A „kiegyensulyozott inkomplett blokk" kísérleti elrendezés és gyakorlati alkalmazása

A szabadföldi kísérletezők sokszor kerülnek szembe olyan feladattal, amelyet a nálunk ma leginkább ismert és használt kísérleti elrendezésekkel (véletlen blokk, latin négyzet, latin téglalap, stb.) nem tudnak megoldani, vagy csak nagyon körülményesen, nehézkesen, az átlagosnál jóval nagyobb hibával. Az említett elrendezések igen jó hatásfokkal használhatók egy bizonyos korlátozott számú kezelésig. Ugyanis nagyszámú kezelés összehasonlításánál a blokkok terjedelme lényegesen megnövekszik, s így nagy lesz a valószínűsége annak, hogy a blokkon belül jelentős talajegyenetlenség lép fel. Világosan látható, hogy ha egy 6—10 parcellából álló blokk esetén élünk azzal a feltevéssel, hogy az egyes parcellák hibája a blokkon belül egyenlő, gyakorlatilag az esetek túlnyomó részében nem követünk el hibát, viszont 20—30, vagy talán még több parcella esetén ezt már nem állíthatjuk.

Ezért szükségünk van arra, hogy olyan kísérleti módszereket alkalmazzunk, amelyek segítségével nagyobb számú kezelés összehasonlítása is lehetővé válik.

Kézenfekvő, hogy e célból úgy kell eljárnunk, hogy valamilyen megfelelő módon a blokkon belüli parcellák számát csökkentsük, vagyis ne szerepeljen egy blokkban az összes kezelés. Természetesen nem választhatjuk meg teljesen szabadon, hogy az egyes blokkokban hány és milyen kezelés kerüljön, hanem csak úgy, amint azt a későbbi értékelés megkívánja. Tehát itt még több megszorítást kell tennünk a kezelést illetően, mint az egyszerű elrendezéseknél, de azért szó sincs szisztematikus elrendezésről, mert bizonyos határok közt lehet és kell is alkalmazni a véletlen elrendezés nyújtotta lehetőségeket.

Az ilyen természetű kérdések vizsgálata nagyon sok szép eredményt adott, sajnos arra nincs mód, hogy egy ilyen dolgozat keretében a lehetséges megoldásokat egyáltalán érinteni is tudjuk, csak ezeknek egy speciális esetét fogjuk tárgyalni.

Az olyan kísérleti elrendezéseket, amelyekben az egyes blokkok nem tartalmazzák az összes kezelést, a származtatásukat tekintve 2 fő csoportra szokták osztani[2, 4, 5, 7, 8].

Hangsúlyozni szeretnénk, hogy ez a megkülönböztetés nem nagyon szigorú, de a tárgyalás és rendszerezés szempontjából igen hasznos.

1. A faktoriális kísérletek elméletéből kiindulva levezethetünk olyan kísérleti elrendezéseket, amelyek sok kezelést tartalmaznak úgy, hogy az egyes blokkokban kevesebb parcellát helyezünk el, mint az összes kezelés száma. Ezeket az elrendezéseket nevezzük quasi-faktoriális, vagy rács (lattice) kísérleteknek.

2. A faktoriális kísérletekből kiindulva nem tudunk tetszés szerinti kezelésszámú kísérletet levezetni. Ebben az esetben más úton próbáljuk megoldani a feladatot. A kísérlet elrendezését és értékelését közvetlenül, a faktoriális kísérletek elméletétől eltérő módszerek segítségével készítjük el. Ezeket a kísérleteket nevezik inkomplett blokk elrendezéseknek.

Mindkét esetben van kiegyensúlyozott és részlegesen kiegyensúlyozott elrendezés. (Balanced and partially balanced design.)

Megjegyezzük, hogy e módszerek — az agrokémiai kutatásban nagyobbszámú kezelés vizsgálatára gyakran nélkülözhetetlen — tenyészedénykísérletek elrendezésére is alkalmasak. A korszerű tenyészedény-kísérletezés során ui. az edényeket nem cserélgetjük, hanem a változó tényezők (pl. fény, hő, stb.) okozta hibákat biometriai számításokkal állapítjuk meg.

A következőkben csak a kiegyensúlyozott inkomplett blokk elrendezését fogjuk ismertetni.

A kiegyensulyozott inkomplett blokk elrendezés

Példaképpen vizsgáljuk meg az 1. ábrán feltüntetett egyszerű elrendezést.

A négy kezelést elhelyezzük 6 blokkban, blokkonként 2 parcellával. Ha azt vizsgáljuk, hogy egy kiválasztott kezeléspár hányszor fordul elő ugyanabban a blokkban, megállapíthatjuk, hogy *pontosan* egyszer. Például az 1 és 2 kezelés csak az (1)-es blokkban fordul elő.

Összesen minden kezelés ugyanannyiszor, a jelen példánkban háromszor fordul elő. Tehát ez háromszoros ismétlésnek felel meg.

(1) 1 2	(3) 1 4	(5) 2 4
(2) 1 3	(4) 3 4	(6) 2 3

1. ábra

Példa a kiegyensúlyozott inkomplett blokk elrendezésű kísérletre

A további tárgyalás megkönnyítése céljából vezessük be a következő jelöléseket:

b a blokkok száma
k az egy blokkban előforduló parcellák száma
t a kezelések száma
r az ismétlések száma
λ az a szám, mely megmutatja, hogy tetszés szerint kiválasztott (i, j) kezeléspár az egész kísérletben hány blokkban fordul elő együtt. A λ a kísérleti elrendezéshez tartozó, arra jellemző konstans.

(Példánkban: $b = 6$, $k = 2$, $t = 4$, $r = 3$ és $\lambda = 1$.)

Általánosan az elrendezés definíciója a következő: Legyen adva t különböző kezelés, b blokk. Mindegyik blokkban legyen k parcella. Ha ebbe a bk számú parcellába úgy helyeztük el a t darab kezelést, hogy minden kezelés pontosan r különböző blokkban és minden lehetséges (i, j) kezeléspár együtt pontosan λ különböző blokkban fordul elő akkor ezt az elrendezést kiegyensulyozott inkomplett blokk elrendezésnek nevezzük.

Nézzük meg, milyen összefüggések állnak fenn ezek között a számok között. Hogyan számíthatjuk ki például az összes parcellák számát? Ez egyenlő egyrészt bk-val, másrészt pedig tr-el. Tehát érvényes a következő egyenlőség

$$bk = tr \tag{1}$$

Vizsgáljuk meg, hogy egy tetszés szerint kiválasztott kezelés hányszor fordul elő a többi $t—1$ kezeléssel. Minthogy minden kezelés r-szer fordul elő r különböző blokkban és minden ilyen blokkban még $k—1$ kezelés van, ezért a kiválasztott kezelés $r(k—1)$ kezeléssel fordul elő. De ezt másképpen is kiszámíthatjuk. T. i. a kiválasztott kezelés minden más kezeléssel λ-szor fordul elő és a kiválasztott kezelésen kívül még $t—1$ kezelés van, tehát a kiválasztott kezelés $\lambda(t—1)$-szer fordul elő a többi kezeléssel.

Így kell, hogy

$$r(k—1) = \lambda(t—1) \tag{2}$$

legyen.

Teljesülnie kell még a következő két egyenlőtlenségnek:

$$b > t, \quad k < t$$

Az olyan inkomplett blokk elrendezéseket, melyeknél a (2) egyenlet fennáll, nevezzük *kiegyensúlyozott*-aknak (balanced).

Általában bármely kiválasztott t és k számpárhoz található ilyen elrendezés, de mivel (1) és (2) egyenleteknek teljesülniök kell, lehetséges, hogy az ismétlések száma túlságosan nagy lesz. Komoly problémát jelent egy adott inkomplett blokk elrendezés megkonstruálása, amelynél a matematika egyéb ágait is fel kell használnunk. A gyakorlat számára érdekes elrendezéseket azonban a megfelelő szakkönyvekben készen megtalálhatjuk [1]. A következő kezelésszámok esetében nagyon jól alkalmazható a tárgyalt kísérleti elrendezés:

t	k	r	b	λ	E
7	3	3	7	1	0,78
	4	4	7	2	0,88
	6	6	7	5	0,97
9	3	4	12	1	0,75
10	4	6	15	2	0,83
11	5	5	11	2	0,88
	6	6	11	3	0,92
13	3	6	26	1	0,72
	4	4	13	1	0,81
15	3	7	35	1	0,71
	7	7	15	3	0,92
16	4	5	20	1	0,80
	6	6	16	2	0,88
21	5	5	21	1	0,84
25	5	6	30	1	0,83
31	6	6	31	1	0,86
49	7	8	56	1	0,90
57	8	8	57	1	0,84

ahol E az „efficiencia faktor"; amelyet a következőkben ismertetünk.

Az inkomplett blokk típusú kísérletek kidolgozását az tette szükségessé, hogy a kezelések számának növekedésével általában már nem lehet biztosítani azt a feltételt, hogy a teljes ismétlést tartalmazó blokk elég homogén legyen, míg a kevesebb parcellát tartalmazó blokknál ez a feltétel nagy valószínűséggel teljesül.

Ha véletlenül a kísérlet elhelyezése olyan, hogy a teljes ismétlést tartalmazó terület homogén, akkor nem lenne értelme inkomplett blokk elrendezést alkalmazni, sőt ebben az esetben még rosszabb hatásfokot kapnánk, mint a véletlen blokk elrendezésű kísérletnél.

Az efficiencia faktor azt mondja meg, hogy a fent említett kivételes esetben hány százalékos hatásfokcsökkentést kapnánk az inkomplett blokk kísérletnél a véletlen blokkhoz viszonyítva.

Nézzünk egy példát:

Tegyük fel, hogy 31 kezeléssel, blokkonként 6 parcellával kell kísérletet beállítanunk. Ebben az esetben az efficiencia faktor 0,86. Ez tehát azt jelenti, hogy ha a 31 kezelést tartalmazó blokkok ugyanolyan homogének lennének, mint a 6 kezelést tartalmazók, akkor a kísérlet pontosságában a maximális veszteség nem haladja meg a 14 %-ot. ($0,86 + 0,14 = 1,00$)

Viszont ha a 31 parcellát tartalmazó blokkok belső hibája (inhomogenitása) legalább 16 %-kal nagyobb mint a 6 parcellát tartalmazó blokkoké, akkor az inkomplett blokk kísérlet már pontosabb eredményt ad, mint a véletlen blokk (1/0,86 = 1,16), ugyanis ebben az esetben az efficiencia faktor reciprokával kell számolnunk. Ez pedig egy olyan feltétel, ami nagy valószínűséggel teljesül, hiszen az egész ismétlést tartalmazó blokkok területei általában 4—8-szorosai az inkomplett blokkok területének. (Természetesen az inkomplett blokk kísérleteket, mindig az azonos ismétlésszámú véletlen blokk kísérlethez hasonlítjuk.)

Matematikailag az efficiencia faktor definíciója a következő:

$$E = \frac{t\,(k-1)}{k\,(t-1)} \tag{3}$$

A fentiek alapján lehetőség szerint minél nagyobb efficiencia faktorral rendelkező kísérletet ajánlatos beállítani.

A kísérletek értékelése

Az elrendezés ismertetésénél láthattuk, hogy bonyolultabb kérdéseket kell megoldanunk, mint a régi, jólismert módszereknél. Ugyanez a helyzet az analízisnél is. Figyelembe kell vennünk azt a tényt, hogy az egyes blokkokban nem ismételhetünk meg minden kezelést. Ezért bizonyos korrekciókra van szükség. Például vizsgáljuk meg, mi történik akkor, ha két kezelést akarunk egymással összehasonlítani.

Ha mondjuk az 1-es és 2-es kezelés parcellaterméseit hasonlítjuk össze, még mielőtt átlagolnánk, két esetet különböztethetünk meg. Az egyik, amikor úgy választottuk ki a két parcellát, hogy azok egy blokkon belül helyezkednek el. (1. ábra, [1] blokk.) Ha a blokkon belüli szórásnégyzeteket σ^2-tel és a blokkok közötti σ_b^2-tel jelöljük, akkor az előbbi esetben a parcellák különbségének a szórásnégyzete $2\sigma^2$ lesz. A másik eset az, ha két olyan parcellát hasonlítunk össze, amelyek külön blokkban vannak elhelyezve. A különbség szórásnégyzete ebben az esetben már $2(\sigma^2 + \sigma_b^2)$ lesz (1. ábra [3]—[5] vagy [3]—[6] blokk). Vagyis két kezelés átlagának összehasonlításánál az egyes parcellák különböző nagyságú hibáját figyelembe kell vennünk és ennek megfelelően a kezelésátlagokat korrigálnunk. (Ezt a gondolatot alkalmazzuk minden olyan esetben, ahol a blokkok nem tartalmazzák a teljes ismétlést, pl. a rácsoknál is [9].)

A blokkok hatását számolva sem használhatjuk egyszerűen a blokk összegeket, mert arra nemcsak a talaj minősége volt hatással, hanem a benne elhelyezett kezelések is. Tehát a kezeléseknek megfelelően ezt is korrigálni kell.

Ugyanez a helyzet a kezelések hatásainál is. (Most nem két kezelés összehasonlításáról van szó, hanem a kezelések okozta szóráskomponens meghatározásáról.) Ebben az esetben a blokkoknak megfelelő bizonyos korrekciót kell alkalmaznunk.

A továbbiakban nem törekedhetünk a matematikai tárgyalás teljességére, hanem csak a számítási menet egyes lépéseit fogjuk ismertetni, először általánosan, majd pedig egy konkrét példán keresztül [1, 2, 5, 6].

A matematikai modell a következő:

$$X_{ij} = \mu + b_i + t_j + e_{ij}$$

ahol X_{ij} az i-ik blokk j-ik kezelésének az eredménye,

b_i az i-ik blokkhatás,

t_j a j-ik kezeléshatás,

e_{ij} egymástól független normális eloszlású valószínűségi változók, zérus várható értékkel és σ szórással, μ általános konstans.

Vezessük be még a következő jelöléseket:

V_j = a j-ik kezelés termésösszege,

B_i = a i-ik blokk termésösszege,

$T_j = \Sigma_{(j)} B_i$ = azoknak a blokkoknak az összege, amelyek a j-ik kezelést tartalmazzák.

A korrigálatlan blokk, illetve kezelés szórásokat egyszerűen a blokk, ill. kezelésösszegek segítségével számítjuk ki, mintha a blokkok teljes ismétlést tartalmaznának.

A kezelések korrigált négyzetes eltérését (Q_j) pedig a következő kifejezés segítségével tudjuk kiszámítani:

$$Q_j = kV_j - T_j \tag{4}$$

A szórás elemzés táblázata a következő lesz:

	FG	SQ	Szórás négyzet
kezelések (korrigálatlan)	t—1	T_1	
blokk (korrigált)	b—1	B_1	E_b
blokkon belüli hiba	kb—t—b+1	H	E_e
Összesen:	kb—1	S	

vagy másképpen számolva:

kezelések (korrigált)	t—1	T_2
blokk (korrigálatlan)	b—1	B_2
blokkon belüli hiba	kb—t—b+1	H
Összesen:	kb—1	S

ahol FG = szabadságfok
SQ = négyzetes eltérés

Kétféleképpen számolva, ugyanazt a hibaszórást kell kapnunk, tehát ez a számítások ellenőrzésére is felhasználható. Az egyes négyzetes összegek pedig a következőképpen számíthatók ki:

$$T_1 = \sum_{j=1}^{t} \frac{V_j^2}{r} - \frac{G^2}{t \cdot r} \quad (5)$$

$$T_2 = \sum_{j=1}^{t} \frac{Q_j}{kt\lambda} \quad (6)$$

$$B_2 = \sum_{i=1}^{b} \frac{B_i^2}{k} - \frac{G^2}{t \cdot r} \quad (7)$$

$$B_1 = T_2 + B_2 - T_1 \quad (8)$$

$$S = \sum_{i,j} X_{ij}^2 - \frac{G^2}{t \cdot r} \quad (9)$$

G az egész kísérlet terméseinek összege.

Az így kiszámított E_e lesz a σ^2 becslése és E_b segítségével becsülhetjük a σ_b^2-et. Ezek felhasználásával végrehajthatjuk az előzőkben már említett kezelésátlagok korrekcióját. Azonban erre csak akkor van szükség, ha a $E_b > E_e$. Ugyanis ha $E_b < E_e$, akkor elég csak az E_e-t használnunk, mert ezzel a kísérletek megbízhatóságát csak növeljük. Ebben az esetben már csak egy lépés van hátra, dönteni a kezelésekre tett hipotézis felől. Ehhez ki kell számítanunk az F próba értékét:

$$F_1 = \frac{T_2}{E_e\,(t-1)}$$

ahol F_1 (t—1, rt—b—t+1) szabadságfokú „F" eloszlást követ és ha $F_1 > F^*(p)$ ahol $F^*(p)$ a p valószínűségi szinthez tartozó kritikus érték, akkor úgy döntünk, hogy a kezelések p valószínűségi szinten egymástól különbözők. (Általában a $p = 0{,}05$ vagy $p = 0{,}01$ valószínűségi szinteket szokták felvenni.) [3].

Természetesen az esetek túlnyomó részében $E_b > E_e$ vagyis a blokkok közötti szórás nagyobb, mint a blokkon belül. A továbbiakban szükségünk lesz még a következő számokra:

$$W_j = (t-k)\,V_j - (t-1)\,T_j + (k-1)\,G \quad (10)$$

és

$$\mu = \frac{(b-1).(E_b-E_e)}{t\,(k-1)\,(b-1)\,E_b + (t-k)(b-t)\,E_e} \quad (11)$$

A korrigált kezelésösszegek a következő képlettel számíthatók ki:

$$Y_j = V_j + \mu\, W_j \quad (12)$$

A korrigált kezelések négyzetes eltéréseit (T_3) pedig:

$$T_3 = \sum_{j=1}^{t} \frac{Y_j^2}{r} - \frac{G^2}{t \cdot r} \quad (13)$$

képlettel számíthatjuk ki.

Az F próbához ki kell még számítanunk a „valóságos" hibát, amelyben figyelembe vettük a blokkok közötti hibát is. Ez a következő:

$$E = E_e\,(1 + [t-k]\,\mu) \quad (14)$$

A T_3 négyzetes eltérést a hozzátartozó t—1 szabadságfokkal osztva megkapjuk a kezelések szórásnégyzetét, E_k-t, és az F próba a következő lesz:

$$F_2 = \frac{E_k}{E} \quad (15)$$

Ha szignifikáns eredményt kapunk, akkor legutolsó lépésként a szignifikáns differenciát kell még meghatároznunk. Két kezelésátlag hibája:

$$sd = \sqrt{\frac{2\,E}{r}} \quad (16)$$

megszorozva a megfelelő szabadságfokú (tr— — t — b + 1) és p valószínűségi szintű (általában $p = 0{,}05$) „t" értékkel, megkapjuk a szignifikáns differenciát:

$$SZD = t \cdot sd = t\sqrt{\frac{2\,E}{r}} \quad (17)$$

Természetesen abban az esetben, ha $E_b \leqq E_e$, akkor a „valóságos" hiba maga az E_e lesz, s így a szignifikáns differencia képletében E helyére E_e-t kell írnunk.

Ezzel a kísérlet értékelését befejeztük. Első olvasásra talán kissé bonyolultnak látszik és ez az egyetlen hátránya ennek a kísérleti elrendezésnek, de valamit áldoznunk kell azért, hogy a régi kísérletekkel szemben lehetőség nyílik arra, hogy *sokkal jobb hatásfokkal* 20-nál jóval több kezelést is összehasonlíthatunk egy kísérletben.

Általában az inkomplett blokk elrendezés egyes blokkjai nem csoportosíthatók úgy, hogy azok teljes ismétlést tartalmazzanak. De ha mégis olyan elrendezésünk van, ahol ez megtehető, akkor az elemzéstáblázat elkészítésénél ezt figyelembe kell vennünk, vagyis le kell vonni az ismétlések okozta szóráskomponenst is. A (11) képlet pedig a következő lesz:

$$\mu = \frac{r\,(E_b - E_e)}{rt\,(k-1)\,E_b + k\,(b-r-t+1)E_e} \quad (11a)$$

Még egy speciális esetről találhatunk bővebb irodalmi utalást: ha a blokkok száma megegyezik a kezelések számával ($b = t$). Ezt szokták *inkomplett latin négyzetnek*, vagy „Youden-square"-nek nevezni [1], [2], [4], [5].

A (11) képlet ebben az esetben még egyszerűbb lesz:

$$\mu = \frac{E_b - E_e}{t\,(k-1)\,E_b} \quad (11b)$$

Egy példa

1957-ben a Cukoripari Kutatóintézet az országban több helyen állított be fajtaösszehasonlító kísérletet, egyenként 25 fajtával. Ezek közül a hatvani kísérlet gyökérsúly eredményeit ismertetjük részletesen, amit a fenti módszerrel értékeltünk ki.

A kísérlet adatai a következők:

$t = 25,\ k = 5,\ r = 6,\ b = 30,\ \lambda = 1,\ E = 0{,}83.$

A fajtákat jelöljük 1, 2. . . ., 25. A számítás végén az eredménytáblázatban közölni fogjuk, hogy az egyes számok milyen fajtát jelentenek.

Mivel az adott $(t,\ k)$ számpár mellett lehetséges úgy elhelyezni a kísérletet, hogy 5—5 blokk egy teljes ismétlést alkosson, a szórás elemzés táblázata ennek megfelelően kissé módosult és a kiegyensúlyozó faktort majd a (11a) képlet alapján fogjuk kiszámítani. A kísérleti tervet a 2. ábra mutatja.

I.						II.					
(1)	1	2	3	4	5	(6)	16	4	8	12	25
(2)	6	7	8	9	10	(7)	10	18	22	1	14
(3)	11	12	13	14	15	(8)	13	21	5	9	17
(4)	16	17	18	19	20	(9)	2	15	19	23	6
(5)	21	22	23	24	25	(10)	24	7	11	20	3

III.						IV.					
11)	17	1	15	24	8	(16)	6	16	21	1	11
(12)	10	19	3	12	21	(17)	9	19	24	4	14
(13)	23	7	16	5	14	(18)	7	17	22	2	12
(14)	11	25	9	18	2	(19)	10	20	25	5	15
(15)	4	13	22	6	20	(20)	8	18	23	3	13

V.						VI.					
(21)	24	13	2	16	10	(26)	16	9	22	15	3
(22)	11	5	19	8	22	(27)	7	25	13	1	19
(23)	7	21	15	4	18	(28)	23	11	4	17	10
24)	20	9	23	12	1	(29)	14	2	20	8	21
(25)	3	17	6	25	14	(30)	5	18	6	24	12

2. ábra

A hatvani cukorrépa fajtakísérlet parcella elrendezése

A kísérleti eredményeket parcellánként kg-ban az 1. táblázat adja meg. Összevetve a 2. ábrával meg tudjuk határozni, hogy az egyes terméseredmények melyik fajtához tartoznak. A jobb szélső, B-vel jelölt oszlop az egyes blokkok összegeit adja meg, R_i $(i = 1, \ldots 6)$ számok pedig a megfelelő ismétlések terméseredményeinek az összegét adják, mivel ezekre később szükségünk lesz.

Itt jegyezzük meg, hogy bár a rács, vagy az inkomplett blokk elrendezés számolása nehezebb, több munkát igényel, mint az egyszerűbb kísérletek de a számítás minden lépése — kivéve a négyzetes összegek számítását — könnyen ellenőrizhető, és erre minden lépésnél fel fogjuk hívni a figyelmet.

Számítsuk ki még a szükséges számokat. $(V,\ T,\ Q,\ W)$. A $V + \mu\ W$, vagyis a korrigált fajta összeg még ennél a lépésnél nem számítható ki, de a célszerű helykihasználás miatt azt is itt helyezzük el, egy vonallal választva el a többitől.

Számolásunkat a következőképpen ellenőrizhetjük:

V oszlop összege a kísérlet össztermését,
T oszlop összege a kísérlet össztermésének ötszörösét,
Q oszlop összege a zérust,
W oszlop összege a zérust,
$V + \mu\ W$ oszlop összege pedig szintén a kísérlet össztermését kell, hogy megadja.

A szórás elemzés táblázata az ismétléseknek megfelelően módosítva a következő lesz:

	FG	SQ	Szórás négyzet
Ismétlések	r—1	R	
kezelések (korrigálatlan)	t—1	T_1	
blokk (korr.)	b—r	B_1	E_b
blokkon belüli hiba	kb—t—b+1	H	E_e
összesen	kb—1	S	

vagy másképpen számolva:

Ismétlések	r—1	R	
kezelések (korr.)	t—1	T_2	
blokk (korrigálatlan)	b—r	B_2	
blokkon belüli hiba	kb—t—b+1	H	E_e
Összesen:	kb—1	S	

ahol

$$\mathrm{R} = \sum_{i=1}^{r} \frac{R_i^2}{t} - \frac{G^2}{t \cdot r} \tag{18}$$

Mint a szabadságfok felosztásból is látszik, az ismétléseknek megfelelő négyzetes eltérést a blokkok négyzetes eltéréséből le kell vonni. Az ismétlések ugyanis nem jelentenek mást, mint a blokkok bizonyos alkalmas csoportosítását.

1. táblázat

A hatvani cukorrépa fajtakísérlet terméseredményei (gyökértermés kg-ban)

I. ismétlés

						B
(1)	100,4	119,6	71,3	90,8	75,5	457,6
(2)	110,3	104,9	80,6	81,5	95,7	473,0
(3)	103,5	95,8	93,0	100,3	91,8	484,4
(4)	111,6	97,1	98,8	98,8	83,9	490,2
(5)	97,1	92,3	82,9	81,7	86,0	440,0
					$R_1 =$	2345,2

II. ismétlés

(6)	106,9	102,1	73,1	95,1	94,7	471,9
(7)	103,2	110,0	101,0	89,0	102,8	506,0
(8)	95,0	88,4	69,7	77,0	87,5	417,6
(9)	109,1	87,6	90,2	86,4	91,1	464,4
(10)	109,0	103,7	102,7	91,0	85,9	492,3
					$R_2 =$	2352,2

III. ismétlés

(11)	76,9	86,4	99,9	91,7	67,8	422,7
(12)	102,9	98,1	77,7	100,6	95,0	474,3
(13)	85,3	105,3	97,2	77,6	107,5	472,9
(14)	97,9	100,7	70,6	95,8	97,2	471,2
(15)	104,1	102,3	107,9	114,0	94,0	522,3
					$R_3 =$	2363,4

IV. ismétlés

(16)	102,1	101,1	96,8	76,6	86,9	463,5
(17)	92,4	102,1	95,1	96,8	95,4	481,8
(18)	107,7	94,5	110,4	98,8	82,8	487,2
(19)	100,2	95,9	100,7	85,1	101,5	483,4
(20)	84,3	116,9	97,4	97,3	99,5	495,4
					$R_4 =$	2411,3

V. ismétlés

(21)	106,1	101,2	105,9	108,4	105,3	526,9
(22)	99,8	77,2	107,0	77,4	112,5	473,9
(23)	103,3	101,0	97,5	94,2	108,2	504,2
(24)	96,3	92,8	97,9	95,0	89,9	471,9
(25)	95,8	98,5	100,9	91,1	103,6	491,9
					$R_5 =$	2468,8

VI. ismétlés

(26)	104,5	93,2	108,4	104,0	85,1	495,2
(27)	111,7	105,0	94,7	94,0	109,3	514,7
(28)	94,2	112,7	90,3	101,9	110,3	509,4
(29)	109,6	116,3	95,5	84,2	111,1	516,7
(30)	84,9	116,1	111,0	113,5	104,1	529,6
					$R_6 =$	2565,6
					$S(x) =$	14506,5

2. táblázat

A korrigált terméseredmények kiszámítása

Kez.	V	T	Q	W	V + μ W
1.	536,3	2836,4	+154,9	678,4	540,9
2.	646,9	2924,0	310,5	788,0	652,3
3.	513,1	2906,7	—341,2	—1472,8	503,1
4.	578,3	2947,2	— 55,7	—1140,8	570,6
5.	470,0	2835,0	—485,0	— 614,0	465,8
6.	629,4	2944,7	202,3	— 58,8	629,0
7.	629,6	2944,3	203,7	— 45,2	629,3
8.	467,4	2853,6	—516,6	—1112,4	459,9
9.	516,5	2810,7	—228,2	899,2	522,6
10.	617,6	2973,0	115,0	— 974,0	611,0
11.	603,5	2894,7	122,8	623,2	607,7
12.	573,4	2919,3	— 52,3	— 569,2	569,5
13.	585,7	2961,3	— 32,8	—1331,2	576,7
14.	619,2	2953,7	142,3	— 478,8	615,9
15.	582,3	2854,3	57,2	1168,8	590,2
16.	629,7	2920,6	227,9	525,6	633,3
17.	556,4	2819,0	— 37,0	1498,0	566,6
18.	645,8	2996,6	232,4	— 976,4	639,2
19.	605,5	2899,3	128,2	552,8	609,1
20.	556,6	2976,8	—193,8	—2285,2	541,1
21.	589,4	2816,3	130,7	2222,8	604,5
22.	632,5	2924,6	237,9	485,6	635,8
23.	544,1	2854,0	—133,5	412,0	546,9
24.	597,1	2893,3	92,2	528,8	600,7
25.	580,2	2873,1	27,9	675,6	584,8
Kontrol	14 506,5	72 532,5	0	0	14 506,5

Számítsuk ki a szórás elemzéséhez szükséges számokat:

(18) alapján:

$$R = \frac{2345{,}2^2 + 2352{,}2^2 + \ldots + 2565{,}6^2}{6} - 1402\,923{,}61 = 1480{,}87$$

(5) alapján:

$$T_1 = \frac{536{,}3^2 + 649{,}9^2 + \ldots + 580{,}2^2}{6} - 1\,402\,923{,}61 = 10\,189{,}67$$

(6) alapján:

$$T_2 = \frac{154{,}9^2 + 310{,}5^2 + \ldots + 27{,}9^2}{125} = 9553{,}98$$

(7) és (18) alapján:

$$B_2 = \frac{457{,}6^2 + 473{,}0^2 + \ldots + 529{,}6^2}{5} - 1\,402\,923{,}61 - 1480{,}87 = 2893{,}39$$

(8) alapján:

$$B_1 = 9553{,}98 + 2893{,}39 - 10189{,}67 = 2257{,}70$$

(9) alapján:

$$S = 100{,}4^2 + 119{,}6^2 + \ldots + 104{,}1^2 - 1402923{,}61 = 16\,846{,}62$$

Szórás elemzés táblázata:

	FG	SQ	szórás négyzet
Ismétlések	5	1480,87	
kezelések (korrigálatlan)	24	10189,67	
blokk (korr.)	24	2257,70	94,07 = E_b
blokkon belüli hiba	96	2918,38	30,40 = E_e
Összesen:	149	16846,62	

	FG	SQ	szórás négyzet
Ismétlések	5	1480,87	
kezelések (korr.)	24	9553,98	
blokk (korrigálatlan)	24	2893,39	
blokkon belüli hiba	96	2918,38	30,40 = E_e
Összesen:	149	16846,62	

$E_b > E_e$, tehát (11a) alapján:

$$\mu = \frac{6\,(94{,}07 - 30{,}40)}{6.25.4.94{,}07 - 0} = 0{,}0068$$

A „valóságos" hiba (14) alapján

$$E = 30{,}40\,(1{,}136) = 34{,}53$$

A korrigált fajta összegeket a 2. táblázatban már megadtuk. Az F próbához ki kell számítani a korrigált fajtaösszegek szórását. Először (13) alapján:

$$T_3 = \frac{540{,}9^2 + 652{,}3^2 + \ldots + 584{,}8^2}{6} - 1\,402\,923{,}61 = 10\,956{,}12$$

és

$$E_k = \frac{T_3}{24} = 456{,}50$$

(15) alapján

$$F_2 = \frac{456{,}50}{34{,}53} = 13{,}22$$

ami $p = 0{,}001$ valószínűségi szinthez tartozó $F = 2{,}50$ értéknél is jóval nagyobb, tehát erősen szignifikáns.

Végül ki kell még számítanunk a legkisebb szignifikáns differenciát, hogy két kiválasztott fajtáról meg tudjuk mondani, azonos vagy különbözőnek tekinthető-e.

Két fajtaátlag különbségének hibája (16) alapján

$$sd = \sqrt{\frac{2 \cdot 34{,}53}{6}} = 3{,}4$$

ezt megszorozva a megfelelő szabadságfokhoz és $p = 0{,}05$ valószínűségi szinthez tartozó t értékkel ($t = 1{,}99$), megkapjuk a szignifikáns differenciát. Egy parcellás alapra vonatkozóan

$$SZD = 6{,}78$$

A 3. táblázaton összegezve eredményeinket, megadtuk az egyes fajták terméseredményeit q/kh-ra átszámítva. Így el tudjuk bírálni tetszésszerinti két fajtáról, hogy egymástól különbözőnek, vagy azonosnak tekinthetők-e.

A kísérlet efficienciája.

Ha ezt a kísérletet, mint véletlen blokkot dolgoznánk fel, eltekintve azoktól a hibáktól, amelyekről a bevezetésben szóltunk, a következő hiba szórást kapnánk az elemzéstáblázat alapján.

	FG	SQ.	Szórásnégyzet
Ismétlések	5	1480,87	
kezelések	24	10189,67	
hiba	120	5176,08	43,134
összesen:	149	16846,62	

A kísérlet efficienciája tehát [1, 6].

$$\frac{43{,}134}{30{,}40} = 1{,}42$$

3. táblázat

A hatvani cukorrépa fajtakísérlet eredménytáblázata

Fajtaszám	Fajta	q/kh	Rel. %	Eltérés
2	*Kleinwanzlebeni „E"*	312,9	112,4	+12,4
18	*Hilleshög Polyploide*	306,6	110,2	+10,2
22	*Dobrovice „V"*	304,9	109,6	+ 9,6
16	*Béta Poly 1*	303,7	109,1	+ 9,1
7	*Hilleshög Polyploide KL*	301,8	108,8	+ 8,8
6	*Hilleshög Polyploide R*	301,7	108,8	+ 8,8
14	*Dobrovice „A"*	295,4	106,1	+ 6,1
10	*Béta Poly 3*	293,0	105,3	+ 5,3
19	*Kleinwanzlebeni „N"*	292,1	105,0	+ 5,0
11	*Dobrovice „N"*	291,5	104,7	+ 4,7
21	*Kleinwanzlebeni CR*	289,9	104,2	+ 4,2
24	*R—632*	288,1	103,5	+ 3,5
15	*Hilleshög KL (1301)*	283,1	101,7	+ 1,7
25	*I—1745*	280,5	100,8	+ 0,8
13	*Dobrovice C*	276,6	99,4	— 0,6
4	*Hilleshög K (1300)*	273,7	98,3	— 1,7
12	*Béta C—242/53*	273,1	98,1	— 1,9
17	*Zapotil C*	271,8	97,7	— 2,3
23	*Béta K—91*	262,3	94,2	— 5,8
20	*Janasz A I—3*	259,5	93,2	— 8,8
1	*Buszczynski CLR*	259,4	93,2	— 8,8
9	*Buszczynski P*	250,6	90,0	—10,0
3	*Kleinwanzlebeni „Z"*	241,3	86,7	—13,3
5	*Buszczynski MLR*	223,4	80,3	—19,7
8	*Janasz A I—2*	220,6	79,3	—20,7
	Átlag	278,3		
	Legkisebb szignifikáns különbség (p = 0,05)	19,5		7,0

Tehát a jelen esetben az inkomplett blokkelrendezés másfélszer pontosabb eredményt ad, mint a véletlen blokk.

Összefoglalás

A szabadföldi kísérletezők számára komoly problémát jelent, ha egy kísérletben kísérleti elrendezésekkel (véletlen blokk, latin négyzet,

latin tégla) csak korlátozott számú kezelést tudunk összehasonlítani.

Az újabb kísérleti elrendezések, amelyek az egyes blokkban nem tartalmazzák az összes kezelést, több külön csoportra oszthatók, amelyek közül egyet a *„kiegyensúlyozott inkomplett blokk”* elrendezést ismertettük részletesen. Erre jellemző, hogy az adatai között fennáll két egyenlet: $bk = tr$ és $\lambda(t-1) = r(k-1)$

Végül egy cukorrépa fajtakísérlet termés-eredményeit közöltük a számításmenet egyes lépéseinek részletezésével. (A kísérlet adatai: $t = 25$, $k = 5$, $r = 6$, $b = 30$, $\lambda = 1$, $E = 0{,}83$ voltak)

MARTON ÁDÁM

Érkezett: 1958. *november 27.*

Irodalom

[1] *Cochran W. G. & Cox, G. M.* Experimental Designs. Second edition John Wiley. New-York. 1957.

[2] *Federer, W. T.:* Experimental Design. The Macmillan Company. New-York, 1955.

[3] *Fisher, R. A. & Yates, F:* Statistical Tables. Oliver and Boyd. London. 1953.

[4] *Goulden, C. H.:* Methods of Statistical Analysis. Second edition John Wiley. New-York. 1952.

[5] *Kempthorne, O.:* The Design and Analysis of Experiments. John Wiley. New-York. 1952.

[6] *Mann, H. B.:* Analysis and Designs of Experiments. Dover Publications. Inc. New-York. 1949.

[7] *Mudra, A.:* Einführung in die Methodik der Feldversuche. S. Hirzel. Leipzig. 1952.

[8] *Yates, F.:* The Design and Analysis of Factorial Experiments. Imperial Bureau of Soil Science. Technical Communication No 35. Harpenden. 1937.

[9] *Zana, J.:* A (k+1) típusú 5 × 5-ös rácsnégyzet alkalmazása cukorrépa fajtakísérleteknél. Növénytermelés 6. 119—130. 1957.