

Szivárgás két- és háromfázisú rétegben

KOVÁCS GYÖRGY

Vizgazdálkodási Tudományos Kutató Intézet,
Budapest

A Nemzetközi Hidraulikai Kutatási Szövetség (IAHR) 13. Kongresszusán három tanulmányban foglalkoztunk a kétfázisú rendszerekben végbemenő szivárgással. Az első dolgozat a különböző típusú szivárgások általános dinamikai elemzését adja meg és ennek az osztályozásnak az alapján kijelöli az egyes típusok érvényességi tartományait [8]. Az osztályozás csak a kétfázisú szivárgásra terjed ki. A második és a harmadik tanulmány kiegészíti az elsőt, megadva a DARCY-törvény érvényességi tartományának alsó határánál kisebb (mikroszivárgás) [9] és nagyobb (átmeneti és turbulens zónák) [10] sebességű szivárgások részletes elemzését, valamint gyakorlati eljárást javasolva ezeknek a típusoknak leírására.

A dinamikai elemzésen kívül az egyenes csövekből alkotott fizikai modell alkalmazása a porózus közeg pórusaiból alkotott tényleges és bonyolult járáshálózat helyett volt az előzőekben felsorolt vizsgálatok közös alapja. A DARCY-zónában érvényes szivárgási tényező számítására szolgáló KOŽENY—CARMAN egyenlet helyessége is igazolható ezzel a fizikai modellel. Azt állíthatjuk tehát, hogy a modell használata megteremtette a szivárgás vizsgálatának elméleti alapját a kétfázisú szivárgás teljes tartományában.

Ennek a tanulmánynak a célja az előzőekben felsorolt dolgozatok eredményeinek összefoglalása és kiegészítése a háromfázisú szivárgás leírásával. Ezért előbb a kétfázisú talajban kialakuló szivárgás vizsgálatát tárgyaljuk röviden. Ezt a háromfázisú, szivárgásra vonatkozó irodalmi adatok rövid áttekintése követi. Az utolsó lépés a háromfázisú közegen át létrejövő áramlás fizikai és matematikai értelmezése. Ezt a témát két részre osztjuk, az első a háromfázisú talaj szivárgási tényezőjének meghatározásával foglalkozik, a második a mozgást leíró differenciálegyenlet megoldására törekszik.

A kétfázisú szivárgásra vonatkozó eredmények összefoglalása

NEWTON axiómái szerint permanens mozgás csak akkor alakul ki, ha a gyorsító és az ellenállást adó erők egyensúlyban vannak. Feltételezhetjük, hogy kétfázisú szivárgás esetében a gravitáció (G) a mozgást fenntartó egyetlen erő, minthogy a többi gyorsító erő általában elhanyagolható, (pl. a gőz- és gáznyomás a mély rétegekben) vagy azok a gravitáció kiegészítő részeként vehetők figyelembe (pl. rétegnomás). Az ellenállást kifejtő erők közül három lehet jelentős a kétfázisú szivárgás vizsgálata során: a tehetetlenségi erő (T), a sűrűlódás (S), továbbá a szemcsék és a víz között fellépő molekuláris erők (E). A mozgást befolyásoló fékezőerők egymáshoz viszonyított aránya meghatározza a szivárgás típusát, az érvényességi tartományok közötti határokat pedig

olyan dimenzió nélküli számok megadott értékeinek alakjában jelölhetjük ki, amelyeket az elhanyagolt és a figyelembe vett fékezőerők hányadosaként számíthatunk.

Az elmondottak alapján a kétfázisú szivárgást négy főcsoportba oszthatjuk. Ezek közül azonban egyet — a turbulens és a lamináris közötti átmeneti zónát — tovább kell osztanunk két alcsoportra, ezért végül öt típust kell jellemeznünk:

turbulens szivárgás: csupán egy fékezőerő befolyásolja, a tehetetlenség; érvényességi tartománya $1000 < Re_p < \infty$;

második átmeneti tartomány: a fékező erők közül kettő domináns, a tehetetlenség és a súrlódás, az első szerepe azonban fontosabb, mint az utóbbié; ez a típus érvényes, ha $100 < Re_p < 1000$;

első átmeneti tartomány: a fő fékező erő most is a tehetetlenség és a súrlódás, azonban az utóbbi nagyobb súlyú; az érvényességi tartomány $10 < Re_p < 100$;

lamináris szivárgás: a legfontosabb tartomány, ahol az uralkodó fékező erő a súrlódás, a többi pedig elhanyagolható, a szivárgást leíró lineáris kapcsolat akkor alkalmazható, ha $0 < Re_p < 10$;

mikroszivárgás: nagyon kis szemcsék esetében a szemcsék és a víz közötti egymásrahatás válik uralkodóvá a súrlódáson kívül; az érvényességi tartomány határát a tényleges gradiens (I) és a küszöb gradiens (I_0) hányadosával mérhetjük: $I/I_0 < 12$.

Nyilvánvaló, hogy az első négy típusú szivárgás tartományai közötti határokat a tehetetlenségi erő és a súrlódás hányadosaként adhatjuk meg, míg a mikroszivárgás felső határát a molekuláris erő és a súrlódás arányával. Korábbi tanulmányunkban igazoltuk [5], hogy a kérdéses hányadosok a különböző érvényességi tartományok elhatárolására használt dimenzió nélküli számokkal arányosak:

$$\frac{T}{S} \propto Re; \quad \frac{E}{S} \propto KO_2 \propto \frac{I_0}{I}. \quad (1)$$

Hasonló dimenzió nélküli számokat határozhatunk meg minden szivárgási tartományra, ha az uralkodó fékező erőt, vagy a két fő fékező erőt a gravitációhoz viszonyítjuk.

Ezekből a számokból, ha azokat összevetjük a hidraulikai gradienssel, minden tartományra általános kapcsolatot vezethetünk le a mozgás leírására, amely tulajdonképpen a NAVIER—STOKES egyenlet egyszerűsített alakja. Az egyes szivárgási típusokra vonatkozó egyenletek a következők:

turbulens tartomány

$$\frac{T}{G} \propto Fr; \quad I = av^2 \quad (2)$$

átmeneti tartomány

$$\frac{T + S}{G} \propto KO_4; \quad I = av^2 + bv; \quad (3)$$

lamináris tartomány

$$\frac{S}{G} \propto MK; \quad I = bv; \quad (4)$$

mikroszivárgás

$$\frac{E + S}{G} \propto KO_3; \quad v = c_1 I - c_2 I_0. \quad (5)$$

A felsorolt dimenzió nélküli számok közül néhány jól ismert a hidraulikai irodalomból: Fr a FRONDE szám, Re a REYNOLDS szám és MK a MOSONYI — KOVÁCS szám, amit szivárgási hidraulikai modellek számítására használunk [14]. A többi a szivárgás dinamikai osztályozásához határoztuk meg. A lamináris és az annál nagyobb sebességű szivárgások közötti határok meghatározásával kapcsolatosan a Re_p jelölést használtuk. Az index azt jelzi, hogy a REYNOLDS-számot a réteg szemecsei közötti pórusokból alkotott járatokkal hidraulikailag egyenértékű csövek adataiból számítottuk. Amint jól tudott, a REYNOLDS-szám egy jellemző hosszának és sebességnek a szorzata osztva a kinematikai viszkozitással. Porózus közegen keresztül kialakuló áramlás vizsgálatakor jellemző értékeként általában a szivárgási sebességet és a hatékony szemecsé-átmérőt választjuk. Azt találtuk azonban, hogy jobb eredményt érünk el, ha a járatok tényleges középsebességét és átlagos pórus méretét helyettesítjük és az utóbbit a helyettesítő cső átmérőjével vehetjük figyelembe.

Annak érdekében, hogy meghatározhassuk a szivárgási REYNOLDS-szám (Re_s) és a csőre számított érték (Re_p) közötti kapcsolatot, valamint, hogy a (2)–(5) egyenletek tényezőit számítani tudjuk, összefoglalóan ismertetjük a helyettesítő csőrendszer adatainak meghatározására szolgáló kapcsolatokat.

A lamináris szivárgás dinamikai elemzése szerint a mozgás a súrlódás és a gravitáció hányadosával jellemezhető. Az előző a szemcsék felületével, az utóbbi a víz térfogatával, közvetve tehát a szemcse térfogatával arányos. Ezért a szemcse felületének és térfogatának az aránya azonos kell legyen az eredeti és a helyettesítő rendszerben. Ez az alapja a KOŽENY-féle hatékony szeméátmérő (D_h) meghatározásának [12].

A szemcse felületének és térfogatának aránya függ a szemcse alakjától is. Szükséges ezért a vizsgálatnak az érdekében, hogy meghatározzunk olyan alakú tényezőt (α), amely a szemcse felületével (F) és térfogatával (V) hozható kapcsolatba [6]:

$$\frac{F}{V} = \frac{\alpha}{D}; \quad (6)$$

ahol D a kérdéses szemcsét befoglaló gömb átmérője.

Abból a feltételből, hogy a modell cső belső térfogatából és felületéből számított hányados egyenlő legyen a szemcse-felület és a pórus-térfogat (V_0) arányával, az átlagos csőátmérő számítható:

$$d_0 = 4 \frac{n}{1-n} \frac{D_h}{\alpha}. \quad (7)$$

Az egységnyi keresztmetszetben levő csövek száma (N) ugyancsak meghatározható. Ennek alapja az a feltétel, hogy a csövek keresztmetszeti területének összege az egységnyi metszetben a porozitással legyen egyenlő (n):

$$N = \frac{4n}{d_0^2 \pi} \quad (8)$$

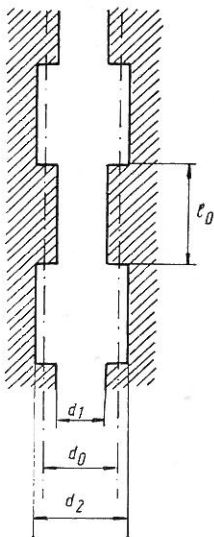
A 7. egyenletből az Re_S és Re_P érték közötti kapcsolat a következő:

$$Re_P = \frac{v_{\text{eff}} d_0}{\nu} = \frac{1}{\nu} \frac{v}{n} 4 \frac{n}{1-n} \frac{D_h}{\alpha} = \frac{v D_h}{\nu} \frac{4}{\alpha} \frac{1}{1-n} = \frac{4}{\alpha} \frac{1}{1-n} Re_S \quad (9)$$

A modell-rendszer átlagos csőátmérőjének és a csövek számának meghatározása után a helyettesítő rendszer hozama számítható, lamináris mozgás esetében a POISEUILLE-féle egyenlet alkalmazásával. A csövek elméleti szivárgási tényezőjét is megkapjuk ilyen módon. Ez — homodiszperz gömbhalmazokkal végzett nagyon pontos mérések [1, 13, 17] eredményeivel összehasonlítva — 2,5-szer nagyobb, mint a ténylegesen megfigyelt DARCY-féle szivárgási tényező. A különbséget három tényező okozhatja:

- a szemcsék közötti járatok keresztmetszete nem körszelvény;
- a járatok a tortuozitás miatt hosszabbak, mint a minta hossza;
- a járatok keresztmetszetének mérete nem állandó, ezért a modell csövet konfúzorokból és diffúzorokból összetettnek kell feltételeznünk (1. ábra).

A körszelvénytől való eltérés figyelembevétele, illetőleg az eredmény ennek megfelelő javítása 1,2~0,8 közötti szorzótényezővel történhet [2, 3]. Így az említett különbségnek csak kismértékben lehet oka ez a jelenség. CARMAN, erre vonatkozó vizsgálataiban, az eltérést a tortuozitással magyarázta. Véleményünk szerint a harmadik indoklás látszik a legvalószínűbbnek, mert ezzel a nem-lamináris szivárgás számszerű jellemzésében is jól egyező eredményt érhetünk el.



1. ábra

A szemcsék közötti pórusokat helyettesítő modelleső metszete

LINDQUIST mutatott rá arra, hogy a legnagyobb és legszűkebb pórus metszet hányadosa a 10-es értéket is elérheti, ez azonban olyan szélsőérték, amely csak egy-egy pontját jellemzi a járatnak. A POISEUILLE-féle egyenletet alkalmazva olyan cső vízhozamát is számíthatjuk, amely két különböző átmérőjű (d_1 és d_2) rövid csődarabokból épül fel és ezt a hozamot a $(d_1/d_2)^2$ érték függvényében ábrázolhatjuk (2. ábra). Megállapíthatjuk, hogy ha ez az arány 1 : 3 ~ 1 : 3,5, akkor a vízhozam — a cső szelvényalakjától csaknem függetlenül — 2,5-szer kisebb lesz, mint a körszelvényű d_0 átmérőjű cső vízszállítása. Másrészt STAKMAN kísérletei hasonló értéket adnak a legkisebb és legnagyobb pórusmetszet arányára a légbuborék nyomás mérésén alapuló módszert használva (STAKMAN [16]). Az előzőek alapján a modell-cső geometriai adatai a következő összefüggésekből számíthatók:

$$\begin{aligned} d_2/d_1 &= 1,86; & d_1 &= d_0/1,5; \\ d_2 &= 1,25d_0; & l_0 &= 1,0 \sim 1,5d_0 \end{aligned} \quad (10)$$

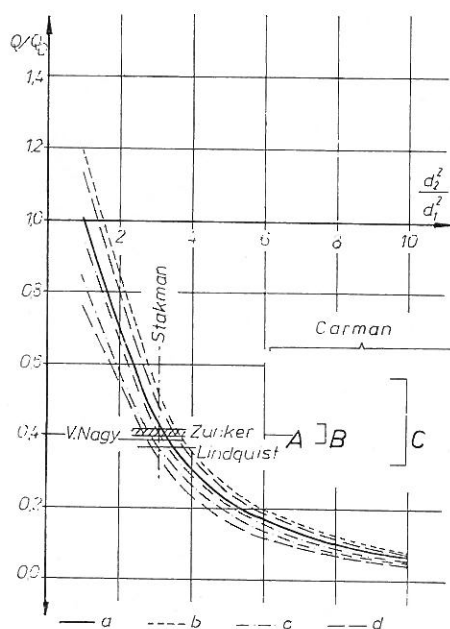
Végeredményül a minta DARCY-féle szivárgási tényezője a modell-csőre megoldott POISEUILLE-egyenletből a következő alakban adható meg:

$$k_D = \frac{1}{5} \frac{\gamma}{\eta} \frac{n^3}{(1-n)^2} \left(\frac{D_h}{\alpha} \right)^2 \quad (11)$$

ahol az áramló folyadék jellemzője a fajsúly (γ) és a dinamikai viszkozitás (η) hányadosával jut kifejezésre, ami egyenlő a gravitációs gyorsulás és a kinematikai viszkozitás arányával (g/ν); az egyenlet többi tagja a réteg minden, a szivárgást lényegesen befolyásoló jellemzőjét összefoglalja:

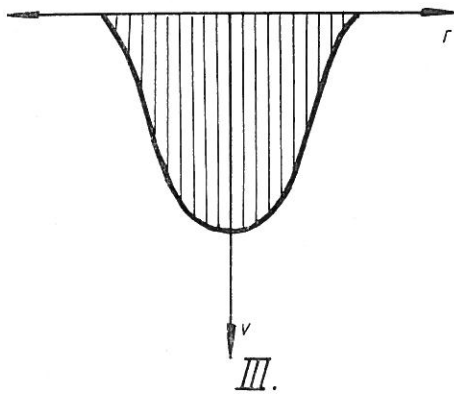
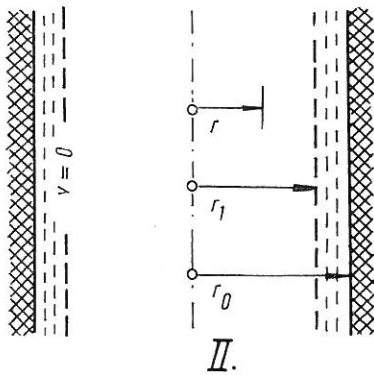
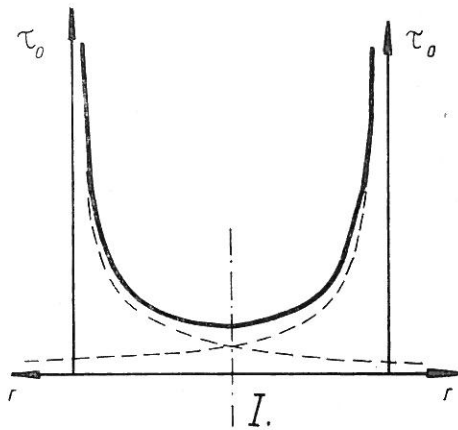
$$K = \frac{1}{5} - \frac{n^3}{(1-n)^2} \left(\frac{D_h}{\alpha} \right)^2 \quad (12)$$

A (11) egyenlet gyakorlatilag egyezik a KOŽENY—CARMAN összefüggéssel, kiegészítve azt a szemese alakjának hatásával és határozott értékben adva meg annak számszerű tényezőit. Az összefüggés helyességének részletes igazolását egy másik dolgozat tárgyalja [11].



2. ábra

A két különböző átmérőjű szakaszokból összetett eső hozama az egyenlő átmérőjű eső hozamához viszonyítva a kétféle csőszakasz felületének hányadosa függvényében. a) Kőr. b) Háromszög. c) Ellipszis. $a/b = 2$; $a/b = 10$; d) Négyzet. $a/b = 1$; $a/b = 10$. A = közép. B = az adatok szóródása gömbhalmazok vizsgálata esetén. C = az adatok szóródása szabálytalan szemecék halmazát vizsgálva



3. ábra

A mikroszivárgást leíró összefüggések levezetése során használt jelölések értelmezése. I. A statikus nyírófeszültség (τ_0) eloszlása a cső átmérője mentén. II. A cső hosszmet-szete. III. A sebesség (v) eloszlása a cső átmérője mentén.

Jól tudott, hogy a sebesség és a hidraulikai gradiens kapcsolatát kifejező egyenlet fokszáma egymástól különböző az egyes szivárgási típusok érvényességi tartományában. A DARCY-féle szivárgási tényezőt olyan faktorról bővíthetjük, amely jellemzi az áramlási állapotot és magába foglalja mindazokat a hatásokat, amelyek a lamináris állapottól eltérő jelleget kialakítják. Ebben az esetben a lineáris összefüggést általánosíthatjuk:

$$v = kI; \text{ ahol } k = \Phi k_D$$

$$\text{és } \Phi = f(Re_p I_0/I); \quad (13)$$

tehát a Φ tényező azoknak a dimenzió nélküli számoknak függvénye, amelyek az érvényességi tartományok közötti határokat meghatározzák, magába foglalja a független változóként a v vagy I értéket és így biztosítja a helyes kapcsolatot a sebesség és a gradiens között, ha ez nem lineáris.

Amint korábban már rámutattunk, a hatóerők különböznek egymástól az egyes szivárgási tartományokban. A mozgásegyenletek a POISEUILLE-egyenlethez hasonlóan határozhatók meg, a modell-csőekben létrejövő mozgásra ható erők egyensúlyának felírásakor figyelembe véve minden főerőt. Ilyen módon meghatározhatjuk a különböző Φ függvényeket, valamint a (2)–(5) egyenletek a , b és c tényezőit, számszerű feladatok megoldására alkalmassá téve ilyen módon ezeket az egyenleteket.

A legkisebb sebességű tartomány vizsgálatával indulva, a módosított POISEUILLE-egyenletet a molekuláris erők figyelembevételével írhatjuk fel. Ehhez a nem-Newtoni folyadék viselkedését kell jellemeznünk, amelynek nyírási ellenállása egy statikus tagból (τ_0) és egy, a viszkózitástól (η) és a sebesség-gradienstől függő (dv/dn) tagból tevődik össze. Az így kiegészített alapegyenlet a következő (3. ábra):

$$I\gamma r = 2 \left[\tau_0(r) - \eta \frac{dv}{dr} \right] \quad (14)$$

Az egyenlet levezetése és megoldása a már korábban említett tanulmányban található [9]. Az így számított és az eredeti POISEUILLE-egyenlettel meghatározott sebesség aránya azonos a mikroszivárgás sebességének, valamint a hidraulikai gradiens és a DARCY-féle szivárgási tényező szorzatának hányadosával

$$\frac{V_M}{V_D} = \frac{k_M}{k_D} = \left(1 - \frac{I_0}{I}\right)^2 - \frac{2}{3} \frac{I_0}{I} \left[\left(1 - \frac{I_0}{I}\right)^{3/2} \text{ArTh} \left(1 - \frac{I_0}{I}\right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln \frac{I_0}{I} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{I_0}{I}\right) \right]. \quad (15)$$

A jobb oldalon levő második tag zérushoz tart, ha a gradiens növekszik. Ezért a gradiens teljes értelmezési tartománya két részre bontható. Az elsőben ($I < 12 I_0$) a (15) egyenlet olyan parabolával közelíthető, amelynek az érintője a $v = 0$; $I = I_0$ pontban vízszintes, a másik határon ($I = 12 I_0$; $v = 10 k_D$) pedig k_D -vel arányos:

$$V_M = 0,714 \frac{k_D}{I_0} 0,1 (I - I_0)^{1,1} \\ k_M = 0,714 \frac{k_D}{I_0^{0,1}} \frac{(I - I_0)^{1,1}}{I}; \quad \Phi_M = 0,714 \frac{(I - I_0)^{1,1}}{I_0^{0,1} I} \quad (16)$$

A lamináris szivárgás tartományában ($I < 12 I_0$) a (15) egyenlet második tagját elhanyagolhatjuk, sőt az I_0/I érték négyzete is zérushoz tart, így a sebesség és a gradiens kapcsolata egyenessel jellemezhető (4. ábra):

$$\frac{v_L}{v_D} = 1 - 2 \frac{I_0}{I} + \left(\frac{I_0}{I}\right)^2 \sim 1 - 2 \frac{I_0}{I}. \quad (17)$$

A 17. egyenlet alapján a (13) egyenletnek megfelelő alakok a következők:

$$v_L = k_D (I - 2 I_0); \quad k_L = k_D \left(1 - 2 \frac{I_0}{I}\right); \quad \Phi_L = \left(1 - 2 \frac{I_0}{I}\right). \quad (18)$$

A 4. ábra és a (18) egyenlet azt jelzi, hogy elméletileg a DARCY-törvény még lamináris mozgás esetében sem érvényes. Bár a kapcsolati vonal a 4. ábrán egyenes, azonban nem az origóból indul, hanem az $I = 2 I_0$ pontban metszi a vízszintes tengelyt. A gyakorlatban azonban a küszöb gradiens hatása legtöbbször elhanyagolható, mert értéke a tényleges gradienshez viszonyítva nagyon kicsi (a $D_h = 0,1 \sim 1,0$ mm tartományban $I_0 = 0,05 \sim 0,005$). Így a DARCY-képletet használhatjuk a (18) egyenlet helyett:

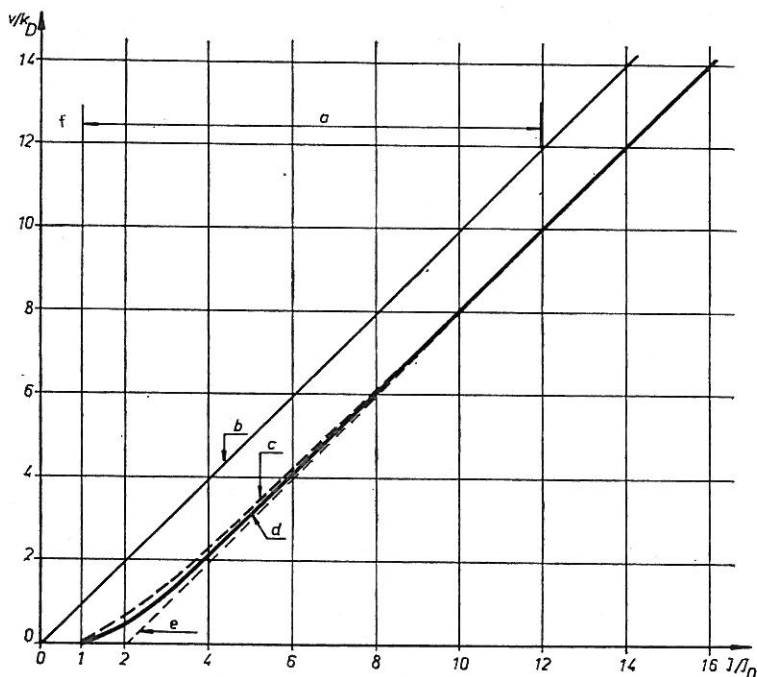
$$v_D = k_D I; \text{ és } \Phi_D = 1 \quad (19)$$

A lamináris és annál nagyobb sebességű szivárgásokat kísérleti alapon vizsgáltuk. Mintegy 14 kísérletsorozat 300 adatát gyűjtöttük össze 4 különböző laboratórium méréseiből, amelyek a sebesség és a hidraulikai gradiens összetartozó értékeit adják meg homodiszperz gömbhalmazok vizsgálata alapján. Olyan koordináta-rendszerben ábrázoltuk ezeket az adatokat, amelynek vízszintes tengelyén az Re_p , a függőlegesen pedig a $\lambda Re_s \frac{1}{4\alpha} \frac{n^3}{(1-n)}$ értéket ábrázoljuk (ahol λ a CHÉZY-képlet ellenállási tényezője). A pontok jól illeszkednek olyan folyamatos görbéhez (5. ábra), amelynek egyenlete:

$$\left[\frac{2}{9,3} \frac{g}{\nu} \frac{n^3}{(n-1)^2} \left(\frac{D_h}{\alpha} \right)^2 \frac{I}{v} \right]^{3/4} - \left[\frac{1}{100} \frac{D_h}{\alpha} \frac{4}{1-n} \frac{v}{\nu} \right]^{3/4} = 1. \quad (20)$$

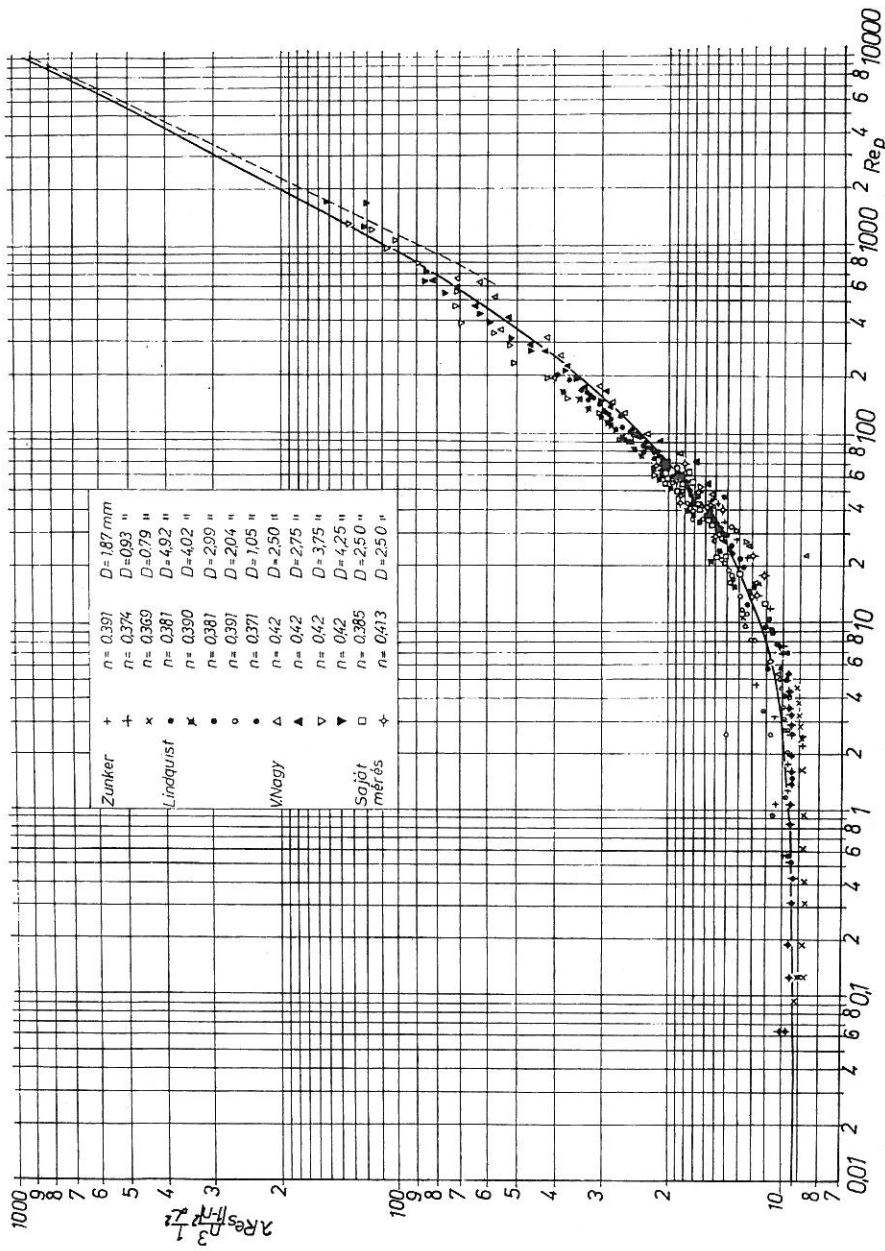
A (20) egyenletből olyan képletet határozhatunk meg, amely a sebesség és a hidraulikai gradiens kapcsolatát a sebesség teljes értelmezési tartományában ($0 < Re < \infty$) folyamatos függvényként adja meg:

$$I = v[A + B|v|^{3/4}]^{4/3}$$



4. ábra

A sebesség és a hidraulikai gradiens grafikus kapcsolata a kis sebességek tartományában.
 a) A mikroszivárgás zónája. b) A DARCY egyenes. c) Parabolával történő közelítés.
 d) Elméleti görbe. e) $v/k = I - 2I_0$ egyenes. f) A nyugalmi állapottal jellemezhető zóna.



5. ábra
Homodiszperz gömbhalmazokkal végzett kísérletek mérési adatainak rendeződése

ahol

$$A = \left[\frac{9,3}{2} \frac{\nu}{g} \frac{(1-n)^2}{n^3} \left(\frac{\alpha}{D_h} \right)^2 \right]^{3/4} \sim \left(\frac{1}{k_D} \right)^{3/4}; \quad \text{és}$$

$$B = \left[\frac{9,3}{50} \frac{1}{g} \frac{1-n}{n^3} \frac{\alpha}{D_h} \right]^{3/4} \sim \left(\frac{d_0}{nk_D} \frac{0,01}{\nu} \right)^{3/4}. \quad (21)$$

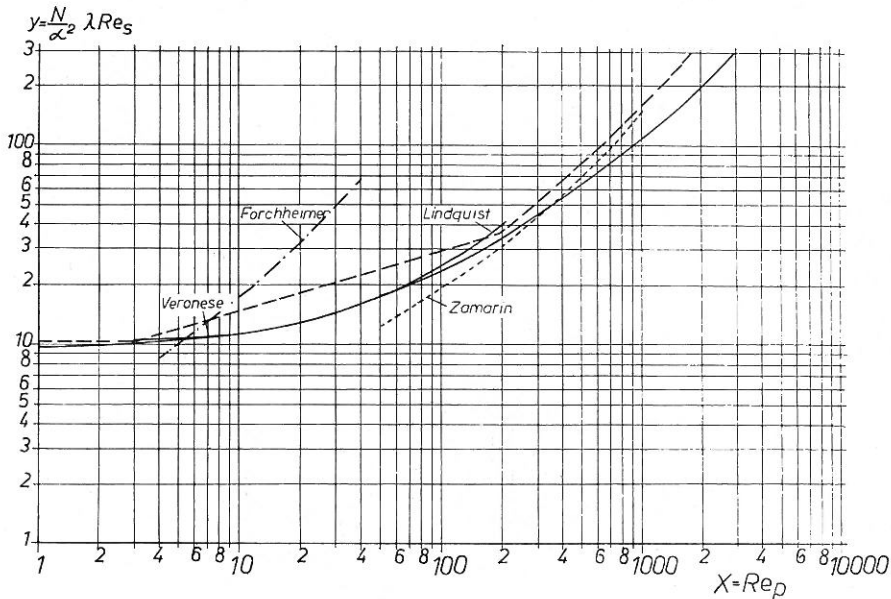
Egyszerűsítés érdekében a folyamatos görbe helyett annak szelőjét használhatjuk egy-egy tartományban a kapcsolat közelítő leírására (6. ábra). A lamináris zónában ($Re_p < 10$), ha a $\lambda Re_s \frac{1}{4\alpha} \frac{n^3}{1-n} = 10$ értékkel jellemzett

vízszintes szelőt választjuk, a 19. egyenletet kapjuk vissza a modell csőrendszerre a POISEUILLE-egyenlettel számított szivárgási tényezővel (11. egyenlet).

Az első és második átmeneti tartomány jellemzésére választott szelőknek egymást és a lamináris, illetőleg a turbulens zónára meghatározott kapcsolati vonalat az érvényességi tartományok határán kell metszeniök. Ebből a feltételből kiindulva a következő egyszerűsített képletek javasolhatók: az első átmeneti zónában:

$$I = a_1 v_{T_1}^2 + b_1 v_{T_1}; \quad v_{T_1} = \frac{I}{a_1 v_{T_1} + b_1} = \frac{k_D I}{0,8 + 0,02 Re_p}$$

$$k_{T_1} = \frac{k_D}{0,8 + 0,02 Re_p}; \quad \Phi_{T_1} = \frac{1}{0,8 + 0,02 Re_p} \quad (22)$$



6. ábra
A korábbi összefüggések grafikus összehasonlítása

a második átmeneti zónában:

$$I = a_2 v_{T_2}^2 + b_2 v_{T_2}; \quad v_{T_2} = \frac{I}{a_2 v_{T_2} + b_2} = \frac{k_D I}{2,0 + 0,008 Re_P}$$

$$k_{T_2} = \frac{k_D}{2,0 + 0,008 Re_P}; \quad \Phi_{T_2} = \frac{1}{2,0 + 0,008 Re_P}. \quad (23)$$

Végül a turbulens (FROUDE-féle) zónában origón átmenő szelőt használhatunk

$$I = b v_F^2; \quad v_F = I k_D \frac{100}{Re_P};$$

$$k_F = k_D \frac{100}{Re_P}; \quad \Phi_F = \frac{100}{Re_P}. \quad (24)$$

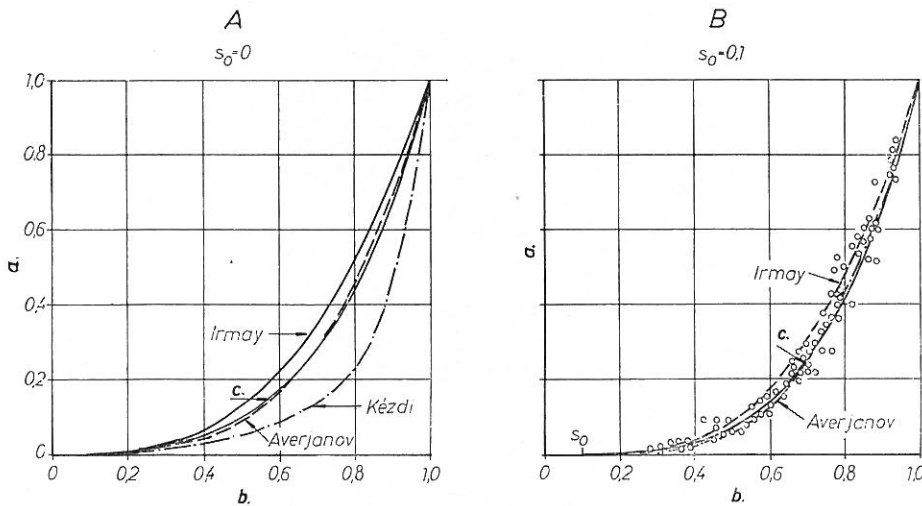
A (24) egyenletet könnyen átalakíthatjuk a CHÉZY-képlettel azonos formára:

$$v_{F\text{eff}} = \sqrt{\frac{2g}{1,6}} \sqrt{d_0 I}. \quad (25)$$

A cső-ellenállás számítására javasolt képletekből a sűrűdés, a diffuzor- és a konfuzor-hatás figyelembevételével számítható teljes ellenállás gyakorlatilag ugyanazt a számszerű értéket adja:

$$\lambda_B = 1,4 \sim 1,8. \quad (26)$$

Ez a tény igazolja a javasolt módszernek — a modell-csőrendszernek — az alkalmazását.



7. ábra

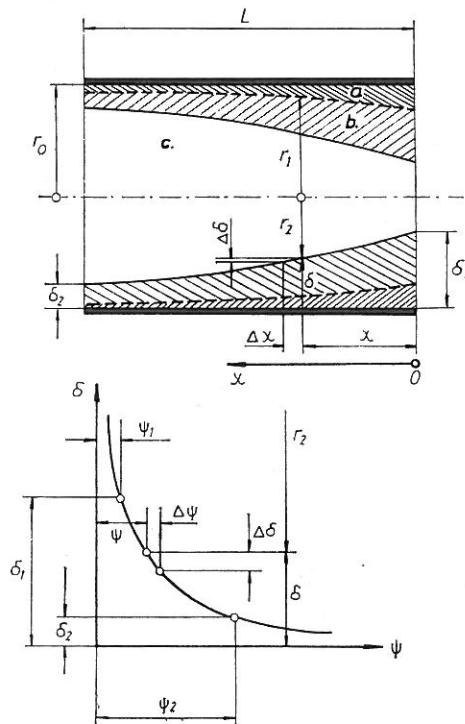
A viszonylagos átteresztőképesség és a telítési tényező kapcsolata. A. a) k_h/k viszonylagos átteresztőképesség, b) s telítési tényező. c) Elméleti görbe. B. a) — b) — c) lásd A. \circ = Mért pontok (POLUBARINOVA — KOCSINA)

A háromfázisú szivárgás vizsgálata

Ez a szivárgási típus dinamikai szempontból a gravitáció és a molekuláris erők gyorsító hatásával, valamint a súrlódás és az adhézió fékező szerepével jellemezhető. A folyamatot bonyolítja az a tény, hogy vízmozgás nem csak folyékony fázisban történhet, hanem gőzfázisban is, mert a vízfilmnek a levegővel határos felületén mind elpárolgás, mind lecsapódás bekövetkezhet. Egyszerűsítés érdekében ezt a jelenséget elhanyagoljuk, feltételezve, hogy a vízfázis zárt rendszer, amely nincs kölcsönhatásban a légtérrel.

A vízfilm vastagsága a felületén érvényesülő tenzióval együtt folyamatosan változik a víz mozgásának hatására. Ritka eset ezért, hogy permanens mozgás kialakulhat, mert a két pont közötti tenzió-különbség is egyike a domináns gyorsító erőknek. Ezért a permanens állapot ugyancsak közelítő feltételezés a további vizsgálatokban.

A korábbi vizsgálatok azt mutatták, hogy a háromfázisú réteg ellenállása nagyobb, mint a kétfázisúé. A háromfázisú minta szivárgási tényezője (k_H) arányos a telített réteg szivárgási tényezőjével. Az arányossági szorzó a minta víztartalmának függvényeként adható meg. Az utóbbit általában a telítési tényezővel (s) mérjük, amely a térfogatszázalékban kifejezett víztar-



8. ábra

A háromfázisú szivárgást leíró összefüggések levezetése során használt jelölések értelmezése. *a*) Mozdulatlan vízréteg. *b*) Víz fázis. *c*) Levegő fázis.

talom (W) és a hézagterefogat (n) hányadosa:

$$s = W/n. \tag{27}$$

A két változó közötti függvénykapcsolat görbével, mérési pontokkal vagy képletekkel [4], [15], adható meg, amint ez a 7. ábrán látható. IRMAY és AVERJANOV képletének közös alakja a következő:

$$k_H = k \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^\beta; \tag{28}$$

ahol s_0 a legkisebb lehetséges telítési tényező. A kitevőt IRMAY $\beta = 3,0$ AVERJANOV $\beta = 3,5$ értékben adja meg.

Nyilvánvaló, hogy a háromfázisú szivárgási sebesség számításakor a szivárgási tényező eltérésén kívül még egy további különbséget kell figyelembe vennünk, azt, hogy a teljes hidraulikai gradiens két részből tevődik össze, a gravitációs potenciál és a tenzió (ψ) áramvonal menti változásából:

$$v_H = k_H \frac{d}{dx} (h + \psi/\gamma). \tag{29}$$

A keresett kapcsolat ennek a szivárgási típusnak az esetében is meghatározható a modell csőrendszer alkalmazásával. A levezetésben használt jelölések a 8. ábrán láthatók. A tárgyalás egyszerűsítése érdekében tételezzük fel először, hogy a molekuláris erők fékező hatása elhanyagolható. Ez a feltétel azonos a $s_0 = 0$ érték helyettesítésével a (28) egyenletben és az így kapott eredményt a kétfázisú szivárgási típusok közül a laminárisal vethetjük össze.

A belső határfeltétel figyelembevételével a módosított POISEUILLE-egyenlet a következő:

$$\frac{I \gamma}{2 \eta} \frac{r^2 - r_2^2}{r} = - \frac{dv}{dr}. \tag{30}$$

Integrálva ezt és helyettesítve a $v = 0, r = r_0$ feltételt, a sebességeloszlás

$$v = \frac{I \gamma}{4 \eta} (r_0^2 - r^2) - \frac{I \gamma}{2 \eta} r_0^2 \ln \frac{r_0}{r}. \tag{31}$$

A vízhozam és a látszólagos középsebesség (a hozam és a teljes keresztmetszeti felület hányadosa) a következő összefüggésekből számítható:

$$Q = 2 \pi \int_{r_2}^{r_0} v r dr; \tag{32}$$

$$v_H = \frac{Q}{r_0^2 \pi} = \frac{I \gamma}{8 \eta} r_0^2 \left\{ \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_0} \right)^2 \right]^2 - 2 \left(\frac{r_2}{r_0} \right) \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_0} \right)^2 \right] - 2 \left(\frac{r_2}{r_0} \right)^4 \ln \frac{r_2}{r_0} \right\}.$$

A vízzel töltött csőtér fogat ($r_0^2 - r_2^2$)-tel arányos, a teljes térfogat pedig r_0^2 -tel, így kapcsolatot határozhatunk meg az $\frac{r_2}{r_0}$ érték és a telítési tényező között.

$$s = \frac{W}{n} = 1 - \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2. \quad (33)$$

A két szivárgási tényező aránya tehát

$$\Phi_H = \frac{k_H}{k_D} = s^2 - 2s(1-s) - 2(1-s)^2 \ln(1-s). \quad (34)$$

Ismételjük meg a levezetést, most már figyelembe véve a molekuláris erők fékező hatását is. Az alapegyenlet ekkor

$$\frac{I\gamma}{2\eta} \frac{r^2 - r_2^2}{r} = \frac{\tau_0}{\eta} - \frac{dv}{dr}. \quad (35)$$

A mikroszivárgás vizsgálata során láttuk, hogy a sebességképlet két részből tevődik össze, egyik az alapegyenlet — $\frac{dv}{dr}$ tagjából ered, a másik $\frac{\tau_0}{\eta}$ -ból.

A másik eredmény az volt, hogy az utóbbi elhanyagolható, ha $I > 12I_0$. Ugyanezt feltételként elfogadjuk a háromfázisú szivárgás vizsgálatában is. Ezzel a közelítéssel csak lényegtelen eltérés adódik a sebesség számítására szolgáló összefüggésben az előzőekhez viszonyítva, ha figyelembe vesszük, hogy a határfeltétel ebben az esetben $v = 0$, $r = r_1$:

$$v = \frac{I\gamma}{2\eta} (r_1^2 - r^2) - \frac{I\gamma}{2\eta} r_2^2 \ln \frac{r_1}{r}. \quad (36)$$

Ugyanazokat a lépéseket követve mint előbb, a középsebesség

$$v_H = \frac{I\gamma}{8\eta} r_0^2 \left\{ \left[\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 \right] - 2 \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 \left[\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 \right] - 2 \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^4 \ln \left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right\}. \quad (37)$$

A (33) egyenlethez hasonlóan az s_0 érték is kifejezhető a cső geometriai méreteinek függvényében

$$s_0 = 1 - \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2; \quad (38)$$

és így a lamináris zóna szivárgási tényezője (18. egyenlet) a következő alakban adható meg:

$$k_L = \frac{\gamma r_0^2}{8\eta} \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^4. \quad (39)$$

A (37), (38) és (39) egyenletből a relatív szivárgási tényező

$$\frac{k_H}{k_L} = \frac{s - s_0^2}{1 - s_0} - 2 \frac{(1-s)(s-s_0)}{(1-s_0)^2} - 2 \left(\frac{1-s}{1-s_0}\right)^2 \ln \frac{1-s}{1-s_0}. \quad (40)$$

A (40) egyenlet első tagjának alakja azonos a (28) egyenletből számítható hányadossal, sőt a logaritmikus tag sorbafejtésével ennek kitevőjét is 3-ra emelhetjük (azonos az IRMAY-féle képlettel). Az AVERJANOV-képlettel való számszerű egyezés, amit a 7. ábra mutat, az egyenlet további tagjával magyarázható.

Az előző levezetés a (28) egyenlet elméleti alapját adja meg. Szükséges azonban hangsúlyozni, hogy az arányossági szorzó a k_L értékkel teremt kapcsolatot és nem k_D -vel ezért a redukált szivárgási tényező helyes alakja:

$$k_H = k_L \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3 = k_D (1 - s_0)^2 \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3. \quad (41)$$

A sebesség és a hidraulikai gradiens közötti kapcsolat tehát ebben esetben is egyenessel jellemezhető. Ennek hajlása a $k_L \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3$ értékkel arányos és így a DARCY-féle szivárgási tényezőn kívül függ a tényleges és a minimális telítési tényezőtől is.

A leglényegesebb különbséget a kétfázisú és a háromfázisú szivárgás hidraulikai adatainak meghatározására alkalmazott módszerek között a hidraulikai gradiensek eltérése okozza. A (29) és a (41) egyenlet összevonásával a közepesesség számítására szolgáló végső összefüggés háromfázisú szivárgás vizsgálatára esetében

$$v_H = \frac{d}{dx} \left(h + \frac{\psi}{\gamma} \right) k_D (1 - s_0)^2 \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3 \quad (42)$$

Az egyenlet szerint a gradiens maga is függvénye a telítettségnek és változik az áramvonal mentén. Értékét nem vehetjük tehát olyan állandónak, még állandó keresztmetszvényű áramlás esetében sem, amelyet az áramlási tartomány két végső szelvényében ismert határfeltételekből számíthatunk, hanem vizsgálnunk kell a telítéssel való kapcsolatát is. Ennek kifejezésére egy korábban ismertetett dolgozatunkban közölt függvényt használhatunk [7]:

$$\psi^{1/6} = (1 - n) \frac{A}{W} = \frac{1 - n}{n} \frac{A}{s}; \quad \psi = \frac{A_0}{s^6}. \quad (43)$$

A gravitációs potenciállal arányos h értéket ugyancsak kapcsolatba hozzuk a választott origótól az áramvonal menti távolságot mérő x értékkel. Amikor az áramvonal egyenes

$$h = cx; \text{ ahol } -1 < c < 1. \quad (44)$$

Ebben az egyenletben a c néhány kitüntetett értéket vehet fel: $c = +1$ lefelé irányuló függőleges áramlás esetében; $c = 0$, ha a mozgás vízszintes; végül ha a víz függőlegesen felfelé áramlik $c = -1$.

Jóllehet már eddig is számos közelítést voltunk kénytelenek tenni, a (42) egyenlet mégsem integrálható zárt formában, csak abban az esetben, ha vízszintes áramlást vizsgálunk, és ezért a hidraulikai potenciál független a gravitációtól:

$$v_H = \frac{d\psi}{ds} \frac{ds}{dx} \frac{k_D}{\gamma} (1 - s_0)^2 \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3 = -6 A_0 \frac{k_D}{\gamma} (1 - s_0)^2 \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3 \frac{1}{s} \frac{ds}{dx}. \quad (45)$$

Ebből az összefüggésből a változók szétválasztása, integrálás és a határ-feltételek (ahol $x = 0$, ott $\psi = \psi_1$ és $s = s_1$; ahol $x = L$, ott $\psi = \psi_2$ és $s = s_2$) helyettesítése után a víztartalom áramvonal menti eloszlásának leírására a következő egyenletet határozhatjuk meg:

$$x = L \frac{\psi \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3 (s - 0,75 s_0)^2 s - \psi_1 \left(\frac{s_1 - s_0}{1 - s_0} \right)^3 (s_1 - 0,75 s_0)^2 s_1}{\psi_2 \left(\frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^3 (s_2 - 0,75 s_0)^2 s_2 - \psi_1 \left(\frac{s_1 - s_0}{1 - s_0} \right)^3 (s_1 - 0,75 s_0)^2 s_1} \quad (46)$$

a középsebesség számítására pedig

$$v_H = \frac{k_D}{\gamma_L} (1 - s_0)^2 \left[\psi_2 \left(\frac{s_2 - s_0}{1 - s_0} \right)^3 (s_2 - 0,75 s_0)^2 s_2 - \psi_1 \left(\frac{s_1 - s_0}{1 - s_0} \right)^3 (s_1 - 0,75 s_0)^2 s_1 \right]. \quad (47)$$

A legtöbb gyakorlati esetben függőleges mozgást kell vizsgálnunk a talaj-víz feletti háromfázisú rétegen keresztül pl. beszivárgás a talajvízhez ($c = + 1$) vagy a gyökérszóna vízpótlása a talajvízből ($c = - 1$). Ezeket az állandókat helyettesítve a (42) egyenletbe az integrált numerikusan kell megoldanunk fokozatos közelítéssel. Ez kiterjedt számítást és ezért számítógép alkalmazását igényli. A megfelelő programok kidolgozása előtt azonban a (46) és (47) egyenleteket ellenőrizni kellene, hogy vajon a szükségessé vált közelítések helyesen követik-e a tényleges fizikai folyamatot, vagy sem. Ez a kísérleti ellenőrzés lesz a vizsgálat következő lépése.

Alkalmazott jelölések

$\left. \begin{array}{l} a, a_1, a_2, \\ b, b_1, b_2, \\ c, c_1, c_2, \\ A, A_0, B \\ d_0, d_1, d_2, [m] \\ D [m] \\ D_h [m] \\ E [pond] \\ F [m^2] \\ g [m/sec^2] \\ G [pond] \\ h [m] \\ I [1] \\ I_0 [1] \\ k [m/sec] \\ k_D, k_M, k_L, \\ k_{T1}, k_{T2}, k_F, \\ k_H [m/sec] \end{array} \right\}$	<p>különböző összefüggésekben szereplő állandó együtthatók;</p> <p>a modell cső átlagos, minimális és maximális átmérője; a szemese (ill. a szemese köré írható gömb) átmérője; vegyes szemű halmaz Kozeny-féle hatékony átmérője; molekuláris erő a szilárd fal és a vízmolekulák között; a szemese, vagy szemesehalmaz, továbbá a modellként választott cső falának felülete; nehézségi gyorsulás; nehézségi erő; vízszlopmagasság, vízszint különbség; hidraulikai gradiens (esés); küszöb gradiens; szivárgási tényező; az egyes szivárgási tartományokra jellemző szivárgási tényező, éspedig a DARCY-féle, a mikroszivárgást, a lamináris, az első és második átmeneti valamint a turbulens tartományt jellemző, végül a háromfázisú zónára meghatározható értékek; a kőzet átteresztőképessége; a változó átmérőjű modell-cső azonos szelvényű szakaszainak hossza; a minta hossza, illetőleg a szivárgás két vizsgált szelvényének (1. és 2. szelvény) egymástól mért távolsága; hézagterfogás, porozitás;</p>
$\left. \begin{array}{l} K [m^2] \\ l_0 [m] \\ L [m] \\ n [1] \end{array} \right\}$	

N [db]	a minta egységnyi keresztmetszeti felületén áthaladó modell-csövek darabszáma;
Q [m ³ /sec]	vízhozam;
r [m]	csőtengelytől mért sugárirányú távolság;
r_0, r_1, r_2 [m]	meghatározott távolságok a csőtengelytől mérve, és pedig a cső sugara, a mozdulatlan (falhoz tapadó) vízréteg belső felületének távolsága, a víz—levegő érintkezési felület távolsága;
s [1]	telítési tényező a térfogat hányadaként meghatározott víztartalom és a porozitás hányadosa;
s_0, s_1, s_2 [1]	a telítési tényező meghatározott értékei, és pedig a légszáraz állapothoz tartozó, illetőleg két adott szelvényben (1. és 2. szelvény) mért tényező;
S [pond]	a folyadék belsejében a mozgással szemben működő súrlódóerő;
T [pond]	a mozgással szemben fellépő tehetetlenségi erő (inercia);
v [m/sec]	szívárgási sebesség, a vízhozam és a teljes keresztmetszeti felület hányadosa;
v_{eff} [m/sec]	a pórusokban kialakuló tényleges középsebesség, a vízhozam és a pórusok keresztmetszeti felületének hányadosa;
v_D, v_M, v_L	az egyes szívárgási típusokat jellemző szívárgási sebesség, és pedig a DARCY-féle, a mikroszívárgáshoz, a lamináris, az első és a második átmeneti, valamint a turbulens tartományhoz tartozó, végül a háromfázisú zónában kialakuló érték;
v_{T_1}, v_{T_2}, v_F	
v_H [m/sec]	
$v_{F\text{eff}}$ [m/sec]	a turbulens zónában kialakuló tényleges középsebesség;
V [m ³]	a szemese vagy szemcsehalmaz szilárd térfogata;
W [1]	térfogat-hányadként meghatározott víztartalom;
x [m]	az áramlás irányában mért hossz, távolság a kiindulásul választott szelvénytől

A mozgást döntően befolyásoló gyorsító és fékező erők, illetőleg a figyelembe vett és elhanyagolt fékezőerők hányadosaként számított dimenzió nélküli jellemző mennyiségek.

Fr	FROUDE-szám, a tehetetlenségi erő és a gravitációs erő hányadosával arányos mennyiség, egy jellemző sebesség négyzete osztva egy jellemző hosszal és a nehézségi gyorsulással;
KO_2	a molekuláris erő és a súrlódó erő hányadosával arányos mennyiség, kifejezhető a küszöb- és a tényleges gradiens hányadosaként;
KO_3	a molekuláris erő és súrlódó erő összegének a gravitációs erőhöz viszonyított értékével arányos mennyiség;
KO_4	a tehetetlenségi erő és a súrlódó erő összegének a gravitációs erőhöz viszonyított értékével arányos mennyiség;
MK	MOSONYI—KOVÁCS szám, a súrlódó erő és a gravitációs erő hányadosával arányos mennyiség, egy jellemző hossz négyzetének és a nehézségi gyorsulásnak szorzata, osztva egy jellemző sebességgel és a kinematikai viszkozitással;
Re	REYNOLDS-szám, a súrlódó erő és a gravitációs erő hányadosával arányos mennyiség, egy jellemző sebességnek és egy jellemző hosszának a szorzata, osztva a kinematikai viszkozitással;
Re_p, Re_s	meghatározott értékek helyettesítésével számított REYNOLDS-szám, az első modell csövekre jellemző amikor hosszként az átlagos cső-átmérőt (d_0) sebességként a tényleges középsebességet (v_{eff}) helyettesítjük, az utóbbi a szívárgási REYNOLDS-szám, jellemző hossz a hatékony szemátmérő (D_h) jellemző sebesség pedig a szívárgási sebesség (v);
α [1]	alaki tényező, a szemese felületének és átmérőjének szorzata osztva a szemese térfogatával;
β [1]	a háromfázisú zóna szívárgási tényezőjének számítására javasolt empirikus összefüggések általános kitevője;
γ_η [p/m ³]	a víz fajsúlya;
γ'_η	dinamikai viszkozitási tényező;
λ, λ_B [1]	a CHEZY-képletben szereplő ellenállási tényező, illetőleg ennek a csőszelvény változások ellenállásának figyelembe vételével bővített alakja;
ν [m/sec]	kinematikai viszkozitási tényező;
τ [pond/m ²]	csúsztató feszültség;

τ_0 [pond/m ²]	nyugalmi nyírási ellenállás;
Φ [1]	a szivárgási tényezőben a mozgás jellegét kifejezésre juttató együtt-ható, a tényleges szivárgási tényezőnek és a DARCY-féle értéknek a hányadosa;
Φ_D, Φ_M, Φ_L	az előzőekben értelmezett Φ paraméternek az egyes szivárgási típusokat jellemző értéke, éspedig a DARCY-féle érték, ami definíciószerűen az
$\Phi_{T_1}, \Phi_{T_2}, \Phi_F$	egységgel egyenlő, a mikroszivárgáshoz, a lamináris, az első és második átmeneti, valamint a turbulens tartományhoz tartozó érték, végül a
Φ_H	háromfázisú zónát jellemző együtt-ható;
ψ, ψ_1, ψ_2 [pond/m ²]	a szilárd határolás mentén a molekuláris erők hatására a víztestben kialakuló, és a faltól mért távolsággal csökkenő feszültség, illetőleg annak értéke a vízfilm légréteggel érintkező felületén két meghatározott szelvényben (1. és 2. szelvény).

Összefoglalás

A tanulmány egységes módszert ismertet, amely a szivárgás minden típusának jellemzésére alkalmas. Ennek érdekében először a szivárgási fajtákat osztályozza, a következő csoportokat különböztetve meg:

1. Szivárgás telített (kétfázisú) porózus közegben:

- a) turbulens szivárgás,
- b) második átmeneti zóna,
- c) első átmeneti zóna,
- d) lamináris szivárgás,
- e) mikroszivárgás.

2. Szivárgás telítetlen (háromfázisú) rétegekben.

A különböző csoportok dinamikai vizsgálata lehetővé tette, hogy szám-szerűen meghatározzuk a felsorolt szivárgási típusok érvényességi tartománya közötti határokat és megadjuk az egyes szivárgási fajták jellemzésére szolgáló mozgásegyenletek általános alakját.

Az említett vizsgálatok alapját dimenzió nélküli számok sora adja meg. Az érvényességi határok meghatározására azok a dimenzió nélküli számok szolgálnak, amelyeket az uralkodó és az elhanyagolt fékező erők hányadosaként számíthatunk. A NAVIER—STOKES egyenlettel egyenértékű mozgásegyenletek általános alakja is hasonló hányadosként számított dimenzió nélküli számokból vezethető le. Ebben az esetben a fékező főerőt, vagy az ilyen erők összegét, viszonyítjuk a mozgást gyorsító nehézségi erőhöz.

A dinamikai vizsgálaton túlmenően a pórusok által alkotott hálózat helyettesítése egyenes csövek kötegével volt a másik közös alapja a különböző szivárgási fajták leírására szolgáló összefüggések levezetésének. A javasolt modell-rendszer ellenőrzése igazolta, hogy a modellként választott csöveket két különböző átmérőjű rövid csőszakaszok egymást felváltva követő sorából felépítettnek kell feltételeznünk annak érdekében, hogy a modellre felírt fizikai kapcsolatokkal minden szivárgási fajta megfelelő pontossággal leírható legyen.

A megfelelő modell-rendszer meghatározása után minden szivárgási fajta érvényességi tartományában felírhatjuk a gyorsító és a figyelembe veendő fékező erők egyensúlyát, a csövekben kialakuló lamináris áramlás jellemzésére felállított, jól ismert POISEUILLE-egyenlethez hasonlóan. Ilyen módon a mozgásegyenletek végső, gyakorlatban alkalmazható alakját levezethetjük és megadhatjuk a dinamikai elemzések alapján felállított általános alakban szereplő tényezők számszerű értékét.

Jól tudott, hogy a szivárgási sebesség és a hidraulikai gradiens közötti kapcsolat rendszáma (kitevője) az egyes érvényességi tartományokra jellemző változó érték. A DARCY-féle szivárgási tényezőt azonban kiegészíthetjük olyan tényezővel, amely az egyes zónák áramlási állapotát jellemzi. A tanulmány ismerteti ezeket a tényezőket, amelyek magukba foglalják mindannak a hatásának a leírására szolgáló adatokat, amely az egyes csoportokban a lamináristól eltérő áramlást létrehozza.

Az összefoglalt eredmények lehetővé teszik, hogy a

$$v = k I$$

kapcsolatot minden kétfázisú rétegben kialakuló szivárgás leírására általánosít-suk, mert a bővített k szivárgási tényező a sebesség vagy az esés értékét olyan alakban tartalmazza, hogy végeredményül minden szivárgási fajta érvényes-ségi tartományában a két változó közötti megfelelő rendszámú kapcsolat biz-tosított.

Külön foglalkozik a tanulmány a telítetlen (háromfázisú) zónában ki-fejlődő szivárgással. Ebben az esetben nemcsak a szivárgási tényezőnek a telítettség-től függő változását kell figyelembe vennünk, hanem azt a tényt is, hogy a mozgás létrehozásában és fenntartásában a gravitációs erőn kívül a vízfilm külső felületén ható tenzió különbsége is jelentős szerepet kaphat. Felírható a két gyorsítóerő együttes hatását kifejező egyensúlyi feltétel. Ez a differenciálegyenlet csak néhány különleges esetben oldható meg közvetlenül. Általában fokozatos közelítéssel történő numerikus integrálás vezet csak ered-ményre.

Irodalom

- [1] CARMAN, P. C.: Flow of Gases Through Porous Media. McGraw-Hill. London. 1956.
- [2] ENGELHARDT, W.: Der Porenraum der Sedimente. Springer. Heidelberg. 1960.
- [3] FORCHHEIMER, PH.: Hydraulik. Springer. Berlin. 1925.
- [4] KÉZDI, Á.: Talajmechanika. Tankönyvkiadó. Budapest. 1962.
- [5] KOVÁCS, G.: Dynamic Investigation of Seepage by Invariant Numbers. Symp. Problems of Seepage and Well Hydraulics. Budapest. 1966.
- [6] KOVÁCS, G.: A szemecsalak jellemzése szivárgási vizsgálatokban. Építés- és Közle- kedéstud. Közlem. (1-2) 279. 1968.
- [7] KOVÁCS, G.: Characterization of the Molecular Forces Influencing Seepage with Help of the pF Curve. Agrokémia és Talajtan. 17. Suppl. 1. 1968.
- [8] KOVÁCS, G.: General Characterization of Different Types of Seepage. 13th Congr. Int. Assoc. Hydr. Res. Kyoto. 4. 205. 1969.
- [9] KOVÁCS, G.: Seepage Law for Microseepage. 13th Congr. Int. Assoc. Hydr. Res. Kyoto. 4. 1969.
- [10] KOVÁCS, G.: Relationship between Velocity of Seepage and Hydraulic Gradient in the Zone of High Velocity. 13th Congr. Int. Assoc. Hydr. Res. Kyoto. 4. 25. 1969.
- [11] KOVÁCS, G.: A szivárgási tényező értelmezése és meghatározása, a szivárgást befo- lyásoló talajfizikai jellemzők. VITUKI. Tanulmányok és Kutatási Eredmények. Budapest. 1972.
- [12] KOZENY, J.: Hydraulik. Springer. Wien. 1953.
- [13] LINDQUIST, E. On the Flow of Water Through Porous Soil. 1st Congr. Int. Comm. Large Dams of the World Power Conf. Stockholm. 5. 33. 1933.
- [14] MOSONYI, E. & KOVÁCS, G.: Loi de modèles réduits de filtration. Symp. Darcy Int. Assoc. Hydr. Res. Dijon. 1956.
- [15] POLUBARINOVA-KOTSINA, P. JA.: Theory of Groundwater Movement. Univ. Press. Princeton (New Jersey) 1962.

- [16] STAKMAN, W. P.: Relation between Particle Size, Pore Size and Hydraulic Conductivity of Sand Separates. Symp. Water in Unsaturated Zone, Wageningen. 1. 373. 1966.
- [17] ZUNKER, F.: Das Verhalten des Bodens zum Wasser. In: BLANCK, E.: Handbuch der Bodenlehre. Bd. 6. Springer. Berlin. 1930.

Érkezett: 1971. május 3.

Seepage through Saturated and Unsaturated Layers

G. KOVÁCS

Research Institute for Water Resources, Budapest, (Hungary)

Summary

The paper gives a unified method, which is suitable to characterize all kind of seepage. For this purpose the various types of seepage are classified as follows:

Seepage through saturated porous media:

turbulent seepage
second transition zone
first transition zone
laminar seepage
microseepage

Seepage in the unsaturated zone.

The dynamic investigation of the various groups, makes it possible to determine the numerical limits between the above mentioned validity zones and the general form of movement equations for each group. The basis of this investigation is a series of dimensionless numbers formed as a quotient of the dominating resistive force, and the neglected one in the case of the limits of the validity zones, and determined as a ratio of the acting main resistive force to gravity for deducing the general form of the movement equations.

Apart from the dynamic investigation, the use of a physical model constructed from straight pipes instead of the actual channels of pores in the porous medium was the common basis of investigation of the various types of seepage. The checking of the proposed model testified that the pipes must be constructed from short stretches with two different diameters (Fig. 1.). The correct description of each type of seepage can be ensured by the use of this model.

After determining the suitable model-system, the equilibrium of the acting forces, dominating in the various validity zones can be described similarly to well-known Poiseuille's equation. The final form of the movement equations, and their numerical factors can be deduced in this way.

It is well-known, that the order of the relationship between velocity and hydraulic gradient differs in the various validity zones of seepage. Darcy's coefficient of permeability has to be supplemented by a factor characterizing the state of flow and including all effects, which differ from that of laminar seepage. These factors are given in the paper for all types of seepage in saturated porous media, summarizing the results of previous investigations. This summary is completed by the detailed deduction of equations for describing water movement in unsaturated layers.

Figure 1. Section of model pipe replacing the actual channels of pores in the porous medium.

Figure 2. The ratio between the discharge of straight pipes with uniform diameter and pipes constructed from short stretches with two different diameters as a function of the ratio between the cross-sectional areas of the two pipe-stretches. a) Circle. b) Triangle. c) Ellipse ($a/b = 2$, $a/b = 10$). d) Square; ($a/b = 1$, $a/b = 10$.) A = Mean value. B = Scattering in the case of spheres. C = Scattering in the case of irregular grains.

Figure 3. Interpretation of symbols used for the deduction of equations for describing micro-seepage. I. Static shearing stress's distribution along the pipe's diameter. II. Schematic section of model pipe. III. Velocity distribution along the pipe's diameter.

Figure 4. The relationship between velocity and hydraulic gradient in the low velocity range. a) The zone of microseepage. b) Darcy's line. c) Approximated with parabola. d) Theoretical curve. e) $v/k = I - 2I_0$ straight line. f) The zone of standing state.

Figure 5. Distribution of experimental data in the case of homodisperse spheres.

Figure 6. Graphical comparison of previous relationships.

Figure 7. Relationship between relative permeability and relative saturation. a) k_h/k , relative permeability. b) s , relative saturation. c) Theoretical curve. d) Measured points (POLUBARINOVA—KÖCSINA).

Figure 8. Interpretation of symbols used for the deduction of equations for describing water movement in unsaturated layers. a) Immobile water layer. b) Water phase. c) Air phase.

Sickerung durch Schichten mit zwei und drei Phasen

GY. KOVÁCS

Forschungsinstitut der Wasserwirtschaft, Budapest (Ungarn)

Zusammenfassung

Eine zur Charakterisierung aller Typen der Sickerung geeignete Methode wird beschrieben. Zuerst wurden die Typen der Sickerung in folgende Gruppen eingeteilt:

1. Sickerung durch gesättigte poröse Schichten (mit zwei Phasen)
 - a) Turbulente Sickerung
 - b) Zweite Übergangszone
 - c) Erste Übergangszone
 - d) Laminare Sickerung
 - e) Mikrosickerung
2. Sickerung durch ungesättigte Schichten (mit drei Phasen).

Die dynamische Untersuchung der einzelnen Typen ermöglichte die zahlenmäßige Bestimmung der Grenzwerte der Intervalle der hier aufgezählten Sickerungstypen und die Angabe der allgemeingültigen Form der zur Charakterisierung der einzelnen Sickerungsarten dienenden Bewegungsgleichungen.

Die Grunddaten dieser Untersuchung bilden Reihen dimensionsloser Zahlen. Zur Bestimmung der Intervallgrenzwerte dienen diejenigen dimensionslosen Zahlen, die durch die Bildung eines Quotienten zwischen den massgebenden und vernachlässigten Bremskräften erhalten wurden. Die allgemeine Form der mit der Navier—Stokes-Gleichung gleichwärtigen Bewegungsgleichungen kann auch aus ähnlichen — aus Quotienten berechneten — dimensionslosen Zahlen abgeleitet werden. In diesem Fall wird die Hauptbremskraft, oder die Summe dieser Kräfte mit der die Bewegung beschleunigenden Schwerkraft verglichen.

Über die dynamische Untersuchung hinaus bildete auch die Ersetzung des Porennetzes durch ein Bündel gerader Röhren einen gemeinsamen Grund für die Ableitung der zur Beschreibung der verschiedenen Sickerungsarten dienenden Zusammenhänge. Die Kontrolle des Modell-Systems bewies, dass die für das Modell bestimmten Röhren aus kurzen Röhrenteilen mit zwei verschiedenen Durchmessern — abwechselnd angewendet — aufgebaut zu denken sind, um mit Hilfe der für das Modell aufgeschriebenen physikalischen Zusammenhänge jede Sickerungsart mit entsprechender Genauigkeit beschreiben zu können.

Nach der Bestimmung des entsprechenden Modellsystems kann für die Gültigkeitsintervalle aller Sickerungsarten das Gleichgewicht der beschleunigenden und der in Betracht zu nehmenden bremsenden Kräfte der allgemein bekannten Poiseuille'schen Gleichung ähnlich aufgeschrieben werden. Auf diese Weise kann die endgültige, in der Praxis anwendbare Form der Bewegungsgleichungen abgeleitet und die zahlenmäßigen Werte der aufgrund der dynamischen Analysen aufgestellten, in allgemeiner Form stehenden Faktoren angegeben werden.

Es ist wohl bekannt, dass die Ordnungszahl (der Exponent) des Zusammenhanges zwischen der Sickerungsgeschwindigkeit und dem hydraulischen Gradienten eine für

die einzelnen Gültigkeitsintervalle charakteristische Variable ist. Der Darcy'sche Sickerungsfaktor kann aber mit einem Faktor ergänzt werden, der für den Strömungszustand der einzelnen Zonen charakteristisch ist. In dieser Arbeit werden auch diese Faktoren angegeben, die alle zur Beschreibung jener Wirkung dienenden Daten in sich vereinen, welche in den einzelnen Gruppen die die von der laminaren abweichende Strömung zu Stande bringt.

Die zusammengefassten Ergebnisse ermöglichen die Verallgemeinerung des Zusammenhanges $v = k I$ zwecks Beschreibung der in allen zwei-Phasen-Schichten zu Stande kommenden Sickerung, weil der erweiterte Sickerungsfaktor die Geschwindigkeits- und Fallwerte in einer Form enthält, die schliesslich in allen Gültigkeitintervallen aller Sickerungsarten einen Zusammenhang mit entsprechender Ordnungszahl zwischen den zwei Variablen sichert.

Die Arbeit befasst sich auch mit der in der ungesättigten (drei-Phasen-)Zone zu Stande kommenden Sickerung. In diesem Fall müssen nicht nur die von dem Sättigungsgrad abhängigen Änderungen des Sickerungsfaktors in Betracht gezogen werden, sondern auch jene Tatsache, dass im Zustandebringen und Aufrechterhalten der Bewegung ausser der Schwerkraft auch die auf der äusseren Oberfläche des Wasserfilms wirkende Tensionsdifferenz eine bedeutende Rolle spielen kann. Die Gleichgewichtsbedingung, die die gemeinsame Wirkung der zwei Beschleunigungskräfte angibt, kann aufgeschrieben werden. Diese Differentialgleichung kann nur in einigen besonderen Fällen unmittelbar gelöst werden. Im allgemeinen führt nur eine mit einer stufenweisen Näherung durchgeführte numerische Integration zum Resultat.

Abb. 1. Querschnitt durch die die Poren ersetzende Modellröhre.

Abb. 2. Ertrag der aus Teilen mit zwei verschiedenen Durchmessern zusammengestellten Röhren, verglichen mit dem Ertrag der Röhren mit gleichmässigem Durchmesser als Funktion des Quotienten der Oberfläche der zwei verschiedenen Röhrenteile. a) Kreis. b) Dreieck. c) Ellipse. $a/b = 2$, $a/b = 10$. d) Viereck; $a/b = 1$, $a/b = 10$. $A =$ Mittel. $B =$ Streuung der Daten bei der Untersuchung von Kugelhaufen. $C =$ Streuung der Daten bei der Untersuchung von Haufen aus unregelmässigen Körnchen.

Abb. 3. Deutung der Beziehungen in der Ableitung der die Mikrosickerung beschreibenden Zusammenhänge. I. Verteilung der statischen Scherspannung (τ_0) längs des Durchmessers der Röhre. III. Verteilung der Geschwindigkeit (v_0) längs des Durchmessers der Röhre.

Abb. 4. Graphischer Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und dem hydraulischen Gradienten im Intervall der geringen Geschwindigkeiten. a) Zone der Mikrosickerung. d) Darcy'sche Gerade. e) Annäherung mit einer Parabole. d) Theoretische Gerade. e) $v/k = I - 2 I_0$ - Gerade. f) Zone die mit dem Ruhezustand charakterisiert werden kann.

Abb. 5. Einreihen der Messergebnisse der mit homodispersen Kugelhaufen durchgeführten Versuche.

Abb. 6. Graphische Gleichung der früheren Zusammenhänge.

Abb. 7. Zusammenhang zwischen der relativen Wasserdurchlässigkeit und dem Sättigungsfaktor. A. a) k_h/k - relative Wasserdurchlässigkeit. b) s - Sättigungsfaktor. c) Theoretische Gerade. B. a) - b) - c) s. unter A. \circ = Punkte der Messergebnisse (POLUBARINOVA - KOCSINA).

Abb. 8. Bedeutung der Bezeichnungen in der Ableitung der die Sickerung in einem drei-Phasen-System beschreibenden Zusammenhänge. a) Bewegungslose Wasserschicht. b) Wasserphase. c) Luftphase.

Фильтрация в двух- и трехфазном слое

Д. КОВАЧ

Научно-исследовательский институт водного хозяйства, Будапешт

Резюме

В статье приводится общий метод, пригодный для характеристики всех типов фильтрации. Сначала приводят классификацию типов фильтрации с выделением следующих групп:

1. Фильтрация в насыщенной (двухфазной) пористой среде.
 - a) турбулентная фильтрация

- b) вторая переходная зона
- c) первая переходная зона
- d) ламинарная фильтрация
- e) микрофильтрация

2. Фильтрация в ненасыщенных (трехфазных) слоях.

Динамическое исследование различных групп дало возможность численно определить граничные величины, действительные для перечисленных типов фильтрации и дать общую форму уравнений движения, служащую для характеристики отдельных видов фильтрации.

Основу упомянутых исследований составляет ряд безразмерных чисел. Для определения действительных границ служат те безразмерные числа, которые можно рассчитать, как частное господствующих и пренебрегаемых сил торможения. Общие формы других уравнений движения, тождественных уравнению Navier—Stokes также можно вывести из безразмерных чисел, выступающих как частное от деления. В этом случае силу торможения или сумму таких сил относим к ускорению силы тяжести.

Кроме динамических исследований, заменили сеть пор пучком стеклянных трубок, что послужило основой для разработки зависимостей, характеризующих различные типы фильтрации. Проверка предложенной модельной системы подтвердила, что модельные трубки необходимо представить себе как ряда трубок, сменяющих друг друга короткими отрезками двух различных диаметров с тем, чтобы физическими отношениями, предписанными модели, можно было бы описать с определенной точностью все виды фильтрации.

После определения соответствующей модельной системы можно описать равновесие сил ускорения и торможения для всех диапазонов отдельных типов фильтрации, подобно хорошо известному уравнению Poiseville, которое характеризует ламинарное течение в трубках, таким образом можно вывести последнюю, практически используемую форму уравнения движения и определить численное значение тех факторов, которые в общей форме входят в уравнения, используемые при динамических анализах.

Хорошо известно, что порядковые числительные соотношения между скоростью фильтрации и гидравлическим градиентом являются изменяющейся величиной, характерной для отдельных действительных областей. Кроме этого, фактор фильтрации по Дарси можно дополнить таким фактором, который характеризует потоки в отдельных зонах. В статье приводятся факторы, содержащие в себе данные, служащие для описания действия, создающего в отдельных группах поток, отличающийся от ламинарного.

Полученные данные дают возможность обобщить отношение

$$V = k I$$

для описания фильтрации, образующейся в каждом двухфазном слое, так как расширенный коэффициент фильтрации содержит величины скорости или падения в такой форме, что в конечном итоге обеспечивает соответствующее порядковое соотношение между двумя переменными в диапазонах всех видов фильтрации.

В работе особое внимание обращается на фильтрацию, происходящую в ненасыщенной (трехфазной) зоне. В этом случае необходимо учитывать не только изменение коэффициента фильтрации, которое зависит от насыщенности, но и тот факт, что при возникновении и поддержании движения, кроме гравитационных сил, большую роль играют и тензионные различия, действующие на внешней поверхности водных пленок. Можно написать равновесные условия, выражающие совместное влияние двух ускоряющих сил. Это дифференциальное уравнение непосредственно может решаться только в некоторых особых случаях. Вообще получить результаты можно постепенным приближением при числовом интегрировании.

Рис. 1. Поперечное сечение модельной трубки, заменяющей собой межагрегатные поры.

Рис. 2. Дебит трубки, составленной из отрезков двух различных диаметров по сравнению с дебитом трубки постоянного поперечного сечения в зависимости от части поверхности двух отрезков трубки. a) Окружность. b) Треугольник. c) Эллипс; $a/b = 2$, $a/b = 10$. d) Четырехугольник; $a/b = 1$, $a/b = 10$. A = средн. B = рассеивание данных в случае изучения сферических агрегатов. C = рассеивание данных при изучении частичек неправильной формы.

Рис. 3. Обозначения, используемые при выводе уравнений характеризующих микрофильтрации. I. Распределение статического напряжения сдвига (τ_0) вдоль поперечного сечения трубки. II. Схема поперечного сечения трубки. III. Распределение скорости (v) вдоль поперечного сечения трубки.

Рис. 4. Графическая связь между скоростью и гидравлическим градиентом в областях малых скоростей. *a)* Зона микрофильтрации. *b)* Прямая Дарси. *c)* Приближение, проводимое параболой. *d)* Теоретическая кривая. *e)* $v/k = I - 2I_0$ прямая. *f)* Зона, характеризующаяся состоянием покоя.

Рис. 5. Распределение данных измерения, полученных в опытах с гомодисперсными шаровидными скоплениями.

Рис. 6. Графическое сравнение более ранних зависимостей.

Рис. 7. Связь относительной водопроницаемости и фактора насыщенности. *A.* *a)* k_h/k относительная водопроницаемость. *b)/S* фактор насыщенности. *c)* Теоретическая кривая. *B.* *a) — b) — c)* смотри *A.* *o* = Измеренные точки (ПОЛУБАРИНОВА—КОЧИНА).

Рис. 8. Обозначения используемые в ходе вывода зависимостей для описания трехфазной инфильтрации. *a)* Неподвижный слой воды. *b)* Водная фаза. *c)* Воздушная фаза.