

KOVÁCS LEVENTE–PÁSZTOR SZABOLCS

# A globális jelzálogpiac helyzete és kihívásai

A Föld lakosságának és életszínvonalának együttes emelkedése megkerülhetlenné teszi az emberiség lakáskérdésének megoldását. A tanulmány első része a buktatókra, a világ jelzálog-hitelezési piacainak anomáliáira hívja fel a figyelmet. Ehhez áttekintjük a különböző földrészek jelzálogpiacait, és igyekszünk megtalálni azokat az okokat, amelyekre az e piacon kialakuló szűk keresztmetszetek visszavezethetők. Az okok különbözők, azonban több hasonlóság is megmutatkozik, például abban, hogy a kezdeti időszakban a törlesztőrészlet hatalmas terhet ró a háztartásokra. A tanulmány második felében a „törlesztőrészletek jelenértékének állandóságát” megcélózva egy új jelzálogpiaci konstrukció kidolgozását végeztük el. Ez a megoldás alacsonyabb induló részletet és jelenértékben egyenletes törlesztési terhet biztosít a hitelfelvevőnek. Ez a lakásbérlet alternatívájaként a lakástulajdon eléréséhez lehetőséget nyújt, továbbá hatékonyan biztosítaná egy egészségesebb jelzáloghitel-piac létrejöttét. *Journal of Economic Literature (JEL) kód: E43, G21, O18.*

## Körkép a világ jelzáloghitel-piacairól

### *Latin-Amerika*

Az *IMF* [2012] jelentése szerint az utóbbi évtizedekben a könnyebb pénzügyi feltételek és a kedvező cserearány-mutatók majdnem egész Latin-Amerikában növelték a belső keresletet és a hitelek iránti érdeklődést, ami alól csak a 2008–2009-es globális válság évei jelentettek kivételt. Különösen a jelzáloghitelek mutatnak gyors növekedést például olyan országokban, mint Chile és Brazília. A jelzáloghitelek piacának növekedése Brazíliában volt erőteljes, ahol 2007 óta a korábbi jelzáloghitelek száma ötszörösére növekedett, azonban ez a növekedési ütem általánosságban alacsony hitelszintet tükröz, és jelentős lakhatási anomáliákat.

---

*Kovács Levente* a Magyar Bankszövetség főtitkára és a Miskolci Egyetem Pénzügyi és Számviteli Intézetének intézeti tanszékvezető egyetemi docense (e-mail: kovacs.levente@bankszovetseg.hu).

*Pásztor Szabolcs* a Nemzeti Közsolgálati Egyetem Közgazdaságtani és Nemzetközi Gazdaságtani Intézetének egyetemi adjunktusa (e-mail: pasztor.szabolcs@uni-nke.hu).

A kézirat első változata 2018. augusztus 18-án érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <http://dx.doi.org/10.18414/KSZ.2018.12.1225>

A 2003 és 2012 közötti időszakban a latin-amerikai jelzáloghitelek éves átlagban – inflációs korrekció után – 14 százalékkal emelkedtek, ami nagyobb bővülést takart, mint a feltörekvő ázsiai országok hasonló mutatói, de kisebbet azoknál a túlzó növekedési rátáknál, amelyek Európában a lakáspiaci buborék kipukkanása előtt voltak megfigyelhetők (IMF [2012]). A régió hitelexpanzióját magas ingatlanárak és virágzó építési tevékenység kísérte. Az építőipar jelenleg nagyjából a GDP 6 százalékára rúg. Ez a mutató pedig magasabb, mint a feltörekvő ázsiai és európai országok hasonló mutatói. A nagyvárosi övezetek lakásai pedig közel háromszorosára növekedtek. A jelenlegi tekintélyes bővüléstől eltekintve, a jelzálogpiac a legtöbb latin-amerikai országban (Chile üdítő kivételével) nemzetközi összehasonlításban arányait tekintve szerénynek mondható. A hat leginkább nyitott latin-amerikai országban (Brazília, Chile, Kolumbia, Mexikó, Peru és Uruguay) a jelzáloghitelek csak a GDP 7 százalékát érik el, míg a feltörekvő ázsiai országokban ez több mint 20 százalék, az Egyesült Államokban pedig több mint 65 százalék. Ráadásul, a latin-amerikai jelzáloghitelek legnagyobb részét a kereskedelmi bankok adják, amelyekhez a hazai betéteket használják fel, és ezeknek csak elenyésző része értékpapírosított. Ez a mintázat éles ellentétben áll azon felzárkózó európai országokkal szemben, ahol a válság előtti években a jelzáloghitelezés során jelentősen megnövekedett a nem banki tevékenységet végző pénzügyi intézmények szerepe is. Mindez leginkább a nagykereskedelmi finanszírozásnak és a határokön átnyúló alapoknak köszönhető. Amíg a jelzálogpiac és a teljes hitelpiac további mélyülése természetes lenne a jövőben, a hitelek gyors bővülése szorosabb ellenőrzést igényel a sérülékenység felépülésének elkerülése és annak érdekében, hogy sikerüljön elkerülni a hitelpiac felfutásának, majd kidurranásának ciklusát, amely a múltban jelentősen sújtotta a régiót.

Kimutatható, hogy az utóbbi évek gyors hitelnövekedésétől eltekintve, a pénzügyi közvetítés szintje Latin-Amerikában (Chile kivételével) még akkor is más fejlődő országok szintje alatt marad, ha figyelembe vesszük az egy főre jutó jövedelmet. A különbség egyértelműen tükrözi a régió makrogazdasági instabilitásának hosszú történetét (ebben pedig kiemelt jelentősége volt a hitelpiaci válságoknak, valamint azoknak a gyenge intézményi struktúráknak is, amelyek a hitelezőkhöz és a tulajdonosi jogokhoz kapcsolódnak) (Cottarelli és szerzőtársai [2005]). Latin-Amerikában a viszonylagosan alacsony hitel/GDP szint mögött a jelzálogpiac szerény teljesítménye áll: mint már említettük, a jelzáloghitelek átlagosan a GDP 7 százalékát érik csak el, ezzel az értékkel ez a régió más fejlődő országok szintje alatt marad (IMF [2012]).

Cubeddu és szerzőtársai [2012] szerint néhány országban (nevezetesen Brazíliában és Peruban) a jelzáloghitelek és a lakásárak gyorsabban növekedtek, mint amit a múltbéli tendenciák és a gazdasági feltételek magyarázhatnának. Ez arról tanúskodik, hogy a jelzáloghitelek gyors felfutása részben olyan tényezőkkel magyarázható, amelyek nem sajátjai a standard modelleknek. Brazíliában például bevezettek egy kormányzat által támogatott lakáshitelezési programot A házam az életem (*Minha casa, minha vida*) elnevezéssel (Kowaltowski és szerzőtársai [2015]).

A jelzáloghitelek növekedése Latin-Amerikában együtt járt a helyi fizetőeszközben jegyzett kötvénypiac növekedésével és a hozamgörbék hosszú távú

szerkezetének meghosszabbításával (ami néhány esetben 20–30 évet is elért) (*Jeanneau–Tovar* [2008]). A lakásárak ott növekedtek a leginkább, ahol a jelzáloghitelek bőségesen rendelkezésre álltak. Az éves átlagos reálnövekedés a régió azon öt országa esetében, ahol a lakásárak adatai elérhetőek, jelentősen alatta marad a felzárkózó európai országok 2008 előtti időszakban mért árainak, de némileg felülmúlják a feltörekvő ázsiai piacok értékét.<sup>1</sup> Tudnunk kell azonban, hogy a lakásárak növekedése többnyire a városi övezetek magas jövedelmű szegmensének bővülését tükrözi, ugyanakkor ez a szegmens az, amely a leginkább hozzáférhet a jelzáloghitelekhez (*Hoek-Smit–Diamond* [2003]). A jelentős növekedés mögött az elérhető legfontosabb mutatószámok nem jeleznek azonnali problémát, a korábbi tapasztalatok alapján azonban nem lehet okunk teljes megelégedettségre sem. Latin-Amerika olyan piac, ahol az adathiány nagymértékű, a belső kockázati modellek segíthetnek a kockázatok felmérésében, és ezekkel mérhetőek a lakás- és más hitel-szektorok anomáliái (*Titularizadora Colombiana* [2010]). Más tényezők szerint a lakáspiachoz kapcsolódó sérülékenységek egyelőre megfelelő mederben vannak. A jelzáloghitelek, amelyek nagyjából 20 százalékát képviselik a banki hiteleknek, továbbra is kis részét képviselik a bankok portfóliójának. A nemteljesítő jelzáloghitelek arányait tekintve alacsonyak (nagyjából a jelzáloghitelek 3 százaléka), és az adósok eladósodottságának indikátorai kezelhető szinten állnak – a rendelkezésre álló jövedelem 35 százaléka körül, amely egyébként nagyjából 60 százalék a feltörekvő európai országokban (*IMF* [2012]).

Ebből a rövid áttekintésből látható, hogy a latin-amerikai jelzáloghitelezés még gyerekcipőben jár. Korábban Latin-Amerikában annak érdekében, hogy kihasználják az urbanizációból fakadó előnyöket, és hogy javítsák a városi szegény réteg életkörülményeit, a kormányok lakhatási támogatásokkal próbálkoztak. Annak ellenére, hogy ezek a programok ténylegesen javították a lakáshoz jutás feltételeit, és enyhítették a lakáshiányt, számos kérdést nyitva is hagytak (*World Bank* [2016]). Mára már jól látható az is, hogy az egyre nagyobb lakáshiány feloldása csak fundamentális átalakítások mellett lesz megvalósítható (*IDB* [2012]). Egyértelmű, hogy a központi források nem elegendők, a magánbefektetések kulcsfontosságúak a régió lakáshiányának enyhítésében.

## Afrika

Ahogy az Latin-Amerika kapcsán jeleztük, a jelzálogpiac mérésének egyik lehetősége, ha a jelzálogkölcsonök arányát a GDP-ben kifejezve határozzuk meg. Ebben a tekintetben könnyen látható, hogy az afrikai jelzálogpiac egészen szerény. Ez a mutató az egész afrikai kontinensen alacsony. A Dél-afrikai Köztársaság 30,6 százalékos és

<sup>1</sup> Nem szabad azonban komolyabb következtetéseket levonnunk ezekből az adatokból, mert a lakáspiachoz kapcsolódóan csak szerény információ áll rendelkezésünkre, ez pedig megnehezíti a megfelelő kockázatbecslést a legtöbb latin-amerikai országban. A lakásárak adatai csak hat országban érhetőek el, ezek esetében is az időhorizont meglehetősen szűkös, és csak meghatározott városi övezeteket tartalmaznak.

Namíbia 20 százalékos értéke már kiugrónak számít, és ezek az országok rendelkeznek a legintegráltabb jelzálogpiaccal (CAHF [2016]). Ugyanakkor érdemes rámutatni, hogy a jelzálogkölcsönök csak ezekben az országokban haladják meg a GDP 5 százalékát az egész szubszaharai régióban.<sup>2</sup>

Dél-Afrika és Namíbia után az észak-afrikai régióban legfejlettebb a jelzálogpiac az afrikai kontinensen. Marokkóban a jelzáloghitelek nagysága a GDP arányában 7 százalékot tesz ki, míg Tunéziában és Egyiptomban 5,9 és 3 százalékot (OPIC [2006]). Kelet-Afrikában, Kenyában a jelzálogpiac egészen jól működik, viszont az arány itt is csak a GDP 2,5 százaléka körül marad. Mindez pedig csak 13 ezer darab jelzálogkölcsönt jelent az egész országban (Walley [2011]). A nyugat-afrikai Ghánában és Nigériában az arány 4 százalék körüli. A közép-afrikai Csádban például mindösszesen 0,1 százalék, Kongó esetében pedig egyáltalán nem beszélhetünk jelzáloghitel-piacról. Ezek a számok egyértelműen és jól tanúskodnak arról, hogy mennyire alulfejlett a jelzáloghitelek piaca Közép-Afrikában.

Annak ellenére, hogy a jelzálogpiac növekedésének hatalmas tere van az afrikai kontinensen, a háztartások döntő többsége nem tud hozzáférni a jelzáloghitelekhez. Walley [2010] rámutat, hogy az afrikai háztartások mindösszesen 3 százalékának van megfelelő szintű jövedelme a kölcsönök igénybevételéhez. Ez a szám ugyan nagyobb a városias övezetekben, de alapvetően az egész kontinensen a háztartások legnagyobb részének más pénzügyi forrásokat is igénybe kell vennie ahhoz, hogy a lakhatási szükségleteit kielégítse.

Érdekességként érdemes ismét rámutatni, hogy a kenyai lakásfinanszírozási rendszer az utóbbi években látványosan növekedett mind a kölcsönök értékében, mind pedig a kölcsönök számában. Itt a piac túljutott már a csírázási perióduson, és várhatóan a következő fejlődési szakaszba lép. Éppen ezért fontos figyelembe venni, hogy milyen feltételei vannak a folyamatos növekedés biztosításának (CAHF [2016]).

Valójában nem mindenkinek lenne szüksége kormányzati segítségre ahhoz, hogy a lakhatási szükségleteit kielégítse. A szegények igénye a kormányzati beavatkozásra egyértelmű, azonban az afrikai kontinensen jelentősen növekszik az réteg, amelyik képes lenne jelzáloghitel felvételére. Az AfDB [2011] szerint az elmúlt évtizedekben az afrikai középosztály mind méretében, mind pedig vásárlóerejében növekedett. Mindez pedig leginkább annak tudható be, hogy az utóbbi két évtizedben jelentős gazdasági növekedés következett be az afrikai kontinensen. Ennek a növekedésnek pedig az volt az eredménye, hogy a háztartások életszínvonala jelentősen javult, így a szegények közül többen felzárkóztak a középosztályhoz; 2010-ben nagyjából 313 millió fő – az afrikai népesség több mint egyharmada – 2 és 20 dollár közötti jövedelmet realizált naponta. Mindez pedig háromszor annyi, mint ennek a rétegnek a népessége 1980-ban, és kétszer akkora, mint 1990-ben.

Az AfDB [2011] szerint a középosztály két nagyobb részre osztható. Létezik az úgynevezett tradicionális középosztály, ide azok tartoznak, akik 4 és 20 dollár

<sup>2</sup> Észak-Amerikában és Európában például a jelzálogkölcsönök jelenleg a GDP több mint 40 százalékát teszik ki. Hollandia, Írország, Svájc és Dánia esetében ez az arány pedig több mint a GDP 80 százaléka (HOFINET [2017]).

közötti összeget keresnek naponta. A másik osztály pedig egy úgynevezett lebegő osztály, amelynek tagjai 2 és 4 dollár között fogyaszthatnak napi szinten. Ennek a lebegő osztálynak a tagjai a tradicionális osztály potenciális belépői, ha a gazdaság tovább növekszik. A kutatás szerint a népesség 44 százaléka tartozhat azon középosztályba, ahol a napi kereset 2 és 20 dollár között szóródik. Néhány afrikai országban ez a csoport a népesség 10–90 százaléka közötti hányadát teszi ki. Mindez nagyobb kihívás lehet, de egyben lehetőség is, ha megfelelő alternatívák mutatkoznak a lakáspiacon (CAHF [2016]).

Az SBG [2015] szerint 2030-ra a középosztályhoz tartozó háztartások száma a kontinens 11 leggyorsabban növekvő országában 15 millióról 40 millióra emelkedik. Az is megfigyelhető, hogy a nagyvárosok közül több hatalmas tempóban növekszik. Kinshasában, Nairobiban, Dar es-Salaamban például várhatóan több mint 70 százalékkal növekszik a népesség 2025-re. Nigéria 7,6 millióval több középosztálybeli háztartással fog gazdagodni, és Ghána esetében is 1,6 millióval több középosztálybeli háztartás várható. Szudán és Angola pedig egyenként 1-1 millió középosztálybeli háztartással bővül (Pásztor [2017]).

Összességében azonban azt kell látnunk, hogy az afrikai kontinens a gazdasági és társadalmi problémák megtestesítőjeként él az emberek fejében, ahol az intézményrendszer teljesen korrump, és nagyrészt hiányzik a valós kormányzati irányítás. Ez alól azonban vannak kivételek, ahol jelentős a gazdasági és politikai értelemben vett haladás. Afrika gazdasági növekedése az új évezred elején gyorsulni kezdett (éves átlagban több mint 5 százalékos volt a növekedés) (Pásztor [2017]). A kontinens növekedése legfontosabb motorjainak számító Nigéria, Kenya, Angola és Etiópia mellett Tanzánia, Ruanda, Elefántcsontpart és Szenegál is jelentős növekedést mutat.

Az elmondottakból következik, hogy az afrikai lakás piac jelentős növekedés elé néz már középtávon is, s ezt a folyamatot erősíti a kontinens népességének növekedése. A jelenlegi, több mint 1 milliárd fős népesség a következő 40 évben várhatóan 2,4 milliárdot ér majd el. Ez pedig azt jelenti, hogy az elkövetkező évtizedekben afrikaiak százmillióinak kell majd megfelelő lakhatást biztosítani. Fontos még az is, hogy ha a jelenlegi tendenciák folytatódnak, akkor 2030-ra 300 millióval több afrikai lesz város lakó (Pásztor [2017]). Számukra kiemelten fontos kérdés lesz a megfizethető, finanszírozható lakások elérhetősége.

Jelenleg az egyes országok kormányai nem tudnak – és talán nem is akarnak – komolyabb intézkedéseket hozni a lakáshiány megoldására, amiben megnyílna az út a magánbefektetők számára. A magánbefektetők által épített, nagyobb méretű, jó minőségű lakások négyzetméterárai jelentősen növekedni fognak, s az elkészült ingatlanok infrastruktúráját (iskolák, kórházak, parkok és egyéb szolgáltatások) is meg kell teremteni. Mivel a legtöbb helyi kormánzatnak szűkösek a kapacitásai, ezért még ezen szolgáltatások kialakítása is növeli a kivitelezés költségeit. Ezzel egy időben az alacsony jövedelmű kölcsönfelvevők, akik hosszú távú pénzügyi elköteleződést jelentő jelzálogkölcsönökben gondolkodnak, valójában nem kapnak olyan lakást, amelyet ténylegesen megengedhetnének maguknak. Továbbra is halmozódnak tehát az afrikai kontinens lakáspiaci problémái.

## Ázsia

Európával való összehasonlításban az ázsiai jelzáloghitelek piaca rendkívül heterogén, ezért nehéz megragadni a legfontosabb jellemzőit (*Kobayasi* [2016]). A jelzáloghitel-állomány Indiában 9 százalékot, Thaiföldön 20 százalékot, Hongkongban 45 százalékot, Szingapúrban pedig 56 százalékot ér el a nominális GDP százalékában (*Kobayashi* [2016] és *HOFINET* [2017]). Japánban a hasonló mutató 41 százalék. A jelenlegi egy főre jutó GDP Ázsiában nagyjából négyszer akkora, mint 1990-ben volt. Számos ázsiai országban a jelzálogpiac drámai mértékben változik, aminek eredménye megannyi lehetőség és kihívás. Várhatóan ez a régió lesz a világgazdaság növekedési központja az elkövetkező években, azonban a jelenlegi helyzet szerint számos ázsiai országban a jelzálogpiac még mindig fejlődési fázisban van (*Kobayashi* [2012]). Talán nem meglepő módon a kínai jelzálogpiac mérete a legnagyobb ebben a régióban. A piac mérete 2004. júniusi adatok szerint összességében 1670,7 milliárd dollár (13 800 milliárd renminbi/jüan), amely 2016 végére 19 600 milliárd renminbire emelkedett (*Dong-Xia* [2018]). Kína után Japán következik a jelzálogpiacok rangsorában. Érdemes azonban rámutatni arra, hogy a kínai és a japán piacok szerények az Egyesült Államok vagy éppen az Egyesült Királyság jelzálogpiacaival való összehasonlításban. További érdekesség, hogy a kínai jelzálogpiac az ország népességéhez viszonyítva arányaiban kisebb, de ez igaz a Hongkonggal való összehasonlításra is.

Az első jelzálogkölcsonnt a China Construction Bank (CCB) bocsátotta ki 1986-ban, 2005-ben pedig az első jelzáloggal fedezett papírját (MBS). 2011 végén az országban a kinn levő jelzálogkötvények egyenlege 1,04 ezer milliárd dollár volt, amely 6,6 ezer milliárd renminbinek felelt meg. Ennek pedig az éves növekedési üteme közel 15 százalék volt (uo.). A nemteljesítő hitelek állománya stabilan 0,3 százalék maradt 2011-ben. A kínai döntéshozók számára az egyik legnagyobb kihívást a lakásárak növekedésének kordában tartása jelenti. A hatóságok különböző intézkedéseket vezettek be, de a kínai állampolgároknak erős a hajlandósága az olyan kézzelfogható eszközök vásárlására, mint az ingatlanok. Mindez még akkor is igaz, ha az ingatlant csak 70 évre vásárolhatják meg, tehát a tulajdonjog 70 évre szól (*Glaeser és szerzőtársai* [2017]). Az ázsiai országok leggyakoribb jelzálogkölcson-típusai a változó kamatozású jelzáloghitelek (*adjustable rate mortgage, ARM*), az egy ideig fix, majd változó kamatozású konstrukció és a rögzített kamatozású jelzáloghitelek (*fixed rate mortgage, FRM*). A tipikus keletkeztető követelmények a jelzáloghitelek esetében azt mutatják, hogy a hitelfedezeti arány (*loan to value, LTV*) 70 százalék és 80 százalék között mozog. Vietnam mutatója a legalacsonyabb: 50 százalék, míg Indiáé a legmagasabb: 85 százalék. A jelzáloghitelek futamideje változó, ugyanis Indiában, Indonéziában és Dél-Koreában 20 év, míg Kínában, Japánban, Malajziában és Vietnamban 30 év.

*Cacnio* [2014] 13 dél-ázsiai és délkelet-ázsiai országtanulmány segítségével arra mutat rá, hogy a jelzáloghitel-állomány nagysága nem jelent kockázatot a régiós bankok pénzügyi stabilitására. *Kumar* [2014] India kapcsán azt hangsúlyozza, hogy a teljes hitelállományon belül a lakáshitelek arányának növekedése negatív kapcsolatot mutat a nemteljesítő hitelek (*non-performing loans, NPL*) számának növekedésével.

Az eddigi áttekintésünk alapján megállapítható, hogy néhány országban a jelzálogpiac rendkívül gyorsan növekszik, azonban a piac még mindig szerénynek mondható néhány fejlődő vagy fejlett országgal való összehasonlításban. Az ázsiai országokban a jelzálogkölcsönök összértéke és GDP-hez viszonyított arányuk még mindig rendkívül jelentéktelen.

A kihívások azonban látványosan sokasodnak, ugyanis a harmadik évezred elején továbbra is India a leggyorsabban növekvő gazdaságok egyike, ahol a gazdasági növekedést leginkább a hazai fogyasztás hajtja. Az országban a városiasodás foka jelenleg a teljes népesség 32 százalékát teszi ki, de ez 2030-ra várhatóan 40 százalékot ér el. Kedvezők a demográfiai adottságok is, ugyanis a népesség 66 százaléka 35 évnél fiatalabb. 2015 és 2022 között várhatóan 380 millió indiaival gyarapszik a középosztály, ami kihívást jelent az ország lakáspiaca számára. *Lindfield* [2016] szerint 2030-ra a Föld népességének közel 55 százaléka városokban fog lakni. Átlagosan a városok lakónépessége évente 3 százalékkal növekszik. Néhány ázsiai nagyváros gazdasági és lakossági értelemben önálló országokhoz hasonlítható. Az olyan nagyvárosok, mint Bangkok, Manila, Tokió, hatalmas részt képviselnek az egyes országok GDP-jében. A lakáshoz jutás azonban még mindig nehézkes sok-sok ázsiai számára. *Yoshino–Helble* [2016] elemzése arra mutat rá, hogy a költséghatékonyság szempontjából a jelzáloghitelek kamatának csökkentése a legelőnyösebb a keresletoldali intézkedések közül a lakásvásárlás esetében. A lakásbérlok számára pedig a pénzbeli támogatás a leghatékonyabb. Ezen utóbbi következtetés az állami beavatkozás szükségességére hívja fel a figyelmünket.

### *Egyesült Államok*

*Boeing–Wadell* [2016] szerint az Egyesült Államokban a 2008-as válság előtt és után is jelentős maradt a bérlakások szerepe. Ez leginkább annak tudható be, hogy a munkaerő mobilitása jóval nagyobb, mint például az Európai Unióban (*Barlund–Busse* [2016]). Jól ismert tény, hogy nagyrészt a magas ingatlanárak miatt sokak számára az ingatlantulajdonlás inkább nyugdíjas korban és vidéki településeken válik általánossá. A tényleges lakástulajdonosok (és nem a bérbeadás céljával vásárlók) számára a jelzálog-hitelezés akkor válhat jelentős mértékűvé, amikor a törlesztőrészlet a bérletért fizetett havi díj alternatívájává válik. Ez pedig leginkább csak alacsony kamatkörnyezetben valósul meg, egyébként nem valós a választási lehetőség. Hatalmas anomáliákat okozhat – és okozott is – az úgynevezett elsétálási jog, amely klaszikusan amerikai jogi megoldás. A 2008-as válság végső kiváltó oka is az volt, hogy a korábbi hitelfelvevők a kamatok meredek emelkedése miatt egyre nagyobb törlesztőrészleteket voltak kénytelenek visszafizetni. Egy pont után pedig a havi törlesztőrészlet jelentősen meghaladta a bérleti díj szintjét, és a jellemzően a társadalom szegényebb részébe tartozó adósok (tehát akiknek a hiteleit eleve magasabb kamatozású, nagyobb kockázatot jelentő, úgynevezett másodrendű jelzálogpapírokkal fedezték) tömegesen adták vissza az ingatlanjaik kulcsát a hitelezőknek. Az is igaz továbbá, hogy a korábbi, kockázatosabb jelzálogadósok által használt (és egyben elhasznált/lelakott) tömegingatlanok piaci ára a töredékére esett rövid idő alatt, és ebből (végső

okként tehát az elsételési jogból!) adódóan váltak mérgezetté nagy volumenben az amerikai jelzálogpapírok.

Látható tehát, hogy az Egyesült Államokban lezajlott másodrendű jelzáloghitel- (*subprime*) válság a pénzügyi rendszer diszfunkcionális működésének következménye volt (Gerlach [2012], Király [2016]). Jól tudható, hogy egyszerre hozott létre túlzott lakossági eladósodást és egy olyan árnyékbankrendszert, átláthatatlan, strukturált termékpiacot, amelynek elsődleges jellemzője a „hozamvadászat” volt. Ennek várható következménye volt 2007 nyarán a buborékok kipukkanása és a finanszírozási és likviditási válság kialakulása.

Ez a másodrendű piac 1990-től vált igazán népszerűvé, leginkább az alacsony kamatok és a hitelbírálat felpuhulása következtében. Gramlich [2004] rámutatott, hogy e hitelek volumene 1994 és 2000 között ötszörösére növekedett. Király [2016] szerint azonban az igazi boom csak a harmadik évezred elején következett be. 2001 és 2007 között a másodrendű jelzáloghitelek volumene meghatszorosodott. Míg 2001-ben a másodrendű jelzáloghitelek a teljes jelzáloghitel-állomány 5 százalékát adták, addig ez az arány 2007-re meghaladta a 15 százalékot. 2007 végén az amerikai háztatásoknak összesen 13 ezer milliárd dollárnyi hitele volt (a GDP több mint 100 százaléka), amiből 10 ezer milliárd dollár volt a jelzáloghitel, ezen belül 1400–1500 milliárd a másodrendű hitel (MBA [2007], IMF [2008]).

Ebben a válság előtti időszakban az Egyesült Államok történetének egyik legnagyobb ingatlanár-növekedése következett be. Shiller [2007] szerint a lakóingatlanok értéke – az ezt területileg is mérő Case–Shiller-index szerint – 2000 és 2006 júniusa között 226 százalékra növekedett. Az értékpapírosítás és a lakásár-növekedés között pozitív visszacsatolás működött: a lakásárak növekedése növelte a hitelkínálatot, a növekvő hitelvolumen pedig további lakásár-növekedést generált (Mian–Sufi [2009]).

Látnunk kell, hogy a másodrendű hitelek felfutása annak volt az eredménye, hogy az alacsony kamatkörnyezetben a jelzáloghitelek kibocsátói fellazították a hitelezési standardokat, nyitottak a kockázatosabb társadalmi rétegek felé, illetve olyan termékeket kínáltak, amelyek a kevésbé hitelképes adósok számára is elérhetővé váltak (Demyanyk–Hemert [2011]). A buborék kipukkanása után pedig látványosan befagyott az amerikai jelzálogpiac.

A 2008-as válság kapcsán egyértelműen kiderült, hogy a jelzáloghitel alapvetően nem hibás termék, viszont a körülmények szerencsétlen egybeesése esetén nagyon könnyen azzá válhat.

## Európa

Ebben a részben rövid áttekintést adunk az európai jelzálogpiaci válság előtti helyzetről és napjaink tendenciáiról. Külön csoportban kezeljük az EU15-öt, a 2004 előtt csatlakozott tagországokat és a 2004 után csatlakozókat (EU12), néhány esetben pedig az euróövezet országaira is utalunk. Ezt a felosztást leginkább azért alkalmazzuk, mert a két régió jelzálogpiaca alapvető tulajdonságait tekintve különbözik egymástól.



JELZÁLOGPIAC AZ EU ÚJ TAGÁLLAMAIBAN • Az EU 2004 után csatlakozott tagországokban a Szovjetunió összeomlása és az államszocialista gazdaságpolitika leépülése után a szabályozói és az intézményi keretrendszer reformjával megteremtődött a folyamatos piacgazdasági növekedés lehetősége. A transzformációs válságot követően a háztartások jövedelemnövekedése volt a bankpiacok egyik legfontosabb húzóereje. A bankok megkezdték jelzálog-hitelezési tevékenységüket. A jelzálogpiacok kialakulása a transzformációs országok pénzügyi fejlődésének része volt (Roy [2008]).

A legtöbb országban az átmeneti időszakban magánkézbe került a korábbi állami lakásállomány, azonban a háztartások lakástulajdonukat nem használták fedezetként finanszírozási szükségleteikhez. Az 1990-es években fokozatosan kiépültek a jelzálog- és hitelpiacok, ami – ahogyan azt korábban említettük – egyben a pénzügyi integráció mélyülését is jelentette. A hitelezés gyors felfutásával az újonnan csatlakozott EU-országokban a teljes hitelállomány GDP-beli aránya a 2000-es 17 százalékról 2007-re 55 százalékra emelkedett. Ezen belül a háztartások jelzáloghitel-állománya 2000-ben még a GDP 5 százalékát sem tette ki, azonban 2007-re meghaladta a GDP 25 százalékát. Ezen átlagos statisztikai adatok jelentősen szóródnak: 2007-ben a háztartási hitelek állományának GDP-beli aránya Horvátországban, Lettországban és Észtországban meghaladta a 40 százalékot, míg Romániában és Szlovákiában nem érte el a 20 százalékot. A különbségek még erőteljesebbek, ha a rendelkezésre álló jövedelmet és a háztartási hitelállományt vetjük össze. Amíg ez a mutató 64 százalékot ért el Lettországban és 79 százalékot Észtországban, addig Romániában csak 23 százalékot mutatott (Beck és szerzőtársai [2010]).

A jelzáloghitelek aránya a teljes háztartási hitelállományon belül ugyancsak jelentősen szóródott az újonnan csatlakozott országok esetében. Amíg 2007-ben a jelzáloghitelek a háztartási hitelek 80 százalékát képviselték Észtországban, addig ez az érték Romániában mindösszesen 20 százalék volt. Átlagban a jelzáloghitelek a háztartási hitelek 56 százalékát tették ki 2007-ben az újonnan csatlakozott EU-országokban. Ez pedig leginkább arra utal, hogy a jelzáloghitelek csak egy – jóllehet lényeges – komponensét képezték a teljes háztartási hiteleknek (uo.).

Fontos továbbá rámutatni arra is, hogy mind a régi, mind az új EU-tagországok esetében jelentős különbségek mutatkoztak abban, hogy a jelzálogkölcsonőket milyen fizetőeszközben denominálták. Ennek azért kell kiemelt figyelmet kapnia, mert a felvett hitel fizetőeszközének hatása van a hitelek megfizethetőségére és a háztartások anyagi sérülékenységére. Az EU régi tagállamaiban majdnem minden háztartási és jelzáloghitel saját fizetőeszközben jegyezték/jegyeznek, míg az EU új tagállamaiban a jelzálogkölcsonők jelentős hányadát külföldi fizetőeszközökben (euróban, illetve svájci frankban) tartották nyilván. A háztartási hitelek gyors növekedését részben a kereslet ösztönözte, ami mögött a magasabb jövedelmek és a magasabb várható jövőbeli jövedelmek álltak. Az, hogy az alacsonyabb kamatot jelentő külföldi fizetőeszközök nagyobb jelentőséget kaptak, azzal is magyarázható, hogy a felértékelődő helyi fizetőeszközök kapcsán racionális várakozások alakultak ki, amit leginkább a Balassa–Samuelson-hatás magyarázott.

A külföldi fizetőeszközben jegyzett jelzálogkölcsonők aránya azonban jelentős szórást mutatott az új EU-országok esetében. Ez a mutató kevesebb mint 1 százalék

volt a Cseh Köztársaságban, több mint 50 százalék Magyarországon és majdnem 90 százalék Romániában. Ez már akkor különösen nagy kockázatot hordozott magában Magyarország esetében, ahol ezen jelzálogkölcönök jelentős része svájci frankban volt denominálva, amely jóval volatilisabb, mint az euró (ECB [2009]). A változó kamatozású kölcsönök aránya ugyancsak eltért az egyes országok között, a részarányuk Magyarországon, Szlovákiában és Szlovéniában a 80 százalékhoz közelített.

**A JELZÁLOGPIAC AZ EU RÉGI TAGÁLLAMAIBAN ÉS AZ EURÓÖVEZETBEN** • Az euróövezetben a jelzálogkölcönök nagysága 1999-ben a GDP 27 százalékát tette ki, a válság előtti évben, 2007-ben pedig a GDP 42 százalékát. Ez a növekedés az alacsony kamatlábaknak és a jelzálogpiac intenzívebb versenyének tudható be, amely leginkább az alacsonyabb kamatfelárakban öltött testet. A jelzálogkölcönök átlagos nagysága növekedett, amit lejáratí idejük növekedése is segített. Ráadásul a válság előtti években az intenzív verseny miatt olyan új jelzálogpiaci termékeket vezettek be, amelyek lehetővé tették a lakosság számára a magasabb tartozás/tőke arányú kölcsönök felvételét. Az egy főre jutó eladósodottság mutatója az euróövezet egészében rekordmagas szinten állt 2007-ben, és az 1999-es évvel való összehasonlításban kisebb szórást mutatott az országok között, ami annak volt a bizonyítéka, hogy a kevésbé eladósodott háztartások az eladósodottság tekintetében felzárkóztak, és a lakásárak eltérő ütemben emelkedtek (Bouyon [2017]).

1999 és 2007 között a háztartások bruttó teljes kamatfizetési kötelezettsége Belgiumban és Németországban csökkent, növekedett Spanyolországban, Hollandiában,<sup>3</sup> Portugáliában és Finnországban. Olaszországban viszonylag alacsony szinten maradtak 2007-ben, és némileg magasabbak voltak (nagyjából 4 százalékkal) Németországban, Spanyolországban, Portugáliában és Finnországban. 1999 és 2007 között a lakásvásárláshoz kapcsolódó kölcsönök leginkább Görögországban (30,3 százalék) növekedtek, míg a legkevésbé (3,0 százalék) Németországban. A lakásárak nagyobb mértékben Spanyolországban (11,9 százalék) növekedtek, míg a legkevésbé Ausztriában (1,2 százalék) (Bouyon [2017]).

Nyugat-Európában a háztartási jelzáloghitel-állomány a GDP százalékában kifejezve 2000 és 2007 között a GDP 42 százalékáról 50 százalékára növekedett úgy, hogy a háztartási hitelek állománya jelentős változékonyságot mutatott. Olaszországban elérte a GDP 30 százalékát, míg Dániában a 124 százalékára rúgott. Ausztriában a lakások 54 százalékát jelzáloghitel segítségével vették meg, míg Hollandiában majdnem 90 százalékuk kelt el ilyen formában. Átlagban a jelzáloghitelek a háztartási hitelek 72 százalékát tették ki 2007-ben Nyugat-Európában. A változó kamatozású kölcsönök aránya nagyobb változékonyságot mutatott. A kölcsönök egyharmada volt ilyen Franciaországban és Dániában, ugyanakkor Portugáliában 95 százalékuk (Beck és szerzőtársai [2010]).

A 2008-as jelzálogpiaci válságot követően a pénzügyi rendszerek szabályozása megváltozott, és a jelzálogmenedzsment is elővigyázatosabb lett. 2008 óta a hitelállomány nagyfokú leépülése figyelhető meg néhány EU-országban, leginkább olyanokban,

<sup>3</sup> A kamatfizetési kötelezettség rendkívül magas volt Hollandiában, de e mögött a jelzálogkölcönt felvett háztartások magas aránya is meghúzódik.

mint Írország, Portugália, Spanyolország, ahol jelentős túleladósodottság volt megfigyelhető. Ezekben a gazdaságokban a jelzálogkölcsonök 2016-os bruttó állománya sokkal alacsonyabb volt, mint a 2007-es értékek, ugyanakkor az utóbbi években egy szerény növekedés már megfigyelhető (*Bouyon* [2017]).

2016-ban a jelzálogkölcsonök piaca több szempontból is kettős képet mutatott. Néhány országban továbbra is kizárólag változó kamatozású jelzálogkölcsonöket nyújtanak, míg máshol hosszú távon rögzített kamatok vagy ezek valamilyen változata van érvényben. Fontos azonban, hogy az a tendencia kezd kirajzolódni, mely szerint a rögzített kamatok a dominánsak, ugyanis a kölcsonök felvevői a jelenleg elérhető kedvező feltételeket próbálják kihasználni, továbbá tudatosabb döntéseket hoznak.

Az EU-ban a kint lévő kölcsonök nagysága 2015-ről 2016-ra 1,4 százalékkal csökkent, ami többek között az angol font brexit miatti leértékelődésének tudható be. Figyelmelen kívül hagyva az árfolyamok változását, a lakossági kölcsonzés nagysága 167 milliárd euróval emelkedett. Az utóbbi 10 év tendenciái alapján az EU jelzálogpiacán pedig öt domináns országot kell megemlítenünk: Egyesült Királyság, Németország, Franciaország, Hollandia és Spanyolország. Ezek együttesen az EU teljes lakossági jelzáloghitel-állományának 81 százalékát adták 2016-ban (uo.).

Az utóbbi időben a jelzáloghitelek kamatváltozásának a trendje megfordult, és bizonyos esetekben a kamatlábak már emelkedni kezdtek.

Másfajta kettősség mutatkozik meg abban, hogy amíg például a mediterrán országokban a lakástulajdonlás fontos az egyének életében, addig például Németországban az emberek leginkább lakást bérelnek, és más eszközökbe fektetnek be. Komoly heterogenitást mutatnak a háztartások abból a szempontból is, hogy jelzáloghitelek felvétele mellett vásárolnak lakást, vagy sem. Hollandiában például a lakásvásárlások 60 százaléka esetében jellemző a jelzálogkölcson felvétele. Románia viszont éppen ellentétes képet mutat, ugyanis a lakosság 0,9 százalékának van jelzálogkölcsonja, és a lakástulajdonosok 95,6 százaléka jelzáloghitel felvétele nélkül jutott lakáshoz.<sup>4</sup>

Az, hogy az EU jelzálogkölcson-adósainak mások a preferenciái a fix vagy éppen a változó kamatozású jelzáloghitelek tekintetében, leginkább az eltérő szabályozói környezetnek és kulturális tényezőknek tudható be. Az azonban feltétlenül igaz, hogy az alacsonyabb jelzálogkölcson-kamatú környezetben a rögzített kamatlábú konstrukció vált népszerűbbé, ugyanis a fogyasztók igyekeznek előnyt kovácsolni az olcsó pénzből még akkor is, amikor a kamatlábak emelkedésnek indulnak. Ez a folyamat leginkább Spanyolországban figyelhető meg, ahol 2016 végén az új kölcsonök közel 58 százalékának volt valamilyen kezdeti fix kamatperiódusa, összehasonlítva a 2015 végi 37 százalékos értékkel (uo.).

A javuló munkaerőpiaci helyzet, a gazdasági növekedés és az alacsony kamatkörnyezet eredményeképpen az EU aggregált bruttó kölcsonzési mutatói követték/követik a 2012-ben indult növekvő tendenciát, és már olyan szintet érnek el, amely 2007-ben, a válság előtt volt megfigyelhető. A jelzálogpiacok jelentős növekedése miatt számos országban szigorúbb makroprudenciális szabályokat vezettek be annak érdekében, hogy megelőzzék a piac túlhevülését. A legfontosabb intézkedések a szigorúbb

<sup>4</sup> [https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Housing\\_statistics](https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Housing_statistics).

LTV-szabályok vagy éppen azon kölcsönök szabályozása, amelyek meghaladják az LTV-küszöbértéket. Erre pedig azért van szükség, hogy megóvják azokat az adósokat, akiknél kevesebb saját tőke áll rendelkezésre az új lakások megvásárlására. A svéd *Financial Supervisory Authority* szabályozásához hasonló amortizációs szabályokat írtak elő (SBA [2017]), amelyek az olyan adósok számára, akik esetében a hitelkorlát-mutatók (*loan to income, LTI*) magasabbak 4,5-nél, sokkal szigorúbb korlátokat vezettek be.

A globális jelzálogpiaci helyzetkép összefoglalása után a következőkben elemezzük a jelzáloghitelek törlesztési paramétereit, valamint pénzügyi matematikai levezetéssel alátámasztva egy új jelzáloghitel-konstrukciót ismertetünk. Ennek célja az, hogy a globális helyzetkép során bemutatott problémákat és kockázatokat valós, a gyakorlatban alkalmazható megoldással mérsékeljük, illetve oldjuk fel.

## A jelzáloghitelek jellemzői

A jellemzők és következményeik meghatározásához és szemléltetéséhez néhány egyszerűsítő feltevést fogunk alkalmazni, amelyeket előzetesen összefoglalunk.

Az elmúlt évtizedek elérhető adatai alapján megvizsgáltuk az éves átlagos referenciakamatok (1 havi BUBOR, 1 havi LIBOR), az infláció, az átlagbér és a lakásárindex alakulását Magyarország, Németország és az Egyesült Államok esetében. Az alapadatokból a teljes időszakra az első év adataiból kiindulva, kamatoskamat-számítással minden évre aggregált növekedési adatokat képeztünk. Ezen adatsorok közötti korrelációs összefüggéseket vizsgáltunk országonként, és igen magas korrelációs együtthatókat kaptunk.<sup>5</sup>

Ez természetesen nem okozott különös meglepetést, hiszen az árváltozás az élet szinte minden területét áthatja, és ahogy a korrelációs együttható mutatja is, ez a vizsgált adatsorok vonatkozásában erős együttmozgást mutat. Két-három évtizedes távlatban a rövidebb időszakok zavarai kisimulnak, és az adatsorok megmutatják, hogy a vizsgált változók között milyen sorrend állítható fel. Ezekre a következő növekvő relációs sorrendet kaptuk: Magyarország: infláció < lakásár < referenciakamat < átlagbér. Egyesült Államok: infláció  $\approx$  átlagbér < lakásárindex  $\approx$  referenciakamat. Németország: lakásárindex < infláció < referenciakamat  $\approx$  átlagbér. A körülbelül egyenlő jelet ( $\approx$ ) akkor alkalmaztuk, amikor az átlagos éves eltérés kisebb volt 0,2 százaléknál. Az aggregált adatsorok alapján meg kell említenünk, hogy a legkisebb és a legnagyobb növekedésű adatsorok között az éves átlagos különbség jellemzően

<sup>5</sup> Magyarország: (BUBOR és infláció; 1996–2017) = 0,9510, (infláció és átlagbér; 1960–2017) = 0,9918, (infláció és lakásárindex; 1990–2017) = 0,9746.

Németország: (LIBOR és infláció; 1987–2017) = 0,9898, (LIBOR és átlagbér; 1992–2017) = 0,9752, (LIBOR és lakásárindex; 1970–2017) = 0,8007.

Egyesült Államok: (LIBOR és infláció; 1987–2017) = 0,9834, (LIBOR és átlagbér; 1987–2017) = 0,9831, (LIBOR és lakásárindex; 1987–2017) = 0,9776.

Az adatforrások a magyarországi adatok esetében: (KSH, a), (KSH, b), (MNB, a), (MNB, b). A nemzetköziek esetében: Destatis (2018), Fred Economic Data (2018), Bureau of Labor Statistics (2018), US Inflation Calculator (2018), Inflation.eu (2018), Global-rates.com (2018) és EconStats.Tm (2018). Az időintervallumokat az adatok létezése, illetve a megtalált internetes elérhetőség határozta be.

nem érte el a 2 százalékot, azaz hosszú távon az átlagbér-növekedés jellemzően együtt mozog az egy hónapos referenciakamattal és a lakásárindexszel.

Ezen adatsorok erős korrelációi miatt a továbbiakban a modellalkotás és a következmények levonása során azzal a közelítéssel élünk, hogy a fenti négy adat százalékos változása azonos.

*A klasszikus annuitásos hitel törlesztőrészletének jellemzője*

A pénzügyi számítások egyik kedvelt feladata a hitelek annuitásos, összegében állandó törlesztőrészletének a meghatározása. Ezt az egyetemi tankönyvek rendszerint az örökjáradékból vezetik le, és jutnak el a következő eredményhez (a későbbiek miatt legyen  $r$  az alapkamatláb,  $m$  a hitel kamatfelára [legyen  $R = r + m$ ],  $n$  pedig a törlesztőrészletek száma, gyakran időegységben kifejezve):

$$\text{Törlesztőrészlet} = \frac{\text{Felvett hitelösszeg}}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R(1+R)^n}}. \tag{1}$$

Az (1) eredményhez a következő – nem szokásos – úton is eljuthatunk.

A hitelösszeg pontosan egyenlő az  $X_i$  törlesztőrészleteknek az  $R = r + m$  szerint diszkontált jelenértékével, azaz

$$\text{Felvett hitelösszeg} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{(1+R)^i}. \tag{2}$$

Az annuitási követelmény szerint a törlesztőrészletek egyenlők, azaz

$$X_i = X_j = X. \tag{3}$$

Az általános mértani sorozat formája és összegképlete:

$$S_n = a_1 \sum_{i=1}^n q^{i-1} = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}. \tag{4}$$

A (2) képletből a (3) egyenlőség miatt az  $X$  kiemelhető, továbbá jelen esetben az

$a_1 = q = \frac{1}{1+R}$  összefüggések alapján

$$\text{Felvett hitelösszeg} = X \times \frac{1}{1+R} \times \frac{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+R} - 1}. \tag{5}$$

Ebből  $X$ -et kifejezve, majd a triviális egyszerűsítéseket elvégezve:

$$X = \frac{\text{Felvett hitelösszeg} \times (1+R) \left(\frac{1}{1+R} - 1\right)}{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1} = \frac{-\text{Felvett hitelösszeg} \times R}{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1}. \tag{6}$$

Az (1) és a (6) képletek azonosságát a következő átrendezéssel láthatjuk be:

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R(1+R)^n} = \frac{-R}{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1}$$

Mindkét oldalt átrendezve:

$$\frac{1}{R} \times \left(1 - \frac{1}{(1+R)^n}\right) = \frac{R}{-\frac{1}{(1+R)^n} + 1}$$

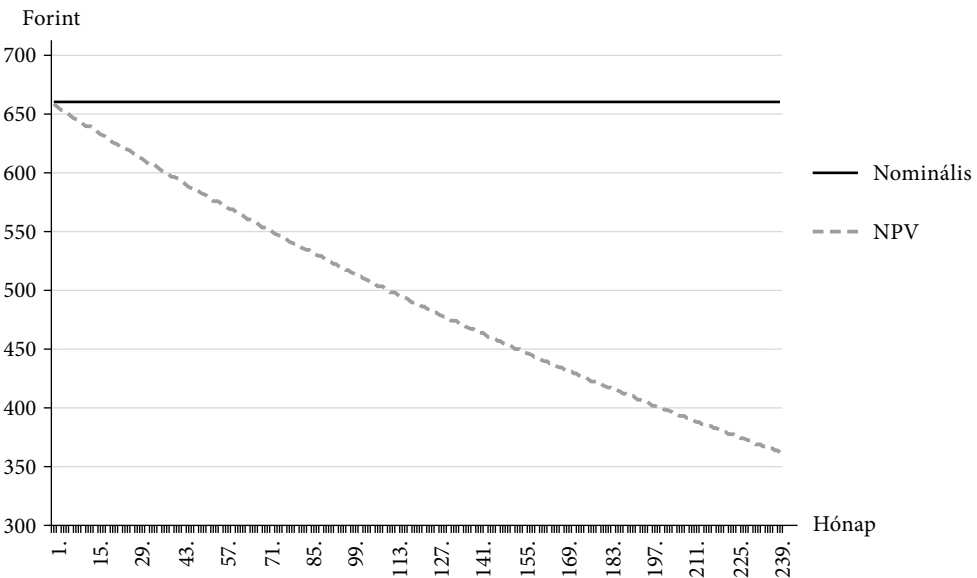
A bal oldalon az  $1/R$  törttel való osztás megfelel az  $R$ -rel mint reciprokkal való szorzásnak, így pedig a két számláló és a két nevező is azonos, azaz a két oldal egyenlő.

Ezzel az (1) és (6) képletek azonosságát igazoltuk. Ez az igazolás nem volt öncélú, hanem a későbbi levezetés logikáját és az eredményekre való ráhangolódást készítette elő.

Egy konkrét példa kapcsán a klasszikus annuitásos törlesztőrészletek nominális és jelenértékét (NPV) az  $r$ , azaz az alapkamat szerint diszkontálva mutatja az 1. ábra. A Felvett hitelösszeget  $H$ -val jelöljük. A továbbiakban kamaton, illetve kamatlábon az éves kamatot, illetve kamatlábat fogjuk érteni és használni.

### 1. ábra

A klasszikus annuitásos hitel törlesztőrészleteinek nominális és jelenértéke ( $H = 100\,000$ ,  $r = 3$ ,  $m = 2$ ,  $R = r + m$ ,  $n = 240$ )



Forrás: saját szerkesztés a vázolt modell alapján.

Amint látható, a nominálisan állandó törlesztőrészletnek az az „ára”, hogy az induló törlesztőrészlet viszonylag magas, majd az idő múlásával a diszkonttényező léte miatt

a havi törlesztési teher folyamatosan inflálódik. Ha a lakásvásárlók munkahelyi jövedelme (például előléptetések vagy a hosszabb munkatapasztalat elismerése miatt) az évek során a modellben feltételezett átlagbér-növekedésnél gyorsabban növekszik, továbbá feltételezve azt, hogy a lakásberendezés költsége és a gyermekvállalás többelteköltsége is a lakásmegvásárlást közvetlenül követő időszakra esik, akkor a jelzáloghitelek törlesztési paraméterei ellentétesek a lakossági életciklussal, hiszen a lakásvásárlókat a lakásvásárlást követő években túlterhelik, majd a futamidő második felében a terhelhetőségükhöz képest alulterhelik. Beruházási hiteleknél is hasonló a helyzet, ugyanis az új beruházás hatására a vállalat jövedelemtermelő képessége az idő előrehaladtával emelkedni fog, miközben a hitelteher ezzel ellentétesen csökken, azaz az induló időszak túl-, míg a záró időszak alulterhelt.

A kamatlábváltozás hatását a törlesztőrészletre az (1) függvény  $R$  szerinti teljes deriváltja adja meg:

$$X'(R) = -\text{Felvett hitelösszeg} \times \frac{\frac{-1}{R^2} + \frac{1}{R^2(1+R)^n} + \frac{n}{R(1+R)^{n+1}}}{\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{(1+R)^n}\right]^2}. \quad (7)$$

Ezt a hatásában jelentős kockázatot az 1. táblázatban és a 2. ábrán is megmutatjuk.

### 1. táblázat

Annuitásos hitel törlesztőrészleteinek függése a kamatlábtól (hitelösszeg 100 000 forint, futamidő 240 hónap)

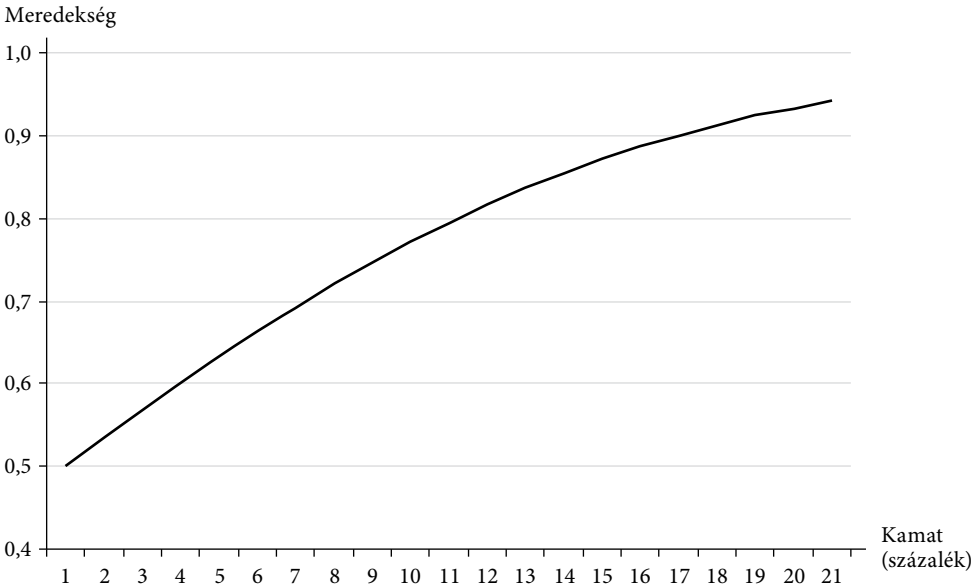
Kamat ( $R$ ) (százalék)	Törlesztőrészlet (forint)	Nominális növekedés (forint)	Százalékos növekedés
0	417		
1	460	43	9,40
2	506	46	9,09
3	555	49	8,78
4	606	51	8,48
5	660	54	8,18
6	716	56	7,88
7	775	59	7,59
8	836	61	7,31
9	900	63	7,03
10	965	65	6,77

Forrás: saját szerkesztés.

Az 1. táblázat alapján azt látjuk, hogy a szokásos kamatszintkörnyezetben 1 százalékpontos kamatláb-emelkedésnek a törlesztőrészletre gyakorolt hatása hatványozott, normál kamatszint mellett annak 6-8-szorosa! Ugyanezt a gyors

## 2. ábra

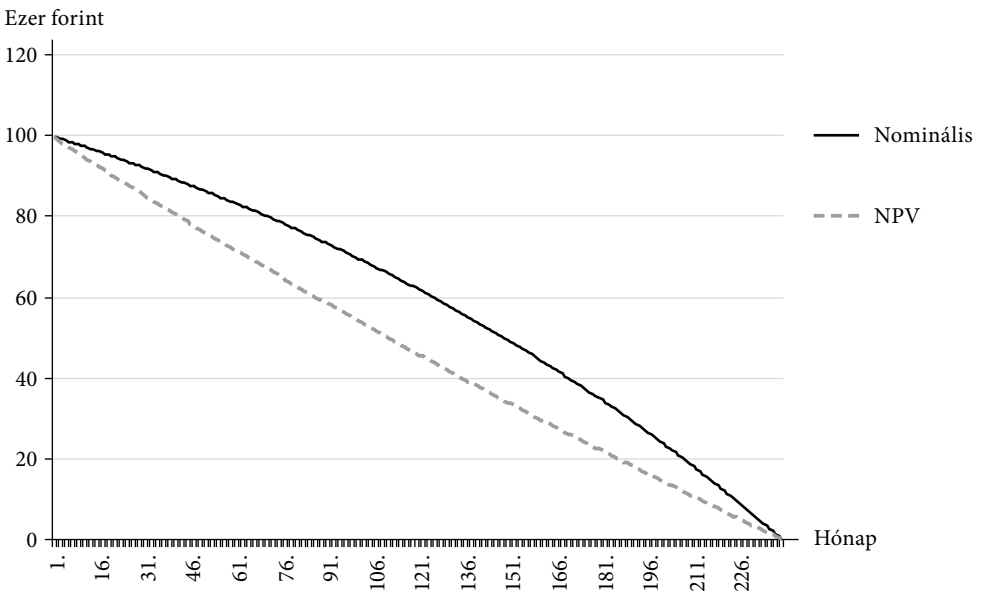
A (7) képlet alapján az annuitásos hitel törlesztőrészeinek kamat szerinti meredeksége ( $H=1$ ,  $R=0-20$ ,  $n=240$ )



Forrás: saját szerkesztés a vázolt modell alapján.

## 3. ábra

A klasszikus annuitásos hitel tőketartozása nominális és jelenértékének változása ( $H=100\ 000$ ,  $r=3$ ,  $m=2$ ,  $n=240$ )



Forrás: saját szerkesztés a vázolt modell alapján



emelkedést mutatja a derivált függvény ábrázolása is. Az *1. ábráról* (amely konvex!) is látható, hogy a piaci realitáson belüli kamatláb-változás olyan mértékben hat a törlesztőrészlet változására, hogy az a kamatkörnyezet lehetséges elszabadulása esetén társadalmi szintű problémákat okozhat.

A hitelezői kockázatok miatt érdemes megnézni a futamidő alatt fennálló tőke-tartozás értékét és jelenértékét. Az előző konkrét példánál maradva, ezt mutatja meg a *3. ábra* és konkrét értékekkel a *Függelék F2 táblázata*.

Amint az várható is volt, a tőketartozás – a kezdeti túlterhelés miatt – gyorsan csökken. Összefoglalásképpen meg kell jegyezni, hogy a hagyományosan magasabb kamatszintű, továbbá a jelentősebb kamatemelkedéssel veszélyeztetett országok számára a jelenleg alkalmazott klasszikus annuitásos, azaz a nemzeti fizetőeszközben nominálisan rögzített törlesztőrészlet számítása helyett el kell készíteni egy új, a fogyasztók számára kedvezőbb törlesztőrészlet-számítási módszert. A cél az, hogy a törlesztőrészletek a teljes futamidő alatt a társadalom számára megfizethető mértékűek legyenek. Ennek egyik lényegi eleme az, hogy az új törlesztőrészlet-számítás kamatváltozási hatása jelentősen mérsékeltebb legyen.

### *A jelenértékben állandó jelzáloghitelek-konstrukciók*

A globális jelzálogpiaci helyzetkép alapján állíthatjuk, hogy a klasszikus jelzálog-hitelezés elterjedésének egyik feltétele, hogy az alapkamatláb legyen viszonylag alacsony (általános tapasztalat szerint 10 százalék alatti, e felett ugyanis társadalmi szinten megfizethetetlen az induló havi törlesztőrészlet!), és a kamatszint változása lehetőleg ne legyen hektikus.

A múltban ugyanis éppen ezen okok miatt terjedtek el több kelet-közép-európai, illetve közép- és dél-amerikai országban a közvetítő devizás (például svájcifrank-vagy dolláralapú) jelzáloghitelek. Ezek esetében ugyanis jóval alacsonyabbak voltak az induló törlesztőrészletek, a várható törlesztési tulajdonságok (a gyors piaci térnyerésük, azaz népszerűségük alapján)<sup>6</sup> jobban megfeleltek a – korábban körülírt – lakossági életciklusnak és igényeknek, ugyanis a nominálisan állandó deviza-törlesztőrészlet forintellenérték-terhét a jellemzően ellentétesen jelentkező árfolyam-növekedés és a forint-diszkonttényező együttes hatása határozta meg: ha ezek egymást kioltották, akkor a törlesztőrészletek jelenértékben közel állandók lettek.

A gazdasági válság hatására azonban éppen ezen országokban a keresztárfolyam drasztikus romlása, az Egyesült Államokban pedig az elsétálási jog – mint a jelzálogpiac összeomlásának eredendő oka – lerombolta a jelzálogpiacot. Az érintett országokban utólag több elemzést is végeztek a kutatók, így például a svájci frank/forint árfolyamváltozás kapcsán a hitelterhek valóságos és elméleti összevetését végezték el (*Berlinger–Walter* [2013], *Király–Simonovits* [2015], *Radnai* [2015]). E tanulmányok

<sup>6</sup> Például 2003–2008 között a jelzálog-hitelezéshez közvetítő devizát alkalmazó kelet-közép-európai országokban az új hiteleknel a devizahitelek aránya 70 százalék körül volt (<https://www.mnb.hu/letoltes/hatteranyag-1002.pdf>).

egyöntetű megállapítása, hogy a lehetséges szélsőséges piaci hatások miatt optimális közvetítő deviza hiányában ezekben az országokban nemzeti fizetőeszközben a közvetítő devizás (például svájci frank, dollár) megoldásra nem lehet stabil jelzálogpiacot felépíteni. Ezen megoldással kapcsolatban azonban meg kell még említeni, hogy az optimális törlesztési paramétereket megcélózva, a nemzeti devizákra alapozva is lehetett volna – a devizaalapú hitelek matematikai és optimális letükrözése révén – megfelelő törlesztőrészlet-képletet bevezetni.

**AZ IDEÁLIS JELZÁLOGHITEL-KONSTRUKCIÓ KÉPLETE A KÖZVETÍTŐ DEVIZÁS ANALÓGIA ALAPJÁN** • Amennyiben a jelzáloghitel felvétele egy alapkamatmentes ( $k = 0$ ) ideális devizára átszámolva történne, amelynek a kalkulált árfolyamát folyamatosan és pontosan a nemzeti fizetőeszköz alapkamata alapján határoznának meg, akkor a közvetítő, ideális devizára átszámolt eladósodásnak a havi terhe alacsonyabb szintről indulna, a törlesztési teher pedig a közvetítő devizában – az annuitás alapján – nominálisan szinte állandó lenne. A törlesztőrészlet a hitelfelvevő nemzeti devizában azonban folyamatosan és pontosan annyival emelkedik, mint amennyi a nemzeti devizának az alapkamata alapján számolt árfolyam-növekedésből adódik, ez pedig nagyságrendileg (lásd az erre vonatkozóan az 5. lábjegyzetben említett 0,951-es korrelációs együtthatót!) az inflációval lesz azonos. Ahogy a korrelációs összefüggéseknél említettük, az *átlagos infláció*  $\leq$  *átlagos béremelkedés* közötti összefüggés alapján a havi törlesztőrészlet a jövőbeli havi jövedelemnek csökkenő (egyenlőség esetén állandó) része marad.

Az így elmondottak szerint a közvetítő deviza esetében a törlesztőrészlet képlete ( $r = 0$  miatt):

$$\text{Ideális devizában a törlesztőrészlet} = \frac{\text{Felvett hitelösszeg}}{\left[ \frac{1}{m} - \frac{1}{m(1+m)^n} \right]}. \quad (8)$$

Az árfolyamváltozáshoz a jövőbeli hiteltörlesztési értékek egyenlőségi követelménye alapján juthatunk el. Ha „most” az ideális deviza egységnyi ára  $X$  forint, és mivel egy év alatt a forinthitel az  $(1 + k + m)$ -szeresére, az ideális deviza viszont  $(1 + m)$ -szeresére növekszik, ezért egy év múlva az árfolyam  $X(1 + k + m)/(1 + m)$  lesz, azaz az árfolyam évente az  $(1 + k + m)/(1 + m)$ -szeresére változik. Az egyenletből a törlesztőrészletet kifejezve, továbbá az árfolyam változását beépítve, az  $i$ -edik törlesztőrészletet a nemzeti devizában kifejezve a (9) képletet kapjuk:

$$X_i = \frac{\text{Felvett hitelösszeg} \times \left( \frac{1+r+m}{1+m} \right)^i}{\left[ \frac{1}{m} - \frac{1}{m(1+m)^n} \right]}. \quad (9)$$

Ilyen ideális deviza természetesen nem létezik, az ideális közvetítő devizás konstrukcióhoz nincs is rá szükség! A (7) törlesztőrészletet meghatározó függvény a jelenértékben pontosan állandó függvénnyel igen jól korrelál ( $\rho > 0,999$ ). Éppen ezért a

grafikus ábrázolást és a további elemzést nem most, hanem a következő pont eredményeinél végezzük majd el.

Amennyiben 2008-ban nem tör ki a világgazdasági válság, és a biztonságos tartalékvalutának számító svájci frank nem értékelődik fel jelentősen, akkor a devizahitelek egy a jelenértékben, azaz a havi törlesztési teherben közel állandó konstrukció előnyeit a mai napig élvezhették volna.

**AZ OPTIMÁLIS – JELENÉRTÉKBEN PONTOSAN ÁLLANDÓ – JELZÁLOGHITEL-KONSTRUKCIÓ KÉPLETE** • Az optimális jelzálogtörlesztési eljáráshoz, amelyben a törlesztőrészeknek nem a nominális, hanem a jelenértéke végig és pontosan állandó, az előző pont elején megismert levezetés logikája alapján juthatunk el. A hitelösszeg pontosan egyenlő a törlesztőrészeknek az  $r + m$  szerint diszkontált jelenértékével, azaz

$$\text{Felvett hitelösszeg} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{(1+r+m)^i}. \tag{10}$$

Az  $r$  szerint diszkontált törlesztőrészek egyenlőségét a (11) összefüggés adja meg:

$$X_i = X_0(1+r)^i, \tag{11}$$

ahol  $X_0$  a hitelfelvételkori időpontra számolt törlesztőrészlet jelenértéke. (Zárójelben itt érdemes megemlíteni, hogy a törlesztőrészek  $z$  mértékű folyamatos növekedését is el lehet érni úgy, hogy a zárójelen belül az  $1+r+z$  tényezőt szerepeltetjük. Ennek vállalati beruházási hitelek esetében lehet jelentősége.) Ezt az előző képletbe helyettesítve:

$$\text{Felvett hitelösszeg} = \sum_{i=1}^n \frac{X_0(1+r)^i}{(1+r+m)^i}.$$

Az általános mértani sorozat formája és összegképlete:

$$S_n = a_1 \sum_{i=1}^n q^{i-1} = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}. \tag{12}$$

A (12) képletben  $q = a_1 = \frac{1+r}{1+r+m}$ , ezen összefüggések alapján és  $X_0$  kiemelése után:

$$\text{Felvett hitelösszeg} = X_0 \times \frac{1+r}{1+r+m} \times \frac{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1}{\frac{1+r}{1+r+m} - 1}. \tag{13}$$

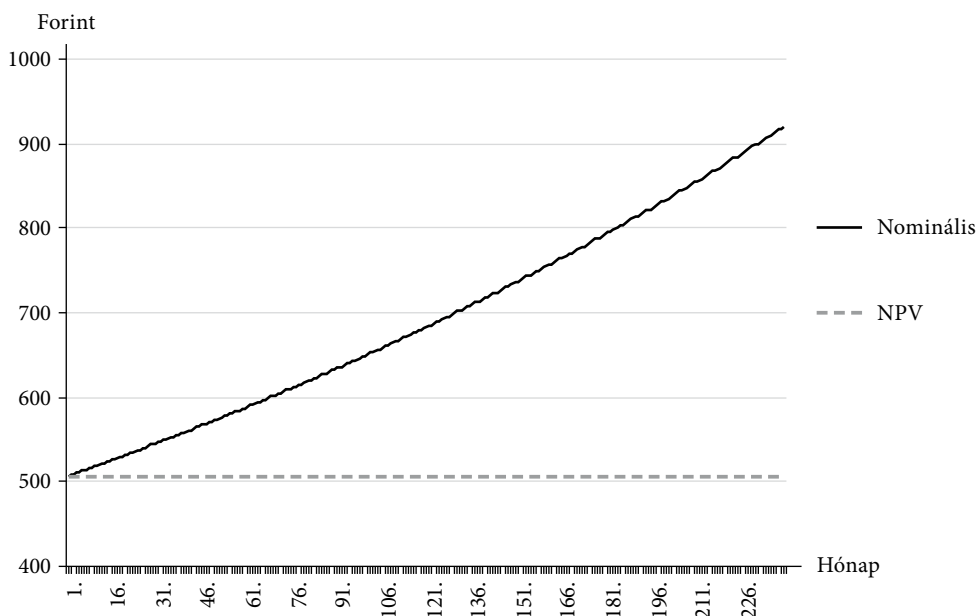
Ebből a (11) képletbeli  $X_i$  visszaírása, majd egyszerűsítések után az  $i$ -edik törlesztőrészlet kifejezve:

$$X_i = \frac{\text{Felvett hitelösszeg} \times (1+r)^i}{\frac{1+r}{1+r+m} \times \frac{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1}{\frac{1+r}{1+r+m} - 1}} = \frac{-\text{Felvett hitelösszeg} \times m(1+r)^{i-1}}{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1}, \tag{14}$$

azaz ezen optimális törlesztőrészlet-meghatározás mellett a teljes futamidő alatt pontosan azonos lesz minden törlesztőrészlet jelenértéke. A szokásos példánál maradván, a törlesztőrészletek nominális és jelenértékét mutatja meg a 4. ábra és konkrét értékekkel a Függelék F2. táblázata.

#### 4. ábra

Az optimális jelzáloghitel törlesztőrészleteinek nominális és jelenértéke  
( $H = 100\,000$ ,  $r = 3$ ,  $m = 2$ ,  $n = 240$ )



Forrás: saját szerkesztés a vázolt modell alapján.

Ennek az eredménynek a jelentősége az, hogy a jelzáloghitel törlesztési terhe, ha a hitel felvévő jövedelme értékében állandó (például az alapkamattal folyamatosan emelkedik, de ne feledjük, hogy Magyarországon a növekedés ennek a háromszorosa volt az elmúlt évtizedekben), akkor állandó marad. Tehát az induló időszakban nem jelent túlterhelést (a szokásos példánknál maradván, 660 helyett 506 forint), igaz, a törlesztőrészletek a záró időszakra sem inflálódnak el. Például amennyiben valaki aranymosásból (ideérthető minden stabil jövedelmű foglalkozás!) él, akkor ha a hitel felvételekor havonta egy hetet kellett aranyat mosnia a havi törlesztőrészlet megfizetéséhez, akkor a teljes futamidő alatt is minden hónapban pontosan egy hetet kell ezért tennie.

A képlet másik eredménye az, hogy a jelzálog-hitelezést még a magas kamatszinttel küszködő országokban – például a korábban említett, egykori közvetítő devizás jelzáloghiteleket alkalmazó országokban – is úgy lehet bevezetni/alkalmazni, hogy a törlesztőrészletek a teljes futamidő alatt megfizethetők (csak inflációval emelkedő jövedelmeknek azonos százaléka) maradnak.

A (14) képlet  $r$  szerinti teljes deriváltja mutatja meg a törlesztőrészletnek az alapkamat-változástól való függését:

$$X'_i(r) = \frac{Hm(1+r)^{i-2} \left\{ (1-i)(1+r+m) \left[ \left( \frac{1+r}{1+r+m} \right)^n - 1 \right] + nm \left( \frac{1+r}{1+r+m} \right)^n \right\}}{(1+r+m) \left[ \left( \frac{1+r}{1+r+m} \right)^n - 1 \right]^2}. \quad (15)$$

Az induló havi törlesztőrészek – ugyanis a későbbi törlesztőrészetet nem ismerjük – példaként 20 éves futamidő és 2 százalékos kamatfelár esetén a hitelösszeg 0,5 százalékát teszik ki, gyakorlatilag az alapkamat mértékétől függetlenül. Ugyanis a kamatszint változása a törlesztőrészek összegében egy konkrét példa esetében fix összegként jelenik meg, lásd ezt a 2. táblázatban<sup>7</sup> és az 5. ábrán. Ez a tulajdonság a teljes futamidő során is megmarad, ugyanis – ahogy a 6. ábrán is látható – például a törlesztőrészek kamat szerinti meredekségének görbéje a 60. hónapban is közel lineáris.

## 2. táblázat

Optimális jelzáloghitel első havi törlesztőrészletének kamatlábfüggése  
( $H=100\,000$ ,  $m=2$ ,  $n=240$ )

Alapkamat (százalék)	1. törlesztőrészlet (forint)	Nominális növekedés (forint)	Százalékos növekedés
0	505,8833		
1	506,3049	0,4216	0,0833
2	506,7265	0,4216	0,0833
3	507,1480	0,4216	0,0832
4	507,5696	0,4216	0,0831
5	507,9912	0,4216	0,0831
6	508,4128	0,4216	0,0830
7	508,8343	0,4216	0,0829
8	509,2559	0,4216	0,0829
9	509,6775	0,4216	0,0828
10	510,0990	0,4216	0,0827

Forrás: saját szerkesztés.

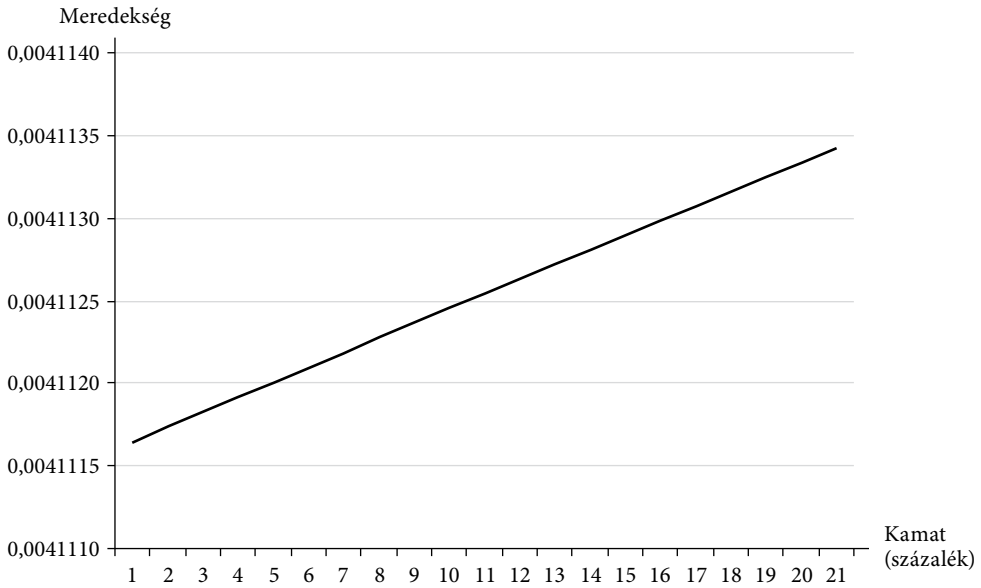
Tehát a kamatlábváltozásnak a kockázata ezen módszer mellett a vizsgált kamattartományban mérsékeltebb törlesztőrészlet-növekedésben jelenik meg, mely a változóknak összetett függvénye. Ezek a konkáv(!) függvények – a jellemző kamatszintek és futamidők mellett – lineáris függvénynek jól közelíthetők.<sup>8</sup>

<sup>7</sup> Amennyiben a 2. táblázatot az 1. táblázattal hasonlítjuk össze, akkor az adatoknál figyelembe kell venni, hogy jelen táblázat 0 százalék alapkamat + 2 százalék kamatfelár szintről indul, mely az 1. táblázatban az  $R$ -százalékos szintnek felel meg.

<sup>8</sup> A gyakorlati alkalmazás esetében az időközbeni hitelállomány-csökkenés miatt a törlesztőrészlet újraszámolása még ennél is kedvezőbb törlesztőrészlet-változást eredményez.

## 5. ábra

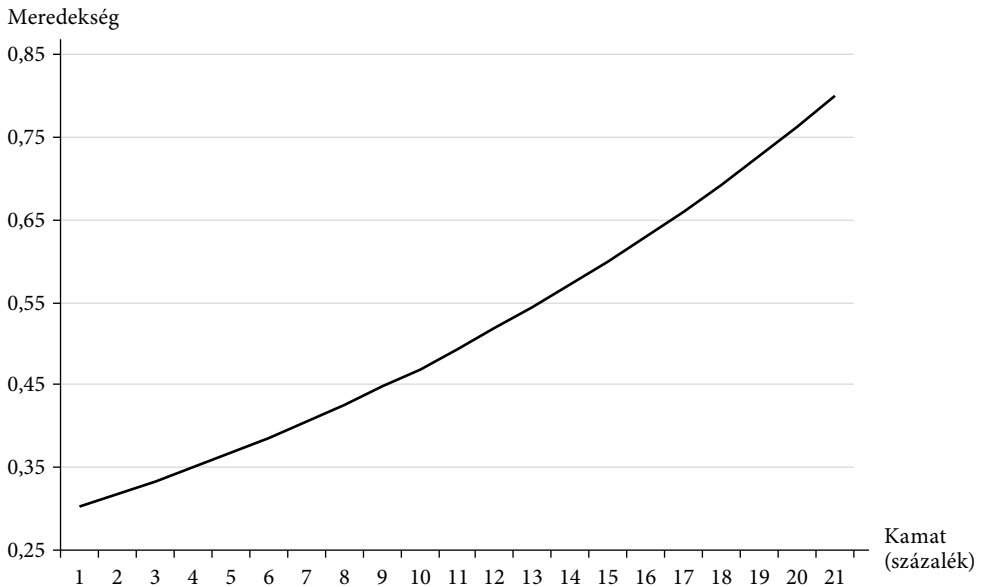
A (15) képlet alapján az optimális hitel első havi törlesztőrészeiteinek kamat szerinti meredeksége ( $H=1$ ,  $r=0-20$ ,  $m=2$ ,  $n=240$ )



Forrás: saját szerkesztés a vázolt modell alapján.

## 6. ábra

A (15) képlet alapján az optimális hitel 60. havi törlesztőrészeiteinek kamat szerinti meredeksége ( $H=1$ ,  $r=0-20$ ,  $m=2$ ,  $n=240$ )

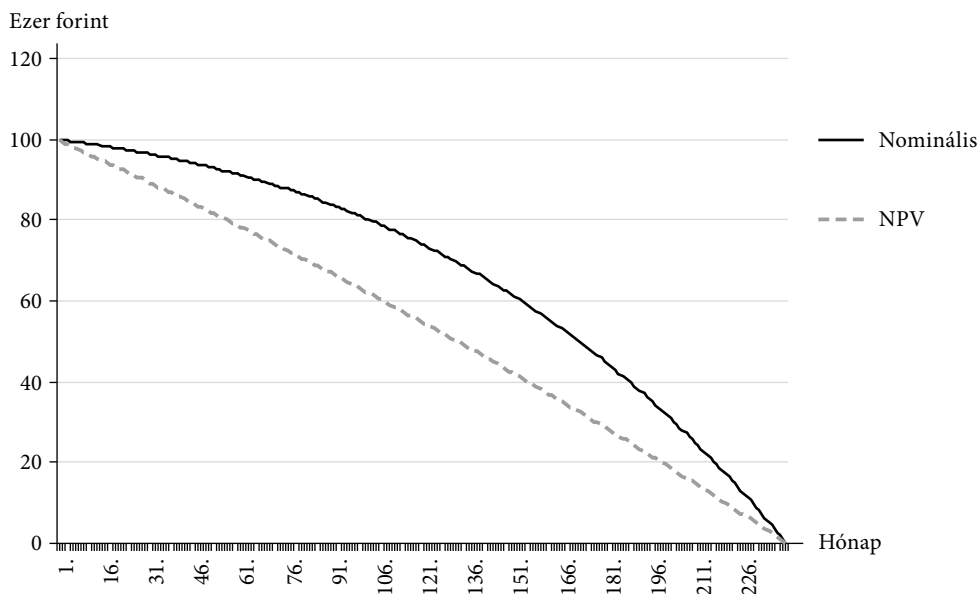


Forrás: saját szerkesztés a vázolt modell alapján.

A tőketartozás vizsgálatát most sem felejtethjük el. A konkrét példánknál maradva, a tőketartozás értékét és jelenértékét a 7. ábra, konkrét értékekkel pedig a Függelék F2. táblázata mutatja meg.

### 7. ábra

Az optimális jelzáloghitel tőketartozása nominális és jelenértékének változása  
( $H = 100\,000$ ,  $r = 3$ ,  $m = 2$ ,  $R = r + m$ ,  $n = 240$ )



Forrás: saját szerkesztés a vázolt modell alapján.

A 3. ábrával való összevetés alapján – figyelve a vonalak görbületére – látható, hogy tőkefogyás a klasszikus annuitásos hitelnél lassabban következik be. Ezt konkrét értékekkel a Függelék F2. táblázata mutatja be. A hitelező intézmény számára ez azt jelenti, hogy a hitelkinnlevőség időtartama hosszabb, azaz a hitelkockázati kitettség a futamidő alatt összegében nagyobb.

## A lehetséges hatások társadalompolitikai következményei

A 2008. évi válság után a gazdaság élénkítése érdekében a jegybankok szinte egységesen rendkívül alacsony szintre vitték le a jegybanki alapkamatokat. Ezek hatására a pénzügyi kamatszintek is hosszú időre rekordalacsony szintre, nulla közelébe kerültek. A tartósan alacsony kamatszintek rendkívül csábítók voltak a jelzáloghitelek esetében, hiszen ekkor a törlesztőrészletek is rekordalacsony szintre estek. Tapasztalatunk és a tanulmány elején rajzolt globális helyzetkép alapján is tudjuk, hogy a jelzáloghitelek ott és akkor képesek elterjedni, ahol a gazdasági és politikai stabilitás, valamint kiszámíthatóság mellett jól működik a bankszektor, és az alapkamatszint tartósan 0–10 százalék között mozog. Jelentős önrész hiányában

ugyanis ekkor válhat a jelzáloghitellel történő lakástulajdon-szerzés a lakásbérlet valós alternatívájává.<sup>9</sup> Amennyiben az alapkamat a 10 százalékos szintet meghaladja, akkor egy feltételezett önrész nélküli ingatlanvásárlás esetén a jelzáloghitelek havi törlesztőrészelete jelentős mértékben meghaladja az alternatív lakhatási megoldását, a lakásbérletét, ami jellemzően az ingatlan értékének 0,8–1 százaléka körül van.<sup>10</sup> A bérleti díjknál érzékelhetően magasabb havi törlesztőrészek mellett a jelzáloghitelezés, azaz a jelzáloghitelre hagyatkozó lakásszerzés nem indul el.

Az optimális képlet szerint törlesztett hitelkonstrukciók előnyeit és hátrányait érdemes összevetni. Az előny az, hogy a teljes futamidő alatt állandó vagy a várható bevétel-növekedéshez igazított fizetési terhelést lehet velük meghatározni. Amennyiben a kamatláb a teljes futamidőre rögzített, akkor a rendszeres törlesztési kötelezettség is előre, a teljes futamidőre meghatározható. Amennyiben a hitelezés változókamatláb-alapon történik, akkor a futamidő alatt bekövetkező kamatszint-változás a törlesztőrészekben gyakorlatilag lineárisan és a kamatszintváltozás mértékében jelentkezik.

Hátrányként azt lehet kiemelni, hogy a korábban megszokottól eltérően a törlesztőrészek nem inflálódnak el. A törlesztőrészlet pedig még a kamatszint változatlansága esetén is hónapról hónapra emelkedik. A bankok oldaláról nézve a hitelkinnlevőség időtartama hosszabb, ami törlesztési fegyelmezetlenség esetén hátrány, fegyelmezettség esetén viszont előny. Továbbá az optimális módszerek sem képesek kezelni a munkahely elvesztéséből fakadó jövedelemkiesést, a gazdasági válságok idején a jövedelem-szint befagyását, az egyes ingatlanpiacok erősen hektikus mozgását stb.

Összefoglalva, az előnyök a korábban bemutatott peremfeltételek esetén fogyasztóvédelmi szempontból kívánatosak, a hátrányok viszont a klasszikus annuitásos konstrukciónál jellemzően alacsonyabbak.

Bemutattuk, hogy az optimális hiteltörlesztési konstrukció esetében az alapkamattól függetlenül egy 100 ezer forintos, 20 éves futamidejű, változó alapkamatú és 2 százalékos kamatfelárú jelzáloghitel induló havi törlesztőrészelete körülbelül 500 forint, azaz a hitel összegének 0,5 százaléka.<sup>11</sup> Miközben a piaci bérleti díj globálisan az ingatlanérték 0,8–1 százaléka között mozog. Így megfelelő hitelezői védelmet biztosító jelzáloghitel-konstrukció esetén, önrész nélküli ingatlanvásárlás mellett is, a havi törlesztőrészlet alatta marad a bérleti díjnak. Ez utóbbi állítás két évtizedre előretekintve akkor igaz, ha a korábban

<sup>9</sup> A végleges lakásvásárlási vagy -bérleti döntéshez befektetői szempontból például az ár/bérleti díj (*Price to Rent, P/R*) mutatót is meg kell vizsgálni; hüvelykujjszabály alapján, ha P/R 1 és 15 között van, akkor vásárolni érdemesebb, e felett pedig bérelni. Fontos azonban, hogy ez a mutató pillanatnyi adatok által meghatározott állapotot jelez, azaz senkit sem szeretnénk arra biztatni, hogy ezen mutató alapján Los Angeles helyett Detroitban vásároljon ingatlant.

<sup>10</sup> Az erre vonatkozó statisztikák szerint az Egyesült Államokban az ingatlanbérleti díjak a 2008-as válságot megelőző években – hüvelykujjszabály alapján – az ingatlanérték 1 százalékát tették ki. Több tanulmány (*Kishor–Morley* [2015], *Krainer–Wei* [2004]) és a releváns statisztikák szerint (*Case-Schiller Composite 20* és *CoreLogic HPI (NSA)*) a válság hatására ez az érték átmenetileg megemelkedett megközelítőleg 1,5 százalékra, majd ismét az 1–1,2 százalékos tartományba süllyedt. Fontos azonban, hogy ez az arány az európai kontinensen jellemzően 1 százalék alatti, aminek leginkább az az oka, hogy a hányadot az önkormányzati, illetve a lakásszövetkezeti bérleti díjak jelentős mértékben lefelé torzítják. Az európai országok felében a lakások több mint 50 százalékát a piaci ár alatt bérlék (*Philipponnet–Turrini* [2017]).

<sup>11</sup> 4 százalékos kamatfelárnál pedig 0,6 százaléka.



leszögezett peremfeltételeknek megfelelően az ingatlanérték, a bérleti díjak, az átlagbér és így a törlesztőrészek is együtt mozognak, például követik az inflációt.<sup>12</sup> Így az optimális jelzalog-konstrukció alkalmazásával globálisan is elősegíthető a Föld népességének ingatlanhoz juttatása, gyakorlatilag függetlenül az egyes térségek kamatszintjétől.

## Következtetések és javaslatok

Ahogy arra a tanulmányunk elején – a világ jelzaloghitel-piacairól összeállított körképben – rámutattunk, a világ országainak ingatlanigényéhez képest az egyes földrészekon/régiókban eleve magasabb a referenciakamat szintje, és mivel globálisan több földrészen/régióban is jellemző a kamatláb ingadozása, új módszertan szerinti jelzaloghitel-konstrukcióra van szükség. Ugyanis a kamatláb-ingadozás kérdését – annak hagyományos értelmében, tudniillik a változó kamatozású konstrukció szerint – nem kezeli. A jelenleg alkalmazott klasszikus, annuitásos jelzalog-konstrukciók – a kamaterzékenységek miatt – a teljes futamidőt tekintve nem biztosítanak a lakásbérlet helyett kiszámítható lakáshoz jutási megoldást, miközben számos szegényebb országban a gyors népességnövekedés a lakáshelyzetet folyamatosan tovább rontja. A több évtizedes futamidők alatt – a kamatok változásától függően – hektikusan alakulhatnak a törlesztőrészek. A bemutatott törlesztési paraméterek alapján a klasszikus jelzaloghitel éppen az első időszakban terheli túl a fiatal családokat, miközben az előnye a záró időszakban, a törlesztőrészek elinflálódásakor jelentkezik. Ez éppen ellentétes a természetes emberi életciklussal, amely szerint egyrészt az emberek a munkatapasztalat birtokában egyre magasabb jövedelemre tesznek szert, másrészt a gyermekek felnőtté válása után a családok eleve kisebb költséggel szembesülnek. Ezzel pedig sokak számára, különösen a jelentős önrész hiányában, a saját lakáshoz jutás helyett csak a lakásbérlet marad a lakhatás egyetlen megoldása.

Észelve a sokasodó kihívásokat, tanulmányunkban új, eddig nem ismert, nemzeti devizára alapozott jelzaloghitel-konstrukciókat határoztunk meg. Először az ideális közvetítő devizás változatot tárgyaltuk, majd egy matematikai levezetés eredményét, amelynek a célja az, hogy ne a nominális törlesztőrészlet legyen állandó, hanem a törlesztőrészlet jelenértéke. A meghatározott két – gyakorlatilag egybeeső – képlet alapján az induló törlesztőrészlet elsősorban a kamatfelártól és nem az alapkamattól függ. A későbbi törlesztőrészek pedig mindig az alapkamat mértékével emelkednek. A futamidő során a kamatkockázat, azaz a kamatszintváltozás hatása csak és pontosan ennek mértékében jelenik meg a törlesztőrészekben.

Az optimális, állandó törlesztőrészlet jelenértékre meghatározott képlete:

$$X_i = \frac{-\text{Felvett hitelösszeg} \times m(1+r)^{i-1}}{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1}. \quad (16)$$

<sup>12</sup> Az inflációkövetést többen triviálisnak tekintik, azonban az összefüggéseket érdemes mélyebben is megvizsgálni, beleértve az ingatlanár és a jövedelem kapcsolatát is (*Knoll és szerzőtársai [2017]*). A múltbeli adatok esetében már bemutattuk az összefüggést.

A megadott új jelzőlog-hitelezési formulák bevezetése széles körű társadalmi hatással járna, ugyanis pénzügyi szempontból globálisan biztosítaná – még a magas kamatszinttel küszködő országokban is – a lakásbérlés alternatívájaként a saját lakáshoz jutást. Ez önmagában is a globális polgárosodási folyamat egyik jelentős lépése lehetne, amiért érdemes a jelenlegi gyakorlat és szabályozás időszakos felülvizsgálatánál ennek a konstrukciónak a bevezethetőségét megvizsgálni.

### *Hivatkozások*

- AFDB [2011]: The Middle of the Pyramid: Dynamics of the Middle Class in Africa. Market Brief. African Development Bank, április 21. [https://www.afdb.org/fileadmin/uploads/afdb/Documents/Publications/The%20Middle%20of%20the%20Pyramid\\_The%20Middle%20of%20the%20Pyramid.pdf](https://www.afdb.org/fileadmin/uploads/afdb/Documents/Publications/The%20Middle%20of%20the%20Pyramid_The%20Middle%20of%20the%20Pyramid.pdf).
- BARSLUND, M.–BUSSE, M. [2016]: Labour Mobility in the EU. Addressing Challenges and Ensuring Fair Mobility. CEPS Special Report, No. 139. <https://www.ceps.eu/system/files/SR139%20MB%20and%20MB%20LabourMobility.pdf>.
- BECK, T. – KIBUUKA, K. – TIONGSON, E. [2010]: Mortgage finance in Central and Eastern Europe. World Bank Policy Research Working Paper, WPS5202.
- BERLINGER EDINA–WALTER GYÖRGY [2013]: Unortodox javaslat a deviza- és forintalapú jelzőloghitelek rendezésére. Hitelintézeti Szemle, 12. évf. 6. sz. 469–494. o.
- BOEING, G.–WADDELL, P. [2016]: New Insights into Retail Housing Markets across the United States. Journal of Planning Education and Research, Vol. 37. No. 4. 457–476. o. <https://doi.org/10.1177/0739456x16664789>.
- BOUYON, S. [2017]: Recent Trends and Development in European Mortgage Markets. ECRI Commentary, No. 21. [https://www.ceps.eu/system/files/No%2021%20SB\\_Trends%20in%20Mortgage%20Markets.pdf](https://www.ceps.eu/system/files/No%2021%20SB_Trends%20in%20Mortgage%20Markets.pdf).
- CACNIO, F. [2014]: Mortgage Finance and Consumer Credit. Implications on Financial Stability in SEACEN Economies. SEACEN Centre, Kuala Lumpur, Malajzia.
- CAHF [2016]: Housing Finance in Africa: A review of some of Africa's Housing Finance Markets. Centre for Affordable Housing Finance in Africa, szeptember, <http://www.uclg-localfinance.org/documents/publication/housing-finance-africa-review-some-africas-housing-finance-markets>.
- COTTARELLI, C.–ARICCIA, G. D.–VLADKOVA-HOLLAR, I. [2005]: Early birds, late risers, and sleeping beauties: Bank credit growth to the private sector in Central and Eastern Europe and in the Balkans. Journal of Banking and Finance, Vol. 29. No. 1. 83–104. o. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2004.06.017>.
- CUBEDDU, L.–TOVAR, C.–TSOUNTA, E. [2012]: Latin America: Vulnerabilities under Construction? IMF Working Paper, 12/193. Washington.
- DEMYANYK, Y.–HEMERT, O. VAN [2011]: Understanding the Subprime Mortgage Crisis. Review of Financial Studies, Vol. 24. No. 6. 1848–1880. o. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhp033>.
- DONG, J.–XIA, L. [2018]: China – How Resilient is the Economy to Housing Price Fall? BBVA Research, China Economic Watch, március, [www.bbva-research.com/wp-content/uploads/2018/03/20180326\\_China-Housing-market\\_edi.pdf](http://www.bbva-research.com/wp-content/uploads/2018/03/20180326_China-Housing-market_edi.pdf).
- ECB [2009]: The recent exceptional rise in exchange rate volatility. Monthly Bulletin, február, 62–63. o. [https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/mb200902\\_focus06.en.pdf?3c9427cffe5157a7bc2e9172a3edb440](https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/mb200902_focus06.en.pdf?3c9427cffe5157a7bc2e9172a3edb440).

- GERLACH, S. [2012]: Housing Markets and Financial Stability. Speech at the National University of Ireland, Galway. Bank of Ireland, Dublin, április 20. <https://www.bis.org/review/r120424c.pdf>.
- GLAESER, E.–HUANG, W.–MA, Y.–SCHLEIFER, A. [2017]: A Real Estate Boom with Chinese Characteristic. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 31. No. 1. 93–116. o. <https://doi.org/10.1257/jep.31.1.93>.
- GRAMLICH, E. M. [2004]: Subprime mortgage lending: Benefits, costs, and challenges. Remarks at the Financial Services Roundtable Annual Housing Policy Meeting, Chicago, Illinois, <http://www.federalreserve.gov/boarddocs/speeches/2004/20040521/default.htm>.
- HOEK-SMIT, M. C.–DIAMOND, D. B. [2003]: Subsidies for Housing Finance. World Bank Seminar on Housing Finance in Emerging Markets, March 2003. *Housing Finance International*, Vol. 18. No. 3.
- HOFINET [2017]: Sub-Saharan Africa. Housing Finance Information Network, <http://www.hofinet.org/countries/region.aspx?regionID=8&id=13>.
- IDB [2012]: Room for Development: Housing Markets in Latin America and the Caribbean: Summary. Inter-American Development Bank, IDB Publications (Books), No. 447.
- IMF [2007]: Global Financial Stability Report. Financial Market Turbulence: Causes, Consequences, and Policies. *World Economic and Financial Surveys*. International Monetary Fund, Washington, DC, október, <http://www.imf.org/external/pubs/ft/gfsr/2007/02>.
- IMF [2008]: Global Financial Stability Report. Financial Stress and Deleveraging.
- IMF [2012]: Regional Economic Outlook: Analytical Notes. Keeping an Eye on Housing Markets in Latin America. Western Hemisphere Department, tavasz.
- JEANNEAU, S.–TOVAR, C. [2008]: Latin America's local currency bond markets: an overview. Bank for International Settlements: Financial stability and local currency bond markets. CGFS Publications, No. 28.
- KIRÁLY JÚLIA [2016]: Az amerikai másodrendű jelzálogpiaci és a magyar devizahitel-válság összehasonlító elemzése. Megjelent: *Gál Róbert Iván–Király Júlia* (szerk.): Simonovits 70. Társadalom- és természettudományi írások Arkhimédészről az időskori jövedelmekig. MTA KRTK Közgazdaság-tudományi Intézet, Budapest, 329–350. o.
- KIRÁLY JÚLIA–SIMONOVITS ANDRÁS [2015]: Jelzáloghitel-törlesztés forintban és devizában – egyszerű modellek. *Közgazdasági Szemle*, 52. évf. 1. sz. 1–26. o.
- KISHOR, N. K.–MORLEY, J. [2015]: What factors drive the price-rent ratio for the housing market? A modified present-value analysis. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 58. 235–249. o. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2015.06.006>.
- KNOLL, K.–SCHULARICK, M.–STEGER, T. [2017]: No Price Like Home: Global House Prices, 1870–2012. *American Economic Review*, Vol. 107. No. 2. 331–353. o. <https://doi.org/10.1257/aer.20150501>.
- KOBAYASHI, M. [2012]: Asian Mortgage Markets. European Mortgage Federation, <https://www.jhf.go.jp/files/300120935.pdf>.
- KOBAYASHI, M. [2016]: Housing Market and Housing Policies in Japan. ADBI Working Paper Series, No. 558. Asian Development Bank Institute, <https://www.adb.org/sites/default/files/publication/181404/adbi-wp558.pdf>.
- KOWALTOWSKI, D.–GRANJA, A. D.–MOREIRA, D. DE CARVALHO–PINA, S. M. G.–OLIVA, C. A.–CASTRO, M. R. [2015]: The Brazilian Housing Program „Minha Casa Minha Vida”. A Systematic Literature Review. *Journal of the Korean Housing Association*, Vol. 26. No. 6. 35–42. <https://doi.org/10.6107/jkha.2015.26.6.035>.

- KRAINER, J.–WEI, C. [2004]: House Prices and Fundamental Value. Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Letter. No. 27. október 1. <https://www.frbsf.org/economic-research/files/el2004-27.pdf>.
- KUMAR, R. [2014]: Mortgage Finance and Consumer Credit: Implications on Financial Stability. Megjelent: *Cacnio* [2014] 69–88. o.
- LINDFIELD, M. [2016]: Challenges for Sustainable Urban Development in Asia. Asian Development Bank. <https://k-learn.adb.org/system/files/materials/2016/10/201610-challenges-sustainable-urban-development-asia.pdf>.
- MBA [2007]: Comments in Response to Proposed Statement on Subprime Mortgage Lending, Mortgage Banking Association, 72. Federal Register 10533. OCC Docket, No. 3005.
- MIAN, A.–SUFU, A. [2009]: The Consequences of Mortgage Credit Expansion. Evidence from the U.S. Mortgage Default Crisis. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 124. No. 4. 1449–1496. o. <https://doi.org/10.1162/qjec.2009.124.4.1449>.
- OPIC [2006]: Housing Africa. Overseas Private Investment Corporation. OPIC News, Special Issue, Vol. 8. No. 4. <https://www.opic.gov/sites/default/files/docs/newsletter/OPICNews0804.pdf>.
- PÁSZTOR SZABOLCS [2017]: Demográfiai trendek a szubszaharai régióban. Megjelent: *Biedermann Zsuzsánna–Kiss Judit* (szerk.): Szubszaharai Afrika gazdasága a 21. században. Akadémiai Kiadó, Budapest, 36–56. o.
- PHILIPONNET, N.–TURRINI, A. [2017]: Assessing House Price Developments in the EU. European Commission, Discussion Paper, 048. [https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/dp048\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/dp048_en.pdf).
- RADNAI MÁRTON [2015]: A lakossági devizahitelek átárazásának bumeránghatása. *Közgazdasági Szemle*, 62. évf. 2. sz. 113–138. o.
- ROY, F. [2008]: Mortgage Markets in Central and Eastern Europe. A Review of Past Experiences and Future Perspectives. *European Journal of Housing Policy*, Vol. 8. No. 2. 133–160. o. <https://doi.org/10.1080/14616710802061953>.
- SBA [2017]: The Mortgage Market in Sweden. Swedish Bankers' Association, szeptember, [https://www.swedishbankers.se/media/3460/1710\\_mortgage\\_sept-2017.pdf](https://www.swedishbankers.se/media/3460/1710_mortgage_sept-2017.pdf).
- SBG [2015]: Annual Integrated Report. Standard Bank Group, [http://reporting.standardbank.com/downloads/SBG\\_FY15\\_Annual%20integrated%20report.pdf](http://reporting.standardbank.com/downloads/SBG_FY15_Annual%20integrated%20report.pdf).
- SHILLER, R. J. [2007]: Historic turning point in real estate. Cowles Foundation discussion papers 1610. Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, New Haven, CT, <https://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/d16/d1610.pdf>.
- TITULARIZADORA COLOMBIANA [2010]: Monitoreo de la Region: Mercado Hipotecario. Dirección de Planeación, július.
- WALLEY, S. [2010]: Housing finance in Africa. Are we post crisis yet? Presentation to the African Union for Housing Finance, Annual Conference, szeptember 22.
- WALLEY, S. [2011]: Developing Kenya's mortgage market. Report No. 63391-KE. The World Bank, [http://siteresources.worldbank.org/FINANCIALSECTOR/Resources/Kenya\\_Expanding\\_Mortgage\\_Finance\\_May\\_2011.pdf](http://siteresources.worldbank.org/FINANCIALSECTOR/Resources/Kenya_Expanding_Mortgage_Finance_May_2011.pdf).
- WORLD BANK [2016]: Results in the Latin America and Caribbean Region. Vol. 7. The World Bank Group, Washington, D. C. <http://hdl.handle.net/10986/24406>.
- YOSHINO, N.–HELBLE, M. (szerk.) [2016]: The Housing Challenge in Emerging Asia – Options and Solutions. Asian Development Bank Institute, Tokió, <https://www.adb.org/sites/default/files/publication/190060/adbi-housing-challenge-emerging-asia-options-solutions.pdf>.

*Internetes források*

- BUREAU OF LABOR STATISTICS (2018) Labor Force Statistics (CPS) <https://www.bls.gov/webapps/legacy/cpswktab1.htm>.
- DESTATIS (2018) Average gross monthly earnings. <https://www.destatis.de/EN/FactsFigures/NationalEconomyEnvironment/EarningsLabourCosts/EarningsEarningsDifferences/Tables/AverageGrossMontlyEarnings.html>.
- DESTATIS (2018) House price index, price index for building land. <https://www-genesis.destatis.de/genesis/online/logon?&sequenz=tabelleErgebnis&selectionname=61262-0001&language=en>.
- ECONSTATS.TM (2018) Interest rates and other economic indicators. [http://www.econstats.com/r/rlib\\_aa6.htm](http://www.econstats.com/r/rlib_aa6.htm).
- EUROSTAT: Housing statistics. [https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Housing\\_statistics](https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Housing_statistics).
- FRED ECONOMIC DATA (2018) All-transactions House Price Index for the United States. <https://fred.stlouisfed.org/series/USSTHPI>.
- GLOBAL-RATES.COM (2018) LIBOR and Euribor interest rates. <https://www.global-rates.com/>.
- INFLATION.EU (2018) Historic Inflation Germany- CPI Inflation. <https://www.inflation.eu/inflation-rates/germany/historic-inflation/cpi-inflation-germany.aspx>.
- KSH Fogyasztóiár-indexek (1960–). [http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat\\_hosszu/h\\_qsf001.html](http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_hosszu/h_qsf001.html).
- KSH Gazdaságilag aktívák, bruttó átlagkereset, reálkereset (1960–). [http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat\\_hosszu/h\\_qli001.html](http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_hosszu/h_qli001.html).
- MNB Hivatalos BUBOR fixingek. <http://www.mnb.hu/letoltes/bubor2.xls>.
- MNB Lakásárindex. <http://www.mnb.hu/letoltes/mnb-lakasarindex.xlsx>.
- MNB Szakmai háttéranyag. <https://www.mnb.hu/letoltes/hatteranyag-1002.pdf>.
- NUMBEO (2018): Property Prices. <https://www.numbeo.com/property-investment>.
- US INFLATION CALCULATOR (2018) Historical Inflation Rates: 1914–2018. <https://www.usinflationcalculator.com/inflation/historical-inflation-rates/>.

## Függelék

Fl. táblázat

A világ néhány országának általános lakáshitelpiaci helyzetképe 2018 júniusában

Ország	Jelzáloghitel kamata (százalék)	Jegybanki alapkamat (százalék)	Inflációs ráta (százalék)	Átlagos havi nettó kereset (dollár)	Átlagos lakásár/jövedelem	Jelzáloghitel a jövedelem százalékában	Lakásvásárlás elérhetősége (HAI)*
Argentína	26,2	40	26,4	657	10,68	286	0,35
Ausztrália	4,5	1,5	1,9	3114	7,41	56	1,78
Brazília	11,5	6,5	2,9	483	16,26	216	0,46
Dél-afrikai Köztársaság	10,5	6,5	4,5	1153	3,49	42	2,39
Egyesült Államok	4,3	2	2,8	2983	3,34	24	4,15
Egyesült Arab Emírségek	4,0	2,25	3,5	3067	4,88	36	2,79
Egyesült Királyság	3,2	0,5	2,4	2392	9,31	63	1,58
Egyiptom	15,4	16,75	11,5	164	12,68	208	0,48
Franciaország	1,9	0	2,0	2184	9,93	61	1,65
India	9,6	6,25	4,9	517	9,73	112	0,89
Japán	1,2	-0,1	0,6	2534	12,64	71	1,41
Kanada	3,2	1,25	2,2	2320	6,12	40	2,47
Kína	5,0	4,35	1,8	956	28,2	224	0,45
Lengyelország	3,8	1,5	1,7	889	9,77	70	1,44
Magyarország	5,4	0,9	2,8	688	13,32	113	0,89
Mexikó	11,2	7,5	4,5	457	7,8	97	1,03
Németország	1,9	0	2,2	2545	8,05	48	2,07
Olaszország	2,4	0	1	1749	9,88	63	1,58
Oroszország	11,5	7,25	2,4	578	11,44	155	0,65
Románia	3,4	2,5	5,4	654	9,1	63	1,60
Spanyolország	2,3	0	2,1	1517	8	50	2,01
Svédország	2,5	-0,5	1,9	2547	10,52	63	1,59
Szingapúr	2,2	1,12	0,1	3067	22,2	139	0,72
Törökország	13,5	17,75	12,2	504	8,95	124	0,81

\* HAI (*Housing Affordability Index*): azt mutatja, hogy egy két átlagkeresettel rendelkező háztartás egy átlagos lakás (65 m<sup>2</sup>) hitelből történő megvásárlásához szükséges jövedelem hányszorosával rendelkezik. A hiteltermék paraméterei a kamatlábon kívül végig változatlanok. LTV = 70 százalék, PTI = 30 százalék, futamidő = 15 év.

Forrás: NUMBEO (2018) <https://www.numbeo.com/property-investment>.

## F2. táblázat

Havi törlesztési táblázat

 $(H=100\,000, r=3, m=2, R=r+m, n=240)$ 

Klasszikus annuitásos (a törlesztőrészek nominálisan állandók)

Hó		NPV havi törlesztőrészlet	kamatrész	tőkerész	tőkemaradvány	NPV tőkemaradvány
1.	660	658	417	243	99 757	99 508
2.	660	657	416	244	99 512	99 017
3.	660	655	415	245	99 267	98 526
4.	660	653	414	246	99 021	98 037
5.	660	652	413	247	98 773	97 548
.						
.						
.						
101.	660	513	291	369	69 527	54 029
102.	660	512	290	370	69 156	53607
103.	660	510	288	372	68 785	53 186
104.	660	509	287	373	68 411	52 766
105.	660	508	285	375	68 036	52 346
106.	660	506	283	376	67 660	51 926
107.	660	505	282	378	67 282	51 507
108.	660	504	280	380	66 902	51 089
109.	660	503	279	381	66 521	50 671
110.	660	501	277	383	66 138	50 254
111.	660	500	276	384	65 754	49 837
112.	660	499	274	386	65 368	49 421
.						
.						
.						
235.	660	367	16	644	3 259	1 812
236.	660	366	14	646	2 613	1 449
237.	660	365	11	649	1 963	1 086
238.	660	364	8	652	1 312	724
239.	660	363	5	654	657	362
240.	660	362	3	657	0	0

Forrás: saját számítás.

## Az F2. táblázat folytatása

Optimális formula (a törlesztőrészek NPV-je állandó)

Hó	havi törlesztőrészlet	NPV havi törlesztőrészlet	kamatrész	tőkerész	tőke- maradvány	NPV tőkemaradvány	
1.	660	507	506	417	90	99 910	99 661
2.	660	508	506	416	92	99 818	99 321
3.	660	509	506	416	94	99 724	98 980
4.	660	511	506	416	95	99 629	98 639
5.	660	512	506	415	97	99 532	98 297
.							
.							
.							
101.	660	651	506	338	313	80 696	62 709
102.	660	652	506	336	316	80 380	62 307
103.	660	654	506	335	319	80 060	61 905
104.	660	656	506	334	322	79 738	61 502
105.	660	657	506	332	325	79 414	61 099
106.	660	659	506	331	328	79 086	60 695
107.	660	661	506	330	331	78 755	60 290
108.	660	662	506	328	334	78 421	59 885
109.	660	664	506	327	337	78 083	59 479
110.	660	665	506	325	340	77 743	59 072
111.	660	667	506	324	343	77 400	58 665
112.	660	669	506	323	346	77 054	58 256
.							
.							
.							
235.	660	909	506	23	887	4 524	2 516
236.	660	912	506	19	893	3 631	2 014
237.	660	914	506	15	899	2 732	1 512
238.	660	916	506	11	905	1 828	1 009
239.	660	918	506	8	911	917	505
240.	660	921	506	4	917	0	0

Forrás: saját számítás.