A legkedvezőbb tápanyag-töménység törvénye és gyakorlati hasznosítása

D. BERTRAND
Pasteur Intézet, Paris

A mezőgazda, függetlenül gazdálkodási rendszerétől, a legnagyobb hozamra törekszik, ami többek között az adott talaj, időjárás és a termesztett növény figyelembevételével a legkedvezőbb műtrágya mennyiségek megállapítását is igényli. Erre gyakran csupán nem egészen ésszerűen és rendszeresen vezetett kísérletből következtetnek. Ez a tény annál is inkább sajnálatos, miután a gyakorlatot irányító mezőgazdasági tudományban nemcsak a szokásos N, P, K elemekkel kell számolni, hanem a kénnel, a magnéziummal és a nyomelemekkel is. Ezen utóbbiak szerepét a gyakorlati gazdák gyakran nem ismerik eléggé, nemcsak a nyomelemek vizsgálatára is alkalmas gyakorlati laboratóriumok hiánya, hanem két fontos tény fel nem ismerése miatt is.

Elsősorban, általánosan tudott tény, hogy a növényzeten bizonyos tápanyaghiánynál patologikus tünetek jelentkeznek, azt azonban nem tudják, hogy kisebb hiány esetén ez nem válik szemmel láthatóvá és csupán a hozam csökken, gyakran egész tekintélyes mértékben. Ezt a később bemutatandó gyakorlati példák jól fogják igazolni. Másodsorban pedig, nem ismerik a nyomelemek gyakorlati felhasználását irányító fontos körülményt: a legkedvezőbb tápanyagtöménység törvényét, amit G. BERTRAND [7] kísérletileg fedezett fel. Három körülményt kell tekintetbe venni:

1. Általánosságban a nyomelemek hatása abszolút értékben arányos mennyiségük növelésével. Azonban egy bizonyos értéken felül a hasznos működést elnyomja a mérgező hatás. Tehát egy bizonyos legkedvezőbb töménységhez egy legnagyobb hatás tartozik. Meg kell jegyezni, hogy a nyomelemek legkedvezőbb tápanyagtöménysége a kívánt hatástól függ és féleségük szerint változik. Azonkívül függ a talaj természetétől is. Így pl. több molibdén kell savanyú talajban, mint semlegesben, ami könnyen megérthető, miután a molibdén sók savanyú közegben kevésbé oldódnak. Mangánnál a helyzet fordított, ahol meszes talajban hiány állhat elő, míg azonos adag savanyú talajban még elegendő lehet.

2. Másodsorban a tekintetbe jövő nyomelem mérgező lehet a legkedvezőbb hatás eléréséhez szükségesnél csak valamivel nagyobb mennyiségben is. Ez a helyzet pl. az árpa és a vanádium esetében.

3. Végül, és erre növénytermesztési példát nem ismerünk: a nyomelem szinte alig mérgező, még tekintélyes mennyiségek esetében sem. Ez a molibdén vagy a mangán hatása egy alacsonyabb gombára, az *Aspergillus niger*re.

Egyébként jól meg kell jegyeznünk, hogy ugyanazon nyomelem a három lehetőség egyike vagy másikába tartozhat a tekintetbe jövő növényzet vagy állatfajta szerint.

Fentiek magyarázzák meg számos kísérlet sikertelenségének okát: a felhasznált nyomelemek mennyisége meghaladta az optimálist; ebben az esetben a hozam alacsonyabb lehet a kontrollnál, mint erre példát fogunk mutatni.

Ezzel szemben, ha a talaj túlságosan gazdag nyomelemekben, ami pl. Franciaországban a réz esetében előfordul a szőlőművelésben, akkor bizonyos mértékig csökkenteni lehet ezt a mérgező hatást molibdén hozzáadásával. Ez a két fém ugyanis bizonyos metalloenzimeknél ellentétes hatású, más metalloenzimek metabolizmusára azonban ez az eljárás károsan hathat vissza és azért nem szabad általánosítani. Minden esetre ez megmagyarázza, hogy egyes esetekben, amikor a kadmium hasznos fiziológiai hatását vélték tapasztalni, tulajdonképpen túl gazdag cinktartalmú talajról volt szó és a cink mérgező hatása részben kiiktatódott.

Az a tény is könnyen megmagyarázható, hogy a tanulmányozott nyomelem adagolása nélkül is miért kapunk termést; nem elhanyagolható mennyiségű nyomelemek ugyanis mindig jelen vannak a műtrágyákban, a talajban, sőt magukban a magokban is. A legkedvezőbb hozamhoz igen csekély mennyiségek is elegendők lehetnek. Ezért bizonyos idő óta igyekeznek megsokszorozni a kísérleteket. Ezeket a mennyiségeket csupán előzetes vizsgálatokkal tudjuk ugyanis megállapítani. Lényeges lenne tehát ezen kísérletek számának csökkentése a mennyiségi törvény matematikai kifejezése révén.

Ezt a kérdést már 1909-ben felvetette Mitscherlich a szokásos tápanyagok — N, P, K-val kapcsolatban. Sajnos azonban Mitscherlich képlete nem felel meg a tényeknek. A görbe emelkedő részének nincs meg a gyakorlatban nyert sigmoid formája és főleg — ez igen fontos — nincs maximuma, ami után leszálló rész következik, hanem éppen ellenkezőleg, aszimptotaszerűen végződik.

Már 1928-ban Mitscherlich [8] közeledni kívánt a tényleges viszonyokhoz, és bizonyos kiigazító tényezőket vezetett be. Képletét matematikai fogással kívánta megjavítani, amivel minden fiziológiai alapot elvesztett és vele együtt a gyakorlati értékét is, miután az új képlet gyakorlatilag nem volt használható. Még ennél is nagyobb baj, hogy megtartotta az első képlet elképzelését, amivel inkább rontott, mint javított, mert teljesen figyelmen kívül hagyta az egyetlen fontos körülményt: a legkedvezőbb tápanyag töménységet. Azóta sok kutató foglalkozott ezzel a kérdéssel, úgy látszik kevés sikerrel. Gyakorlatilag az ismeretlen függvény sorbafejtését keresték, mint:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$

és a különböző együtthatók a, b, c, d, e . . . értékét a legkisebb négyzetek módszerével határozták meg. A valóságban hamarosan kibonyolíthatatlan számításokhoz jutunk és még az elektronikus számológépek alkalmazása sem segít, mert ez túl nagyszámú mintát igényel. Különböző fogásokkal ugyan megpróbálták egyszerűsíteni. Ezek közül a legismertebb a statisztikában gyakran alkalmazott ortogonális polinomok módszere. A valóságban azonban ritkán mennek az x^4 tagon túl és az így nyert görbe nem fiziológiai jellegű és igen téves eredményeket adhat. Nem szabad ugyanis elfeledni, hogy a legkisebb négyzetek módszere lehetővé teszi bárminő görbének a kísérleti eredményekkel való egyeztetését.

Ilyen körülmények között félőnek látszik, hogy a kérdésnek nincs megoldása vagy legalábbis gyakorlati nincsen és ebből kifolyólag nem lehet kisszámú parcellából kiindulva az x_m-et, azaz a hektáronként szükséges legkedvezőbb nyomelem-mennyiséget, valamint a vele összefüggő y_m hozammennyiséget meghatározni. Nem ismerjük meg ily módon továbbá számítás útján az α-értéket, mely a tanulmányozott növény által a talajból felvehető nyomelem-mennyiséget jelenti (elhanyagolva ugyanezen nyomelem mennyiségét, ami a vetőmagokban jelen van). Ez utóbbi érték azonban lényeges, mert meghatározása lehetővé teszi különböző kémiai kivonó módszerek összehasonlítását, azok közül a legjobb kiválasztását, hogy azután a talajban vagy a növényben jelenlevő nyomelem mennyisége alapján meghatározhassuk az x_m-et, vagyis az alkalmazandó optimális mennyiséget.

A továbbiakban látni fogjuk, hogy ez a kérdés gyakorlatiasan és elég egyszerűen oldható meg [2]. Ismeretes G. BERTRAND előrelátása, proféciája szerint az a körülmény, hogy a dinamikus nyomelem az élő szervezetben metalloenzim formájában van jelen, részt véve a biokémiai működésben, ennek folytán a növény növekedésében. Rövid idő óta azonban azt is tudjuk, hogy ugyanez a nyomelem mérgező is lehet, egyéb működést, különösen enzimek működését akadályozva, mert elveheti egy másik nyomelem helyét inaktív metalloenzim képzésével. Feltételezhetjük tehát, hogy egyensúly van a nyomelemek két különböző formájú — hasznos és mérgező — megkötése között, az egyensúlyhoz vezető arányokat statisztikailag a véletlen törvényei szabják meg. Feltételezhetjük — legalábbis első megközelítésben —, hogy a sejtbe behatoló nyomelem összmennyisége egyenesvonalú függvénye a környezetben levő nyomelem koncentrációjának. Ez a feltevés kísérletileg addig igaz, amíg x nem túl nagy.

Tekintetbe kell vennünk, hogy egy kémiai rendszerben megkötött nyomelemek más rendszerben már nem hasznosíthatók, így megközelítőleg a statisztikában jól ismert BERNOUILLI (1713. [1]) probléma általánosításához jutunk el. Bár annak felállítása elég egyszerű, sok matematikus vesződött vele, míg az angol statisztikus K. PEARSON 1898-ban nem mutatott rá a megoldási lehetőségre, amit 1914-ben kifejtett [9] és végül is az olasz matematikus, V. VOLTERRA 1931-ben igazolt. V. VOLTERRA [10] ezt a megoldást egyébként más két megoldású biológiai jelenségek tanulmányozására is alkalmazta, nem gondolt azonban egyéb lehetséges alkalmazásokra, különösen nem biokémiaiakra.

A fenti követelményeknek megfelelő $y = f(x)$ függvény az (I) differenciálegyenletnek tesz eleget:

$$\text{I.} \quad \frac{y'}{y} = \frac{a_1 + a_2 x}{b_1 + b_2 x + b_3 x^2}$$

Pearson már igazolta, hogy ez az egyenlet hét megoldás-csoporttal rendelkezik, a határértékek feltételeinek megfelelően. Azt is igazolta, hogy a statisztikában, ha sok x_i, y_i párral rendelkezünk, akkor a momentum eljárást alkalmazhatjuk az (I.) koefficiensei kiszámításához anélkül, hogy az $f(x)$ függvényt ismernénk. Itt azonban ez a megoldás nem alkalmazható, a számítása egyébként is körülményes.

A mezőgazdaságban egy x_i értékhez egy bizonyos számú növény tartozik, melyek átlaghozama y_j, amit y_i-vel vehetünk egyenlőnek, annál kisebb hibával, minél nagyobb a növények száma. Ezzel szemben azonban amint mondottuk — x nem vehet fel nagyon sok értéke,, különben a vizsgálati módszer igen nehézkessé válik.

Itt az $f(x)$ megoldás határértékeinek feltételei nyilvánvalók: x nem érheti el a végtelen értéket, miután semmiféle növény sem tud szilárd anyagban élni, tehát $y = 0$, amikor $x = b$; és a b véges érték. Egyébként, ha a nyomelem elengedhetetlen, akkor szükségszerűen, $y = 0$, ha $x = 0$.

Ebben az esetben a (I.) differenciálegyenlet egyetlen lehetséges megoldása:

$$y = y_m \left(1 + \frac{X}{A}\right)^{\lambda A} \left(1 - \frac{X}{B}\right)^{\lambda B},$$

ahol $X = (x - A)$.

Sajnos ez a látszólag nagyon egyszerű egyenlet a valóságban nem oldható meg könnyen, amiért is a gyakorlat által indokolt feltevéseket kell alkalmazni. Gyakorlatilag b mindig igen nagy; másrészről pedig az $y = f(x)$ függvény értékei semmi gyakorlati jelentőséggel sem bírnak azon a területen, ahol a mérgezés igen nagy, vagyis a hozam gyenge. Tehát gyakorlati határértékül fel lehet venni: $y = 0$, ha $(x - a) = 0$ és ha x végtelen.

Ilyen viszonyok között az (I.) differenciálegyenletnek három megoldáscsoportja van:

$$\text{II.} \quad y = y_m e^{-\lambda(x+\alpha-a)} \frac{(x+\alpha)^{\lambda a}}{a}$$

$$\text{III.} \quad y = y_m (x+\alpha)^{-\varphi}\, e - \frac{\gamma}{x+\alpha}$$

$$\text{IV.} \quad y = y_m (x+\alpha)^{h} (x+\alpha-a)^{-k}$$

A kísérleti értékek lehetővé teszik a II., III. és IV. közötti választást, általában azonban az $\alpha \leq x \leq a$ zónában, az y értékek csak kevéssé eltérőek, oly annyira, hogy fel is cserélhetők; az eltérések főleg az $a < x < \infty$ határok között tapasztalhatók, vagyis a mérgező zónában. Tehát ha nem választunk x-nek ebbe a zónába eső értéket, akkor tetszőlegesen választhatjuk a II. formulát, ami ugyan többnyire csak megközelítő, mégis megvan az az előnye, hogy nagyobb nehézség nélkül megoldható.

Egyébként nem szabad elfelejteni, hogy ha x nagy — vagyis a mérgező zónába esik — akkor egyik képlet sem érvényes, mert ez esetben nincs arányosság a nyomelemnek a sejtbe hatoló mennyisége és a környezetben már amúgy is jelen volt része között; az $(x + \alpha)$-t helyettesíteni kellene $(x + \alpha)^{(1-\varepsilon)}$ értékkel, ahol ε kicsi. Ez feleslegesen bonyolultabbá tenné a számolást, nincs mezőgazdasági jelentősége.

Egyébként a talaj „nyomelem-megkötő" tulajdonságát is elhanyagoltuk (amit azonban tekintetbe lehetne venni), mert ha gyakorlatilag az x értékeit csak 0 és egy x_m-et nem túlságosan meghaladó érték között vesszük figyelembe, akkor arányosságot tételezhetünk fel az adagolt és a növényzet által felvett nyomelemmennyiségek között, csupán a görbe fog egy kissé szétnyúlni. Ez a jelenség igen jól látható, ha ugyanazon nyomelem és ugyanazon növény kísérleti görbéit hasonlítjuk össze folyékony közegben, illetve talajban termesztve.

Hogyan lehet II.-t megoldani? Legyen $u = x + \alpha$, vegyük a két oldal logaritmusát. Akkor:

$$\text{V.} \quad \ln y = k + \lambda\, a \ln u - \lambda\, u$$

ami lineáris, két változóval: ln$u$ és u-val. Ha régi kísérleti eredményeket akarunk felhasználni, ahol minden parcellán kevés növény volt, az az y_j érték eléggé különbözik y_i értéktől, ami szükségessé teszi a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazását, hosszadalmas számításokhoz vezetve. Ezeknek egyedüli értelme a II. egyenlet érvényességének igazolása és a régi eredmények felhasználása. Jelenleg x_i minden értékére kellő mennyiségű növényt kell feldolgozni, hogy a talaj felszíne használhatóan, elegendően és minden helyi változás esélyétől mentesen adja vissza a talaj egyéb részeit. Tehát y_j elég közel fekszik y_i-hez, hogy $y_i = y_j$-t fel lehessen írni. Az így előálló hibák gyakorlatilag elhanyagolhatók, x_m és y_m 1%-nál kisebb hibával számíthatók.

Elegendő tehát egy ellenőrző minta, vagyis ahol $x = 0$ és x három egymástól nem túl távoli értéke. Ez esetben fel lehet írni 10-es alapú logaritmusra áttérve:

$$\text{VI.}\quad \begin{cases} \lambda a(\lg u_1 - \lg u_2) - \lambda(\lg e)(x_1 - x_2) = \lg y_1 - \lg y_2 \\ \lambda a(\lg u_1 - \lg u_3) - \lambda(\lg e)(x_1 - x_3) = \lg y_1 - \lg y_3 \end{cases}$$

ahol log e-nek a 10 alapra vett logaritmusa, vagyis 0,4342945 és $u_i = x_i + \alpha$. Természetesen α-t nem ismerjük, hanem annak tetszőleges értékeket adunk, ami lehetővé teszi λa és λ mint független változók számítását. Ez esetben (VI) két lineáris egyenlet két ismeretlennel, λ-val és λa-val, mely egyenleteknek minden együtthatója ismeretes. A számítás ténylegesen könnyen keresztülvihető, célszerűbb azonban gép alkalmazása, hogy minden adathoz elegendő számjeggyel számolhassunk.

Azután y_0-t számoljuk ki $x = 0$ mellett. Az így kapott érték általában eltér az y_0 kísérleti értéktől. Elegendő, ha rátekintünk a görbe alakjára és látható, hogy y_0 számított $> y_0$ ténylegesnél, mert a választott α túl nagy a tényleges α-hoz képest, vagyis az ellenkező a tényleges. Ilyenkor újból kezdjük a számítást egy tetszőlegesen választott α-értékkel az előző eredmény függvényében. Egy grafikus interpoláció vagy extrapoláció általában lehetővé teszi α értékének eléggé pontos meghatározását.

Meg kell jegyezni, ha a gyakorlatban nem akarjuk α értékét meghatározni, hanem csak az x_m, y_m párét, sokkal egyszerűbben járhatunk el. Ekkor a görbe alakjának ismerete grafikus megoldást tesz lehetővé és x_m, y_m értékeket elég pontosan határozhatjuk meg mezőgazdasági célokra; ezzel szemben α-t ritkán határozzuk meg ezzel a módszerrel, miután a görbe extrapolálásával könnyen tévedhetünk.

Megjegyezzük, hogy a II. képlet a magnéziumra, sőt a kénre is érvényes. Az alábbiakban bemutatandó néhány példa kellően alátámasztja a fentebb elmondottak gyakorlati jelentőségét.

Tévedés lenne azt hinni, hogy a talajban a nyomelemek hiánya ritka jelenség, ellenkezőleg igenis gyakori és a terméscsökkenés következtében jelentékeny pénzügyi veszteségeket okozhat. Nem ismeretük semmi esetre sem oldoz fel. Ilyen példa történt nem régiben Vendée-ban, ahol a takarmánykáposzta 135 tonna/hektár hozamával igen meg voltak elégedve. Mangán (5 kg mangánszulfát monohidrát formájában hektáronként) és molibdén hozzáadással (0,5 kg ammon-molibdenát hektáronként) mint optimális mennyiségekkel a termés 265 tonna/hektár értékre emelkedett, a további mennyiség azonban lecsökkentette ezt a hozamot [4]. Részletesebben mutatjuk ezt be a lóherével és ugyancsak a molibdénnel [6]:

1963. évi termés	*kg ammóniummolibdát hektáronként :*				
	0	0,2	0,3*	0,6	1,0
légszáraz súly .... tonna/hektár	5,7	8,4	9,3	5,7	3,4

* optimum

Látható tehát, hogy látszólag igen csekély ammóniummolibdát (hektáronként egy kg) a földbe adagolva 44% veszteséget okoz, holott az optimális mennyiséggel 63% emelkedés érhető el.

Nézzünk egy másik példát, szintén ammóniummolibdáttal és hüvelyes szójababbal [3]:

Ammóniummolibdát kg/hektár .	0	0,1	0,17*	0,3	0,5	0,7
Tonna/hektár	3,1	4,0	5,3	5,0	2,8	1,5

* optimum

Itt az optimum még jellegzetesebb. Esetleg azt lehetne hinni, hogy ez csak a molibdén esetében van így, nézzünk ezért még egy magnézium példát [5]. Itt a talajban nem hiányzott a kén, bár feleslegben sem volt, azért a magnéziumot szulfát formájában adagolták:

Magnézium kg/hektár	0	3	6	12	24	48
S. répa t/hektár	32,2	58,0	57,9	49,7	36,2	25,8

Mindezekben az esetekben a hozamemelkedés párhuzamosan halad a minőségével, amint azt a végzett analízisek igazolják. Nagyszámú hasonló példa analízise igazolja az α-érték (a tanulmányozott növény által a földből felvehető nyomelem mennyisége) kiszámításának jelentőségét. Sokféle talajnál, ahol a pH érték a semlegestől 5,6 pH-ig változott, a 7 pH-jú normál ammóniumacetát oldat által kivont molibdén mennyiségét 0,16 faktorral kell szorozni a mintegy hatvan tanulmányozott eset alapján.

Egyébként, mint a hüvelyeseknél, a pillangósoknál is az optimális molibdénmennyiség ilyen talajokon 0,05 mg kivonható molibdén a talaj kg-jára számolva. Szinte az mondható, hogy egyedül a talaj analízise mondja meg, hogy hektáronként mennyi ammóniummolibdátot kell adagolni az optimális hozam elérésére. Így elég 200 g molibdént hektáronként vagy 400 g molibdátot, tehát kevesebbet, mint az ammóniumacetát által kivonható mennyiség 0,16 és az $5{,}10^6$ koefficiensekkel szorozva, ha feltételezzük, hogy a hasznos talaj négyzetmétere 500 kg.

Felesleges a példákat folytatni. Jelenleg több mint 100 eset van előttem feldolgozva, mind a szokásos termesztési viszonyok között szabadföldi kísérletek, Franciaország különböző vidékeiről. Nem szabad elfelejteni, hogy hiányra valló példák, egyetlen nyomelem hiányára utalók, ritkák; általában több nyomelem hiányzik többé-kevésbé (az előző példákban 2—3). Azonban semmiképpen sem szabad azt hinni, hogy a szokásos trágyázást és élősdi ellenes kezelést pótolni lehet nyomelemek alkalmazásával, ezek ugyan elengedhetetlen tényezők, de a tényezők egyike csupán.

Összefoglalásul azt mondhatjuk: a nyomelemek az élethez elengedhetetlenek, azonban, ha a magasabb és jobb hozamminőség elérésére a növényzet azt igényli, a túladagolás káros.

Összefoglalás

A nyomelemekre nemcsak akkor van szükség, ha a növénynél már hiánytünetek jelentkeznek. A kísérletek szerint akkor is mutatkozott termésnövekedés, ha egyébként a növényeken nem látszanak a hiánybetegség jelei.

A nyomelemek hatásgörbéje — az adagolt mennyiség és a termésgörbe közötti összefüggés görbéje — szigmoid jellegű, aránylag éles maximummal. Ha az optimális mennyiségén túl adagolják a nyomelemet, komoly terméscsökkenés állhat elő. A szerző matematikai módszert javasol, mellyel szabadföldi kísérletek eredményeiből egyrészt az optimális adag, másrészt a talaj felvehető nyomelem tartalma (a) megállapítható. Jó egyezés mutatkozott pl. molibdén esetében az optimális Mo-adag és az ammóniumacetátban oldható Mo mennyisége között.

Érkezett: 1964. június 21.

Irodalom

[1] Bernouilli, : Ars Conjectandi, Bâle. 1713.
[2] Bertrand, D.: C. R. Acad. Sci. **254.** 2810. 1962.
[3] Bertrand, D.: C. R. Acad. Sci. **255.** 2814. 1962.
[4] Bertrand, D. & Bougault, É.: C. R. Acad. Agr. France. **50.** 1964.
[5] Bertrand, D. & Wolf, A. de: Optimum de concentration nutritive en magnésium pour la carotte. C. R. Acad. Agr. France. **49.** 1210—1215. 1963.
[6] Bertrand, D & Wolf, A. de: Determination pratique des doses optimales de l'oligo-élément molybdène utilisé comme engrais. C. R. Acad. Agr. France. **49.** 1049—1055. 1963.
[7] Bertrand, G.: A párizsi Fakultáson tartott előadások anyaga 1910 óta. Késedelmesen ismertetve: Z. angew. Chem. **44.** 917. 1931.
[8] Mitscherlich, E. A.: Z. PflErnähr. Düng. **1A.** 273. 1923.
[9] Pearson, K.: Biometrika. **13.** 1914.
[10] Volterra, V.: Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie. Gauthier-Villars. Paris. 1931.