

# Statisztikai Szemle

Közzététel: 2019. április 5.

A tanulmány címe:

**A visegrádi országok pénzügyi integrációja: a részvény- és kötvénypiaci hozamok, valamint a volatilitás együttmozgásának vizsgálata wavelet és kopula tesztekkel**

Szerző:

**Czelleng Ádám**, a GKI Gazdaságkutató Zrt. kutatásvezetője,  
a Szegedi Tudományegyetem PhD-hallgatója

E-mail: [czelleng.adam@gmail.com](mailto:czelleng.adam@gmail.com)

DOI: 10.20311/stat2019.4.hu0347

***Az alábbi feltételek érvényesek minden, a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH) Statisztikai Szemle c. folyóiratában (a továbbiakban: Folyóirat) megjelenő tanulmányra. Felhasználó a tanulmány, vagy annak részei felhasználásával egyidejűleg tudomásul veszi a jelen dokumentumban foglalt felhasználási feltételeket, és azokat magára nézve kötelezőnek fogadja el. Tudomásul veszi, hogy a jelen feltételek megszegéséből eredő valamennyi kárért felelősséggel tartozik.***

1. A jogszabályi tartalom kivételével a tanulmányok a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény (Szt.) szerint szerzői műnek minősülnek. A szerzői jog jogosultja a KSH.
2. A KSH földrajzi és időbeli korlátozás nélküli, nem kizárólagos, nem áadható, térítésmentes felhasználási jogot biztosít a Felhasználó részére a tanulmány vonatkozásában.
3. A felhasználási jog keretében a Felhasználó jogosult a tanulmány:
  - a) oktatási és kutatási célú felhasználására (nyilvánosságra hozatalára és továbbítására a 4. pontban foglalt kivétellel) a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - b) tartalmáról összefoglaló készítésére az írott és az elektronikus médiában a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - c) részletének idézésére – az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven – a forrás, valamint az ott megjelölt szerző(k) megnevezésével.
4. A Felhasználó nem jogosult a tanulmány továbbértékesítésére, haszonszerzési célú felhasználására. Ez a korlátozás nem érinti a tanulmány felhasználásával előállított, de az Szt. szerint önálló szerzői műnek minősülő mű ilyen célú felhasználását.
5. A tanulmány átdolgozása, újra publikálása tilos.
6. A 3. a)–c.) pontban foglaltak alapján a Folyóiratot és a szerző(ke)t az alábbiak szerint kell feltüntetni:

„*Forrás: Statisztikai Szemle c. folyóirat 97. évfolyam 4. számában megjelent, Czelleng Ádám által írt, 'A visegrádi országok pénzügyi integrációja: a részvény- és kötvénypiaci hozamok, valamint a volatilitás együttmozgásának vizsgálata wavelet és kopula tesztekkel' című tanulmány (link csatolása)*”

7. A Folyóiratban megjelenő tanulmányok kutatói véleményeket tükröznek, amelyek nem esnek szükségképpen egybe a KSH, vagy a szerzők által képviselt intézmények hivatalos álláspontjával.

## A visegrádi országok pénzügyi integrációja: a részvény- és kötvénypiaci hozamok, valamint a volatilitás együttmozgásának vizsgálata wavelet és kopula tesztekkel\*

**Czelleng Ádám,**  
a GKI Gazdaságkutató Zrt.  
kutatásvezetője,  
a Szegedi Tudományegyetem  
PhD-hallgatója  
E-mail: czelleng.adam@gmail.com

A tanulmány célja, hogy a visegrádi országok pénzügyi integrációját egy új módszertani eszközzel elemezze. A tőzsdei hozamokat és azok volatilitását, valamint a hosszú távú állampapírok hozamát és volatilitását is függőségi tesztekkel vizsgálja a szerző, folytonos wavelet transzformációval, napi piaci adatokon. A wavelet módszer alkalmazásával azonosíthatók a függőségi szintek és az elhúzódó hatások az egyes visegrádi országok pénzügyi piacain a válság utáni időszakban (2011 január és 2018 február). A magyar kötvénypiaci hozamok együttmozgásának szorossága az idővel változik, de 2017-től elszakadtak a régiós hozamoktól, azaz egyre függetlenebbé vált a 10 éves államkötvények hozama, ami vélhetően a Magyar Nemzeti Bank „Önfinanszírozási programjának” eredménye. A hozamok esetében egyértelmű a függetlenedés, ám továbbra is jelentős együttmozgás mérhető a volatilitás tekintetében. A tőzsdei hozamok és a volatilitás együttmozgása a vizsgált időszakban stabil, és elsősorban rövid távú hatások mérhetők. A szerző kopula módszerrel vizsgálja az oksági kapcsolatokat, illetve azt, hogy a hatások tartósak vagy átmenetiek.

TÁRGYSZÓ:  
Pénzügyi integráció.  
Pénzügyi piacok.

DOI: 10.20311/stat2019.4.hu0347

\* A kutatást az EFOP-3.6.2-16-2017-00007 számú, „Az intelligens, fenntartható és inkluzív társadalom fejlesztésének aspektusai: társadalmi, technológiai, innovációs hálózatok a foglalkoztatásban és a digitális gazdaságban” című projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap és Magyarország költségvetése társfinanszírozásában valósul meg.

Az egyes országok teljesítménye közötti oksági kapcsolattal számos tanulmány foglalkozott már. Elemzésemben a magyar és a többi visegrádi ország pénzügyi piacának kapcsolatát vizsgálom a részvény- és a kötvénypiacok hozama és volatilitása alapján.

A részvénytőzsi indexek együttmozgása a nemzetközi pénzügyek egyik sokat taglalt témája. A részvénytőzsi közötti oksági kapcsolat feltárása rendkívül fontos, többek között a befektetők számára, hiszen ezen tudással felvértezve képesek olyan fedezeti stratégiákat kiépíteni, melyek a befektetők várakozásait és kockázattétvágyát tükrözi.

A kötvénypiaci együttmozgások vizsgálata már egy kevésbé felkapott és népszerű téma a kutatók körében, habár a 2008-as világméretű pénzügyi válság rámutatott a kötvénypiac globális pénzügyi rendszerben betöltött szerepére. A kötvénypiaci – elsősorban az állampapírpiacon – együttmozgások és az oksági kapcsolatok megismerése lényeges a gazdaságpolitikai döntéshozók számára, beleértve a fiskális és a monetáris politikai döntéshozókat. A kötvénypiaci összefonódások és függések befolyásolhatják a hozamgörbét, a devizaárfolyamot, így jelentős hatással lehet az alkalmazott monetáris politika irányára, eszközeire, valamint a transzmissziós mechanizmus hatásosságára és a pénzügyi stabilitásra. Azonban nemcsak a monetáris, hanem a fiskális politika is fontos következtetéseket vonhat le a kötvénypiaci együttmozgás ismeretében, hiszen ez határozza meg a finanszírozás költségét, és hatással van a refinanszírozási kockázatokra (likviditási kockázatra) is.

## 1. Szakirodalmi áttekintés

Az 1960-as évektől kezdve empirikusan gyakori kutatott téma a részvénytőzsi együttmozgások azonosítása. *Grubel* [1968] és *Solnik* [1974] az országon belüli részvénytőzsi korrelációt vizsgálták, és mindketten gyenge lineáris kapcsolatot mértek. Két évtizeddel később *Goldstein–Mussa* [1993] a nemzetközi részvénytőzsi együttmozgását mérték korrelációval, és már erősebb kapcsolatot azonosítottak. Az elmúlt években a finanszírozás, globalizáció, pénzügyi integráció és a válság hatásai tükrében még inkább kutatott téma lett a piacok integrációja. Számos tanulmány kifejezetten a recessziós időszakok együttmozgásait elemezte.

*Lee* [2009] kointegrációs tesztekkel bizonyította, hogy a válság integrációs hatásokkal rendelkezett, mivel az ASEAN- (Association of Southeast Asian Nations

– Délkelet-ázsiai Nemzetek Szövetsége)<sup>1</sup> országok pénzügyi mutatóinak együttmozgása fokozódott az 1997-es ázsiai válságot követően. *Dewandaru–Masih–Masih* [2015] ugyanerre a következtetésre jutottak, azaz az 1997-es ázsiai válság hatására jelentősen emelkedett a térség országainak pénzügyi integrációja, tehát erősödött a piacok egymásra hatása. *Jiang–Nie–Monginsidi* [2017] wavelet és kopula módszerekkel elemezték az ázsiai országok részvényindexeit, és eredményeik szerint a pénzügyi integráció ugyan fokozódott, de az egymást befolyásoló hatás országonként különböző erősséggel és eltérő késleltetéssel jelentkezett.

Sok kutatás bizonyította empirikusan az Egyesült Államok belső piacait érintő hírek hatását más országok részvénytőzsdáira. Többek között *Copeland–Copeland* [1998], *Janakiraman–Lamba* [1998], valamint *Jeong* [1999] empirikusan erős együttmozgást mértek különböző országok és az Egyesült Államok részvényindexei között, ezzel bizonyítva az egymástól földrajzilag távol eső országok közötti kapcsolatot. *Ling–Gurjeet* [2010] kopula-Garch-modellt alkalmazva mért erős függőségi kapcsolatot az S&P500 és a FTSE100 részvényindexek között. *Pilajk* [2013] 7 ország és az Egyesült Államok állampapírai között szintén erős együttmozgást állapított meg, ugyanakkor következtetése szerint a belső makrogazdasági folyamatok alapvetően befolyásolják, hogy milyen mértékben, milyen késleltetéssel és milyen tartósan hat az egyesült államokbeli kötvénypiac a különböző országok piacaira. *Engsted–Taggaard* [2007] az Egyesült Államok és a német kötvénypiac közötti kapcsolatot vizsgálták 1975 és 2003 között, és arra az eredményre jutottak, hogy a két kötvénypiac közötti kapcsolatot az egyesült államokbeli inflációs adat befolyásolja leginkább. A szerzőpáros egy korábbi tanulmányában (*Engsted–Taggaard* [2001]) vektorautoregressziós modellkeretben vizsgálta a dán és az egyesült államokbeli részvény- és kötvénypiac együttmozgásának determinánsait, és az inflációs várakozást mint a kapcsolat szorosságát leginkább meghatározó tényezőt azonosították. *Albulescu–Goyeau–Tiwari* [2015] wavelet analízissel talált időben változó erősségű együttmozgást az európai és az egyesült államokbeli tőzsdeindexek között. A kelet-közép-európai régió országainak pénzügyi integrációját wavelet módszerrel többek között *Cărbăușu et al.* [2017] és *Baruník–Vácha* [2013] elemezték. E két tanulmány nem foglalkozott az oksági viszonyokkal. A régiós országok részvényindexeinek együttmozgását nem egymáshoz viszonyítva, hanem nyugat-európai és egyesült államokbeli relációban vizsgálta mindkét elemzés. *Cărbăușu et al.* [2017] két időszakot különböztetett meg: a 2005 és 2009, valamint a 2010 és 2016 közöttit. Az első időszakban minden esetben erős együttmozgást találtak, kivéve Szlovákiát, ahol függetlenséget tapasztaltak. A válság utáni időszakra már Lengyelország, Csehország és Magyarország esetén is csökkenő függőséget mértek. *Baruník–Vácha* [2013] is hasonló eredményekre jutottak. A régió és Németország tőzsdeindexét összevetve

<sup>1</sup> Fülöp-szigetek, Indonézia, Malajzia, Szingapúr, Thaiföld.

erős kapcsolatot mértek, ami hosszabb frekvencián vizsgálva jelentősen gyengébbnek bizonyult. Az együttmozgás ereje szignifikánsan csökkent a válságot követően, ezzel megerősítve *Cărauşu et al.* [2017] eredményeit.

## 2. Módszertan

Jelen tanulmány elsősorban a folytonos wavelet transzformációra és kopula modellre támaszkodik. Az idősorok közötti együttmozgás elemzéséhez a folytonos wavelet módszert használtam. Az eljárás során az idősorok frekvenciatérben vizsgálhatók. Az interpretációt segítő a szakirodalomban is gyakran használatos ún. hő térképen illusztráltam az eredményeket. Azokban az időszakokban, ahol tartós és szoros együttmozgást tapasztaltam, a széleloszlások mérésére és az oksági kapcsolatok azonosítására a szimmetrikus és az aszimmetrikus kopula modelleket a GJR<sup>2</sup>-GARCH- (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity – általános autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás) modell reziduumaikra alkalmaztam.

### 2.1. Wavelet elemzés

A wavelet transzformáció az idősorokat frekvenciatartományban vizsgálja, amely nem idegen az ökonometria számára. A Fourier-módszer – melyet elsősorban trendek, ciklusok és szezonális tényezők szétválasztására fókuszáló tanulmányokban alkalmaznak – azonban nem veszi figyelembe az idődimenziót, az idősort egy frekvenciatérben aggregálja. Ezt a problémát oldja fel a wavelet analízis, hiszen képes megragadni az időbeliséget és a frekvenciát egyaránt. További előnye a módszernek, hogy segítségével elkerülhetővé válik a végtelenszeres differenciálhatóság, és egyszerűbbé válik az idősorok interpolációja (*In-Kim* [2013], *Sanderson* [2010]). Leegyszerűsítve, a wavelet transzformáció megmutatja, hogy az idősor mennyit változott egy lokalizálható időpont környezetében. Két idősor kapcsolatáról a wavelet koherencia ad számot, amely azt mutatja meg, hogy a két idősor adott időpontokban különböző időtávokon milyen mértékben mozgott együtt.

A módszer neve az angol „little waves” (kis hullámok) kifejezésből származtatható. Az elnevezést *Morlet et al.* [1982] használták először. A módszertan részletes és alapos ismertetése többek között *Chui* [1992] és *Strang–Nguyen* [1996] tanulmányaiban olvasható. *Gençay–Selçuk–Whitcher* [2002] az eljárás alkalmazhatóságát és adaptációját mutatják be közgazdaságtani és pénzügyi problémák elemzésében.

<sup>2</sup> *Glosten–Jagannathan–Runkle* [1993].

A Fourier-transzformációtól eltérően, a wavelet transzformációval a lokalitás egyidejűleg elérhető időben és a frekvenciatartományban, ezzel biztosítva egy nem-stacionárius függvény létrehozását, amely reprezentálja az idősort. A waveletet a következő módon definiálhatjuk:  $\varphi \in L^2(\mathbb{R})$

$$C_\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega > 0, \quad /1/$$

ahol  $\psi(\omega)$  a  $\varphi(x)$  Fourier-transzformációja és  $C_\varphi$  a wavelet konstans. Az /1/ egyenlet azt a kondíciót rögzíti, mely biztosítja, hogy a waveletet frekvenciák határozzák meg. A kritériumból következik továbbá, hogy  $\psi(0) = 0$ , azaz

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx = 0, \quad /2/$$

amely biztosítja, hogy  $\varphi(x)$  időben is meghatározható (ami maga után vonja, hogy  $\varphi \in L(\mathbb{R})$  és oszcilláló. A folytonos wavelet transzformáció pedig az időszak egészen (periódus) vett integrállal értelmezhető:

$$C(\text{skála}, \text{pozíció}) = \int_{-\infty}^{\infty} x_t \varphi(\text{skála}, \text{pozíció}, \text{idő}) dt. \quad /3/$$

A folytonos wavelet transzformáció eredményeként számos  $C$  együtthatót kapunk, amelyeket a skála és a pozíció határoz meg. Ezen paraméterek az idősor minden időpontjában értelmezhetők. A skálaparaméter értéke határozza meg, hogy milyen széles periódussal dolgozunk. Alacsony érték a magas frekvenciájú részek azonosítására alkalmas, míg a magas érték alacsony frekvenciára utal. Így számos  $C$  együtthatót kapunk, amelyek értelmezhetők valamennyi frekvencián és valamennyi időpontban. A wavelet dekompozíció során az együtthatók információt nyújtanak az amplitúdóról lokációként és frekvenciaként. Amennyiben ez felírható két folytonos változó folytonos függvényeként, akkor folytonos wavelet transzformációról beszélünk (erről részletesen lásd *Daubechies* [1992], *Sanderson* [2010] és *Vidakovic* [1999]). A folytonos wavelet transzformáció a következő formában definiálható:

$$F(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} x_t \varphi\left(\frac{t-a}{b}\right) dt, \quad /4/$$

amelynek inverz formája a következő:

$$x_t = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(a, b) \varphi\left(\frac{t-a}{b}\right) da db, \quad /5/$$

ahol  $\varphi(t)$  az alap vagy gyakrabban anya wavelet,  $a, b \in \mathbb{R}$  valós, folytonos változók. A pénzügyi idősorok elemzésében a leggyakrabban használt anya wavelet a Morlet-wavelet (*Goupillaud–Grossmann–Morlet* [1984]).

## 2.2. A GJR-GARCH-modell

A széleloszlások azonosításához *Glosten–Jagannathan–Runkle* [1993] által alkalmazott GJR-GARCH-modellt használtam,<sup>3</sup> amely feloldja a klasszikus GARCH-modellek szimmetriából eredő korlátozását. *Shahzad et al.* [2016] alapján azzal a feltételezéssel éltem, hogy a peremeloszlások valamennyi hozam és volatilitás esetén GJR-GARCH(1,1)-modellel írhatók le, amely képes megragadni az aszimmetrikus hatásokat. Érdemes megemlíteni azonban, hogy más paraméterezés, illetve modell (például TARCH, GARCH) alkalmazása esetén a BIC (Bayesian information criterion – Bayes-féle információs kritérium) értéke magasabb lenne (*Cappiello–Engle–Sheppard* [2006]). A modell segítségével az aszimmetrikus volatilitást úgy vizsgáltam, hogy a standard feltételes variancia egyenletébe dummy változót vezettem be *Jiang–Nie–Monginsidi* [2017] alapján. Ezt a modellt a következő egyenletrendszer írja le (/6–/8/).

$$r_{i,t} = \alpha_i + \varepsilon_{i,t}, \quad /6/$$

$$\varepsilon_{i,t} | I_{t-1} = h_{i,t} z_{i,t} \quad z_{i,t} \sim \text{ferdeség} - t(z_{i,t}, \lambda_i, \Phi_i), \quad /7/$$

$$h_{i,t}^2 = \omega_i + \theta_i h_{i,t-1}^2 + \zeta_i I(\varepsilon_{i,t-1} < 0) \varepsilon_{i,t-1}^2 + \delta_i \varepsilon_{i,t-1}^2, \quad /8/$$

ahol  $\alpha_i$  az  $i$  részvény átlagos hozama,  $\varepsilon_{i,t}$  az  $i$  részvény átlagtól vett eltérése a  $t$ . időpontban, így az  $r$  az  $i$ . részvény hozama a  $t$ . időpontban;  $I$  dummy változóként az információt jelöli  $t-1$ . időpontban;  $h_{i,t}^2$  pedig a feltételes variancia a  $t$ . időpontban.  $I(\cdot) = 1$ , amikor  $\varepsilon_{i,t} < 0$ , máskülönben  $I(\cdot) = 0$ . Amennyiben  $\delta_i$  nagyobb, mint 0, akkor az áttételes hatás jelentkezik a feltételes varianciában, így a negatív sokkok nagyobb hatást gyakorolnak a hozamokra és a volatilitásra.

<sup>3</sup> Az általánosított autoregresszív heteroszkedaszticitású modellek alkalmazásának és feltételeinek gazdag szakirodalma van (ezekről részletesen lásd *Kiss* [2017]).

## 2.3. Kopula alapú módszerek

Szimmetrikus és aszimmetrikus kopula teszteket alkalmaztam, hogy a széleloszlások kapcsolatát és az oksági viszonyokat feltárjam. A kopulák és a körük épített módszerek az elmúlt években váltak kifinomult modellezési eszközzé, mivel segítségével lehetőség nyílik a többváltozós függőségi struktúrák feltárására. Ezek a modellek a pénzügyek vizsgálatokor elsősorban az eszközárzás, a hitelminősítés és a kockázatmenedzsment területén használatosak (erről többek között lásd *Bouye et al.* [2000], *Embrechts–Lindskog–McNeil* [2003]).

A fordított módszer során az empirikus eloszlásokat használjuk, hogy megkapjuk, vagy legalábbis összevethessük a nevezetes kopulákkal. *Sklar* [1959] a tételében leírja a kopulák elméleti használhatóságát, hiszen a tétel szerint bármely többváltozós eloszlásfüggvény felírható a /9/-es formában (*Yan* [2007]). A kopula olyan többváltozós eloszlásfüggvény, melynek peremeloszlásai egyenletesek. Egy  $p$ -dimenziós  $\mathbf{U}$  véletlen vektor egy-egy egységnyi élű kockában a  $C$  kopulát eredményezi:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_p) = \Pr(\mathbf{U}_1 \leq u_1, \mathbf{U}_2 \leq u_2, \dots, \mathbf{U}_p \leq u_p). \quad /9/$$

Legyen  $F$  egy  $p$ -dimenziós eloszlásfüggvény  $F_1, \dots, F_p$  peremeloszlásokkal. Ekkor a  $p$ -dimenziós  $C$  kopula a következő módon írható fel:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_p) = C\{F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_p(x_p)\}. \quad /10/$$

Gauss-kopulát használtam a szimmetrikus hatások azonosítására. A Gauss-kopula a következők szerint definiálható.

$$C_\rho^{Ga}(u_1, u_2) = \Phi_\Sigma(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)), \quad /11/$$

ahol  $\Sigma$  egy  $2 \times 2$  mátrix, egységnyi értékekkel a főátlóban és  $\rho$  értékkel a mátrix főátlón kívüli helyein.  $\Phi_\Sigma$  jelöli a normális eloszlás eloszlásfüggvényét  $\Sigma$  korrelációs mátrixszal, és  $\Phi^{-1}$  pedig a standard normális eloszlásfüggvény inverzét.

Az aszimmetrikus hatások feltárásához, Clayton- és Gumbel-kopulákat alkalmaztam (részletes leírásukat lásd *Patton* [2006]). A Clayton-kopulával a negatív, míg a Gumbel-kopulával a pozitív szélek függőségét elemeztem. A Clayton-kopulát a /12/-es egyenlettel definiálhatjuk:

$$C_\theta^{Cl}(u_1, u_2) = \left( \max\{u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1, 0\} \right) \bar{\theta}, \quad /12/$$



ahol  $\theta \in [-1, \infty) \setminus \{0\}$ . Amennyiben  $\theta \rightarrow 0$ , akkor független kopulát kapunk, azaz nincs negatív aszimmetrikus kapcsolat a változók eloszlása között. Amennyiben  $\theta \rightarrow \infty$ , a Clayton-kopula tökéletes pozitív függőséget jelöl. A  $\theta = -1$  esetében megkapjuk a Frechet–Hoeffding-féle alsó határt.

A pozitív szélek függőségéhez Gumbel-kopulát használtam, mely a /13/-as egyenlettel írható le:

$$C_{\theta}^{Gu}(u_1, u_2) = \exp \left\{ - \left( (-\ln u_1)^{\theta} + (-\ln u_2)^{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta}} \right\}, \quad /13/$$

ahol  $\theta \in [1, \infty)$ . Független kopulát kapunk  $\theta = 1$  esetében, ahol nincs pozitív aszimmetrikus kapcsolat az eloszlások szélein, míg  $\theta \rightarrow \infty$  a Gumbel-kopula tökéletes pozitív függőséget jelöl, így a Gumbel-kopula a független és a függő kapcsolat között mozog.

### 3. A felhasznált adatok köre

Az empirikus vizsgálatokhoz kétféle adatbázist használtam fel. A visegrádi országok kötvénypiacának vizsgálatához a 10 éves állampapírok adatait, míg a részvénytőzsdéhez az országok részvényindexeit (Magyarország – BUX; Lengyelország – WIG; Szlovákia – SAX; Csehország – PX) vettem. A napi hozamokat a záróárfolyamok közötti változással, míg a napi volatilitást *Parkinson* [1980] nyomán a záróárfolyam arányában vett napi ingadozással (napi maximális – napi minimális ár) mértem. Az adatokat a Reuters adatbázisából nyertem.

A részvény és a hosszú távú állampapírok piaca némileg különböző struktúrájú, míg előbbi alapvetően árjegyzői, utóbbi ajánlatvezérelt piac. Ebből következően különböző hosszúságú idősorok álltak rendelkezésemre. Az ajánlatvezérelt részvénytőzsdára alapvetően hosszú és folytonos idősor jellemző, így ennek elemzése egyszerűbb. Azonban az árjegyzői állampapír piacokon egyes időszakokban nem volt értelmezhető a jegyzett ár, így az elemzés során csak azok az időszakokat vettem figyelembe, amelyek esetén az országpárok mindegyikére folytonos idősor állt rendelkezésre.

A napi részvényindexeket 2011. január és 2018. február között elemeztem, ami 1 543 adatpontot jelent valamennyi ország esetén, míg a kötvénypiac esetén 2011. január és 2018. február között 1305 adatpont állt rendelkezésemre. Az 1. táblázat a részvénytőzsdai, a 2. táblázat a kötvénypiaci adatok leíró statisztikai elemzését tartalmazza.

1. táblázat

*Leíró statisztika a részvénytőzsi adatokhoz, 2011–2018*

(n = 1 543)

(százalék)

Ország	Átlag	Szórás	Minimum	Maximum	Terjedelem
Hozam					
Magyarország	0,05	1,18	–6,45	5,67	12,12
Csehország	0,01	1,03	–7,24	4,57	11,81
Lengyelország	0,03	1,02	–6,74	4,07	10,81
Szlovákia	0,03	1,08	–8,91	9,55	18,45
Volatilitás					
Magyarország	1,43	0,79	0,32	8,66	8,34
Csehország	1,17	0,67	0,28	10,30	10,01
Lengyelország	1,05	0,61	0,26	7,81	7,55
Szlovákia	0,64	0,77	-	6,29	6,29

*Forrás:* Itt és a 2. táblázatnál a Reuters adatbázisa (<https://www.reuters.com/finance/global-market-data>) alapján saját számítás.

2. táblázat

*Leíró statisztika a kötvénypiaci adatokhoz, 2011–2018*

(n = 1 305)

(százalék)

Ország	Átlag	Szórás	Minimum	Maximum	Terjedelem
Hozam					
Magyarország	0,01	0,89	–18,96	3,02	12,12
Csehország	–0,04	1,09	–20,79	1,41	11,81
Lengyelország	–0,01	0,35	–5,26	1,13	10,81
Szlovákia	0,01	0,80	–22,05	8,08	18,45
Volatilitás					
Magyarország	0,59	0,65	0	5,85	8,34
Csehország	0,18	0,55	0	13,22	10,01
Lengyelország	0,72	0,48	0	6,84	7,55
Szlovákia	0,43	0,31	0	2,79	6,29

## 4. Empirikus eredmények

Tanulmányomban a visegrádi országok pénzügyi integrációját vizsgáltam úgy, hogy Magyarországot helyeztem a középpontba, és a térség többi országával állítottam párba. Wavelet eljárás segítségével feltártam a kapcsolatok közötti időszakos különbségeket, azonosítottam az elhúzódo hatások erősségét, elemeztem az idősorok közötti függőség időben változó erejét és tartósságát a periódus egészében. A bemutatott módszerek kódolása R szoftvercsomagban történt (*R Core Team* [2016]).

A Függelékben található F1. táblázat a részvénytőkepiaci adatok korrelációs mátrixa, amely a Pearson-féle korrelációs együtthatókat mutatja be a részvénytőkepiaci kapcsán. A táblázat alapján elmondható, hogy a magyar, a cseh és a lengyel részvénytőkepiaci adatok között szignifikáns lineáris kapcsolat mérhető a vizsgált periódus egészén, míg a szlovák tőzsdeindex lineárisan függetlennek tekinthető. A hozamok és a volatilitás pozitívan korrelál más országok hozamaival, illetve volatilitásával, azonban a hozam és a volatilitás között negatív korreláció mérhető.

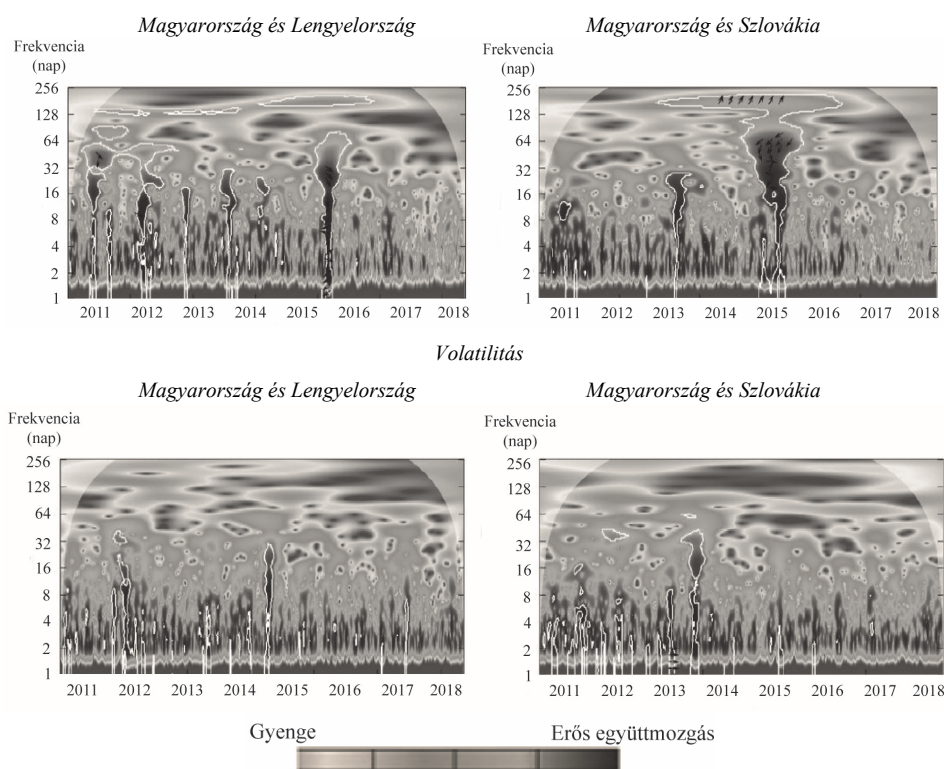
Az F2. táblázat a kötvénytőkepiaci hozamok és volatilitás közötti korrelációs mátrix, amely az F1. táblázathoz hasonlóan épül fel. Az eredmények alapján elmondható, hogy a magyar kötvénytőkepiaci hozamok szignifikáns, de csupán nagyon gyenge korrelációs kapcsolatban állnak a lengyel és a szlovák hozamokkal. A magyar kötvénytőkepiaci volatilitás lineáris kapcsolatban van a magyar hozamokkal és a többi visegrádi ország kötvénytőkepiaci volatilitásával egyaránt.

A frekvencia napokban fejezi ki, hogy az egyik idősorban történő elmozdulás, változás milyen hosszan érezteti hatását a másik idősoron. A részvénytőkepiaci hozamok esetében erős együttmozgás mérhető rövid távon (1 és 5 nap közötti frekvencián), hasonlóan a részvénytőkepiaci volatilitáshoz. A kapcsolat szorossága stabilnak bizonyult a vizsgált periódus egészében. A kopula tesztekkel igazolni tudtam a pozitív szélek együttmozgását, amely azt jelenti, hogy szélsőségesen pozitív az elmozdulás az árban, vagy a magas volatilitás tükröződik a másik ország piacain is, míg az alacsony értékek hatása nem érzékelhető. Az időben eltoló értékeket vizsgálva a kopula modellel, nem tudtam domináns országot azonosítani.

A kötvénytőkepiaci jellegéből adódóan kevesebb adatpont áll rendelkezésemre. Például a cseh kötvény idősorai nem folytonosak, kevésbé likvid az értékpapír, mint a többi ország esetében. Az 1. ábrán, az ún. kapcsolatok hőképe (wavelet térkép) a magyar és a lengyel, valamint a magyar és a szlovák kötvénytőkepiaci kapcsolata látható. A függőleges tengely a frekvenciát jelöli napokban kifejezve, a vízszintes tengely pedig az időszakot. A színskála pedig a kapcsolat szorosságát mutatja, a sötétebb szín erős, míg a világos gyenge együttmozgást jelent az adott időszakban és frekvencián az országpárok között. A térképen a fehér vonallal határolt területeken a hozamok és a volatilitás együttmozgása 5 százaléknál alacsonyabb szignifikanciaértékű, így nagyon erős szignifikáns kapcsolat mérhető az adott időben és frekvencián.

1. ábra. Wavelet koherencia alakulása

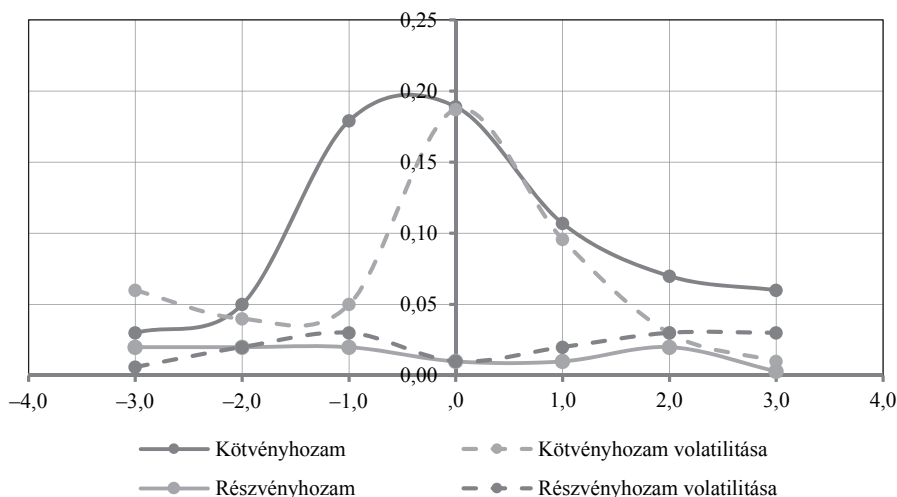
Kötvénypiaci hozamok



Az 1. ábra alapján látható, hogy az országok kötvénypiacai között együttmozgás mérhető 2017 elejéig. 2017 első negyedévéét követően, a magyar kötvénypiac egyre inkább függetlenedett a lengyel és a szlovák piacoktól. Az ábrán a felül található wavelet térképek a kötvénypiaci hozamok közötti kapcsolatot mutatják. A hozamokban bekövetkező változás akár 64 napig is mérhető volt. Az ábráról leolvasható, hogy a magyar hozamok függetlenedése a régiós országokétól nem jelentkezik a volatilitás szintjén, hiszen ott továbbra is rövid távú együttmozgás figyelhető meg. Az alacsony frekvencián (rövid távon) szorosabb együttmozgás mérhető tehát, amely egybeesik a szakirodalommal lásd *Cărbăușu et al.* [2017], *Barunik–Vácha* [2013], valamint *Jiang–Nie–Monginsidi* [2017]). Érdekesség azonban, hogy míg *Lee* [2009], *Dewandaru–Masih–Masih* [2015] és *Jiang–Nie–Monginsidi* [2017] az ázsiai országok esetében fokozódó integrációról számolt be az ázsiai válságot követően (1997), addig a visegrádi országok esetében a válságot követően (2008 után) szignifikánsan csökkent a piaci együttmozgás. Ez vélhetően a válságok eltérő természetéből és az azokra adott különböző politikai reakciókból következik.

A kopula tesztekkel igazoltam a pozitív széleloszlások függőségét, ami annyit jelent, hogy pozitív a változás a hozamokban, illetve a volatilitásban, és hatással van más országok piacaira is, míg az átlagnál alacsonyabb értékű elmozdulásnak nincs tovagyűrűző, fertőző hatása. A 2. ábra a Gauss-kopula  $\rho$  paraméterének alakulását mutatja az időben eltolt modellek esetében. A zérustól való eltérés segít azonosítani, hogy mely piacról induló sokknak van erősebb hatása. Amennyiben a negatív irányba aszimmetrikus görbét kapunk, úgy azt jelenti, hogy a magyar piacot dominálják, míg a pozitív irányú eltérés a magyar piac dominanciáját mutatja. Az eredmények alapján azt mondhatjuk, hogy a szlovák kötvénypiac erősebb és dominánsabb hatást fejt ki a magyarra, mint a magyar piac a szlovákra.

2. ábra. A Gauss-kopulát alkalmazó tesztek időben eltolt együtthatói az oksági irányok azonosításához Magyarország és Szlovákia esetében



## 5. Záró gondolatok, következtetések

A wavelet és a kopula elemzések eredményeként arra jutottam, hogy a részvénypiac tartós és konstans mértékben mozog együtt. Jellemzően a pozitív irányú elmozdulások éreztetik a hatásukat a másik ország piacain, azonban a vizsgált régióban nem találtam domináns országot. Ebből arra következtethetünk, hogy a részvénypiacok a globális pénzügyi folyamatokba nagyon erősen integrálódtak, tehát a régióba tartozó országok azonos trendeket követnek, így azonos időben és közel azonos mértékben hatnak rájuk a globális hatások.

A kötvénypiac esetében a hozamok közötti kapcsolat 2017 első negyedévének végéig szignifikánsnak mutatkozott, amely vélhetően elsősorban a Magyar Nemzeti Bank által indított „Önfinanszírozási program” eredménye, mely során az államháztartás finanszírozását – először rövid és a program beindítása után kis késleltetéssel hosszú távon is – a belső gazdasági szereplők biztosítják. A program célja épp az, hogy függetlenítse a kötvénypiacot, így a finanszírozást a külső hatásoktól (ezzel csökkentve a likviditási kockázatot). A program alapján a monetáris politika és a transzmissziós mechanizmusok veszítettek transzparenciájukból, míg fokozódott a hazai bankrendszer és az állam összefonódása, ugyanakkor az eredmények egyértelműen bizonyítják, hogy a hozamok függősége a régiós kötvények relációjában jelentősen csökkent. A program ellenére is nagyon szoros függőség mérhető a volatilitásban, amely annyit jelent, hogy a volatilitás a nemzetközi piacokon továbbra is volatilibb teszi a hazai kötvénypiacot. Turbulens piaci környezetben a magyar kötvénypiac is volatilibb válik, így továbbra is fokozott hatást gyakorolnak a nemzetközi piacok, a volatilitás válik az elsődleges fertőzési csatornává. A volatilitás tovagyűrűzése aszimmetrikusan történik: a stabil, alacsony volatilitás nem, de a turbulens időszakokat jellemző magas volatilitás más piacokon is megjelenik.

A függőségi tesztek alapján a magyar kötvénypiacot tartósan a szlovák kötvénypiac dominálja, míg nem tapasztalható egyértelműen domináns függőségi viszony a lengyel és a cseh adatokkal. Ez annyit jelent, hogy a szlovák kötvénypiaci mozgások tartósabb és dinamikusabb hatást fejtenek ki a magyar kötvénypiacokon. Ennek hátterében az lehet, hogy a szlovák költségvetés finanszírozása euróban történik, ezért a mögöttük levő finanszírozási kör vélhetően a legnagyobb. Ezen kívül a régióban Magyarország sajátos helyzetben van, ugyanis a hazánkban befektetők többnyire a régió többi országában is befektetők. Fordítva azonban ez nem feltétlenül igaz, mivel valamennyi vizsgálatba bevont régiós ország szuverén adóssága a válság éveitől és azt követően is befektetésre javasolt kategóriába estek, ellentétben a magyar adóssággal, amely csak 2016-ban került ki a befektetésre nem javasolt kategóriából. Ez tehát azt jelenti, hogy ha a Szlovákia mögötti befektetői kör reakciói turbulenciát okoznak, az érződik Magyarországon is, azonban a szűkebb hazai finanszírozói kör miatt ez fordítva nem igaz.

## Függelék

F1. táblázat

*Korrelációs mátrix a részvénypiaci adatok alapján, 2012–2018*

Ország	Magyar-ország	Csehország	Lengyel-ország	Szlovákia	Magyar-ország	Csehország	Lengyel-ország	Szlovákia
	Hozam				Volatilitás			
Hozam								
Magyarország	1,000	0,501*	0,522*	−0,007	−0,148*	−0,146*	−0,155*	0,014
Csehország		1,000	0,553*	0,016	−0,129*	−0,210*	−0,163*	−0,026
Lengyel			1,000	−0,018	−0,170*	−0,142*	−0,250*	−0,024
Szlovákia				1,000	−0,006	−0,012	−0,031	0,045*
Volatilitás								
Magyarország					1,000	0,471*	0,465*	0,031
Csehország						1,000	0,443*	0,061*
Lengyelország							1,000	0,014
Szlovákia								1,000

Megjegyzés. Itt és az F2. táblázatban \*  $p < 0,1$ .

F2. táblázat

*Korrelációs mátrix a kötvénypiaci adatok alapján, 2012–2018*

Ország	Magyar-ország	Csehország	Lengyel-ország	Szlovákia	Magyar-ország	Csehország	Lengyel-ország	Szlovákia
	Hozam				Volatilitás			
Hozam								
Magyarország	1,000	0,012	0,232*	0,063*	−0,064*	−0,013	−0,038	−0,027
Csehország		1,000	0,027	0,039	0,030	−0,015	−0,017	0,034
Lengyelország			1,000	0,103*	−0,052*	−0,015	−0,101*	−0,067*
Szlovákia				1,000	−0,008	0,005	−0,008	−0,013
Volatilitás								
Magyarország					1,000	0,124*	0,404*	0,219*
Csehország						1,000	0,026	0,076*
Lengyelország							1,000	0,290*
Szlovákia								1,000

## Irodalom

- ALBULESCU, C. T. – GOYEAU, D. – TIWARI, A. K. [2015]: Contagion and dynamic correlation of the main European stock index futures markets: a time-frequency approach. *Procedia Economics and Finance*. Vol. 20. pp. 19–27. [http://dx.doi.org/10.1016/S2212-5671\(15\)00042-8](http://dx.doi.org/10.1016/S2212-5671(15)00042-8)
- BARUNÍK, J. – VÁCHA, L. [2013]: Contagion among Central and Eastern European Stock Markets during the Financial Crisis. *Czech Journal of Economics and Finance*. Vol. 63. Issue 5. pp. 443–453.
- BOUYE, E. – DURRLEMAN, V. – NIKEGHBALI, A. – RIBOULET, G. – ROCNCALLI, T. [2000]: *Copulas for Finance – A Reading Guide and Some Applications*. Goupe de Recherche Opérationnelle. Paris. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1032533>
- CAPPIELLO, L. – ENGLE, R. F. – SHEPPARD, K. [2006]: Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *Journal of Financial Econometrics*. Vol. 4. Issue 4. pp. 537–572. <http://dx.doi.org/10.1093/jjfinec/nbl005>
- CĂRĂUȘU, D. N. – FILIP, B. F. – CIGU, E. – TODERAȘCU, C. [2017]: Contagion of capital markets in CEE countries: evidence from wavelet analysis. *Emerging Markets Finance and Trade*. Vol. 54. Issue 3. pp. 618–641. <https://doi.org/10.1080/1540496X.2017.1410129>
- COPELAND, M. – COPELAND, T. [1998]: Lads, lags, and trading in global markets. *Financial Analysts Journal*. Vol. 54. Issue 4. pp. 44–49. <https://doi.org/10.2469/faj.v54.n4.2199>
- CHUI, C. K. [1992]: *An Introduction to Wavelets*. Academic Press. San Diego.
- DAUBECHIES, I. [1992]: *Ten Lectures on Wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia. <http://dx.doi.org/10.1137/1.9781611970104>
- DEWANDARU, G. – MASI, R. – MASI, A. M. M. [2015]: Why is no financial crisis a dress rehearsal for the next? Exploring contagious heterogeneities across major Asian stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Application*. Vol. 419. February. pp. 241–259. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2014.10.046>
- EMBRECHTS, P. – LINDSKOG, F. – MCNEIL, A. [2003]: Modelling dependence with copulas and applications to risk management. *Handbook of Heavy Tailed Distribution in Finance*. Vol. 1. pp. 329–384. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-044450896-6.50010-8>
- ENGSTED, T. – TANGGAARD, C. [2001]: The Danish stock and bond markets: Comovement, return predictability and variance decomposition. *Journal of Empirical Finance*. Vol. 8. No. 3. pp. 243–271. [http://dx.doi.org/10.1016/S0927-5398\(01\)00029-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0927-5398(01)00029-9)
- ENGSTED, T. – TANGGAARD, C. [2007]: The comovement of US and German bond markets. *International Review of Financial Analysis*. Vol. 18. Issue 2. pp. 172–182. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2006.03.002>
- GENÇAY, R. – SELÇUK, F. – WHITCHER, B. [2002]: *An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics*. Academic Press. London.
- GLOSTEN, L. R. – JAGANNATHAN, R. – RUNKLE, D. E. [1993]: On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*. Vol. 48. Issue 5. pp. 1779–1801. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1993.tb05128.x>
- GOUPILLAUD, P. – GROSSMANN, A. – MORLET, J. [1984]: Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*. Vol. 23. Issue 1. pp. 85–102. [http://dx.doi.org/10.1016/0016-7142\(84\)90025-5](http://dx.doi.org/10.1016/0016-7142(84)90025-5)



- GOLDSTEIN, M. – MUSSA, M. (1993): *The Integration of World Capital Markets*. Working Paper. No. 95. International Monetary Fund. Washington, D.C. <http://dx.doi.org/10.5089/9781451950397.001>
- GRUBEL, H. [1968]: International diversified portfolio: welfare gains and capital flows. *American Economic Review*. Vol. 58. No. 5. pp. 1299–1314.
- IN, F. – KIM, S. [2013]: *An Introduction to Wavelet Theory in Finance: A Wavelet Multiscale Approach*. World Scientific Publishing. Singapore. <http://dx.doi.org/10.1142/8431>
- JANAKIRAMANAN, S. – LAMBA, A. S. [1998]: An empirical examination of linkages between Pacific-Basin stock markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*. Vol. 8. Issue 2. pp. 155–173. [https://doi.org/10.1016/S1042-4431\(98\)00029-8](https://doi.org/10.1016/S1042-4431(98)00029-8)
- JEONG, J.-G. [1999]: Cross-border transmission of stock price volatility: evidence from the overlapping trading hours. *Global Financial Journal*. Vol. 10. Issue 1. pp. 53–70. [https://doi.org/10.1016/S1044-0283\(99\)00005-8](https://doi.org/10.1016/S1044-0283(99)00005-8)
- JIANG, Y. – NIE, H. – MONGINSIDI, J.-Y. [2017]: Co-movement of ASEAN stock markets: new evidence from wavelet and VMD-based copula tests. *Economic Modelling*. Vol. 64. August. pp. 384–398. <http://dx.doi.org/10.1016/j.econmod.2017.04.012>
- KISS G. D. [2017]: *Volatilitás, extrém elmozdulások és tőkepiaci fertőzések*. JATEPress Kiadó. Szeged.
- LING, X – GURJEET, D. [2010]: *Dependence Structure Analysis using Copula-Garch Model: An Application to UK and US Stock Markets*. Proceeding of the Challenges for Analysis of the Economy, the Businesses and Social Progress International Scientific Conference. Szeged. pp. 624–635.
- LEE, K. L. [2009]: Convergence and interdependence between ASEAN-5 stock markets. *Mathematics and Computers in Simulation*. Vol. 79. Issue 9. pp. 2957–2966. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2008.12.004>
- MORLET, J. – ARENS, G. – FOURGEAU, E. – GIARD, D. [1982]: Wave propagation and sampling theory – Part II: Sampling theory and complex waves. *Geophysics*. Vol. 47. Issue 2. pp. 149–270. <https://doi.org/10.1190/1.1441329>
- PARKINSON, M. [1980]: The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *Journal of Business*. Vol. 53. No. 1. pp 61–65. <http://dx.doi.org/10.1086/296071>
- PATTON, A. J. [2006]: Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review*. Vol. 47. No. 2. pp. 527–556. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1468-2354.2006.00387.x>
- PILAJK, V. [2013]: Bond markets co-movement dynamics and macroeconomic factors: evidence from emerging and frontier markets. *Emerging Markets Review*. Vol. 17. December. pp. 29–43. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ememar.2013.08.001>
- R DEVELOPMENT CORE TEAM [2016]: *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna.
- SANDERSON, J. [2010]: *Wavelet Methods for Time Series with Bivariate Observations and Irregular Sampling Grids*. PhD dissertation. University of Bristol. Bristol.
- SHAHZAD, S. J. H. – NOR, S. M. – KUMAR, R. R. – MENSİ, W. [2016]: Interdependence and contagion among industry-level US credit markets: an application of wavelet and VMD based copula approaches. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. Vol. 466. January. pp. 310–324. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2016.09.008>

- SKLAR, A [1959]: Fonctions de répartition à  $n$  dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*. Vol. 8. pp. 229–231.
- SOLNIK, B. H. [1974]: Why not diversify internationally rather than domestically? *Financial Analysis Journal*. Vol. 30. No. 4. pp. 48–54. <https://www.jstor.org/stable/4529718>
- STRANG, G. – NGUYEN, T. [1996]: *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley–Cambridge Press. Cambridge.
- VIDAKOVIC, B. [1999]: *Statistical Modelling by Wavelets*. Wiley. New York. <http://dx.doi.org/10.1002/9780470317020>
- YAN, J. [2007]: Enjoy the joy of copulas: With a package copula. *Journal of Statistical Software*. Vol. 21. Issue 4. pp. 1–21. <http://dx.doi.org/10.18637/jss.v021.i04>

## Summary

The paper aims to explore the financial integration of the Visegrad countries from a new perspective. Its purpose is to examine the short-term interdependency of stock exchange returns and their volatility as well as long-term bond markets' volatility and market movement by applying three-dimensional continuous wavelet transformation on daily market data. By using the wavelet method, the interdependence level and lag-lead relationship are examined among the financial markets of the Visegrad countries for the post-crisis period (from 2012 January to 2018 February). The level of interdependence for bond markets' movement varies over time as Hungary seems to become more independent as a result of the programs launched by the National Bank of Hungary. In spite of the independent price return on bond markets, one can still detect interdependent volatility within the market, which means that volatility on international markets continues to affect the Hungarian market. The level of interdependence for stock market movements and volatility are stable over time and found to be stronger in the short term. The copula approach can help us to understand the causality between variables within the region and to understand whether the level of co-movement is temporary or not.