SZEMLE

Faktoriális parcella elrendezések alkalmazása szabadföldi kísérletekben

A szabadföldi kísérletezés metodikájának fejlődésében a véletlen blokk és latin négyzet elrendezések kidolgozása után a következő lépést a faktoriális kísérletek jelentették. 1937-ben Yates foglalta össze először az erre vonatkozó eredményeket [14]. Azóta számosan foglalkoztak, ezzel a kérdéssel és sok jelentős eredmény született. A kísérleti elrendezésekkel foglalkozó szakkönyvek mindegyike számos fejezetet szentel ezeknek a kérdéseknek a tárgyalására. [1, 3, 4, 7, 9, 10, 11].

A kísérletezők számára két okból szükséges a faktoriális kísérletek elméletének és gyakorlatának ismerete:

1. Számos olyan probléma merül fel, ahol egyszerre nemcsak egy tényező különböző értékeit kell vizsgálnunk, hanem több tényező együttes hatását.

2. A keveréses faktoriális kísérletek elméletéből kiindulva számos új kísérleti elrendezést alkottak (pl. quasifaktoriális kísérletek). Tehát aki a bonyolultabb, sok kezeléses kísérleti elrendezések elméletét akarja tanulmányozni, ezek megértéséhez — egy-két kivételtől eltekintve (pl. inkomplett blokk elrendezések [8]) — elengedhetetlenül szükséges a faktoriális kísérletek ismerete.

A magyar irodalomban Telegdy-Kováts [12, 13] foglalkozott először a faktoriális kísérletek elméletével, az utóbbi években azonban — tudomásunk szerint — nem jelent meg a magyar szakirodalomban olyan közlemény, amely ezekkel a kérdésekkel foglalkozott, vagy pedig ilyen elrendezéssel beállított kísérletet ismertetett volna.

Dolgozatunk céljául tűztük ki, hogy ismertessük a faktoriális kísérletek elméletét először csak a legegyszerűbb esetben, majd további közleményekben megpróbálunk teljes áttekintést adni, mégpedig oly módon, hogy ezek az ismeretek alapul szolgálhassanak azok számára, akik a quasifaktoriális kísérletek elméletét kívánják tanulmányozni. Ezenkívül az egyes kísérlettípusok szemléltetésére közölni fogunk néhányat az Intézetünk munkatársai által megszervezett és végrehajtott kísérletekből.

A faktoriális kísérletek feladata

A faktoriális kísérletek kidolgozását az olyan jellegű feladatok tették szükségessé, amelyeknél több különböző tényező együttes hatását kellett vizsgálni. Például az a kísérleti feladatunk, hogy eldöntsük, hogy egy adott kultúrnövénynél milyen műtrágyaféleségeket milyen mennyiségben és időpontban kell alkalmaznunk ahhoz, hogy a legjobb termésfokozó hatást érjük el. Ezt a kísérleti feladatot egyszerűbb elrendezésekkel csak úgy tudnánk — nem kielégítő módon — megoldani, hogy az egyik faktor különböző szintjeinek hatásait vizsgáljuk a többi faktorok egy adott szintje mellett, egy másik kísérletben ugyanennek a faktornak hatását vizsgáljuk a többi faktor egy másik szintje mellett, és így tovább, amíg az összes lehetőséget ki nem merítettük. Így egy kísérletsorozatot kapnánk, amelyet csak egyenkint értékelhetnénk ki. Mivel ezek a kísérletek egymással nem hasonlíthatók össze, ezért nem tudnánk megmondani, hogy

1. az egész kísérletkomplexumban melyik kezeléskombináció hatása volt a legnagyobb;

2. nem tudjuk megállapítani, hogy az egyes faktorok szintjeinek változtatása milyen mértékben befolyásolja a többi faktorok hatását. (Másszóval a vizsgált faktorok között van-e kölcsönhatás?)

Csak a faktoriális kísérletek alkalmasak arra, hogy a fentebb érintett kérdésekre megbízható választ adjanak.

A jelen dolgozatban csak a „2^n típusú" kísérletekkel foglalkozunk, vagyis azzal az esettel, melynél az egyes faktorok csak két szinten szerepelnek.

A $2 \times 2 \times 2$ típusú kísérlet

1957-ben az ország különböző helyen állítottunk be 2^3 típusú faktoriális kísérleteket abból a célból, hogy a tavasszal adagolt nitrogén, foszfor és káli műtrágyák hatását vizsgáljuk cukorrépánál. Az adagok a következők voltak:

n: 120 kg Pétisó kat. holdanként
p: 200 kg szuperfoszfát kat. holdanként
k: 120 kg 40%-os kálisó kat. holdanként

A kísérleti parcellák nagysága 16□-öl volt, a kísérleteket 4 ismétléssel állítottuk be. Tehát az egyes műtrágya adagokat n, p, k-val, a kezeletlen parcellákat pedig 1-el jelölve, a következő kezeléskombinációkat kapjuk:

1	k
n	nk
p	pk
np	npk

A 2^3 típusú kísérletnél az összes kezeléskombinációk száma egyenlő 2^3-el; általában a 2^n típusú kísérletnél ez a szám 2^n lesz.

Szemléltetésül az 1. ábrán mutatjuk be a Keszthelyen láptalajon beállított kísérlet parcella elrendezését. Az egyes parcellákban feltüntetett számok a parcellák gyökértermését

	I. ismétlés				II. ismétlés				
I/a	1 30	nk 36	pk 51	np 38	pk 47	nk 39	np 40	1 35	II/a
I/b	k 48	n 45	p 44	npk 59	p 57	npk 56	k 46	n 48	II/b
III/a	nk 47	1 35	np 38	pk 59	np 53	nk 52	1 41	pk 53	IV/a
III/b	p 28	k 37	n 21	npk 46	k 43	n 26	npk 45	p 19	IV/b
	III. ismétlés				IV. ismétlés				

1. ábra

A keszthelyi cukorrépa műtrágyázási kísérlet parcella elrendezése és terméseredményei (gyökértermés kg-ban)

jelentik kg-ban. (A kísérlet a Cukoripari Kutatóintézet által kidolgozott terv szerint a Délnyugatdunántúli Mezőgazdasági Kísérleti Intézet hajtotta végre, amiért ezúttal is köszönetünket fejezzük ki.)

Hatások és kölcsönhatások.

A kísérleti eredmények birtokában most vizsgáljuk meg, milyen hatásuk volt az egyes műtrágyáknak. A nitrogén hatására a következő terméskülönbségek jöttek létre:

nitrogén hatás	$n-1$
nitrogén hatás foszfor mellett	$np-p$
nitrogén hatás káli mellett	$nk-k$
nitrogén hatás pk mellett	$npk-pk$

A nitrogén *átlaghatását* a fenti különbségek átlagából számíthatjuk ki:

$$N = \frac{1}{4}\,[(n-1)+(np-p)+(nk-k)+ \\ +(npk-pk)]$$

Teljesen hasonló eljárással kapjuk:

$$P = \frac{1}{4}\,[(p-1)+(np-n)+(pk-k)+ \\ +(npk-nk)]$$

$$K = \frac{1}{4}\,[(k-1)+(nk-n)+(pk-p)+ \\ +(npk-np)]$$

A továbbiakban mindig nagybetűkkel fogjuk jelölni a faktorok hatásait és kisbetűkkel a terméseredményeket.

Két faktor kölcsönhatását, vagyis annak a mértékét, hogy a szóbanforgó faktorok együttes alkalmazása mennyire tér el a két faktor átlaghatásának összegétől, a következőképpen számíthatjuk ki. Vegyük először az NP kölcsönhatást.

Nitrogén hatása foszfor nélkül: $\frac{1}{2}\,[(nk-k)+ \\ +(n-1)]$

Nitrogén hatása foszfor mellett:

$\frac{1}{2}\,[(npk-pk)+(np-p)]$

Az alsó sorból kivonva a felsőt és 2-vel osztva megkapjuk az átlagos kölcsönhatást.

$$NP = \frac{1}{4}\,[(npk-pk)+(np-p)-(nk-k)- \\ -(n-1)]$$

Hasonlóképpen

Nitrogén hatása káli nélkül: $\frac{1}{2}\,[(np-p)+ \\ +(n-1)]$

Nitrogén hatása káli mellett: $\frac{1}{2}[(npk-pk)+ \\ +(nk-k)]$

$$NK = \frac{1}{4}\,[(npk-pk)+(nk-k)- \\ -(np-p)-(n-1)]$$

Foszfor hatása káli nélkül:

$\frac{1}{2}\,[(np-n)+(p-1)]$

Foszfor hatása káli mellett:

$\frac{1}{2}\,[(npk-nk)+(pk-k)]$

$$PK = \frac{1}{4}\,[(npk-nk)+(pk-k)- \\ -(np-n)-(p-1)]$$

Az NPK kölcsönhatást pedig, mint két kölcsönhatás „kölcsönhatását" értelmezzük:

NP kölcsönhatás káli nélkül:

$\frac{1}{2}\,[(np-p)-(n-1)]$

NP kölcsönhatás káli mellett:

$$\frac{1}{2}[(npk - pk) - (nk - k)]$$

A kettő különbsége adja meg az NPK kölcsönhatást:

$$NPK = \frac{1}{4}[(npk - pk) - (nk - k) - (np - p) + (n - 1)]$$

(Két faktor kölcsönhatását elsőrendű, a három faktor kölcsönhatását másodrendű kölcsönhatásnak is szokták nevezni.)

Az egyes hatások számítása elég bonyolultnak látszik és főként több faktor esetén az általunk az előbbiekben bemutatott számítási mód már nagyon nehezen lenne járható. A szemléltetés miatt szükség volt erre, de a továbbiakban be fogunk vezetni egyszerű képleteket, melyeknek segítségével könnyen kiszámíthatjuk akárhány faktor esetén is az egyes hatásokat definiáló képleteket. (A továbbiakban az egyszerűség kedvéért röviden csak „hatások"-at fogunk írni a hatások és kölcsönhatások helyett.)

Matematikailag megfogalmazva, a terméseredményekből a hatások számítása egy lineáris, ortogonális transzformációt jelent. (Lineáris orthogonális transzformációnak nevezik a hatásoknak a terméseredményekből végzett, előzőkben ismertetett számítását [4]). Ezt leírhatjuk a 2. ábra segítségével is:

	1	*n*	*p*	*np*	*k*	*nk*	*pk*	*npk*
8M	1	1	1	1	1	1	1	1
4N	—1	1	—1	1	—1	1	—1	1
4P	—1	—1	1	1	—1	—1	1	1
4NP	1	—1	—1	1	1	—1	—1	1
4K	—1	—1	—1	—1	1	1	1	1
4NK	1	—1	1	—1	—1	1	—1	1
4PK	1	1	—1	—1	—1	—1	1	1
4NPK	—1	1	1	—1	1	—1	—1	1

2. ábra
Műtrágyahatások számítása a terméseredményekből ahol $8M$ a kísérlet terméseredményeinek összegét jelenti.

A számítás úgy történik, hogy a kívánt hatásnak megfelelő sorban az előjeleknek megfelelően adjuk össze a felül szereplő terméseredményeket.

Számítsuk most ki az egyes hatásokat a példaként említett kísérletünkön. Először célszerű kiszámítani az egyes kezelések négy ismétlésből adódó termésösszegeit:

1 = 141		k = 174	
n = 140		nk = 174	
p = 148		pk = 210	
np = 169		npk = 206	

Az előbb bemutatott képletekbe való behelyettesítéssel kapjuk, hogy:

$$N = \frac{1}{4}(140 - 141 + 169 - 148 + 174 - 174 + 206 - 210) = 4{,}0$$

$$P = \frac{1}{4}(148 - 141 + 169 - 140 + 210 - 174 + 206 - 174) = 26{,}0$$

$$NP = \frac{1}{4}(206 - 210 + 169 - 148 - 174 + 174 - 140 + 141) = 4{,}5$$

$$K = \frac{1}{4}(174 - 141 + 174 - 140 + 210 - 148 + 206 - 169) = 41{,}5$$

$$NK = \frac{1}{4}(206 - 210 + 174 - 174 - 169 + 148 - 140 + 141) = -6{,}0$$

$$PK = \frac{1}{4}(206 - 174 + 210 - 174 - 169 + 140 - 148 + 141) = 8{,}0$$

$$NPK = \frac{1}{4}(206 - 210 - 174 + 174 - 169 + 148 + 140 - 141) = -6{,}5$$

A kapott eredményeket vizsgálva, a foszfor és káli hatások látszanak jelentősnek, de arról csak később, a szórás elemzés segítségével tudunk dönteni, hogy szignifikánsnak tekinthetjük-e ezeket a hatásokat, vagy sem.

Az eddigiekben több szempontból rámutattunk a hatások és terméseredmények közti összefüggésre. Azonban a gyakorlati számítás ezen képletek felhasználásával nagyon hosszadalmas és nehézkes volna. Ezért ismertetni fogunk egy olyan számolási módszert, amelynek segítségével a számításokat egyszerűen és gyorsan végrehajthatjuk. Megjegyezzük, hogy ezt a módszert értelemszerűen alkalmazva, bármely faktoriális kísérlet számításánál felhasználhatjuk.

A számolást az 1. táblázat segítségével hajtjuk végre, amelyet a következőkben mutatunk be.

A táblázat elkészítésénél a terméseredményeket a II. oszlopba meghatározott sorrendben kell beírni, amelynek szabálya a következő: az első helyre a kezeletlen parcellák eredményét írjuk. Utána kiválasztunk egy kezelést (a jelen esetben az n-et) formálisan megszorozzuk a

1. táblázat

Az átlaghatások és a szórástényezők számítása

I Hatás	II Termés eredmény	III	IV	V	VI Átlag hatások		VII Osztó	VIII Szórás négyzet
1	141	281	598	1362			32	57 970,125
n	140	317	764	16	*N*	4,0	32	8,000
p	148	348	20	104	*P*	26,0	32	338,000
np	169	416	—4	18	*NP*	4,5	32	10,125
k	174	—1	36	166	*K*	41,5	32	861,125
nk	174	21	68	—24	*NK*	— 6,0	32	18,000
pk	210	0	22	32	*PK*	8,0	32	32,000
npk	206	—4	—4	—26	*NPK*	— 6,5	32	21,125
								1 288,375

már leírt parcellák betűivel és abban a sorrendben leírjuk : most csak az *1*-el kellett szoroznunk, tehát leírjuk a következő helyre az *n*-et. Ezután vesszük a következőt, a *p*-t. Megszorozva az *1*-el, kapjuk önmagát s így leírjuk. Majd megszorozva az *n*-el, kapjuk *np*. Ismét vesszük a következő betűt, a *k*-t s addig ismételjük a fenti eljárást, míg minden kezeléskombinációt le nem írtunk. A hatásoknak ezt a sorrendjét „standard"-nak nevezzük. Az így kapott oszlop mellé leírjuk a megfelelő termésösszegeket.

Az előzőkben már említettük, hogy az egyes hatások számítása egy ortogonális, lineáris transzformációt jelent. A 2. ábrán megadtuk ezt a transzformációt az egyes jelek bizonyos célszerű elrendezésével. (Ezt „mátrix"-nak szokták nevezni.) Ezt a transzformációt leírhatjuk úgy is, mint a következő mátrix egymásután háromszori alkalmazását :

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & n \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ N & -1 & 1 \end{array}$$

Ugyanis ez jellemezné a transzformációt, ha csak egy faktorunk lenne két szinten. Mivel három van, ezt háromszor kell alkalmaznunk.

A III. oszlop számítása tehát úgy történik, hogy először a mátrix első sorát alkalmazzuk a terméseredményekre : vagyis páronként összeadjuk s így kapjuk a III. oszlop első négy elemét. Ezután a második sorát alkalmazzuk, vagyis minden másodikból levonjuk az előtte lévőt. Így megkapjuk a III. oszlop másoik négy elemét.

Teljesen hasonló eljárással kaphatjuk meg a IV. oszlop elemeit az III.-ból és a V. oszlop elemeit a IV.-ből. A V. oszlop első eleme a kísérleti össztermést adja meg és ezzel egyelőre nem kell semmit tennünk, ezért választottuk el egy vonallal. A többi elemet pedig 4-el osztva megkapjuk a megfelelő sorban lévő átlaghatás értékét. Összehasonlíthatjuk a már előbb kiszámított adatokkal, pontos egyezést kell kapnunk.

Az utolsó két oszlop számítására és jelentésére később fogunk visszatérni.

A kísérlet elemzése

A szórás elemzés segítségével dolgozzuk fel a kísérletet először mint egy véletlen blokk elrendezésű kísérletet. Az elemzés táblázata a következő :

	F. G.	S. Q.	Szórás négyzet
Blokkok	3	226,13	
Kezelések	7	1288,38	184,05
Hiba	21	1845,37	87,87
Összesen	31	3359,88	

F. G. = szabadságfok

S. Q. = négyzetes eltérés

Ha az *F* próbát kiszámítjuk, 2,09-es értéket kapunk, ami csak 10%-os szinten szignifikáns. Ezzel szemben a „hatások" bevezetésével lehetőség nyílik arra, hogy megvizsgáljuk a kezelésekre jutó 7 szabadságfokú négyzetes eltérés hogyan oszlik meg kezelésenként. Már a hatások számításánál láttuk, hogy van két érték, a *P* és *K* amelyek kiugranak a többi közül.

Az egyes hatásokra vonatkozó négyzetes eltérést úgy számíthatjuk ki, hogy a hatások összegeit (a 4-el való osztás előtt!) négyzetre emeljük és elosztjuk 32-vel. A 32-es osztó a jelen esetben megegyezik a parcellák számával, általában azonban nem. Mivel a 2^n-típusú kísérleteknél ez mindig így van, ennek részletezésére majd más alkalommal térünk ki.

Az 1. táblázat utolsó két oszlopa így már érthető: az V. oszlop elemeinek négyzeteit osztva 32-vel írjuk az utolsó oszlop megfelelő helyére. A kísérleti össztermés négyzetét osztva 32-vel, megkapjuk a négyzetes eltérések számításához szükséges „korrekciós tagot".

Természetesen a hatások négyzetes eltérései összegének a már kiszámított kezelések négyzetes eltérésével kell megegyeznie. Így nagyon egyszerűen kontrolálhatjuk számításaink legnagyobb részének helyességét.

A szóráselemzés táblázatosan végül a következő lesz:

blokkok		F. G. 3	S. Q. 226,13	Szórás négyzet	F próba
N	kezelések	1	8,00	8,00	—
P		1	338,00	338,00	—
NP		1	10,12	10,12	—
K		1	861,13	861,13	1%
NK		1	18,00	18,00	—
PK		1	32,00	32,00	—
NPK		1	21,12	21,12	—
Kezelések összesen		7	1288,38		
Hiba		21	1845,37	87,87	
Összesen		31	3359,88		

Az egyes hatásokról külön-külön elbírálhatjuk, hogy melyek szignifikánsak és melyek nem. A táblázati *F* érték 1 és 21 szabadság fokok mellett 5, ill. 1%-os valószínűségi szinten 4,32, ill. 8,02. Az utolsó oszlopban csak a szignifikanciának megfelelő valószínűségi szintet tüntettük fel.

A kísérletből levonható következtetések.

Legelőször megállapíthatjuk azt, hogy ez a kísérlet, mint egy egyszerű blokk kísérlet, nem hozott semmiféle eredményt, mert a nemzetközileg elfogadott 5%-os szinten nem volt szignifikáns.

A kísérlet faktoriális értékelésével megállapíthattuk azt, hogy a kezelések négyzetes eltérésének megoszlása, az egyes kezelésekre vonatkoztatva nem volt egyenletes. A káli hatás 1%-ra szignifikáns eredményt mutatott. (Természetesen az is elképzelhető, hogy valamely faktor szignifikánsan rosszabb eredményt ad az átlagnál. Ez a hatás negatív előjeleiben jelentkezik, az abszolút értéken kívül.)

Az átlaghatások értékelésénél figyelembe kell venni azt, hogy például a *N*-hatás nem azt jelenti, hogy a kezeletlen parcella és a csak nitrogénnal kezelt parcella között milyen terméskülönbség jelentkezett, hanem a többi kezelések mellett, azokat figyelembe véve, átlagosan hogyan hatott a nitrogén.

A kölcsönhatások pedig azt jelentik, hogy a két vagy több műtrágya együttes adagolása milyen új hatást jelent. Például lehetséges az, hogy a nitrogént és foszfort együtt alkalmazva, lényegesen nagyobb (vagy kisebb) terméseredményt kapunk, mintha a nitrogén és foszfor hatását összeadnánk.

A másodrendű kölcsönhatás pedig azt jelenti, hogy valami módon kiválasztva két faktort, azok kölcsön hatását alapul véve, hozzáadva a harmadikat, a hatások ismét nemcsak összeadódnak, hanem valami külön növekedés vagy csökkenés jelentkezik. (Természetesen ezek szignifikáns voltáról a szóráselemzés segítségével kell meggyőződnünk.)

Yates [14] dolgozatában többek között a következőket írja a terméseredmények előzőkben leírt transzformációjáról: „Nem szabad elfelejteni azonban azt, hogy az átlag- és kölcsönhatások kifejezése egy módja a definíciónak, ahol a kölcsönhatások az átlaghatásokban foglalt szabálytól való eltérés mértékei. Az átlaghatások úgy vannak definiálva, hogy a három tényező hatása egy additív szabályt tartalmaz. Ez statisztikailag megfelelő, a mezőgazdaságban pedig a jelek szerint jól képviseli a gyakran megfigyelt hatás jellegét. De világosan látni kell azt is, hogy az addiciós törvényt előre megfontoltan a statisztikus helyezte el, és nincs implicite az adatokban."

A keverés fogalma

A faktorok számának növekedésével a kezeléskombinációk száma rohamosan emelkedik. Például, ha 2^4 típusú kísérletet kell végrehajtanunk, már 16 parcellára van szükség blokkonként, 2^5 esetében pedig 32 az összes különböző kezeléskombinációk száma. Ebből látható, hogy a kísérlet végrehajtásához szükséges blokkok terjedelme rohamosan növekszik. Így nagy lesz a valószínűsége annak, hogy a blokkokon belüli talajheterogenitás olyan mértékben megnövekszik, ami a kísérlet megbízhatóságát hátrányosan befolyásolja. Ennek a hiányosságnak kiküszöbölésére szolgál az ú. n. „keverés" (confounding).

A keverésnél úgy járunk el, hogy a teljes ismétlést tartalmazó blokkot célszerűen felosztjuk kisebb blokkokra, amelyek tehát az összes kezeléskombinációknak csak egy részét tartalmazzák [2, 5, 6, 10].

Nézzük az előzőkben említett 2^3 típusú faktoriális kísérletet. Az NPK kölcsönhatást a következő képlettel számíthatjuk ki:

$$NPK = \frac{1}{4}[(npk + k + p + n) -$$
$$-(pk + nk + np + 1)]$$

A teljes ismétlést tartalmazó 8 parcellából álló blokkot osszuk két részre úgy, hogy az egyik blokkban azok a kezelések szerepeljenek, amelyek az NPK kiszámításánál pozitív előjelűek, a másik blokkban pedig azok, amelyek negatív előjelűek:

I.a	*npk*	*k*	*p*	*n*
I.*b*	*pk*	*nk*	*np*	1

Ekkor az *NPK* kölcsönhatást a következőképpen számíthatjuk ki:

$$NPK = \text{I.a} - \text{I.b}$$

tehát a két blokk termésösszegének különbsége adja meg a kölcsönhatást. De ebben az esetben a két blokk különbsége nemcsak a kezelések különböző voltából adódik, hanem a blokkok közti talajkülönbségből is. Így tehát az *NPK* kölcsönhatás „keverve van" a blokkok talajkülönbségével.

Általában egy (vagy több) hatás akkor van keverve, ha az elrendezésnél használt blokkok megfelelő különbségeiként állítható elő. Ha a teljes ismétlést nem két blokkra osztjuk, hanem mondjuk *k* különböző blokkra, akkor *k* — 1 hatást kevertünk abban az elrendezésben.

Teljes keverés

A kísérletek megtervezésénél tehát ki kell választanunk először azokat a hatásokat, melyeket keverni akarunk. Ennek kiválasztásánál azt kell szem előtt tartanunk, hogy milyen információról tudunk lemondani, mert azokat a hatásokat értékelni nem tudjuk.

A keverésnek megfelelően kiválasztani a megfelelő kezeléscsoportokat, általában komoly nehézséget jelent. Ezzel a kérdéssel itt nem kívánunk foglalkozni. Az idézett szakkönyvekben részletes tájékoztató nyerhető a kísérletek tervezésére vonatkozóan.

Általában a magasabbrendű kölcsönhatásokat szokták keverni. Ha az egyes ismétlésekben ugyanazt az elrendezést alkalmazzuk, csak a blokkokon belül randomizáljuk át a kezeléseket, akkor ezt az eljárást „teljes keverés"-nek nevezzük.

Az ismertetett keszthelyi kísérlet is teljes keveréssel volt beállítva, az elmondottak alapján könnyen észrevehető, hogy mind a négy ismétlésben az NPK hatás volt keverve.

Ebben az esetben tehát az elemzés úgy módosul, hogy a nyolc blokk mindegyikét úgy tekinthetjük, mintha az egész ismétlést tartalmazná. A kezelések négyzetes eltéréséből pedig le kell vonnunk az NPK hatás négyzetes eltérését, amely keverve van.

A szórás elemzés táblázata a következő:

	F. G.	S. Q.	Szórás négyzet	F próba
Blokk + *NPK*	7	1521,38		
N	1	8,00	8,00	—
P	1	338,00	338,00	1
NP	1	10,12	10,12	—
K	1	861,12	861,12	0,1
NK	1	18,00	18,00	—
PK	1	32,00	32,00	—
Kezelések összesen	6	1267,26		
Hiba	18	571,24	31,74	
Összesen	31	3359,88		

Összehasonlítva az előző táblázattal, sokkal kisebb hiba szórásnégyzetet kaptunk, amelynek következtében például az előbb még nem szignifikáns foszforhatás most 1%-os szignifikanciát mutat. A keverés bevezetésével tehát a kísérlet pontosságát jelentősen megnöveltük. A keverésnélküli kísérlethez viszonyítva a keveréses kísérlet efficienciája a következő [1].:

$$\frac{87,87}{31,74} \cdot 100 = 276,8\%$$

A keszthelyi kísérlet eredményeiből levonható gyakorlati következtetések.

A szóráselemzés táblázatából megállapíthatjuk, hogy a példaképpen bemutatott keszthelyi kísérlet körülményei között a foszfor és a káli műtrágyák szignifikánsan emelték a termést. A *PK* kölcsönhatás nem szignifikáns, ami annyit jelent, hogy a *P* és *K* hatás a műtrágyák adagolása esetén összeadódik, tehát így számunkra a legkedvezőbb trágyakombináció a *PK*. (Megjegyezzük, hogy a *pk* kezelés össztermése a jelen esetben a legnagyobb, ami teljes mértékben összhangban van előbbi megállapításunkkal. Általában azonban előfordulhat, hogy a kiválasztott legjobb kezeléskombináció *numerikusan* nem a legnagyobb termést adja, de minden esetben a legnagyobbak között kell szerepelnie, azaz nem térhet el szignifikánsan a legnagyobbtól.)

A jelen esetben az *NPK* hatás keverésével sokkal pontosabb eredményt kaptunk. Általában ez annyit jelent, hogy a keverésnél sokkal kisebb blokkokkal kell dolgoznunk és így a kísérlet annyival lesz pontosabb, amennyivel a blokkon belüli hiba csökken azáltal, hogy a parcellák számát felére, egyharmadára, stb. csökkentettük. Az esetek nagy részében ez elég jelentős, s így érdemes a kísérleteket ilyen módon beállítani.

Részleges keverés.

Abban az esetben, ha minden hatást meg kell határoznunk, nem használhatjuk a keverés előbb ismertetett módszerét. Ekkor úgy kell eljárnunk, hogy az egyes ismétlésekben nem mindig ugyanazt a hatást keverjük. Például a kísérletünket megtervezhettük volna úgy, hogy az első ismétlésben az *NPK* hatást kevertük, a másodikban az *NK*-t, a harmadikban az *NP*-t, a negyedikben pedig *PK*-t. Ebben az esetben a kevert hatásokat $^3/_4$-szeres pontossággal tudjuk meghatározni. Az analízis hasonlóan történik, mint az előzőkben, ennek részletezésére nem kívánunk kitérni [1, 2, 7, 10].

2^n típusú kísérletek

Hatások és kölcsönhatások

A 2^3 típusú példa részletes ismertetése után vizsgáljuk meg, hogyan kezelhetünk egy olyan kísérletet, amelyben háromnál több faktor szerepel, két szinten. Teljesen hasonlóan az előzőkhöz számíthatjuk ki az egyes hatásokat, figyelembe véve természetesen azt, hogy több kezeléskombinációnk van. Jelöljük a szóbanforgó faktorokat *a, b, c,* ... stb-vel, akkor valamely kölcsönhatás a következő lesz n faktor esetében :

$$ABC\ldots = \frac{1}{2^{n-1}}\,(a-1)\,(b-1)\,(c-1)\ldots$$

Mint már említettük, a zárójelekben negatív előjelet kell használnunk akkor, ha a megfelelő nagybetű a baloldalon szerepel, pozitív előjelet, ha nem.

A hatások számítására a „tabuláris" módszer a legalkalmasabb, amely az előzőkben ismertetett példához teljesen hasonló. A 2^n kezeléskombináció termésösszegét a „standard" sorrendben leírjuk egymás után, majd pedig a (1) mátrixot a már leírt módon n-szer egymás után alkalmazzuk. Végül az osztó általánosan $r2^n$ lesz, ahol r az ismétlések száma.

A szórás elemzés táblázaton a szabadság-fokok felosztása általánosan a következő lesz :

		F. G.
blokkok		r—1
A	kezelések	1
B		1
AB		1
C		1
.		.
.		.
.		.
hiba		(r—1) (2^n—1)
Összesen		$r2^n$—1

Az egyes hatásokról az F próba segítségével döntünk az *1* és *(r—1) (2^n—1)* szabadságfoknak megfelelően.

Keverés.

A faktorok számának növekedésével faktoriális kísérletet csak keveréssel célszerű beállítani. Ezért először ki kell választanunk azokat a hatásokat, amelyeket keverni akarunk, el kell döntenünk, hogy a kísérletet hány ismétlésben kívánjuk beállítani és teljes, vagy részleges keverést alkalmazunk-e. Általában a magasabbrendű kölcsönhatásokat szokták keverni, mivel az esetek legnagyobb részében azok elhanyagolhatók.

Megjegyezzük, hogy egy adott kölcsönhatás kiválasztása után általában már nem választhatjuk meg szabadon a többi hatást, amelyeket keverni szándékozunk. Mint már említettük, ha az összes kezeléskombinációt *k* csoportra osztottuk, úgy *k—1* különböző hatás keverhető. Hely hiányában nem áll módunkban kitérni arra, hogyan határozhatjuk meg egy adott kiválasztás mellett a keveréses kísérlet elrendezését, de erre nincs is szükség, mert a szakirodalomban nagyon sok kidolgozott keveréses elrendezést találhatunk, amelyek a gyakorlatban használt elrendezéseket kimerítik.

A magasabbrendű kölcsönhatások általában elhanyagolhatók. Ha kiszámítjuk a numerikus értéküket, azok nem szignifikánsak, vagyis az értékük statisztikailag nullának tekinthető, csak a véletlen ingadozása miatt kapunk nullától különböző értéket. Ebben az esetben pedig megtehetjük azt, hogy ezeknek a kölcsönhatásoknak a négyzetes eltéréseit hozzáadjuk a hiba négyzetes eltéréséhez és természetesen a hozzájuk tartozó szabadságfokokat is összeadjuk [6].

Faktoriális kísérletek ismétlés nélkül

A magasabbrendű kölcsönhatások segítségével, ha azok nem szignifikánsak, becsülhetjük a kísérleti hibát. Így például egy 2^5 típusú kísérletnél az egyes hatásokra jutó szabadságfokok megoszlása a következő lesz :

Átlaghatások	5
2—faktor kölcsönhatása	10
3—faktor kölcsönhatása	10
4—faktor kölcsönhatása	5
5—faktor kölcsönhatása	1
Összesen	31

Ha feltételezzük azt, hogy a 3 és több faktor kölcsönhatása nulla, akkor az ezekre jutó négyzetes eltérések összegét, mint hibát kezelhetjük 16 szabadságfokkal. Így tehát olyan kísérletek, amelyeknél előre feltételezhetjük, hogy a fentiek teljesülnek, ismétlés nélkül is beállíthatók és értékelhetők. Megjegyezzük, hogy az ilyen kísérleteket általában keveréssel szokták beállítani [2, 4, 6].

Faktoriális kísérletek latin négyzetben

A keveréses faktoriális kísérletek hatásfokát tovább lehet javítani úgy, hogy nem véletlen blokkokba helyezzük el a kísérletet, hanem latin négyzetben. (Quasi latin square). Ez azt jelenti, hogy a keverést úgy tervezzük meg, hogy a sorok szerint csoportosítva is egy komplett keveréses faktoriális kísérletet kapunk és oszlopokszerint csoportosítva szintén. Lehetséges, hogy a sorokban és oszlopokban ugyanazokat a hatásokat keverjük, de lehet különbözőket is. Hely hiányában ezeknek a kérdéseknek a részletezésére sem tudunk kitérni. A megadott irodalomban részletes útmutatás található [1, 4, 14].

Összefoglalás

Közleményünkben a faktoriális kísérletekkel kapcsolatos kérdésekkel foglalkoztunk. Ismertettük az átlag- és kölcsönhatások számításait, a kísérlet elemzését: a kezelések felbontását egy szabadságfokig. Majd foglalkoztunk a keverés fogalmával, kétféle alkalmazásával, a teljes és részleges keveréssel.

A Cukoripari Kutatóintézet az 1957-es évben több helyen állított be 2^3 típusú faktoriális kísérletet cukorrépával 4 ismétlésben, az *NPK* hatás teljes keverésével. Ezek közül a Keszthelyen beállított kísérlet gyökérsúly eredményein keresztül ismertettük e kísérlettípus elemzését.

Végül röviden érintettünk bizonyos speciális elrendezéseket, amelyek előnye elsősorban a sok faktort tartalmazó kísérleti faladatoknál jelentkezik.

MARTON ÁDÁM és ZANA JÁNOS

Érkezett: 1958. november 21.

Irodalom

[1] *Cochran, W. G. & Cox, G. M.:* Experimental designs. Second Edition. John Wiley & Sons. New-York. 1957

[2] *Federer, W. T.:* Experimental Design The Macmillan Company. New-York 1955.

[3] *Goulden, C. H.:* Methods of Statistical Analysis. John Wiley & Sons. London. 1952.

[4] *Kempthorne, O.:* The Design and Analysis of Experiments. John Wiley & Sons. New-York. 1952.

[5] *Linder, A.:* Planen und Auswerten von Versuchen. Birkhäuser. Basel-Stuttgart. 1953.

[6] *Mann, H. B.:* Analyses and Design of Experiments. Dover Publications. New-York. 1949.

[7] *Martin, L.:* Expérimentation factorielle et analyse des surfaces de réponse. Publications techniques de l'Institut Belge pour l'amelioration de la betterave. 25. 209—266. 1957.

[8] *Marton, Á.:* A kiegyensúlyozott inkomplett blokk kísérleti elrendezése és gyakorlati alkalmazása. Agrokémia és Talajtan 8. 100—108. 1959.

[9] *Mather, K.:* Statistische Analysen in der Biologie. Springer. Wien. 1946.

[10] *Mudra, A.:* Statistische Methoden für landwirtschaftliche Versuche. Paul Parey. Berlin-Hamburg. 1958.

[11] *Quenouille, M. H.:* The Design and Analysis of Experiments. Charles Griffin. London. 1953.

[12] *Telegdy—Kovács, L.:* Faktoriális kísérletek. Mezőgazdasági Kutatások. **14.** 73—89. 1941.

[13] *Telegdy—Kováts, L.:* A 3 × 3... faktoriális elrendezés elmélete. Mezőgazdasági Kutatások. **16.** 261—281. 1943.

[14] *Yates, F.:* The Design and Analysis of Factorial Experiments. Imp. Bur. Soil Sci. Harpenden. England. 1937.