

KÓNYA ISTVÁN

## Külkereskedelem, regionális különbségek és a képzettek vándorlása

A tanulmány egy olyan modellt mutat be, amely a képzettek vándorlásának szerepét vizsgálja a nemzetközi kereskedelem által kiváltott regionális egyenlőtlenségek alakulásában. A modell a jól ismert, növekvő skalahozadékon és szállítási költségeken alapuló új gazdaságföldrajzi keretet használja, amelyet heterogén háztartásokkal és részleges munkapiaci mobilitással bővít. Ebben a keretben a külkereskedelmi nyitás az emberi tőke reallokációjához vezet a külső piacokat könnyebben elérő régiók javára. A tanulmány bemutatja, hogy ennek a belső vándorlásnak viszonylag alacsony mobilitás mellett is jelentős aggregált hatása lehet, ha a leginkább képzett munkavállalók költöznek. Az elméleti eredményeket két megye, Borsod-Abaúj-Zemplén és Győr-Sopron-Moson eltérő folyamataival igazoljuk és illusztráljuk.\*  
Journal of Economic Literature (JEL) kód: F12, R12, R23.

### Két megye története

Magyarország rendszerváltás utáni történetének érdekes és fontos része a népesség és a gazdasági tevékenység regionális átrendeződése. Budapest szerepének további erősödése mellett az ország északnyugati része is dinamikusan fejlődött, miközben a keleti, északkeleti régiók fokozatosan lemaradtak. Míg a budapesti koncentráció megmagyarázható tisztán agglomerációs hatásokkal, a megyék eltérő fejlődéséhez más szempontokat is célszerű figyelembe venni.

Ebben a cikkben arra a kérdésre keressük a választ, hogy a külkereskedelmi nyitás és a képzett munkaerő belső vándorlása mennyiben lehet felelős a regionális egyenlőtlenségek kialakulásában. Magyarország külkereskedelmi orientációja alapvető változásokon ment át az 1990-es években. A korábbi, részben bezárkózó, részben

\* A kutatást az Emberi Erőforrások Minisztériumának Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Programja finanszírozta a Pécsi Tudományegyetem 4. tématerületi, „A hazai vállalatok szerepének növelése a nemzet újraiparosításában” programja keretében (szerződés száma: 20765-3/2018/FEKUTSTRAT).

állami irányítású és keleti orientáltaságú rendszer helyébe egy markánsan nyitott, nyugat-európai orientáltaság lépett. Ezzel együtt a külpiacok elérése, az ehhez kapcsolódó kedvező földrajzi fekvés jelentősége láthatóan felértékelődött.

Az új gazdaságföldrajzi megközelítés (*Krugman* [1991], *Krugman–Venables* [1995], *Fujita és szerzőtársai* [1999]) lehetőséget ad arra, hogy a nyugati és keleti megyék eltérő földrajzi adottságait és az azokból fakadó regionális divergenciát szisztematikusan vizsgáljuk. Ehhez egy olyan modellt építünk, amelyben a földrajzi fekvés hatását a vállalatok közötti kapcsolatokról adódó agglomerációs hatások nagyítják fel.<sup>1</sup> A tanulmány fő hozzájárulása az, hogy a szokásos összetevők mellett figyelembe veszi a képzett munkaerő országon belüli vándorlását is.<sup>2</sup> Ez – a növekvő skáláhozadék és az abból fakadó vállalati koncentráció mellett – a régiók közötti eltérések további forrása lesz.

Magyarország rendszerváltás utáni fejlődésének regionális dimenzióit számos tanulmány vizsgálta, jellemzően leíró igénnyel. *Kertesi–Ábrahám* [1996] a rendszerváltás első öt évének munkapiaci tapasztalatait elemezte kistérségi adatok segítségével. *Komlósi és szerzőtársai* [2014] a hazai régiók vállalkozási teljesítményét és a tágran értelmezett emberi tőke abban játszott szerepét tanulmányozta. *Lengyel és szerzőtársai* [2016] az (újra)iparosodás térbeli jellemzőit és nehézségeit tárgyalja, különös tekintettel a rendszerváltás után ipari kapacitásukat elvesztett területekre. Végül a *Lengyel–Varga* [2018] áttekintő tanulmány a magyar gazdaság növekedésének térbeli sajátosságát elemzi, a megyéket nagyobb csoportokban vizsgálva.

Egy nagyon fontos modellalapú megközelítést jelent a magyarországi térbeli gazdasági folyamatok vizsgálatban a földrajzi, makro- és regionális (*Geographic Macro and Regional, GMR*) modellkeret (*Varga és szerzőtársai* [2014]). Ebben mind az agglomerációs hatások, mind pedig a régiók közötti vándorlás megjelenik, és a modell kellően részletes gazdaságpolitikai szimulációkhoz is. Megközelítésünk jóval stiliáltabb ugyan, de a háztartási heterogenitás és a képzett munkaerő vándorlásának beépítésével új csatornákat tud megragadni.

A regionális átrendeződést két megye – Borsod-Abaúj-Zemplén (BAZ) és Győr-Sopron-Moson (GYSM) – rendszerváltás utáni fejlődésének néhány fő mutatószámával illusztráljuk. Ehhez három fő adatforrást használunk fel. A demográfiai változások és a foglalkoztatási szerkezet átalakulásának bemutatásához az 1980-as, 1990-es, 2001-es és 2011-es népszámlálás adatait használjuk. Az egy főre jutó GDP megyei szintű idősorait elsősorban a KSH honlapjáról (2000–2016), illetve ezt kiegészítve a KSH [2004] kiadványából (1995–1999) vesszük.

Az 1. ábra a lakónépesség és a foglalkoztatási ráta alakulását mutatja a négy népszámlálás alapján. Míg BAZ megyében folyamatosan csökkent a lakosságszám a rendszerváltozás előtti 800 ezer főről 700 ezer fő alá, addig GYSM megyében

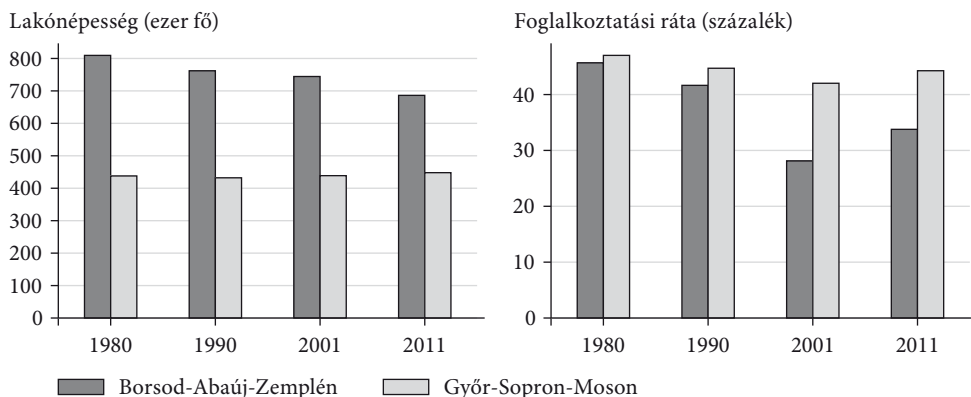
<sup>1</sup> A kedvező földrajzi fekvés hatását vizsgálja *Gallup és szerzőtársai* [1998]. Az empirikus *Davis–Weinstein* [2002] Japán példáján mutatja meg, hogy mind a földrajzi adottságok, mind az agglomerációs visszacsatolások fontosak a gazdasági koncentráció kialakulásában. *Daniele és szerzőtársai* [2018] a külpiacok elérhetőségének hatását vizsgálja az olasz régiók iparosodásában.

<sup>2</sup> *Goto–Minamimura* [2018] Japánban vizsgálja a belső migráció szerepét a gazdasági növekedésben, ahol a népességnövekedés is endogén, de nincs emberitőke-heterogenitás.

szinten maradt, illetve 2011-re kismértékben emelkedett, körülbelül 450 ezer főre. Ebben az időszakban Magyarország lakossága összességében 7 százalékkal csökkent, ehhez érdemes viszonyítani a BAZ megyei 15 százalékos csökkenést, illetve a GYSM megyei 2 százalékos növekedést.

### 1. ábra

A lakónépesség és a foglalkoztatottság alakulása, 1990–2011



Forrás: népszámlálási adatok, KSH.

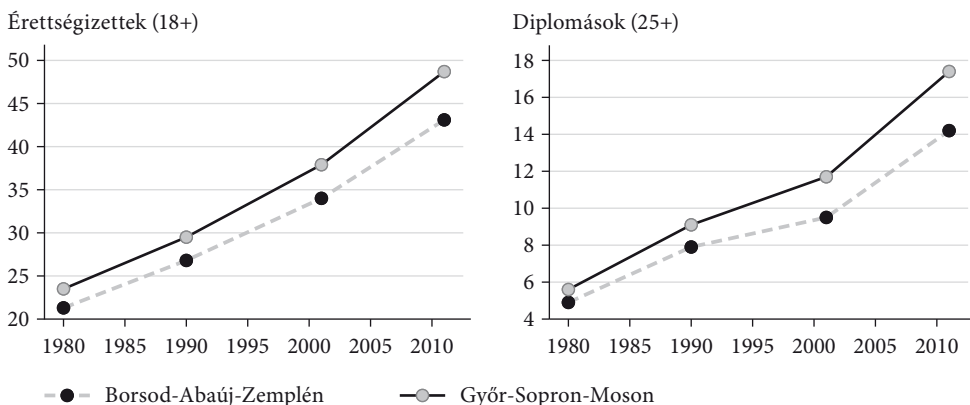
A teljes népességhez viszonyított foglalkoztatási ráták is rendkívül eltérően alakultak. 1980-ban és 1990-ben a két megyében hasonló, 40 százalék feletti foglalkoztatási rátákat látunk. GYSM megyében ez a szint nagyjából megmaradt 2001-ben és 2011-ben is, BAZ megyében viszont 2001-re 30 százalék alá zuhant, majd 2011-re is csak 35 százalékra emelkedett. A népszámlálási adatokból az is kiderül, hogy a különbségek döntően nem a korösszetétel eltérő alakulásából származnak. Az aktív korú (15–64 év közötti) népesség aránya a teljes népességen belül 65 százalék (1980), 65,9 százalék (1990), 66,3 százalék (2001) és 67,3 százalék (2011) volt BAZ megyében, illetve 64 százalék (1980), 66,1 százalék (1990), 69,3 százalék (2001) és 69,7 százalék (2011) GYSM megyében. Az időszak második felében megfigyelhető 2-3 százalékpontos különbség nem magyarázza a foglalkoztatási ráták 10-15 százalékpontos eltérését.

A 2. ábra az emberi tőke leggyakrabban használt mutatójának, az iskolázottságnak a változását jeleníti meg a két megyében. A bal oldali ábra az érettségizettek arányát mutatja a 18 évesnél idősebb népesség körében, míg a jobb oldali a diplomások arányát jeleníti meg a 25 évnél idősebbek között. Mindkét megyében jelentős növekedést figyelhetünk meg, ugyanakkor a különbségek is nőttek 1980 és 2011 között. Bár GYSM megyében az időszak egészében valamivel magasabbak az iskolázottsági mutatók, 2011-re az eltérés az érettségizettek esetében 2,2 százalékponttól 5,6 százalékpontra, a diplomások esetében pedig 0,7 százalékponttól 3,2 százalékpontra nőtt.

A később bemutatandó mechanizmusban az emberi tőke régiók közötti vándorlása a gazdasági teljesítmény egyik meghatározó tényezője. Sajnos arra nincsenek adataink, hogy a megfigyelhető iskolázottsági különbségek mennyiben

## 2. ábra

A népesség iskolázottsági szintje, 1980–2011



Forrás: népszámlálási adatok, KSH.

tulajdoníthatók a belső migrációnak. Azt azonban meg tudjuk határozni a népszámlálási adatokból, hogy a teljes népességváltozás mekkora részét magyarázza az országon belüli vándorlás.

Az 1. táblázat a két megye vándorlási egyenlegét mutatja évtizedenként, az időszak eleji népesség százalékában. Bár Magyarországon a népesség mobilitása viszonylag alacsony, a vándorlás kumulált hatása jelentős. A Győr-Sopron-Moson megyében korábban látott, mérsékelt népességnövekedés mögött a számottevő vándorlási többlet van, de Borsod-Abaúj-Zemplén népességszökkenésében is meghatározó az elvándorlás.

## 1. táblázat

A vándorlás hatása a népességváltozásra (az időszak eleji népesség százalékában)

	Borsod-Abaúj-Zemplén	Győr-Sopron-Moson
1980–1990	-6,9	-1,5
1990–2001	-0,5	4,2
2001–2011	-4,1	5,1

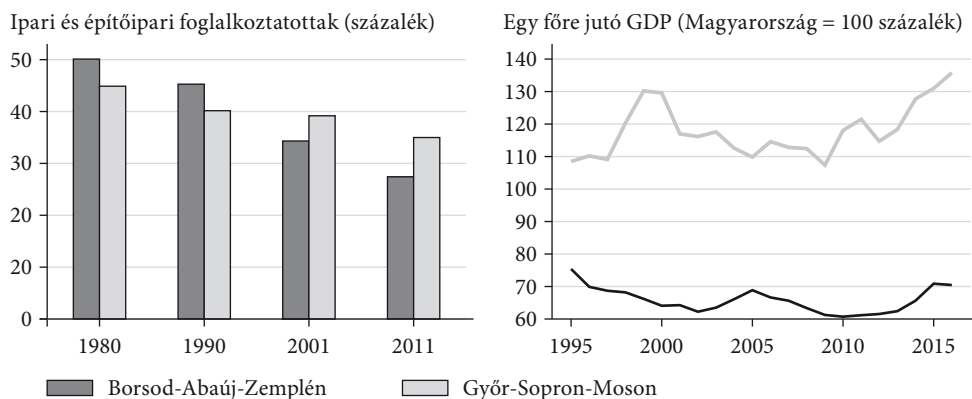
Forrás: népszámlálási adatok, KSH.

A 3. ábra bal oldali része az ipari foglalkoztatottak arányát mutatja az összes munkavállaló százalékában.<sup>3</sup> Az ipar súlya mindkét megyében (és nemzetgazdasági szinten is) csökkent 1980 és 2011 között. A csökkenés azonban sokkal látványosabb BAZ megyében, ahol az időszak elején még 50 százalék fölött volt a mutató, és 5 százalékponttal magasabb volt a GYSM megyei értéknél. 2011-re a két megye pozíciója megfordult, ekkorra az ipari foglalkoztatottak aránya GYSM megyében már mintegy 7 százalékponttal magasabb.

<sup>3</sup> Az adatok elérhetősége miatt az ipar definíciója az építőipart is tartalmazza.

## 3. ábra

Az ipari foglalkoztatottság (1980–2011) és az egy főre jutó GDP (1995–2015) alakulása



Forrás: területi statisztikai adatok, KSH.

Az ipari foglalkoztatottság országos változása mögött tehát ismét jelentős regionális átrendeződést figyelhetünk meg.

Végül a 3. ábra jobb oldali része mutatja az egy főre jutó GDP alakulását a két megyében, a mindenkor országos átlag százalékában. Sajnos 1995 előtti adatok nincsenek, és a KSH honlapján közvetlenül letölthető idősorok csak 2000-től érhetők el. Az ábra 1995–1999-re vonatkozó adatai egy korábbi kiadványból származnak (KSH [2004]).

1995-re már jelentős különbséget láthatunk a két megye között, azt azonban nem tudjuk, hogy ez mennyiben volt köszönhető a rendszerváltásnak, és mennyiben alakult ki korábban, az 1980-as években. Mindenesetre az 1995-ös különbség tovább emelkedett: az országos átlaghoz viszonyított egy főre jutó GDP a két megyében a kezdeti 75 és 110 százalékról 2016-ra 70 százalékra csökkent, illetve 135 százalékra nőtt. Ha a megyék egymáshoz viszonyított átlagjövedelmét nézzük, akkor Győr-Sopron-Moson előnye az 1995-ös 44 százalékról 2016-ra 93 százalékra emelkedett. Érdekes, hogy a két megye közötti divergencia a magyar gazdaság két erőteljesebb növekedési/iparosodási szakaszában figyelhető meg elsősorban: 1995–2000, illetve 2012–2016 között.

Összefoglalva a következő stilizált tényeket figyelhetjük meg a két – egy „keleti” és egy „nyugati” – megye közötti összehasonlítás során:

1. A népesség eltolódott a „keleti” régió felől a „nyugati” régió felé. Ebben fontos szerepet játszott a belső vándorlás, amely évtizedes távlatban már jelentős mértékűnek mondható.

2. A népesség iskolázottsági és foglalkoztatási mutatójában a „nyugati” régió egyre növekvő mértékben múlta felül a „keleti” régiót.

3. Az ipari foglalkoztatottság szintje – az országos trendet is figyelembe véve – a „nyugati” régióban lényegesen kedvezőbben alakult, mint a „keleti” régióban.

4. A „nyugati” régió egy főre jutó GDP-je jelentősen emelkedett mind az országos átlaghoz, mind a „keleti” régióhoz képest.

A tanulmány további részében egy olyan modellt mutatunk be, amely ezeket a stilizált tényeket képes értelmezni. Az adatokban látható divergenciát a rendszerváltást követő külkereskedelmi átrendeződésre vezetjük vissza. A modell endogén módon kezeli a külkereskedelmi sokkra adott termelési, foglalkoztatási és vándorlási választ, figyelembe véve a munkavállalók és a költözők emberi tőke szerinti heterogenitását is. A modell fő hozzájárulása éppen a képzettek vándorlásának a figyelembevétele, illetve annak számszerűsítése, hogy ez minként nagyjáthatja fel a meglévő regionális különbségeket.

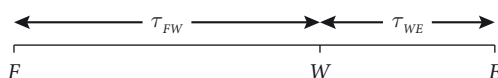
## A modell

A modell két országot feltételez, az egyik a Külföld (*Foreign*), a másik pedig a Belföld. Az utóbbi két régióból áll, ezek Nyugat (*West*) és Kelet (*East*). Vizsgálatunk tárgya a két utóbbi régió közötti átrendeződés, ezért feltételezzük, hogy a Belföld összességében egy kis, nyitott gazdaság. A külföldi gazdasági fejlemények ennek megfelelően exogén módon adóttak, és a modell csak a két belföldi régió közötti folyamatokat vizsgálja.

Nyugat és Kelet eltérő távolságra fekszik a külföldi piacoktól. Ezt a lehető legegyszerűbb módon építjük be modellünkbe. A régiók közötti kereskedelem jéghegy típusú szállítási költségek mellett lehetséges, amely mind Nyugat és Külföld között, mind Kelet és Nyugat között  $\tau_{WE} > 1$ , Kelet és Külföld között pedig  $\tau_{FW} \times \tau_{WE}$ . A jéghegy típusú szállítási költség feltételezése azt jelenti, hogy ha például egységnyi keleti árut szeretnénk a nyugati régióban értékesíteni, akkor ehhez összesen  $\tau_{WE}$  mennyiséget kell útnak indítanunk Keletről Nyugatra, mert ennek  $\tau_{WE} - 1$  része elolvad útközben. A feltételezett lineáris térszerkezetet a 4. ábra illusztrálja.

### 4. ábra

A modell térszerkezete



Nyugat és Kelet között egy háztartás  $D > 0$  egyösszegű költség megfizetése mellett képes vándorolni. Mivel a modell egy kezdeti és egy végső állapotot hasonlít össze, a költözési döntés egyszeri és visszafordíthatatlan. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy külföldi migráció nem lehetséges. A háztartások emberi tőkéje különböző, ezért a költözéssel elérhető haszon is eltérő lesz.

A modellben annak a kezdeti sokknak a hatását vizsgáljuk, ahol a Belföld zárt gazdaságból ( $\tau_{FW} = \infty$ ) nyitott gazdasággá alakul ( $1 < \tau_{FW} < \infty$ ). Megmutatjuk, hogy a nyitás előtt a két belföldi régió között a gazdasági szimmetria stabil egyensúly, amennyiben a költözési költség pozitív, és a kezdeti emberitőke-eloszlás – mint feltételezzük – megegyezik a két régió között. A nyitás hatására a Nyugat kedvezőbb földrajzi helyzete miatt bérelőnybe kerül, amely megfelelő paraméterértékek mellett belső vándorlást indít. Fix költözési költség és eltérő képességek esetén a legjobb képességű keleti munkavállalók fognak Nyugatra költözni.

Feltételezzük, hogy a kezdeti, szimmetrikus egyensúlyban mindkét régió emberi tőkéjének eloszlása a  $h \sim G(h)$  eloszlásfüggvénnyel adott. Az általánosság elvesztése nélkül legyen  $h \in [0,1]$ , és a két régió együttes emberi tőkéje  $H = 2 \int_0^1 h dG(h)$ . A kezdeti állapotban tehát  $H_e = H_w = H/2$ .

### Fogyasztás

A háztartások egy CES hasznosságfüggvényt maximalizálnak:

$$u_j = \left[ \int_0^N c_j(i)^{1-1/\sigma} di \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},$$

ahol  $j$  a háztartás indexe,  $c(i)$  pedig az  $i$ -edik termék fogyasztása. A termékek a  $[0, N]$  intervallumban folytonosan helyezkednek el, ahol  $N$  endogén módon határozódik meg. A paraméter  $\sigma > 1$ , a termékváltozatok közötti helyettesítési rugalmasság. A háztartások további jellemzője a lakóhelyük, az egyszerűség kedvéért ennek indexét egyelőre elhagyjuk. A háztartások jövedelme munkából származik, amit fogyasztásra költenek:

$$\int_0^N p(i)c_j(i)di = wh_j,$$

ahol  $p(i)$  az  $i$ -edik termék ára,  $h_j$  a háztartás emberi tőkéje,  $w$  pedig az egységnyi emberi tőke ára (munkabér).

Könnyen belátható, hogy a hasznosságmaximalizálás eredményeképpen a következő keresleti függvények adódnak:

$$c_j(i) = \left[ \frac{p(i)}{P} \right]^{-\sigma} \frac{wh_j}{P},$$

ahol  $P$  a feladathoz tartozó árindex:

$$P^{1-\sigma} = \int_0^1 p(i)^{1-\sigma} di.$$

Mivel a keresleti függvény lineáris az emberi tőkében, valamint a munkabér és a termékár egy régió belül nem változik, a regionális keresleti függvényeket egyszerű aggregálással előállíthatjuk:

$$C_r(i) = \left[ \frac{p_r(i)}{P_r} \right]^{-\sigma} \frac{w_r H_r}{P_r}, \quad (1)$$

ahol  $H_r$  az  $r$ -edik régió teljes emberitőke-mennyisége.

### Termelés

A háztartások által fogyasztott differenciált termékeket monopolisztikusan versenyző vállalatok termelik (*Dixit–Stiglitz* [1977]). Az egyes vállalatok monopolistaként árazzák a saját árucikküket, azonban az aggregált árindexre nincsenek hatással,

ezért azt exogén adottságként kezelik. A termelés emberi tőkét igényel: előállított mennyiségtől függetlenül  $\alpha$  egységet (fix költség), illetve minden egyes darabhoz  $\beta$  egységet (változó költség).

A vállalatok profitmaximalizáló döntése az általuk kért ár megválasztása, a regionális keresleti függvényeket [az (1) egyenlet] adottságként véve. Ha egy cég a hazai piacon  $p$  árat határoz meg, akkor egy másik régióban  $\tau p$  lesz az ár ( $\tau - 1$  a szállítási költség), egyébként a két piac között arbitrázslehetőség állna fenn. Ebből következően egy tipikus,  $r$  régióban termelő vállalat profitja a következő lesz:

$$\Pi_r = \sum_s \left\{ \left[ \frac{\tau_{rs} p_r(i)}{P_s} \right]^{-\sigma} \frac{w_s H_s}{P_s} (p_r - \beta w_r) - \alpha w_r \right\}. \quad (2)$$

Formálisan is könnyen belátható, hogy mivel a jéghegy típusú szállítási költség feltevésének köszönhetően a keresleti rugalmasság értékesítési régiótól függetlenül  $\sigma$ , a vállalat konstans árrést fog a határköltségre terhelni:

$$p_r = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \beta w_r.$$

Mivel a vállalatok szimmetrikusak, ezért egy régió belül ugyanazt az árat fogják meghatározni. Az egyszerűbb jelölés kedvéért válasszuk meg a termékek mértékegységét úgy, hogy  $\beta\sigma/(\sigma - 1) = 1$ , vagyis

$$p_r = w_r. \quad (3)$$

Tegyük fel, hogy a lehetséges termékek skálája végtelen, és egy új cég bármikor piacra léphet egy addig még nem szereplő változattal. A szabad belépés, valamint a folytonos termékskála feltevései együtt garantálják, hogy a termelővállalatok profitja nulla. A (3) egyenlettel adott árat, valamint a fenti paraméterrestríkiót behelyettesítve a (2) profitfüggvénybe, megkapjuk a vállalatok termelési mennyiségét:

$$q_r = \alpha\sigma. \quad (4)$$

Ebben a keretben tehát – régiótól függetlenül – az összes cég ugyanannyit termel. Az aggregált termelés igazodása ebből adódóan a termékskála intervallumán ( $N_r$ ) keresztül történik.

### Vándorlás

Mint azt később részletesen belátjuk, a kedvezőbb földrajzi fekvése miatt Nyugaton magasabb lesz az egyensúlyi munkabér, ezért a migráció Keletről Nyugatra irányul. Ennek megfelelően a költözési feltételt ebben az irányban írjuk fel. A  $j$ -edik háztartás akkor költözik Keletről Nyugatra, ha nettó hasznossága növekszik. A háztartás nominális jövedelme a két régióban  $w_w(h_j - D)$ , illetve  $w_e h_j$ , ha figyelembe vesszük a költözés költségét is. Mivel a hasznosságfüggvény homotetikus, a hasznosság a reálbérrel arányos, ahol a deflátor a fentebb definiált regionális árindex. Vagyis a költözés feltétele a háztartás számára a következő:



$$\frac{w_w(h_j - D)}{P_w} > \frac{w_e h_j}{P_e}$$

$$\Downarrow$$

$$h_j \left( 1 - \frac{w_e/P_e}{w_w/P_w} \right) > D.$$

Látható, hogy ha a  $j$ -edik háztartás számára megéri elköltözni, akkor minden olyan háztartás is költözni fog, amelynek az emberi tőkéje magasabb, mint  $h_j$ . Ennek oka az, hogy a migráció egyedi haszna lineáris az emberi tőkében, a költsége konstans, és a háztartás izolált döntése nem befolyásolja az aggregált változókat. Mivel az egyensúlyi bérek szigorúan pozitívak (lásd a következőkben), ezért a költözés haszna is véges. Ugyanakkor, ha vannak nagyon alacsony emberi tőkéjű háztartások, akkor mindig lesznek olyanok, akik számára nem éri meg költözni. A következőkben ezzel a feltevéssel élünk.

Mindezekből következik, hogy ha egyensúlyban van a költözés, akkor létezik egy marginális háztartás, amely éppen közömbös a migráció és a helyben maradás között. Legyen ennek a háztartásnak az emberi tőkéje  $\bar{h}$ . A vándorlási egyensúlyi feltétel a következő lesz:

$$\bar{h} \left( 1 - \frac{w_e/P_e}{w_w/P_w} \right) \leq D \quad \text{és} \quad \bar{h} \leq 1,$$

és legalább az egyik feltétel egyenlőségre teljesül (*komplementaritási feltétel*).

### Egyensúly

A tényezőpiacok mindhárom régióban megtisztulnak. A (4) egyenlet, valamint a  $\sigma/(\sigma - 1)\beta = 1$  feltétel felhasználásával a következő adódik:

$$H_r = N_r(\alpha + \beta q) = \alpha \sigma N_r.$$

A vállalatok száma az  $r$ -edik régióban ebből következően:

$$N_r = \frac{H_r}{\alpha \sigma}. \quad (5)$$

A végtermékek piaci egyensúlyi feltételeinek felírásához először egyszerűsítsük a regionális árindexeket, ehhez a továbbiakban használjuk a  $\rho = \tau_{we}^{1-\sigma}$  és  $\theta = \tau_{fw}^{1-\sigma}$  jelöléseket.<sup>4</sup>

Mivel minden, egy régióban előállított termék ára azonos [lásd a (3) egyenletet], az árindexeket a következő kifejezésekkel írhatjuk fel:

<sup>4</sup> Nyilvánvalóan  $0 < \rho < 1$  és  $0 < \theta < 1$ , és az alacsonyabb értékek magasabb szállítási költségeket jeleznek.

$$P_w^{1-\sigma} = H_w w_w^{1-\sigma} + \rho w_e^{1-\sigma} H_e + \theta w_f^{1-\sigma} H_f, \quad (6)$$

$$P_e^{1-\sigma} = \rho H_w w_w^{1-\sigma} + w_e^{1-\sigma} (1-H) + \rho \theta w_f^{1-\sigma} H_f, \quad (7)$$

$$P_f^{1-\sigma} = \theta H_w w_w^{1-\sigma} + \rho \theta w_e^{1-\sigma} (1-H) + w_f^{1-\sigma} H_f. \quad (8)$$

Ezeket felhasználva a regionális keresleti függvényekben a következő egyensúlyi feltételek adódnak:

$$\frac{w_w^{1-\sigma} H_w}{P_w^{1-\sigma}} + \frac{\rho w_w^{-\sigma} w_e H_e}{P_e^{1-\sigma}} + \frac{\theta w_w^{1-\sigma} w_f H_f}{P_f^{1-\sigma}} = 1,$$

$$\frac{\rho w_e^{-\sigma} w_w H_w}{P_w^{1-\sigma}} + \frac{w_e^{1-\sigma} H_e}{P_e^{1-\sigma}} + \frac{\rho \theta w_e^{-\sigma} w_f H_f}{P_f^{1-\sigma}} = 1,$$

$$\frac{\theta w_f^{-\sigma} w_w H_w}{P_w^{1-\sigma}} + \frac{\rho \theta w_f^{-\sigma} w_e H_e}{P_e^{1-\sigma}} + \frac{w_f^{1-\sigma} H_f}{P_f^{1-\sigma}} = 1.$$

Walras törvénye alapján a három egyenletből csak kettő független. Ennek megfelelően az egyik bér normalizálható, legyen  $w_w = 1$ .

Némi algebra után az egyensúlyi feltételek a következő két egyenletre egyszerűsíthetők:

$$H_w + \theta w_f^{1-\sigma} H_f = \frac{w_e^{1-\sigma} - \rho w_e}{w_e^\sigma - \rho} H_e, \quad (9)$$

$$H_w + \rho w_e^{1-\sigma} H_e = \frac{w_f^{1-\sigma} - \theta w_f}{w_f^\sigma - \theta} H_f. \quad (10)$$

Az egyensúlyi bérek a [9] és [10] feltételek megoldásaként adódnak.

**1. ÁLLÍTÁS** • *Az emberi tőke adott regionális megoszlása mellett a  $w_e$ ,  $w_f$  egyensúlyi bérek egyértelműen meghatározottak.*

**BIZONYÍTÁS** • Lásd a *Függelék*et. ■

Helyettesítsük be a (9) és a (10) egyenletek jobb oldalait az árindexekbe. Ekkor a következő összefüggés adódik:

$$\frac{w_e/P_e}{w_w/P_w} = w_e^{\frac{2\sigma-1}{\sigma-1}}.$$

Ezt felhasználva a költözési egyensúlyi feltétel a következőképpen írható fel:

$$\bar{h} \left( 1 - w_e^{\frac{2\sigma-1}{\sigma-1}} \right) \leq D \quad \text{és} \quad \bar{h} \leq 1. \quad (11)$$

Végül írjuk fel az emberi tőke migráció utáni, régiók közötti eloszlását:

$$H_e = \int_0^{\bar{h}} h dG(h), \quad (12)$$

és ebből következően  $H_w = H - H_e$ .

A modell teljes egyensúlyát a (9), (10), (11) és (12) egyenletek adják meg. A migrációs egyenlet a komplementaritási feltétellel érvényes, vagyis a kezdeti – a külgazdasági nyitás előtti – szimmetrikus egyensúly továbbra is az maradhat, ha a költözés előnyei kellően kicsik.

## A külgazdasági nyitás következményei

A modell ismertetése után egy egyszerű szimulációval illusztráljuk a külgazdasági nyitás következményeit. Mivel a modell erősen stilizált, ezért alapos kalibrálásra nincs lehetőség. A bemutatott szimuláció példaként szolgál az elméleti részben leírt mechanizmusok számszerűsítésére.

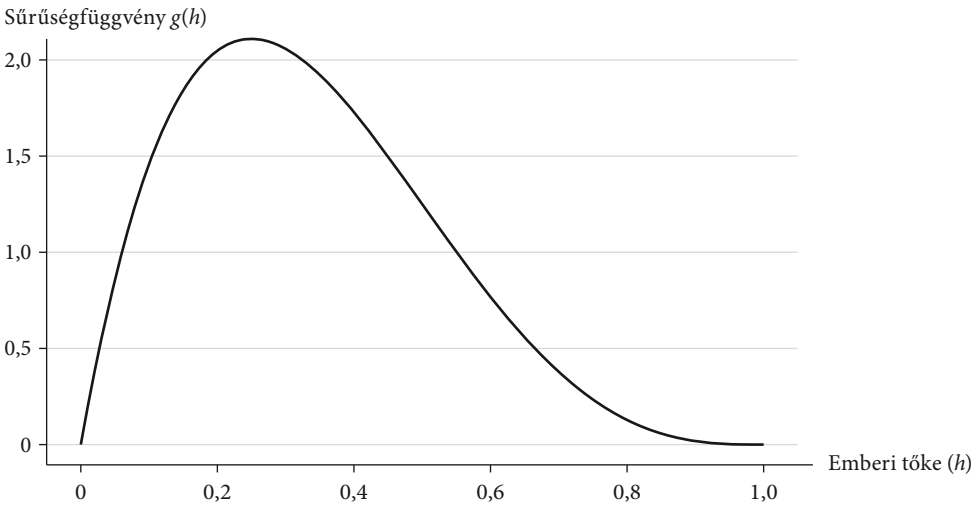
A paraméterezésnél a következő feltevésekkel élünk. A Kelet és Nyugat közötti szállítási költség mértéke  $\tau_{we} = 1,2$ . A Nyugat és Külföld közötti szállítási költség a kezdeti, zárt állapotban  $+\infty$ , míg a külpiaci nyitás után  $\tau_{fw} = 1,5$ . A helyettesítési rugalmasságot  $\sigma = 4$ -re állítjuk be. Az utóbbi paraméter értékéből következik, hogy a vállalatok határköltség feletti haszonkulcsa  $4/3 = 1,33$ . A kereskedési költségek mértékének megválasztásánál elsősorban azt igyekszünk érvényesíteni, hogy az országon belüli kereskedelem könnyebb, mint az országhatárokon átnyúló (*border effect*). A beállított mértékek nem túl magasak: *Anderson-Wincoop* [2004] átlagosan 170 százalékra becsüli a költségek teljes nagyságát.

Az emberi tőke kezdeti heterogenitásánál mindkét régióban Béta (2, 4) eloszlást feltételezünk (5. ábra). Ez hasonlít a jövedelmek esetében gyakran használt lognormális eloszláshoz, de a [0, 1] intervallumon értelmezett. A Nyugat és Kelet teljes emberi tőkéje ennek megfelelően  $H = H_e + H_f = 2/3$ , ami egy egyszerű normalizációnak tekinthető. A Külföld emberi tőkéjét (gazdasági súlyát)  $H_f = 5H$ -ra állítjuk be, ami mellett a külkereskedelem súlya a hazai gazdaság számára jelentős lesz. Ebből az is következik, hogy a hazai gazdaság kicsi a külső piacokhoz képest.<sup>5</sup> Végül a költözési költség ( $D$ ) mértékét egyelőre szabad paraméterként kezeljük, amit az eredmények ismertetésénél specifikálunk majd részletesebben.

<sup>5</sup> A kis, nyitott gazdaság hagyományos feltevése itt nem teljesen érvényesül, hiszen a külföldi béreket is endogén módon határozzuk meg. A méretbeli különbségből azonban következik, hogy a kapcsolat erősen aszimmetrikus, és a hazai folyamatok kevésbé hatnak a külföldi gazdaságra. Ezt a megközelítést reálisabbnak érezzük, mint a Külföld teljes exogenitásának feltevését, de a fő kvalitatív eredményeinket ez nem befolyásolja.

## 5. ábra

Az emberi tőke sűrűségfüggvénye a kezdeti állapotban



### A zárt gazdaság

2. ÁLLÍTÁS • Zárt gazdaság esetén ( $\theta = 0$ ) és feltételezve, hogy a Kelet és Nyugat aggregált emberi tőkéje megegyezik, a térbeli szimmetria lokálisan stabil egyensúlyi állapot.

BIZONYÍTÁS • A  $\theta = 0$ , illetve a  $H_w = H_e$  feltevéseket a (9) egyenletben felhasználva világos, hogy  $w_e = 1$  ( $= w_w$ ). Ebből következik, hogy ha egyetlen háztartás sem tervezi az elköltözést, akkor a költözés marginális haszna 0. Mivel a migráció költsége szigorúan pozitív, a szimmetrikus állapot lokálisan stabil egyensúlyt jelent. ■

Vegyük a (11) egyenlet bal oldalán szereplő kifejezést. Felhasználva az (5) és a (12) egyenleteket, világosan látható, hogy ez a kifejezés felírható a költözés emberitőke-küszöbértékének a függvényében:

$$B(\bar{h}) \equiv \bar{h} \left[ 1 - w_e^{\frac{2\sigma-1}{\sigma-1}}(\bar{h}) \right].$$

Fontos belátni, hogy míg a költözés haszna egyéni szinten lineáris az emberi tőkében, aggregáltan ez már nem igaz. Az egyensúlyi bérek ugyanis függenek az emberi tőke régiók közötti (újra)eloszlásától, vagyis a migráció egyéni haszna függ a többi háztartás döntésétől is. Ezt ugyan egy háztartás sem veszi figyelembe, de az egyensúly meghatározásánál lényeges a bérek endogenitása.

A  $B(\bar{h})$  függvény tartalmazza mind az egyéni költözési ösztönzőt, mind az egyensúlyi visszacsatolást a  $w_e$  béren keresztül. Minél alacsonyabb a  $\bar{h}$  küszöb, annál kisebb az egyéni migrációs haszon. Az egyensúlyi bér ( $w_e$ ) viszont növekvő függvénye a Keleten

maradók aggregált emberi tőkéjének, ebből kifolyólag a  $\bar{h}$  küszöbnek is. Ezért a függvény biztosan nem lineáris, és nem is feltétlenül monoton.

A modell költözési egyensúlyát ábrázolhatjuk a migrációs haszonfüggvény, illetve a költözési költség ( $D$ ) segítségével. Erre a következőkben térünk ki részletesebben, a gazdasági nyitás következményeinek ismertetésénél.

### Külkereskedelmi nyitás

A Külfölddel történő kereskedés lehetősége megtöri a zárt gazdaság szimmetriáját. Mivel a Nyugat közelebb van a külpiacokhoz, az átlagosan alacsonyabb szállítási költségei miatt akkor is magasabb béreket tud fizetni, ha az emberi tőke térbeli szimmetriája megmarad. Ebből adódóan kellően alacsony költözési költségek mellett elindul a migráció is.

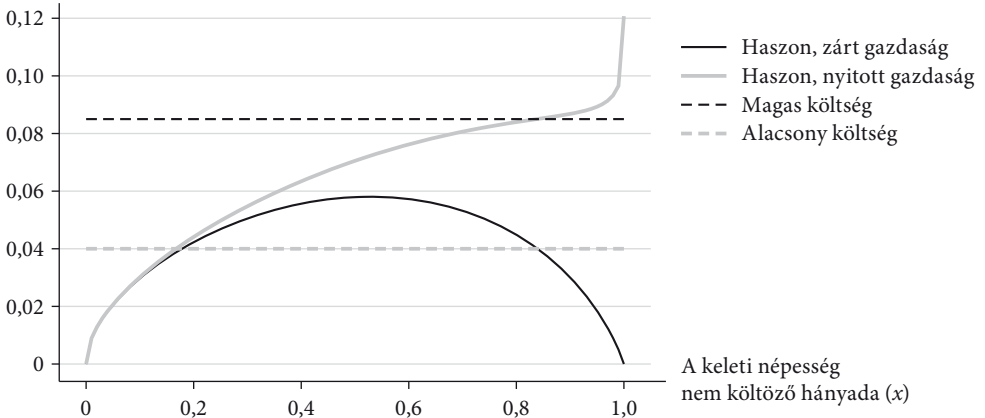
3. ÁLLÍTÁS • A külkereskedelmi nyitás Kelet–Nyugat vándorláshoz vezet, ha a költözési költségek nem túl magasak.

A költözési egyensúlyt a 6. ábra illusztrálja. Az aggregált migrációs haszonfüggvényt  $-[B(\bar{h})]$  zárt gazdaság esetén a folytonos fekete, a külkereskedelmi nyitást követően pedig a folytonos szürke görbe mutatja. A költözés konstans költségét ( $D$ ) jelző vízszintes vonalak egy magasabb (szaggatott fekete) és egy alacsonyabb (szaggatott szürke) szintet ábrázolnak. A vízszintes tengelyen a keleti népesség nem költöző részét jelenítjük meg; jelöljük ezt a mutatót  $x$ -szel.

### 6. ábra

Az egyensúlyi migráció meghatározódása

A migráció haszna  $B(\bar{h})$ , költsége  $D$



Vizsgáljuk először a magasabb költség esetét! Ekkor a külkereskedelmi nyitást megelőzően az egyetlen stabil egyensúly a térbeli szimmetria, vagyis nincs belső migráció

(a keleti népesség nem költöző hányada,  $x = 1$ ). Bár a marginális költöző haszna az elvándorlók számával egy darabig növekszik (a függvény fordított  $U$  alakú), a költözési költség túl magas. A Nyugat (vagy szimmetrikus módon a Kelet) az agglomerációs hatásból fakadó bérelőny mellett sem tud akkora többletjövedelmet kínálni, amely önbeteljesítő folyamattá tenné a belső vándorlást.

A nyitást követően megváltozik a helyzet. A Nyugat kedvezőbb fekvéséből adódóan – mint fentebb már leírtuk – a bérek az emberi tőke szimmetrikus elhelyezkedése mellett is magasabbak lesznek, és a migráció haszna a leginkább képzettek számára szigorúan pozitív. Függetlenül a többiek döntésétől, a legmagasabb emberi tőkével rendelkező háztartás költözni fog. Az ábrán ezt az jelzi, hogy a folytonos szürke hasznfüggvény a szaggatott fekete költségszint felett van  $x = 1$  esetén is.

A leginkább képzettek vándorlása visszacsatolási folyamatot indít be. A költözéssel a nyugati emberi tőke mennyisége nő, ezáltal az agglomerációs hatások miatt a nyugati munkabér tovább emelkedik. Ez az aggregált visszacsatolás emeli a költözés hasznát a még Keleten lévő háztartások számára, amelyek tagjai közül ismét a leginkább képzettek költöznek el. A folyamat addig folytatódik, ameddig a Nyugat növekvő bérelőnye már nem ellensúlyozza azt, hogy a Keleten maradó háztartások között az emberi tőke eloszlása – és így a költözés egyéni nyeresége – egyre kedvezőtlenebb. Itt tulajdonképpen egy agyelszívási folyamat zajlik le,<sup>6</sup> ahol a keleti népesség leginkább termelékeny része átkerül a nyugati régióba. Az ábrán az új egyensúlyt a folytonos szürke és a szaggatott fekete vonalak metszéspontja határozza meg. Számpéldánkban a keleti népesség körülbelül 15 százaléka vándorol Nyugatra, de ez a leginkább képzett háztartásokat jelenti.

Érdekes megfigyelni, hogy alacsony költözési költség mellett a modellnek három stabil és két instabil egyensúlya van zárt gazdaság esetében: az összesen négy belső metszéspont és az  $x = 1$  szimmetrikus helyzet.<sup>7</sup> Ekkor külgazdasági nyitás nélkül is kialakulhat térbeli aszimmetria, ahol a keleti népesség nagyobb része Nyugatra költözik (vagy megfordítva, hiszen ekkor a Nyugatnak semmilyen földrajzi előnye nincs a Kelettel szemben). Mivel a kezdeti helyzetnek a szimmetriát feltételeztük, ezért a stabil aszimmetrikus egyensúly kialakulásához erős koordináció szükséges a háztartások között, ami piaci viszonyok között kevésbé valószínű.

Érdemes kiszámolni, hogy miként változnak a reálbérek, illetve az egy főre jutó GDP a kezdeti állapothoz képest a költözési egyensúlyban. Ehhez az ábrának megfelelően azt az egyensúlyi helyzetet nézzük, ahol a keleti népesség 15 százaléka költözik Nyugatra. A nyitás előtt a szimmetrikus egyensúlyt vesszük, amikor a nominálbér mindkét régióban  $w_e = w_w = 1$ , a reálbér pedig  $1/p = 0,807$ . Az árindexeket a (6) és (7) egyenletekből számoljuk, a  $\theta = 0$  kiinduló feltevés mellett.

A nyitás után, de a migráció előtt a nyugati reálbér  $1/p_w = 1,054$ , a keleti pedig  $w_e/p_e = 0,927$ . A kedvezőbb földrajzi fekvés tehát önmagában 13,7 százalékkal magasabb nyugati reálbért (és egy főre jutó GDP-t) eredményez. A feltételezett 15

<sup>6</sup> Az agyelszívásról nemzetközi kontextusban lásd *Docquier–Rapoport* [2012] összefoglaló tanulmányát.

<sup>7</sup> Az aszimmetrikus egyensúlyok száma az ábrán látottakhoz képest azért kétszeres, mert ekkor a Nyugat nincs kiemelt helyzetben, és a népesség Keletre vándorlása is egyensúlyi lehet.

százalékos kelet–nyugati migráció az agglomerációs hatások miatt tovább emeli a reálbér-különbségeket, ekkor  $1/p_w = 1,069$  és  $w_e/p_e = 0,897$ . A nyugati reálbér a keletinél ekkor már 19,1 százalékkal magasabb.

Vegyük észre azonban, hogy a reálbér a modellben nem egy főre, hanem egyegységnyi emberi tőkére van definiálva! Az egy főre jutó reál-GDP-t úgy tudjuk kiszámolni, hogy a teljes bértömeget – a régiók aggregált emberi tőkéje szorozva annak árával – elosztjuk a népesség nagyságával. Példánkban a keleti népesség 15 százaléka költözik Nyugatra, vagyis a költözési egyensúlyban a két népesség 0,85 és 1,15 lesz. Mivel azonban a leginkább képzett keleti háztartások vándorolnak, az emberi tőke régiók közötti eloszlása sokkal egyenlőtlenebb. A keleti régióban maradt teljes emberitőkemennyiség  $H_e = 0,238$ , míg a nyugati régió teljes emberi tőkéje  $H_w = 0,429$ .<sup>8</sup> Összegezve ezeket az eredményeket, *az egy főre jutó GDP a nyugati régióban összességében 114 százalékkal lesz magasabb!* A különbség nagy része – közel 100 százalék – tehát az emberi tőke egyenetlen eloszlásából fakad, és csak körülbelül 20 százalékot magyaráz együttesen a földrajzi fekvés és a növekvő skálahozadék.

Bár a keleti régió a nyugatihoz képest lemarad, a Keleten maradó háztartások reálbére is mintegy 10 százalékkal magasabb, mint a kezdeti állapotban. A külkereskedelmi nyitás tehát mindenki számára jólétnövelő, de ennek mértéke erősen aszimmetrikus. A növekedés fő forrása a növekvő termékskála megjelenése, ami a differenciált termékváltozatokat használó modellekre általában is jellemző. Bár a termelési koncentráció eltolódik a Nyugat felé, az olcsóbb és változatosabb termékkör a keleti fogyasztók számára is elérhetőbbé válik.

## Összefoglalás

A tanulmány azt vizsgálta, hogy a képzettek vándorlása mekkora szerepet játszott a régiók közötti egyenlőtlenségek felnagyításában. Ehhez egy olyan, növekvő skálahozadékon és szállítási költségeken alapuló modellt használtunk, amelyben külgazdasági nyitás után a kedvezőbb földrajzi helyzetben lévő régió endogén módon magasabb béreket tud kínálni. Megmutattuk, hogy egy ilyen keretben viszonylag alacsony migráció és nagy egy főre jutó GDP-különbségeket eredményezhet, ha a leginkább képzett háztartások költöznek. A modellt két magyar megye, Borsod-Abaúj-Zemplén és Győr-Sopron-Moson 1980–2011 közötti eltérő pályájával motiváltuk.

A modell természetesen nagyon stilizált, ezért a kvantitatív következtetések egyelőre csak példaként szolgálnak. Számos olyan kiegészítés lehetséges, amellyel realisztikusabbá tehetjük a vizsgálati keretet. Ezek közé tartozik a költözési költségek heterogénné tétele, amivel árnyalhatjuk a költöző népesség-összetételére vonatkozó, rendkívül erős következtetéseket. Egy másik érdekes kiterjesztés lehet a modell dinamikájának explicit tétele, például egy együtt élő nemzedékeket (*Overlapping Generations, OLG*) feltételező megközelítésben. Részletesebb, háztartási szintű adatok segíthetnek abban, hogy akár a mostani, akár egy kiterjesztett modellt pontosabban számszerűsítsünk.

<sup>8</sup> Mint fentebb leírtuk, a kezdeti, zárt állapotban mindkét régió emberi tőkéje 1/3.

Elemzésünkben konkrét történelmi eseményt – a nyugati határok megnyitását – vizsgáltuk.<sup>9</sup> Nagyon érdekes lenne annak elemzése, hogy milyen feltételek mellett vezethet a keleti külpiacok újjáéledése a keleti megyék újraiparosodásához, illetve a belső vándorlás megállásához vagy akár megfordulásához. Modellünkben a költözési költség miatt jelentős tehetetlenség van, és az egyszeri nagymértékű sokkok egyfajta hiszterézishez vezethetnek. A modell – megfelelően kibővítve – az ezt kezelni óhajtó regionális politika számára is segítséget nyújthat annak számszerűsítésével, hogy milyenfajta és mekkora beavatkozás vezethet a keleti régió dinamikusabb fejlődéséhez.

### *Hivatkozások*

- ANDERSON, J.–WINCOOP, E. VAN [2004]: Trade Costs. *Journal of Economic Literature*, Vol. 42. No. 3. 691–751. o. <https://doi.org/10.1257/0022051042177649>.
- DANIELE, V.–MALANIMA, P.–OSTUNI, N. [2018]: Geography, market potential and industrialization in Italy 1871–2001. *Papers in Regional Science*, Vol. 97. No. 3. 639–662. o. <https://doi.org/10.1111/pirs.12275>.
- DAVIS, D.–WEINSTEIN, D. [2002]: Bones, bombs, and break points: The geography of economic activity. *American Economic Review*, Vol. 92. No. 5. 1269–1289. o. <https://doi.org/10.1257/000282802762024502>.
- DIXIT, A. K.–STIGLITZ, J. E. [1977]: Monopolistic competition and optimum product diversity. *American Economic Review*, Vol. 67. No. 3. 297–308. o. [https://www.jstor.org/stable/1831401?seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/1831401?seq=1#page_scan_tab_contents).
- DOCQUIER, F.–RAPOPORT, H. [2012]: Globalization, Brain Drain, and Development. *Journal of Economic Literature*, Vol. 50. No. 3. 681–730. o. <https://doi.org/10.1257/jel.50.3.681>.
- FUJITA, M.–KRUGMAN P.–VENABLES, A. J. [1999]: *The Spatial Economy. Cities, Regions, and International Trade*. The MIT Press, Cambridge MA, <https://doi.org/10.7551/mitpress/6389.001.0001->.
- GALLUP, J. L.–SACHS, J. D.–MELLINGER, A. D. [1998]: Geography and economic development. *International Regional Science Review*, Vol. 22. No. 2. 179–232. o. <https://doi.org/10.1177/016001799761012334>.
- GOTO, H.–MINAMIMURA, K. [2018]: Geography and Demography: New Economic Geography with Endogenous Fertility. *Japanese Economic Review*, megjelenés alatt.
- KERTESI GÁBOR–ÁBRAHÁM ÁRPÁD [1996]: A munkanélküliség regionális egyenlőtlenségei Magyarországon 1990 és 1995 között. A foglalkoztatási diszkrimináció és az emberi tőke váltakozó szerepe. *Közgazdasági Szemle*, 43. évf. 7–8. sz. 653–681. o.
- KOMLÓSI ÉVA–SZERB LÁSZLÓ–ORTEGA-ARGILÉS, R.–ÁCS J. ZOLTÁN [2014]: A vállalkezési tevékenység regionális különbségei Magyarországon a regionális vállalkozási és fejlődési index alapján. *Közgazdasági Szemle*, 61. évf. 3. sz. 233–261. o.
- KSH [2004]: A bruttó hazai termék (GDP) területi megoszlása 2002-ben. Központi Statisztikai Hivatal, Pénzügystatisztikai Főosztály, Budapest.
- KRUGMAN, P. [1991]: Increasing returns and economic geography. *Journal of Political Economy*, Vol. 99. No. 3. 483–499. o. <https://doi.org/10.1086/261763>.

<sup>9</sup> A modell nem számol a keleti külkereskedelem összeomlásával, ami feltehetően erősebben sújtotta a keleti régiót. Kérdéses ugyanakkor, hogy a tervgazdasági logikában mekkora szerepe volt a relatív fekvésnek. Ennek vizsgálata túlmutat a jelenlegi tanulmány keretein.



- KRUGMAN, P.–VENABLES, A. J. [1995]: Globalization and the inequality of nations. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 110. No. 4. 857–880. o. <https://doi.org/10.2307/2946642>.
- LENGYEL IMRE–VARGA ATTILA [2018]: A magyar gazdasági növekedés térbeli korlátai – helyzetkép és alapvető dilemmák. *Közgazdasági Szemle*, 65. évf. 5. sz. 499–524. o. <https://doi.org/10.18414/ksz.2018.5.499>.
- LENGYEL IMRE–SZAKÁLNÉ KANÓ IZABELLA–VAS ZSÓFIA–LENGYEL BALÁZS [2016]: Az újraiparosodás térbeli kérdőjelei Magyarországon. *Közgazdasági Szemle*, 63. évf. 6. sz. 615–646. o. <https://doi.org/10.18414/ksz.2016.6.615>.
- VARGA ATTILA–JÁROSI PÉTER–SEBESTYÉN TAMÁS [2014]: A GMR-Európa modell és alkalmazása EU kohéziós politikai reformok előzetes hatásvizsgálata során. *Sigma*, 45. évf. 1–2. sz. 117–143. o.

## Függelék

### Az 1. ÁLLÍTÁS bizonyítása

Rendezzük át az egyensúlyi béreket definiáló (9) és (10) egyenleteket a következőképpen:

$$A(w_f, w_e) \equiv H_w + \theta w_f^{1-\sigma} H_f - \frac{w_e^{1-\sigma} - \rho w_e}{w_e^\sigma - \rho} H_e = 0,$$

$$B(w_f, w_e) \equiv H_w + \rho w_e^{1-\sigma} H_e - \frac{w_f^{1-\sigma} - \theta w_f}{w_f^\sigma - \theta} H_f = 0.$$

A két egyenlet implicit módon két összefüggést definiál  $w_e$  és  $w_f$  között, ezek metszéspontja határozza meg az egyensúlyi béreket. Az egyensúly akkor egyértelmű, ha

$$-\frac{Aw_f}{Aw_e} < -\frac{Bw_f}{Bw_e},$$

vagy átrendezve (könnyen látható, hogy  $A_{w_f} < 0$ ,  $B_{w_f} > 0$ ,  $A_{w_e} > 0$  és  $B_{w_e} < 0$ ):

$$\frac{-Aw_f}{Bw_f} < \frac{Aw_e}{-Bw_e}.$$

Ennek belátásához elegendő megmutatni, hogy  $-A_{w_f} < B_{w_f}$  és  $A_{w_e} > -B_{w_e}$ . Itt csak az első egyenlőtlenséget bizonyítjuk, a második igazolása teljesen analóg módon történik. Vegyük a következő összeget:

$$Bw_f + Aw_f = \frac{H_f \left[ 1 - \theta^2 + (\sigma - 1)(2 + 2\theta^2 - 2\theta w_f^\sigma - \theta w_f^{-\sigma} - \theta^3 w_f^{-\sigma}) \right]}{(w_f^\sigma - \theta)^2},$$

és legyen

$$Q = 2 + 2\theta^2 - 2\theta w_f^\sigma - \theta w_f^{-\sigma} - \theta^3 w_f^{-\sigma}.$$

Ha  $Q > 0$ , akkor  $B_{w_f} + A_{w_f} > 0$  (idézzük fel, hogy  $\theta < 1$  és  $\sigma > 1$ ), amiből már következik az első igazolni kívánt egyenlőtlenség. A  $Q > 0$  megmutatásához elegendő belátni, hogy  $\min_{w_f} Q > 0$ . Egyszerű differenciálással belátható, hogy

$$\min_{w_f} Q = 2(1 + \theta^2) \left( 1 - \theta \sqrt{\frac{2}{1 + \theta^2}} \right) > 0,$$

tehát az egyensúlyi bérek egyértelműek.