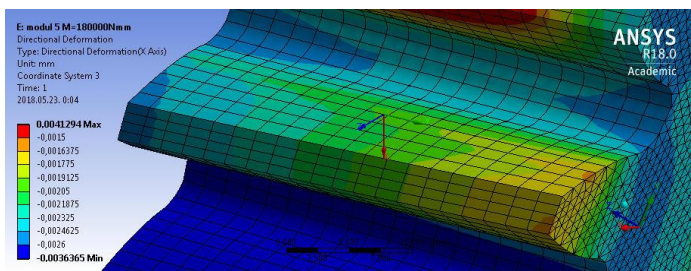


Hajtó kerék, $\overline{u_x} = -0,0019$ mm

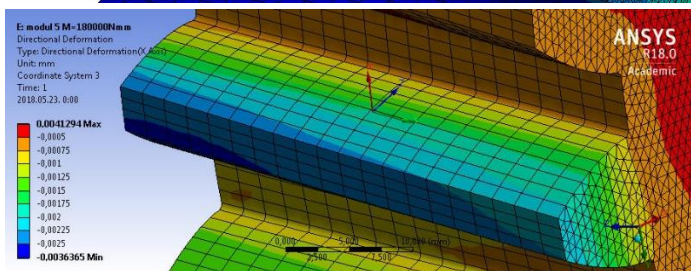


Hajtott kerék, $\overline{u_x} = -0,00141$ mm

d) M= 160 Nm

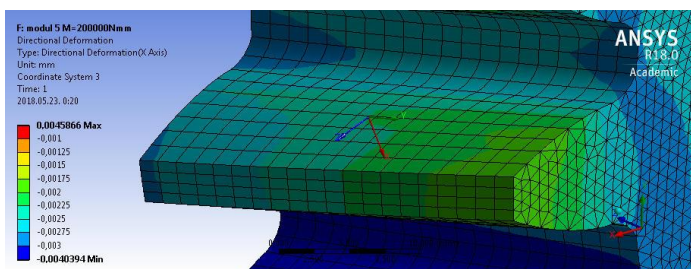


Hajtó kerék, $\bar{u}_x = -0,00212$ mm

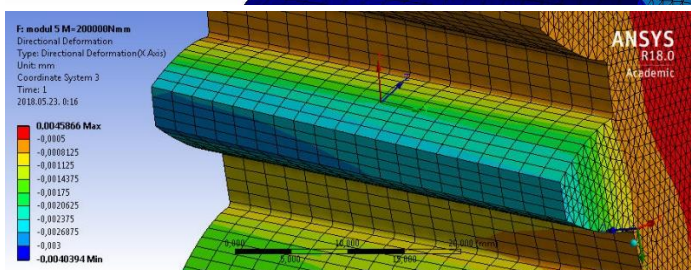


Hajtott kerék, $\bar{u}_x = -0,00163$ mm

e) M= 180 Nm



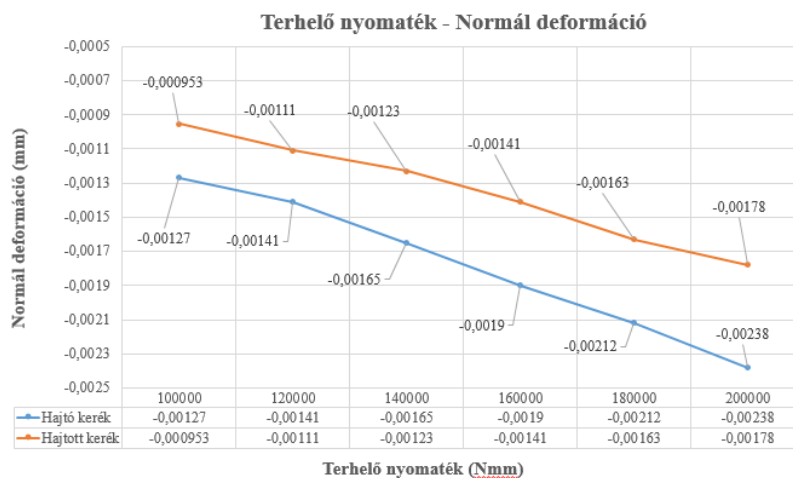
Hajtott kerék, $\bar{u}_x = -0,00238$ mm



Hajtó kerék, $\bar{u}_x = -0,00178$ mm

f) M= 200 Nm

16. ábra. A terhelő nyomaték hatására kialakuló normál deformáció értékek



17. ábra. Terhelő nyomaték – normál deformáció diagram

A terhelő nyomatermek hatására a hajtó és a hajtott kerék fogfelületén az alábbi normál deformáció eloszlások és átlagos normál deformáció értékek jöttek létre (16. ábra).

A kapott eredményeket diagramon ábrázoltuk (17. ábra). Látható hogy abszolút értékben értelmezve a nyomatermek növelésének hatására a normál deformáció értékek növekednek a hajtó és a hajtott kerék fogfelületén.

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A ferde fogazatú fogaskerékpárokat a gépiparban széles körben alkalmazzák (pl. gépjárművek sebességváltói).

A fogaskerék tervezési szakirodalmakat felhasználva számítógépes programot fejlesztettünk ki, mely alkalmazásával tetszőleges geometriájú ferde fogazatú hengeres fogaskerékpár tervezhető és modellezhető. A számított kerékpár paraméterek kimenthetőek, tetszőleges geometriai paraméter módosítható és előkészíthetőek a CAD modellek TCA vizsgálatokhoz.

TCA vizsgálatokat végeztünk egy adott geometriájú elemi hengeres ferde fogazatú fogaskerékpár esetére. Vizsgáltuk a terhelő nyomatermek változásának hatására ébredő normál feszültség, normál nyúlás és normál deformáció értékeket. A kapott vizsgálati eredményeket diagramon ábrázoltuk a nyomatermek függvényében.

7. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatási eredmény a **Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatási Ösztöndíj** támogatásával készült.

A kutatási eredmények elkészítését részben az **EFOP-3.6.1-16-2016-00022** számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

8. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] **BODZÁS, S.:** *Computer aided designing and modelling of x-zero gear drive*, International Review of Applied Sciences and Engineering, Volume 8, Number 1, Akadémiai Kiadó, 2017, pp. 93-97, ISSN 2062-0810, DOI 10.1556/1848.2017.8.1.13
- [2] **BODZÁS, S.:** *Computer aided designing and modelling of spur gear pairs having normal and modified straight teeth*, International Review of Applied Sciences and Engineering (megjelenés alatt)
- [3] **DUDÁS, I.:** *Gépgyártástechnológia III., A. Megmunkáló eljárások és szerszámaik, B. Fogazott alkatrészek gyártása és szerszámaik*, Műszaki Kiadó, Budapest, 2011.
- [4] **DUDÁS L.:** *Kapcsolódó felületek gyártásgeometriai feladatainak megoldása az elérés modell alapján*, Kandidátusi értekezés, Budapest, TMB, 1991., p.144., 2005. 06. 29.
- [5] **ERNEY GY.:** *Fogaskerekek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983., p. 460.
- [6] **JUHÁSZ, I.:** *Számítógépi geometria és grafika*, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc, 1993., 1995., p. 220
- [7] **LITVIN, F. L., FUENTES, A.:** *Gear Geometry and Applied Theory*, Cambridge University Press, 2004., ISBN 978 0 521 81517 8
- [8] **TERPLÁN Z.:** *Gépelemek IV.*, Kézirat, Tankönyvkiadó, Budapest, 1975., p. 220.
- [9] **PÁCZELT, I., SZABÓ, T., BAKSA, A.:** *A végeelem módszer alapjai*, Miskolci Egyetem, p. 243.
- [10] **LITVIN, F. L., FUENTES, A., GONZALEZ-PEREZ, I., CARNEVALI, L., SEP, T. M.:** *New version of Novikov-Wildhaber, helical gears: computerized design, simulation of meshing*

- and stress analysis*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, Elsevier, pp. 5707 – 5740
- [11] **FUENTES, A., RUIZ-ORZAEZ, R., GONZALEZ PEREZ, I.:** *Computerized design, simulation of meshing and finite element analysis of two types of geometry of curvilinear cylindrical gears*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2014, Elsevier, pp. 321 – 339.