

## **Rugalmas gyártási rendszerek modellezése szimulációval**

Dr. Benkő János, SZIE, GTK, egyetemi tanár, szakvezető

E-mail: [benko.janos@gtk.szie.hu](mailto:benko.janos@gtk.szie.hu)

### **Röviden a szerzőről**

Okleveles mezőgazdasági gépészmérnök (GATE, 1973), a közgazdaságtudomány kandidátusa, egyetemi tanár, a SZIE Gazdaságtudományi Karán a Logisztikai Menedzsment mesterképzési szak vezetője. Az anyagmozgatás és a logisztika területén több mint 40 éve végez oktató- és kutatómunkát. Főbb szakterületei: anyagmozgató gépek tervezésének elméleti problémái, logisztikai folyamatok matematikai modellezése és szimulációja. Számos tanulmány, szoftver, egyetemi tankönyv és jegyzet szerzője. Több, az említett területeken működő bizottság és testület tagja.

### **Absztrakt**

A rugalmas, műhelyrendszerű gyártás modellezésére alkalmas időzített Petri hálók legismertebb fogyatékosága a determinisztikus tüzelési idő. Ennek kiküszöbölésére fejlesztették ki a sztochasztikus Petri hálókat, amelyekben a tüzelési időtartamok, a sorbanállási elmélet kiszolgálási időihez hasonlóan, exponenciális eloszlásúak. A sztochasztikus Petri hálók alkalmazhatósága azonban több okból is korlátozottan tűnik a gyakorlatban. Például erős feltételezés szükséges annak biztosításához, hogy egy jelölés fejlődése valóban Markov folyamat, az átmeneteket nem lehet párhuzamosan tüzelni, és a tüzelési idő csak exponenciális eloszlású valószínűségi változó lehet. Ezzel szemben egyszerűbb és járhatóbb útnak látszik a szimuláció alkalmazása. Az analógia a szimulációs modell és az időzített Petri háló között könnyen felfedezhető. Például az Arena szimulációs modellben a tokeneket entitások, a helyeket Station (állomás) modulok és az átmeneteket Process modulok modellezzik. A Process modulokban a műveleti idő tetszőleges eloszlású valószínűségi változó lehet, és lehetőség nyílik az adott művelethez rendelt erőforrás (gép) meghibásodásának a modellezésére is. További előnye a szimulációs modellnek, hogy a Route moduloknak köszönhetően a raklapok vagy munkadarabok mozgásának időigényét is kezelni tudjuk.

**Kulcsszavak:** rugalmas gyártórendszerek, időzített esemény gráf, Petri háló, szimuláció, Arena szimulátor

## **1. Bevezetés**

A hagyományos gyártási rendszerek a munkahelyek és termelőeszközök elrendezése alapján csoportosíthatók, amely szerint technológiai és tárgyi elrendezésű termelésről beszélhetünk. A technológiai elrendezés az azonos technológiai feladatok elvégzésére alkalmas munkahelyeket (pl. forgácsoló gépeket) telepíti egy helyre. A tárgyi elrendezés pedig a gyártott termék vagy termékcsoport által igényelt műveletek elvégzésére alkalmas munkahelyeket helyezi egymásmellé. A technológia elrendezést az univerzalitás (rugalmasság), a tárgyi elrendezést a nagyobb termelékenység jellemzi.

Az éleződő piaci versenyben a minőség, az alacsony önköltség és a termelékenység mellett fontossá vált a rugalmasság is, ami bizonyos határok között lehetővé teszi az egyedi igények kielégítését. A hagyományos gyártási rendszerek nem alkalmasak gyors termékváltásra, a fogyasztók igényeinek rugalmas követésére. Az elmúlt 30-35 évben ezért a termeléssel szemben megfogalmazott új piaci igények kielégítésére fejlesztették ki az ún. rugalmas gyártási

rendszereket (FMS, Flexible Manufacturing Systems), amelyekben a rugalmasság és a magas termelékenység egyidejűleg van jelen. A rugalmas gyártó rendszer olyan számjegyzéklésű gyártócellákból álló rendszer, ahol a gyártási folyamatokat, az anyagmozgatást (beleértve a raktározást, a munkadarabok gépre való felrakását, illetve onnan való levételét is) és a szer-számcsere-t is számítógép vezérli.

A rugalmas gyártó rendszerek megfelelő kihasználása a gépsorok ütemezésével érhető el. A tanulmány az optimálisvezérlés elérésére matematikai és szimulációs eszközöket egyaránt alkalmazó komplex eljárást mutat be. Az ilyen modellek segítségével tovább javítható a gyártórendszer hatásfoka.

## 2. A vizsgált rugalmas gyártórendszer

### 2.1. A modellezett feladat leírása

Tekintsünk egy integrált gyártási és logisztikai feladatot, amelynek elvégzéséhez  $G_1, G_2, \dots, G_m$ -mel szimbólumokkal jelölt,  $m$  számú gyártócella áll rendelkezésünkre, és segítségükkel  $T_1, T_2, \dots, T_n$ -nel jelölt,  $n$  számú, különböző terméktípust kell előállítani meghatározott,  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  arányban. A rendszerben feltételezzük, hogy egy-egy terméktípus előállítása előírt sorrendben, több gyártócellában elvégzendő műveletekből áll, és a műveleti idők sztochasztikusak és valamilyen valószínűségi eloszlással adottak. A terméktípusok gyártási útvonalai, amik a műveletek sorrendjét, vagyis a gyártócellák felkeresési sorrendjét jelentik egyedileg meghatározottak. A terméktípusok gyártásáról feltételezzük az ismétlődést vagy ciklikusságot, továbbá, hogy meg kell felelniük az előírt  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  termékösszetételnek.

	Termékösszetétel ( $\alpha_i$ )	$G_1$	$G_2$	$G_3$
$T_1$	1/3	Tria(2, 4, 6)	Tria(1, 3, 5)	Tria(2, 4, 6)
$T_2$	1/3	Tria(1, 2, 3)	Tria(4, 6, 8)	-
$T_3$	1/3	Tria(1, 2, 3)	-	Tria(2, 4, 6)

1. táblázat. A rugalmas gyártórendszer műveleti idői percekben ( $\tau_{ij}$ )

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

A leírt feladat egy lehetséges változata a következő. A vizsgált gyártórendszer  $G_1, G_2$  és  $G_3$  gyártócellákból áll, amelyek a  $T_1, T_2$  és  $T_3$  terméktípusokon az 1. táblázatban előírt sorrend szerint különböző műveleteket végeznek. A  $T_i$  terméktípus megmunkálása a  $G_j$  gyártócellában

$\tau_{ij}$  időt igényel és a műveleti idők,  $\tau_{ij} = \text{Tria}(a, m, b)$  háromszög eloszlású valószínűségi változók. A műveleti idők három paraméterét minimális ( $a$ ), legvalószínűbb ( $m$ ) és maximális ( $b$ ) idő az 1. táblázat foglalja össze.

A táblázatból a műveleti sorrendek, vagyis a gyártási útvonalak is kiolvashatók:

$$(I) \quad T_1: G_1, G_2, G_3; \quad T_2: G_1, G_2; \quad T_3: G_1, G_3.$$

A gyártórendszerben a gépek között targoncák mozgatják a raklapokra helyezett terméktípusokat (egy targonca egy raklapot, egy raklap egy terméktípust hordoz). Azt is feltételezzük, hogy a terméktípusok gyártása azonos arányban ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ ) történik. Így a termékösszetételben minden terméktípus 1/3 részt képvisel.

Vezessük be a  $G_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) gyártócellához tartozó  $v_j$  igénybevételi ráta fogalmát:

$$v_j = \sum_{i=1}^n \alpha_i d_{ij}, \text{ minden } j=1, 2, \dots, m\text{-re,}$$

ahol  $d_{ij}=1$ , ha a  $j$ -edik gyártócella részt vesz az  $i$ -edik termék gyártásában, különben  $d_{ij}=0$ .

Ez a ráta azt mutatja, hogy a terméktípusok milyen arányban keresik fel a  $G_j$  gyártócellát. Például, a  $G_2$  gyártócellát a három terméktípus közül csak a  $T_1$  és  $T_2$  veszi igénybe (1. táblázat), így a  $v_2=2/3$ . Az igénybevételi ráták külön-külön:

$$v_1 = 1, \quad v_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, \quad v_3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Az egy terméktípusra eső  $G_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) gépenkénti átlagos kiszolgálási idő a  $\mu_j$  átlagos kiszolgálási ráta reciprok értéke, azaz

$$\frac{1}{\mu_j} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{\tau}_{ij}}{\sum_{i=1}^n d_{ij}} \text{ (időegység), minden } j=1, 2, \dots, m\text{-re,}$$

ahol  $\bar{\tau}_{ij}$  az átlagos műveleti idő.

	Termékösszetétel ( $\alpha_i$ )	$G_1$	$G_2$	$G_3$
$T_1$	1/3	4	3	4
$T_2$	1/3	2	6	-
$T_3$	1/3	2	-	4

2. táblázat. A rugalmas gyártórendszer átlagos műveleti idői ( $\bar{\tau}_{ij}$ )

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

Az átlagos műveleti idők háromszög eloszlás esetén az 1. táblázatból a

$$\bar{\tau}_{ij} = \frac{a + m + b}{3}$$

összefüggéssel határozhatók meg. Az eredményeket a 2. táblázat tartalmazza. Ezek után az egy terméktípusra eső átlagos kiszolgálási idők az átlagos műveleti időkből (2. táblázat) számíthatók. Például a  $G_3$  gyártócellát csak a  $T_1$  és  $T_3$  terméktípusok gyártásához használjuk 4 és 4 perc átlagos műveleti idővel, így az  $1/\mu_3 = (4+4)/2 = 4$ . Ezek alapján az átlagos kiszolgálási idők:

$$\frac{1}{\mu_1} = \frac{4+2+2}{3} = 2,66, \quad \frac{1}{\mu_2} = \frac{3+6}{2} = 4,5, \quad \frac{1}{\mu_3} = \frac{4+4}{2} = 4 \text{ perc.}$$

A modell további fontos jellemzője a minimális terméktípus halmaz (MTH) fogalma, amely a termékösszetételnek megfelelő arányban és a legkisebb számban tartalmazza az egy ciklusban gyártott terméktípusokat. A példánkban az MTH egyszerűen:

$$S = \{T_1, T_2, T_3\},$$

mivel az összes terméktípust azonos arányban gyártjuk. Világos, hogy a terméktípus halmaz ciklikus (ismétlődő) gyártása garantálja, hogy a termékösszetétel minden esetben teljesüljön. Megjegyezzük, hogy a termékösszetételtől függően ugyanaz a terméktípus többször is megjelenhet az MTH-ban. Például a következő termelési arányok (1/2, 1/4, 1/4) szerint a  $T_1$ -ből kétszer annyit termelünk, akkor az ennek megfelelő MTH  $\{T_1, T_1, T_2, T_3\}$ .

A termelési cél eléréséhez elegendő az MTH-ban felsorolt valamennyi terméktípust az előírt sorrendben ciklikusan gyártani. Például a  $G_1$ ,  $G_2$  és  $G_3$  gyártócellákra választhatjuk a következő terméktípus sorrendet:

$$(II) \quad S_{G1} = \{T_1, T_2, T_3\}, \quad S_{G2} = \{T_1, T_2\}, \quad S_{G3} = \{T_1, T_3\}$$

A (II) szekvenciák a terméktípus gyártásának egy lehetséges alternatíváját képviselik, elvileg a munkák elvégzésének összes permutációja elfogadható. Ezekre a szekvenciákra a továbbiakban, mint a gépszekvenciákra hivatkozunk.

## 2.2. A Petri hálók fontosabb tulajdonságai

Az ismertetett feladat modellezésére első közelítésben a Petri hálók egy speciális osztályát, az időzített esemény gráfot fogjuk használni, ezért röviden összefoglaljuk a Petri hálók fontosabb tulajdonságait.

A Petri háló egy irányított, súlyozott páros gráf, amely két csomópont típust tartalmaz. Az egyik csomópont típus a helyeket, a másik az átmeneteket jelöli. A helyeket és az átmeneteket irányított élek kötik össze. Formálisan egy Petri háló három véges halmazból áll,  $N=(P, T, F)$ , ahol a  $P=\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  a helyek véges halmaza,  $T=\{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  az átmenetek véges halmaza, és  $(P \times T) \cup (T \times P) \supset F$  az irányított élek halmaza.

Grafikusan a helyeket körök, és az átmeneteket álló téglalapok jelzik, ahogy azt az *1. ábra* mutatja. Egy átmenet bemeneti, illetve kimeneti helyeit az átmenet bemenő, illetve kimenő élei kapcsolják össze. Egy Petri háló ( $N$ ) jelölése ( $M$ ) egy függvény:

$$M : P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\} \text{ (pozitív egészs számok halmaza),}$$

amely a helyek állapotát jelző tokeneket (jeleket), nem negatív számokat rendel a hálózat minden  $p_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m$ ) helyéhez. Speciálisan  $M^0(p_{ij})$  jelenti a kezdeti jelölést. A tokeneket a helyeket ábrázoló körökbe rajzolt fekete pontok reprezentálják, például az *1. ábrán* az  $M^0(p_{11})=2, M^0(p_{21})=1, M^0(p_{31})=1$ , stb.

Egy hely állapotát a benne lévő tokenek száma jelzi, és a hálózat állapota az egyes helyek állapotainak az összessége. A Petri hálók különleges tulajdonsága, hogy a jelölés (a tokenek száma) az átmenetek „tüzelésével” megváltoztatható, és így a bevezethetők a dinamikus hálózatok.

A  $t_{ij}$  átmenetről akkor, és csak is akkor mondjuk, hogy az  $M$  jelöléssel engedélyezett (vagy tüzelhető), ha minden bemeneti helye  $p_{ij} \in \text{Inp}(t_{ij})$  legalább egy tokent tartalmaz, vagyis az  $M(p_{ij})>0$ . Amikor egy  $t_{ij}$  átmenet tüzelt, akkor egy tokent eltávolítunk minden bemeneti helyéről és egy tokent hozzáadunk minden kimeneti helyéhez. Ez a változás határozza meg a hálózat új jelölését, az elérhető átmenetek új halmazát. Az általunk használt ún. időzített Petri hálók további fontos tulajdonsága, hogy minden egyes  $t_{ij}$  átmenethez egy pozitív (racionális) számot  $\tau(t_{ij})$  társít, amit tüzelési időnek nevezünk.

Egy átmenet tüzelése úgy értelmezhető, mint egy esemény bekövetkezése, ami elnyel bizonyos erőforrásokat és létrehoz másokat. Mint látni fogjuk, a tokenek gyártási környezetben erőforrásokat képviselnek, úgymint gépeket, alkatrészeket és így tovább, és egy átmenet tüze-

lése a műveletek kezdetét vagy befejezését jelenti. A rendszerben a helyek és átmenetek együttesen határozzák meg a műveletek feltételeit és az elsőbbségi kapcsolatokat.

Vegyük észre, hogy az *1. ábrán* bemutatott Petri háló minden  $p_{ij}$  helyéhez pontosan egy bemeneti és egy kimeneti átmenet tartozik. Az ilyen hálót **esemény gráfnak** vagy döntésmentes Petri hálónak nevezik.

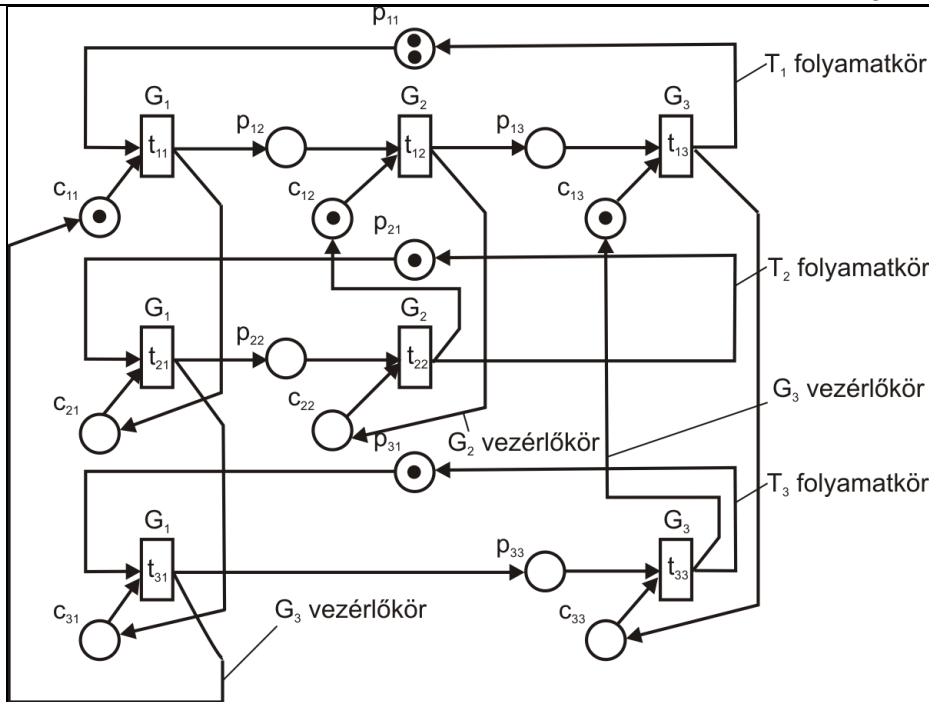
### 2.3. A mintapélda időzített Petri háló modellje

A modellezéshez a termelési rendszerünket két egyértelműen szétválasztható szegmensre bontjuk: termelési szegmens, amely a műveleti sorrendekkel (termelési útvonalakkal), és vezérlőszegmens, amely a gépszekvenciák által meghatározott.

A termelési szegmensben minden elemi körhöz egy terméktípus tartozik, ezért ezeket termelési vagy folyamatköröknek nevezzük. A folyamatkörök egy-egy terméktípus ciklikus gyártási folyamatát írják le (*1. ábra*). A termelési útvonalak az (I)-ben megadott műveleti sorrendet követik. A modellezés szabályok a következők:

Minden  $t_{ij}$  átmenet megfelel az  $i$ -edik terméken a  $j$ -edik gép által végrehajtott műveletnek. Például a  $t_{11}$  átmenet jelenti a  $T_1$  termék gyártási folyamatában az első műveletet, amit a  $G_1$  gép végez el. Értelemszerűen az átmenet tüzelési időtartama megfelel az adott műveleti időnek (*1. táblázat*), azaz  $\tau(t_{11}) = \text{Tria}(2, 4, 6)$ .

A folyamatkörökben a tokenek a gépek kiszolgálását modellezik. A  $p_{ij}$  helyeken az elvégzésre váró munkákat fizikailag a tokenek képviselik. A helyek így tároló pufferként is értelmezhetők, ennek megfelelően ezeket puffer helyeknek nevezzük. Azt feltételeztük, hogy targoncák mozgatják a raklapokra helyezett terméktípusokat, és a modellben egy token egy targoncát vagy raklapot szimbolizál. A folyamatkörökben keringő tokenek az adott terméktípus ciklikus gyártását generálják. A  $p_{ij}$  helyek kezdeti jelölése biztosítja a műveleti sorrendet, vagyis a műveletek közötti elsőbbségi feltételeket. Például az *1. ábrán* a  $T_2$  termék folyamatköre:  $\beta_2 = (p_{21}, t_{21}, p_{22}, t_{22}, p_{21})$ .



1. ábra. A mintapélda időzített Petri háló modellje

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

Ahhoz, hogy a gépeken a terméktípusok gyártásának sorrendjét is modellezhessük, minden átmenet (mint tudjuk, ezek egy-egy művelet elvégzését képviselik egy adott gépen) egy vezérlőkörnek nevezett körhöz is kapcsolódik. A vezérlőkörben az átmenetek sorrendjét a gépszekvencia határozza meg, vagyis az, hogy az adott gépen a terméktípusokat milyen sorrendben kell gyártani.

A vezérlőkörök tehát az adott gépéhez tartozó gépszekvencia szerint működnek. Például a (II) előírás szerinti sorrend:  $S_{G1} = \{T_1, T_2, T_3\}$ ,  $S_{G2} = \{T_1, T_2\}$ ,  $S_{G3} = \{T_1, T_3\}$ , és az ezeknek megfelelő vezérlőkörök a folyamatkörökkel együtt az 1. ábrán láthatók.

Azért, hogy megkülönböztessük a vezérlőkörök helyeit a folyamatkörök helyeitől, az előbbieket vezérlőhelyeknek fogjuk nevezni és  $c_{ij}$ -vel jelöljük. Amíg a puffer helyek a termelési szegmens állapotát jellemzik, addig a vezérlőhelyek egy gép lehetséges állapotait írják le.

Fontos felismerni, hogy a tokenek a vezérlőkörökben, bár látszólag nem különböznek a folyamatkörök tokenjeitől, speciális tulajdonsággal bírnak, nevezetesen: minden vezérlőkörben egy és csak is egy token kering (eltérően a folyamatköröktől, amelyekhez több token is tarthat), ami azt biztosítja, hogy egyidejűleg egy gép csak egy műveletet végezzen.

Egy vezérlőkörben a token helyzete egyértelműen meghatározza a gép állapotát, ha a token egy átmenet belsejében helyezkedik el, az azt jelenti, hogy az átmenet tüzel, és a gép használatban van (a feladat végrehajtása abban a folyamatkörben folyik, amelyhez az átmenet tartozik). Ha a gép „tétlen”, akkor a token valamelyik vezérlőhelyen van (a gép a gépszekvencia szerinti következő feladatra várakozik). Szintén fontos megjegyezni, hogy a vezérlőhelyek kezdeti jelölését a műveleti sorrendben az első feladat határozza meg. Például kezdetben a  $G_1$  gép vezérlőkörében a token a  $c_{11}$  helyen tartózkodik (1. ábra), mivel a  $G_1$  gépen az első művelet a  $T_1$  terméktípus megmunkálása.

A modellben tehát az átmenetek a különböző műveleteket, a tokenek pedig az alkalmazott erőforrásokat jelentik. Alapvetően a két erőforrás típus: a terméktípusok (beleértve a szállító erőforrásokat, mint a raklapok, amelyek impliciten a terméktípusokhoz kapcsolódnak) és a gépek. A helyek és a tokenek együtt írják le a rendszer állapotát. A modell lényeges tulajdonsága, hogy vezérlő- és termelési szegmensre osztott, amelyekben folyamat- és vezérlőkörök működnek. Az előbbinek köszönhető a gyártási feladatok ismétlődése, az utóbbi pedig a feladatok ütemezését biztosítja a gépeken.

Megjegyezzük, a modell nem követeli meg, hogy a terméktípusokhoz rendelt raklapok száma megfeleljen a termelési arányoknak. A vezérlőszegmens ugyanis garantálja, hogy a rendszerben a raklapok eloszlásától függetlenül, a termékösszetétel raklapigényei mindig kielégítettek legyenek.

### **3. A rugalmas gyártórendszer működésének elemzése**

#### **3.1. Az esemény gráfok jellemzői**

Egyértelmű, hogy a rugalmas gyártórendszer Petri háló modellje (1. ábra) erősen összefügg az időzített esemény gráffal. Így az időzített esemény gráfokra vonatkozó eredmények felhasználhatók a rendszer működésének elemzésére. Most összefoglaljuk a legfontosabb tulajdonságokat és eredményeket.

1. tulajdonság: A tokenek száma egy elemi körben invariáns (változatlan) bármely átmenet tüzelésére.
  2. tulajdonság: Egy esemény gráf élő, ha minden elemi körben legalább egy token létezik.
- Legyen adott a következő definíció: egy időzített esemény gráfon az elemi kör egy irányított út, amely valamely csomópontból (hely vagy átmenet) indul és visszavezet az indulási cso-



móponthoz úgy, hogy a csomópontokat csak egyszer érinti. A továbbiakban az elemi köröket  $\beta_k=(p_1, t_1, \dots, p_m, t_m)$ -vel jelöljük. Például az 1. ábrán a

$$\beta_1 = (p_{11}, t_{11}, p_{12}, t_{12}, p_{13}, t_{13}, p_{11})$$

egy elemi kört alkot. Ezek a körök kulcsszerepet játszanak az időzített esemény gráfok elemzésében.

Emlékeztetünk arra, hogy  $\tau(t_{ij})$  (pozitív racionális szám) jelöli a  $t_{ij}$  átmenet tüzelési idejét. Az átmenetek összes tüzelési ideje a  $\beta_k$  körben legyen  $\tau(\beta_k)$ , azaz

$$(1) \quad \tau(\beta_k) = \sum_{j=1}^m \tau(t_{kj}) \text{ (időegység).}$$

$M(\beta_k)$  jelölje a  $\beta_k$  körben a tokenek számát:

$$(2) \quad M(\beta_k) = \sum_{j=1}^m M^0(p_{kj}) \text{ (token),}$$

ahol  $M^0$  a kezdeti jelölés. Végül vezessük be a  $\beta_k$  kör ciklusidejét, amely az egy tokenre eső tüzelési idő:

$$(3) \quad C(\beta_k) = \frac{\tau(\beta_k)}{M(\beta_k)} \text{ (időegység/token).}$$

Adott kezdeti jelölésről tegyük fel most, hogy az engedélyezett átmenetek tüzelése biztosítja a rendszer folyamatos működését. Amint korábban említettük, a „token játék” az esemény gráfokon teljesen determinisztikus (döntésmentes), amely biztosítja az előredefiniált viselkedést.

A következő két tulajdonság az erősen összefüggő esemény gráfokra vonatkozik:

3. tulajdonság: A rendszer működése véges idő után állandósul, periodikussá válik.

4. tulajdonság: A ciklusidőt állandósult állapotban az elemi körök ciklusidőinek a maximális értéke határozza meg, azaz

$$(4) \quad C = \text{Max}\{C(\beta_k)\} = \text{Max}\left\{\frac{\tau(\beta_k)}{M(\beta_k)}\right\} \text{ (időegység/token).}$$

Állandósult állapotban alternatív módon használható a termelési ráta is, amely az időegységre eső tüzelhető átmenetek száma:

$$(5) \quad \lambda = 1/C = \text{Min}\{1/C(\beta_k)\} \text{ (token/időegység).}$$

Azt a  $\beta_k^*$  kört, amelyekre a ciklusidő maximum (azaz  $C = C(\beta_k^*)$ ) kritikus körnek nevezzük.

A kritikus kör ciklusideje határozza meg a rendszerben átbocsátóképességének felső határát.

Megjegyezzük, hogy ha egy körben nincs token ( $M(\beta_k)=0$ ), akkor a teljesítménye nulla (a ciklusidő végtelen).

Miután minden elemi kör ismert, egyértelműen kiszámítható az állandósult állapot teljesítménye. A (3)-(4) egyenletek szerint a teljesítmény függ a kezdeti állapottól (mivel a kezdeti jelölés az egyes körökben egyedileg határozza meg a tokenek számát), és természetesen az átmenetek tüzelési idejétől is. Megjegyezzük, a periodikus működés (állandósult állapot) általában csak az átmenetek  $K$  számú, egymást követő tüzelése után érhető el.

### 3.2. A ciklusidő számítása

A mintapéldában a ciklusidő számításhoz először meghatározzuk a hálózat elemi köreit. A folyamat- és a vezérlőkörök már a korábbi leírásából ismertek. Ezeken az alapkörökön kívül léteznek olyan elemi körök is, amelyek puffer- és vezérlőhelyeket egyaránt tartalmaznak. Ezeket a köröket vegyes köröknek nevezzük.

A puffer helyek kezdeti jelölésekor azt feltételezzük, hogy az MTH-ban felsorolt három terméktípushoz négy raklap tartozik. A vezérlőhelyek kezdeti jelölése pedig a géphez tartozó gépszekvenciával (II) meghatározott. A puffer és vezérlőhelyek kezdeti jelöléseivel leírt kezdeti állapot az 1. ábrán látható. Tudjuk, hogy az időzített Petri háló tüzelési idői determinisztikusak, az 1. táblázatban megadott műveleti idők pedig háromszög eloszlásúak. A közelítő számításokhoz ezért az átlagos műveleti időket ( $\bar{\tau}_{ij}$ ) tekintjük determinisztikus tüzelési időnek (2. táblázat).

Az elemi körök a helyek és az átmenetek illeszkedési mátrixából olvashatók ki (3. táblázat), amit a következő módon definiálunk:

$$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{n \times m},$$

ahol:

$$a_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{ha } p_i \in \text{Out}(t_j) \\ -1, & \text{ha } p_i \in \text{Inp}(t_j) \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

A mintapéldában az összes elemi kört az 1. ábrából vagy 3. táblázatból közvetlen meg lehet határozni. Vegyük észre, hogy a köröket olyan hurkok alkotják, amelyeknek minden sorban és minden oszlopban két csúcsa van, és az egyik csúcson  $a_{ij}=-1$ , a másik csúcson pedig  $a_{ij}=1$ .

Valamely vezérlőhelyről indulva, bástyamozgással haladva, minden oszlopban és sorban egy-egy nem azonos folyamat- vagy vezérlőkörhöz tartozó  $-1$  és  $1$  helyet érintve szerkeszthetjük meg a vegyes köröket. Nagyobb hálók esetén az elemi körök keresésére viszonylag egyszerű, számítógépes algoritmusok használhatók.

	$t_{11}$	$t_{12}$	$t_{13}$	$t_{21}$	$t_{22}$	$t_{31}$	$t_{33}$	Folyamat- és vezérlőkörök
$p_{11}$	$-1$	$0$	$1$	$0$	$0$	$0$	$0$	$\beta_1$
$p_{12}$	$1$	$-1$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	
$p_{13}$	$0$	$1$	$-1$	$0$	$0$	$0$	$0$	
$p_{21}$	$0$	$0$	$0$	$-1$	$1$	$0$	$0$	$\beta_2$
$p_{22}$	$0$	$0$	$0$	$1$	$-1$	$0$	$0$	
$p_{31}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$-1$	$1$	$\beta_3$
$p_{33}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$1$	$-1$	
$c_{11}$	$-1$	$0$	$0$	$0$	$0$	$1$	$0$	$\beta_4$
$c_{21}$	$1$	$0$	$0$	$-1$	$0$	$0$	$0$	
$c_{31}$	$0$	$0$	$0$	$1$	$0$	$-1$	$0$	
$c_{12}$	$0$	$-1$	$0$	$0$	$1$	$0$	$0$	$\beta_5$
$c_{22}$	$0$	$1$	$0$	$0$	$-1$	$0$	$0$	
$c_{13}$	$0$	$0$	$-1$	$0$	$0$	$0$	$1$	$\beta_6$
$c_{33}$	$0$	$0$	$1$	$0$	$0$	$0$	$-1$	

**3. táblázat. A helyek és az átmenetek illeszkedési mátrixa**

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

A rugalmas gyártórendszer modelljében (1. ábra) kilenc elemi kör található.

Folyamatkörök:

$$\beta_1 = (p_{11}, t_{11}, p_{12}, t_{12}, p_{13}, t_{13}) \quad (T_1 \text{ terméktípus})$$

$$\beta_2 = (p_{21}, t_{21}, p_{22}, t_{22}), \quad (T_2 \text{ terméktípus})$$

$$\beta_3 = (p_{31}, t_{31}, p_{33}, t_{33}), \quad (T_3 \text{ terméktípus})$$

Vezérlőkörök:

$$\beta_4 = (c_{11}, t_{11}, c_{21}, t_{21}, c_{31}, t_{31}), \quad (G_1 \text{ gép})$$

$$\beta_5 = (c_{12}, t_{12}, c_{22}, t_{22}), \quad (G_2 \text{ gép})$$

$$\beta_6 = (c_{13}, t_{13}, c_{33}, t_{33}), \quad (G_3 \text{ gép})$$

Vegyes körök:

$$\beta_7 = (c_{11}, t_{11}, p_{12}, t_{12}, c_{22}, t_{22}, p_{21}, t_{21}, c_{31}, t_{31}, p_{33}, t_{33}, c_{13}, t_{13}, p_{11}),$$

$$\beta_8 = (c_{21}, t_{21}, p_{22}, t_{22}, c_{12}, t_{12}, p_{13}, t_{13}, c_{33}, t_{33}, p_{31}, t_{31}, c_{11}, t_{11}),$$

$$\beta_9 = (c_{31}, t_{31}, p_{33}, t_{33}, c_{13}, t_{13}, p_{11}, t_{11}, c_{21}, t_{21}, p_{22}, t_{22}, c_{12}, t_{12}, p_{13}),$$

Minden egyes  $\beta_k$  ( $k=1, \dots, 9$ ) körre az (1) egyenlettel most már kiszámíthatjuk a  $\tau(\beta_k)$  teljes műveleti időt, a (2) egyenlettel az  $M(\beta_k)$  tokenek számát, és a (3) egyenlettel a  $C(\beta_k)$  ciklusidőt. A számított értékeket a 4. táblázat tartalmazza.

		Folyamatkör			Vezérlőkör			Vegyes kör		
		$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$	$\beta_9$
Összes tüzelési idő	$\tau(\beta_k)$	11	8	6	8	9	8	25	25	25
Tokenek száma	$M(\beta_k)$	2	1	1	1	1	1	5	3	4
Ciklusidő= $\tau(\beta_k)/M(\beta_k)$	$C(\beta_k)$	5,5	8	6	8	9	8	5	8,33	6,25

**4. táblázat. Az elemi körök ciklusidői.**

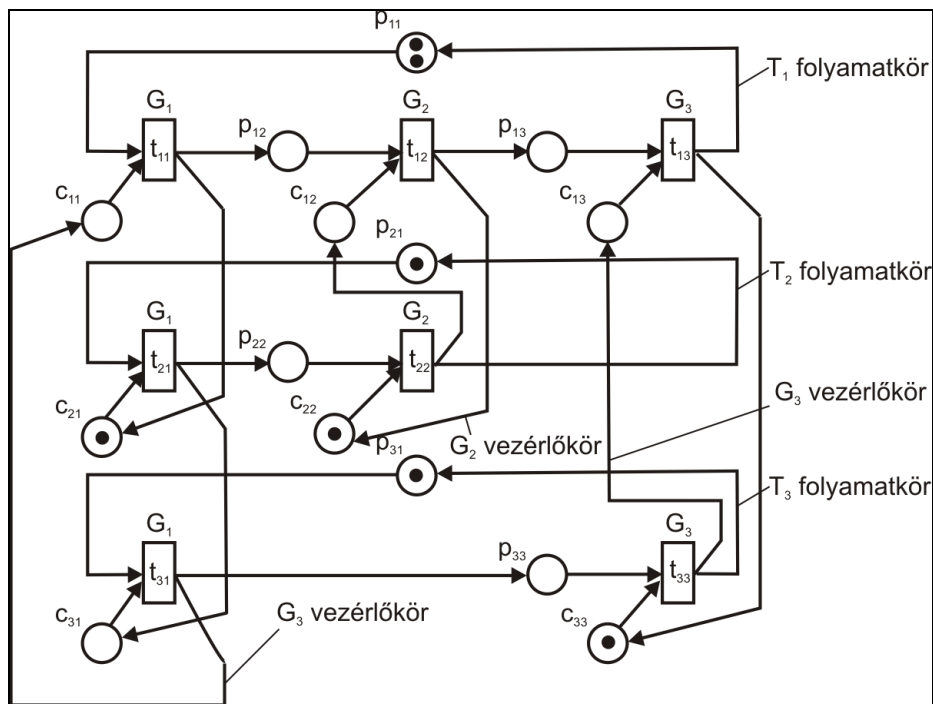
Forrás: saját szerkesztés, 2016.

Miután felsoroltuk az összes kört, alkalmazzuk a 3. és 4. tulajdonságokat annak érdekében, hogy kiértékeljük a rendszer teljesítményét. A 4. tulajdonság felhasználásával (4 egyenlet) az állandósult (stacionárius) ciklusidő:

$$C = \text{Max}_{k=1, \dots, 8} \{C(\beta_k)\} = C(\beta_5) = 9 \text{ perc/termék.}$$

A kritikus kör a  $\beta_5$ , vagyis a gyártórendszer teljesítőképességét (átbocsátóképességet) a  $G_2$  gyártócella ciklusideje határozza meg. Mivel a termelési ciklus három terméktípust tartalmaz (minden terméktípusból egyet), valamint a termelési ráta:  $\lambda=1/C=0,11$ , így a rendszer át-bocsátóképessége:

$$Q=n \cdot \lambda = 3 \cdot 0,11 = 0,33 \text{ termék/perc.}$$



2. ábra. A mintapélda optimális megoldásához tartozó időzített Petri háló

Forrás: Saját szerkesztés, 2016.

A rendszer ciklusidejét a 4. tulajdonság szerint állandósult állapotban az elemi körök ciklusidőinek a maximális értéke határozza meg. Mivel a tokenek a puffer helyeken a raklapokat reprezentálják, világos, hogy a raklapok száma hatással van a rendszerteljesítményre. Az optimálisvezérléshez ezért a raklapok számát és elosztását úgy kell megválasztani, hogy a kritikus kör egy gép vezérlőköre legyen. Értelmszerűen ez a szűk keresztmetszetet jelentő gép vezérlőköre, amely teljes mértékben kihasznál.

A rendszerteljesítmény azonban nemcsak a raklapok számától és elosztásától, hanem a gépszekvenciáktól is függ. A teljességhez ezért fontos annak az optimális gépszekvenciának a megkeresése is, amely a minimális raklapszám elosztása mellett garantálja, hogy a szűk keresztmetszetet jelentő gép teljes mértékben kihasználtsa legyen. A minimális raklapszám és raklapelosztás, valamint az optimális gépszekvencia meghatározását szolgáló algoritmusok az irodalomban (Benkő, 2015] megtalálhatók. A mintapélda 2. ábrán látható kezdeti jelölése és gépszekvencia:

$$S_{G1} = \{T_2, T_3, T_1\}, \quad S_{G2} = \{T_2, T_1\}, \quad S_{G3} = \{T_3, T_1\}$$

eleget tesz az optimálisvezérlés feltételeinek.

#### **4. A rugalmas gyártórendszer szimulációs modellje**

Eddig a 2. és 3. pontokban bemutatott modellben és mintapéldában azt feltételeztük, hogy a műveleti idők determinisztikusak, annak ellenére, hogy valójában háromszög eloszlású valószínűségi változók. Kérdés ezért, hogy a sztochasztikus műveleti idők hogyan hatnak a gyártórendszer működésére. E kérdés megválaszolására fejlesztették ki a sztochasztikus Petri hálót, amelyben a tüzelési időtartamok, a sorbanállási elmélet kiszolgálási időihez hasonlóan exponenciális eloszlásúak. A sztochasztikus Petri háló alkalmazhatósága azonban több okból is korlátozottnak tűnik a gyakorlatban. Például: erős feltételezés, hogy egy jelölés fejlődése valóban Markov folyamat, az átmeneteket nem lehet párhuzamosan tüzelni, és a tüzelési idő csak exponenciális eloszlású lehet. Ezzel szemben egyszerűbb és járhatóbb útnak látszik a szimuláció, pontosabban a Petri háló működésének szimulálása. Ennek a megoldásnak az előnyei a főkérdés megválaszolásán kívül:

- determinisztikus műveleti időekkel a szimulációs modell ugyanúgy működik, mint a Petri háló modell, így a szimulációs modell könnyen verifikálható és validálható,
- az optimálisvezérlés (a minimális raklapszám, a raklap elosztás és az ütemezés) a determinisztikus modell segítségével előre meghatározható,
- a determinisztikus és a sztochasztikus modell eredményei összehasonlíthatók.

A szimulációs modell további hozadékai, hogy a műveleti idő tetszőleges eloszlású valószínűségi változó lehet, lehetőség nyílik egy adott művelethez rendelt erőforrás (gyártócella) meghibásodásának modellezésére, és a raklapok vagy munkadarabok mozgatásának időigényét is kezelni tudjuk. Nem lényeges, de hasznos a szimulációs modellben az animáció lehetősége.

##### **4.1. Modulok a rugalmas gyártórendszerek szimulációjához**

Mint ismeretes, az Arena szimulátor hierarchikus struktúrájú, modulrendszerű szimulációs nyelv, amelyben előre definiált, különböző funkciójú, paraméterezzhető modulokból építhetjük fel a modellünket. A hierarchikus felépítésnek köszönhetően az Arena Professional Edition változatában a rendelkezésünkre álló eszközökkel magunk is fejleszthetünk modulokat, és azokat fordítás után ún. saját template-be szerkeszthetjük. Ezt követően a Petri háló.tpo-nak nevezett template-ről a saját moduljainkat a standard modulokhoz hasonlóan használhatjuk. A tanulmány kötött terjedelme nem teszi lehetővé a fejlesztés lépéseinek és a modulok háttérlogikájának részletes ismertetését, ezért inkább több időt szentelünk a modulok tulajdonságainak és alkalmazási lehetőségeinek bemutatására.

A szimulációs modellben a tokeneket entitások, a helyeket Station modulok (állomások) és az átmeneteket Process modulok reprezentálják. A folyamat- és a vezérlőkörökben két entitástípus mozog, értelemszerűen a folyamatkörökben a raklapok számával megegyező számú puffer hely entitás, a vezérlőkörökben pedig egy vezérlőhely entitás. A puffer- és a vezérlőhelyek állomások, amelyek között Route modulok mozgatják az entitásokat. A Petri háló működésének megfelelően egy átmenet tüzelése (adott gyártócellában az adott termék gyártása) akkor kezdődhet meg, amikor mindkét entitástípus egyidejűleg jelen van, azaz a termelés feltételei adottak. A Process modulokban a műveleti idő tetszőleges eloszlású valószínűségi változó lehet, és az adott művelethez rendelt erőforrás (gyártócella) meghibásodását is modellezni lehet. A Station és Route modulpárokknak köszönhetően a raklapok mozgatásának időigényét is kezelni tudjuk. A saját fejlesztésű Petri háló template-be integrált három modulból (Start\_fk, Start\_vk és Atmenet) tetszőleges méretű és bonyolultságú időzített Petri háló modellt építhetünk.

#### **4.1.1 A folyamatkör start modul**

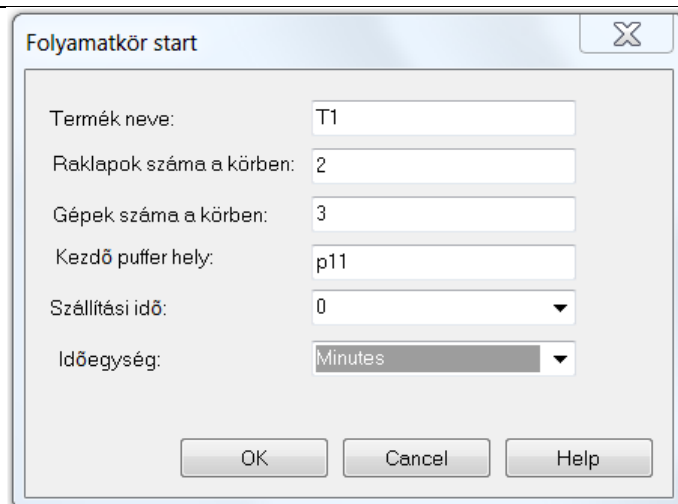
A Start\_fk modul funkciója egy termelési kör puffer hely entitásainak létrehozása és azok továbbítása a megfelelő helyekre. A Petri háló terminológiában ez megfelel a kezdeti jelölésnek. Gyakorlatilag a folyamat kezdetekor a gyártócellák puffer helyeire az előzetes számításokkal a determinisztikus modellre meghatározott számban és elosztásban raklapokat helyezünk.



**3. ábra. A Start\_fk modul felhasználói képe**

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

Az Arena modellablakában megjelenő Start\_fk modul felhasználói képét (User view) a 3. ábra szemlélteti.



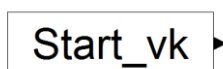
4. ábra. A Start\_fk modul dialógusablaka

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

A modul paraméterek bevitelére szolgáló dialógusablakot a 4. ábra mutatja. A paraméterek a modulban definiált operanduszokhoz rendelnek értékeket. A „Termék neve” címkéjű mezőbe a folyamatkörben gyártott termék nevét írjuk be. A „Raklapok száma a körben” a kezdeti jelölésnek megfelelő tokenek számát jelenti, illetve a szimulációban a folyamatkörben cirkuláló entitások számát. A „Gépek száma a körben” mező a folyamatkör gyártócellainak a számát határozza meg. A „Kezdő puffer hely” annak az állomásnak (puffer helynek) a neve, ahova az entitást vagy entitásokat először küldjük. A „Szállítási idő” raklapok mozgatásának időigénye a raktár és a puffer hely között, amit az „Időegység” paraméternél választott időegységben adhatunk meg.

#### 4.1.2 A vezérlőkör start modul

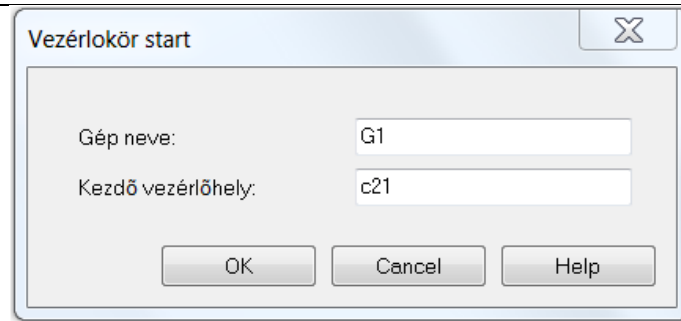
A Start\_vk modul a modellablakban a 8. ábrán látható formában jelenik meg. Modul feladata egy vezérlőkör entitásának létrehozása, és annak továbbítása a megfelelő vezérlőhelyre.



5. ábra. A Start\_vk modul felhasználói képe

Forrás: saját szerkesztés, 2016.





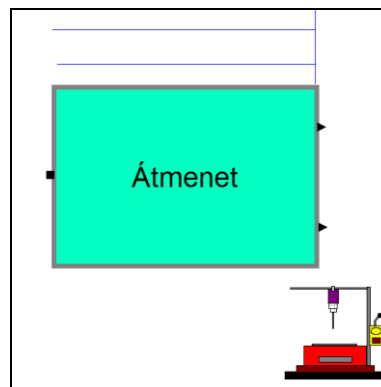
6. ábra. A Start\_vk modul dialógusablaka

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

A modul paraméterei a 6. ábrán láthatók. A „Gép neve” címkéjű mezőbe a vezérlőkörben működő gyártócella nevét írjuk be. A „Kezdő vezérlőhely” annak az állomásnak (vezérlőhelynek) a neve, ahova az ütemezés szerint az entitást küldjük.

#### 4.1.3 Az átmenet modul

Az Atmenet modul modellablakban megjelenő felhasználói képét a 7. ábra szemlélteti. A modul alapvető feladata egy termelési körben egy gyártócellát megelőző ún. belépő puffer- és vezérlőhely, valamint a gyártócella működésének a modellezése, majd ezt követően a puffer hely entitás és vezérlőhely entitás továbbítása a kilépő puffer- illetve vezérlőhelyre.

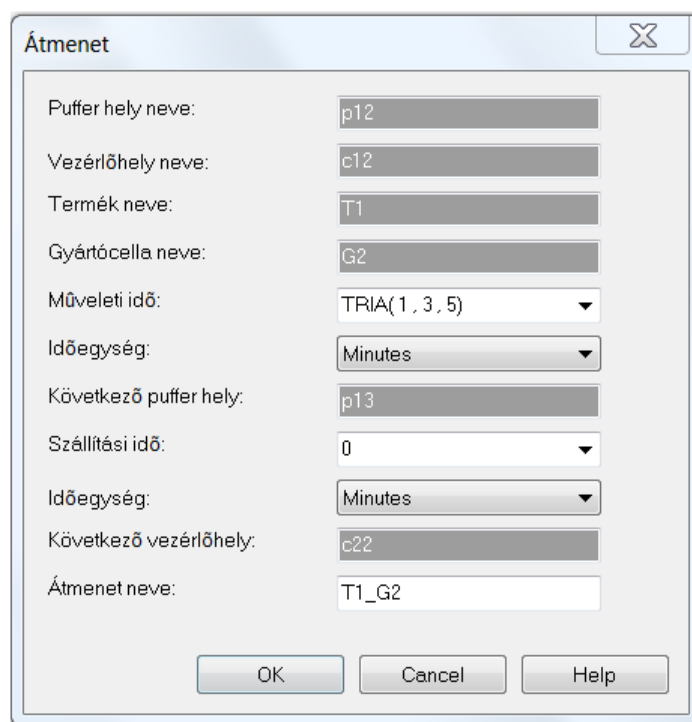


7. ábra. Az Atmenet modul felhasználói képe

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

Az ábrán is látható, hogy a modulnak egy bemeneti és két kimeneti pontja van. A bemeneti pontra az entitások a korábban bemutatott Start\_fk és Start\_vk modulokból, vagy más Atmenet modulokból érkehetnek. A kimeneti pontokon kilépő két entitásból az egyiket a modell logika szerint következő puffer helyre, a másikat pedig a következő vezérlőhelyre továbbítjuk. A modulhoz tartozó két várakozó sor (a modul felett elhelyezkedő félegyenesek)

közül az egyikben a termelési körben cirkuláló puffer hely entitás, a másikban a vezérlőkörben keringő vezérlőentitás várakozik. A Petri háló működésének megfelelően az átmenet tüzelése (az adott gyártócellában az adott termék gyártása) akkor kezdődhet meg, amikor mindkét entitástípus egyidejűleg jelen van. A felhasználói képhez egy erőforrás kép (egy gyártócellát szimbolizáló ikon) is tartozik, ami a gyártócella különböző állapotait (*Busy*, *Idle*, *Failed*) animálja.



Puffer hely neve:	p12
Vezérlőhely neve:	c12
Termék neve:	T1
Gyártócella neve:	G2
Műveleti idő:	TRIA(1, 3, 5)
Időegység:	Minutes
Következő puffer hely:	p13
Szállítási idő:	0
Időegység:	Minutes
Következő vezérlőhely:	c22
Átmenet neve:	T1_G2

8. ábra. Az Átmenet modul dialógusablaka

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

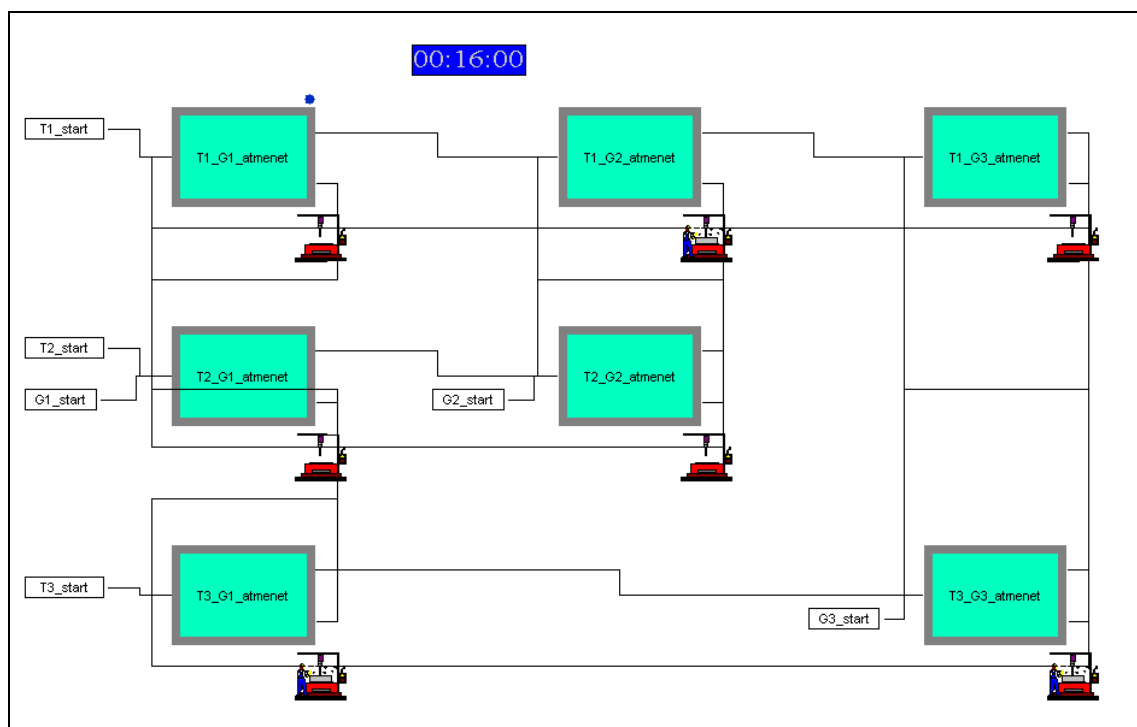
A modulműködéshez szükséges operanduszokat a 8. ábrán látható dialógusablakban adhatjuk meg. A „Puffer hely neve” és a „Vezérlőhely neve” mezőkben az adott gyártócellához tartozó bemeneti helyek azonosítóit definiáljuk. Hasonlóan, a „Következő puffer hely” és a „Következő vezérlőhely” mezőkben a gyártócella kimeneti helyeit azonosítjuk. A „Termék neve” és a „Gyártócella neve” mezők együttesen határozzák meg az átmenet nevét. A „Műveleti idő” analóg a Petri hálón a tüzelési idővel, és az adott gyártócellában az adott termék megmunkálási idejét jelenti. A „Szállítási idő” mezőben az aktuális és a következő gyártócella közötti szállítási időtartamot adhatjuk meg. Ennek a mezőnek a használata opcionális. A két „Időegység” mezőben a műveleti és a szállítási idő időegységét választhatjuk meg. Megjegyezzük, hogy mind a műveleti, mind a szállítási idő lehet valószínűségi változó is. A valószínűségi változók eloszlásfüggvénye a mezőkhöz tartozó lenyíló listákból választható. A modulhoz természet-

sen kimeneti statisztikák is tartoznak, ezeket a mintapélda eredményeinek elemzésekor ismer-tetjük.

A bemutatott 3 modulból összeállítható egy tetszőleges méretű rugalmas gyártórendszer Petri háló (időzített esemény gráf) modellje. Egy termelési kör legalább egy folyamatkör start modulból és több átmenet modulból építhető fel. Ha egy termelési körben több párhuzamosan működő gyártócella van, akkor több folyamatkör start modulra van szükség. A vezérlőkörök a vezérlőkör start modullal indíthatók.

#### 4.2. A mintapélda szimulációs modellje

A mintapélda 2. ábra szerinti raklapszámának és raklapelosztásának, valamint az optimális ütemezésnek megfelelő szimulációs modelljét a 9. ábra szemlélteti, amely a 4.1. pontban ismertetett saját fejlesztésű modulokból épül fel. A modellben három gyártócella működik, és a három termék gyártását a  $T_1: G_1, G_2, G_3$ ,  $T_2: G_1, G_2$ ,  $T_3: G_1, G_3$  műveleti sorrendnek megfelelően 7 darab Atmenet modullal valósítja meg.



9. ábra. A mintapélda szimulációs modellje

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

A könnyebb áttekinthetőség érdekében az Atmenet modulok neveit úgy választottuk meg, hogy azok egyértelműen utaljanak a modul funkciójára. Például a „T2\_G2\_atmenet” jelenti, a

$T_2$  termék megmunkálását a  $G_2$ , gyártócellában. Minden termelési körhöz egy-egy folyamatkör start modul ( $T_1\_start$ ,  $T_2\_start$ ,  $T_3\_start$ ) tartozik. A gyártócellák vezérlőköreit a vezérlőkör start modulok ( $G_1\_start$ ,  $G_2\_start$ ,  $G_3\_start$ ) inicializálják az optimális ütemezésnek megfelelő helyen.

### **4.3. A szimulációs modell verifikálása és validálása**

A verifikáció (ellenőrzés) azt vizsgálja, hogy a modell úgy működik-e, ahogyan az a modellezési feltételek alapján elvárható. Ugyanakkor a validáció (megerősítés, érvényesség) már annak megállapítására irányul, hogy a modell úgy viselkedik-e, mint a valódi rendszer.

Szerencsés helyzetben vagyunk, mivel az analitikus Petri háló modell kimeneteit, a ciklusidőt ( $C=9$  perc) és a teljesítőképességet ( $Q=0,3333$  termék/perc) ismerjük. Tudjuk azt is, hogy a determinisztikus műveleti időkkal a szimulációs modellnek ugyanúgy kell működnie, mint a Petri háló modellnek. A modell érvényességének megállapításához ezért nem kell mást tenni, mint ugyanazokkal a bemenetekkel feltöltött analitikus és a szimulációs modell kimeneteit összehasonlítani. Ha a kétféle modell azonos kimeneteket produkál, akkor a szimulációs modell érvényesnek tekinthető.

A validáláshoz a szimuláció időtartamát 4800 percre választottuk ismétlés nélkül, és a modellt a 2. táblázatban megadott, determinisztikusnak tekintett átlagos műveleti időkkal töltöttük fel. A futás összehasonlítható eredményeit a 10. ábrán olvasható, a felhasználó által specifikált statisztikák tartalmazzák. A Time Persistent szekcióban megjelenő termékenkénti átfutási idők 8,9831 és 8,9865 perc közötti értékek, ami jól közelíti a 3.2. pontban meghatározott, 9 perces elméleti ciklusidőt. A másik összehasonlítható adat a teljesítőképesség ( $Q$ ), aminek az elméleti értéke 0,3333 termék/perc, a szimulációs modell által produkált érték (lásd 10. ábra, Output szekció) pedig 0,3329 termék/perc. Az összevetés eredményeként a szimulációs modellünket érvényesnek tekinthetjük.

9:25:07		Category Overview			július 15, 2016
<b>Rugalmas gyártórendszer determinisztikus</b>					
Replications: 1		Time Units: Minutes			
<b>User Specified</b>					
<b>Time Persistent</b>					
Time Persistent	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value	
T1_atfutasi ideje	8.9831	(Insufficient)	0.00	15.0000	
T2_atfutasi ideje	8.9831	(Insufficient)	0.00	9.0000	
T3_atfutasi ideje	8.9865	(Insufficient)	0.00	11.0000	
<b>Output</b>					
Output	Value				
Osszes termeles db	1598.00				
Q_teljesitokepesseg termék per perc	0.3329				
Szimulacios ido perc	4800.00				
T1_termines db	532.00				
T2_termines db	533.00				
T3_termines db	533.00				

**10. ábra. A determinisztikus modell time persistent és output típusú statisztikái**

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

#### 4.4. A sztochasztikus modell eredményei és összehasonlítása a determinisztikus modellel

A szimulációs modellezés célja annak vizsgálata, hogy a nem determinisztikus műveleti és szállítási idők, valamint a véletlenszerűen jelentkező meghibásodások hogyan befolyásolják a rugalmas gyártórendszer kimeneteit. A kimenetek közül az átfutási időket, a teljesítőképességet, a gyártócellák (erőforrások) kihasználtságát és az erőforrás állapotok előfordulásának gyakoriságait vizsgáljuk. Erre az elemzésre a determinisztikus és sztochasztikus műveleti idővel futtatott modellek kimeneti adatainak összevetése ad lehetőséget. Mindkét modellt azonos szimulációs idővel (4800 perc) futtattuk.

9:30:38		Category Overview			július 15, 2016
<b>Rugalmas gyártórendszer sztochasztikus</b>					
Replications:	1	Time Units:	Minutes		
<b>User Specified</b>					
<b>Time Persistent</b>					
Time Persistent	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value	
T1_atfutasi ideje	9.3384	0,085059324	0.00	13.2067	
T2_atfutasi ideje	9.3345	0,087992029	0.00	13.2313	
T3_atfutasi ideje	9.2622	0,087244079	0.00	15.7003	
<b>Output</b>					
Output	Value				
Osszes termeles db	1531.00				
Q_teljesitokepesseg termek per perc	0.3190				
Szimulacios ido perc	4800.00				
T1_termeles db	510.00				
T2_termeles db	511.00				
T3_termeles db	510.00				

11. ábra. A sztochasztikus modell Time Persistent és Output típusú statisztikái

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

9:25:07		Category Overview			július 15, 2016
<b>Rugalmas gyártórendszer determinisztikus</b>					
Replications:	1	Time Units:	Minutes		
<b>Resource</b>					
<b>Usage</b>					
Instantaneous Utilization	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value	
G1	0.8892	0,001209836	0.00	1.0000	
G2	0.9996	(Insufficient)	0.00	1.0000	
G3	0.8877	(Correlated)	0.00	1.0000	
Number Busy	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value	
G1	0.8892	0,001209836	0.00	1.0000	
G2	0.9996	(Insufficient)	0.00	1.0000	
G3	0.8877	(Correlated)	0.00	1.0000	
Number Scheduled	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value	
G1	1.0000	(Insufficient)	1.0000	1.0000	
G2	1.0000	(Insufficient)	1.0000	1.0000	
G3	1.0000	(Insufficient)	1.0000	1.0000	
Scheduled Utilization	Value				
G1	0.8892				
G2	0.9996				
G3	0.8877				

12. ábra. Jelentés a gyártócellák (erőforrások) kihasználtságáról (determinisztikus)

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

A 10. és a 11. ábrákon közölt statisztikák összehasonlításából megállapítható, hogy a sztochasztikus modellben a termékenkénti átfutási idők növekedtek, és ebből következően a sztochasztikus modell teljesítőképessége kismértékben,  $Q=0,3199$  termék/percre csökkent. Ez elsősorban a gyártócellák kihasználás csökkenésének köszönhető. A 12. és a 13. ábrákon olvasható eredményekből kiderül, hogy amíg a determinisztikus modellben a kritikus kört meghatározó  $G_2$  gyártócella közel 100%-osan kihasznált, addig a sztochasztikus modellben a  $G_2$  gyártócella kihasználtsága már csak 95 %-os. A sztochasztikus modellben a  $G_1$  és  $G_3$  gyártócellákban is hasonló mértékben romlott a kihasználtság.

9:30:38		Category Overview			július 15, 2016	
<b>Rugalmas gyártórendszer sztochasztikus</b>						
Replications: 1		Time Units: Minutes				
<b>Resource</b>						
<b>Usage</b>						
Instantaneous Utilization						
	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value		
G1	0.8548	0,012263943	0.00	1.0000		
G2	0.9506	0,006978513	0.00	1.0000		
G3	0.8389	0,011369106	0.00	1.0000		
Number Busy						
	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value		
G1	0.8548	0,012263943	0.00	1.0000		
G2	0.9506	0,006978513	0.00	1.0000		
G3	0.8389	0,011369106	0.00	1.0000		
Number Scheduled						
	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value		
G1	1.0000	(Insufficient)	1.0000	1.0000		
G2	1.0000	(Insufficient)	1.0000	1.0000		
G3	1.0000	(Insufficient)	1.0000	1.0000		
Scheduled Utilization						
	Value					
G1	0.8548					
G2	0.9506					
G3	0.8389					

13. ábra. Jelentés a gyártócellák (erőforrások) kihasználtságáról (sztochasztikus)

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

9:28:40					Frequencies					július 15, 2016				
Rugalmas gyártórendszer determinisztikus										Replications: 1				
Replication 1										Start Time: 0,00 Stop Time: 4 800,00 Time Units: Minutes				
G1 gyártócella állapotok		Number Obs	Average Time	Standard Percent	Restricted Percent									
Busy		533	8.0075	88.92	88.92									
Idle		532	1.0000	11.08	11,08									
G2 gyártócella állapotok		Number Obs	Average Time	Standard Percent	Restricted Percent									
Busy		1	4.798.00	99.96	99,96									
Idle		1	2.0000	0.04	0,04									
G3 gyártócella állapotok		Number Obs	Average Time	Standard Percent	Restricted Percent									
Busy		534	7.9794	88.77	88,77									
Idle		534	1.0094	11.23	11,23									

14. ábra. Jelentés a gyártócella (erőforrás) állapotokról (determinisztikus)

Forrás: saját szerkesztés, 2016.

A 14. és a 15. ábrákon közölt gyakorisági statisztikák összehasonlításából és tanulmányozásából az előzőekhez hasonló következtetésre juthatunk. A  $G_2$  gyártócella elemzése különösen tanulságos. A determinisztikus modellben a  $G_2$  szinte folyamatosan működött, (az idő 99,96 %-ban), és csak egyszer került Idle (Tétlen) állapotba. Ez az a jó eredmény a determinisztikus modell optimálisvezérlésének köszönhető. Ezzel szemben a sztochasztikus modellben a  $G_2$  gyártócella 269 alkalommal volt tétlen, azaz várakozott a  $G_1$  gyártócellában végzett megelőző műveletek befejezésére. A megelőző műveletek elhúzódása a háromszög eloszlás szerint változó műveleti időkkel magyarázható, ami miatt a ciklusidő is gyakoribb és nagyobb ingadozást mutat.

9:33:36					Frequencies					július 15, 2016				
Rugalmas gyártórendszer sztochasztikus										Replications: 1				
Replication 1										Start Time: 0,00 Stop Time: 4 800,00 Time Units: Minutes				
G1 gyártócella állapotok		Number Obs	Average Time	Standard Percent	Restricted Percent									
Busy		525	7.8152	85.48	85,48									
Idle		525	1.3276	14.52	14,52									
G2 gyártócella állapotok		Number Obs	Average Time	Standard Percent	Restricted Percent									
Busy		269	16.9621	95.06	95,06									
Idle		269	0.8818	4.94	4,94									
G3 gyártócella állapotok		Number Obs	Average Time	Standard Percent	Restricted Percent									
Busy		413	9.7501	83.89	83,89									
Idle		413	1.8722	16.11	16,11									

15. ábra. Jelentés a gyártócella (erőforrás) állapotokról (sztochasztikus)

Forrás: saját szerkesztés, 2016.



A mintapéldában nem éltünk a gyártócellák meghibásodásának és a raklap szállítási idők modellezésének opciójával, de a bemutatott modulok ezekre a vizsgálatokra is lehetőséget adnak. Megjegyezzük ezeknek az opcióknak az alkalmazása további torzulásokat eredményez a determinisztikus modellhez képest.

## 5. Összefoglalás

Összegezve a tanulmány eredményeit, határozottan kijelenthető, hogy a Petri féle időzített esemény gráf szimulációja alkalmas a sztochasztikus műveleti időkkel jellemzett rugalmas gyártórendszerek modellezésére. A kifejlesztett és bemutatott Arena modulokból gyorsan, tetszőleges méretű rugalmas gyártórendszert lehet felépíteni. Az átlagos műveleti időkből a determinisztikus modell felhasználásával meghatározható az optimális rendszervezérlés, amelyek legfontosabb jellemzője, hogy a szűk keresztmetszetet jelentő gyártócella teljes mértékben kihasznál. Kiszámítható az optimálisvezérléshez tartozó minimális raklapszám, az optimális raklapelosztás és gyártásütemezés. Ezekből az adatokból kiindulva építhető fel a sztochasztikus műveleti időkkel jellemzett szimulációs modell.

A sztochasztikus modell futtatása után kapott kimenetek elemzéséből, mint ahogyan az várható volt, egyértelműen megállapítható, hogy a valószínűségi változókkal leírt műveleti idők, vagy a gyártócella meghibásodások a rendszer teljesítményének csökkenését okozzák. Ez a megállapítás evidenciának tűnik, és a kérdés inkább az, hogy különböző szituációk esetén milyen mértékű teljesítménycsökkenésre számíthatunk. A tanulmányban ismertetett eljárás és szimulációs modell erre a fontos kérdésre megbízható válaszokat adhat.

## 6. Felhasznált irodalom

- Benkő J. (2015) *Műhelyrendszerű gyártás modellezése Petri hálóval*. Folyamatmenedzsment kihívásai (Szerk.: Gyenge B., Kozma T.), SZIE, GTK, ÜTI tudományos közleményei, Gödöllő, 83-117 p., ISBN 978-615-5570-02-5
- Benkő J. (2016) *Petri-hálók alkalmazása termelési és logisztikai folyamatok modellezésére*. Logisztikai évkönyv 2016. (Szerk.: Duleba Sz.), MLE, Budapest, 11-26 p., ISSN 1218-3849
- Hillion, H. P. (1989) *Timed Petri Nets and Application to Multi-stage Production Systems, Advances in Petri Nets*. Springer-Verlag, New York.
- Hillion, H. P., Proth, J. M. (1989) *Performance Evaluation of Job-Shop Systems Using Timed Event-Graphs*. IEEE Transactions on Automatic Control 34(1), pp. 3-9.
- Hosszú M. (1974) *Műszaki-gazdasági szélsőérték-feladatok*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Martinez, J., Muro, P., Silva, M. (1987) *Modelling, Validation and Software Implementation of Production Systems Using High-Level Petri Nets*. Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, Raleigh,

NC, April 1987, pp. 307-314.

Petri, C. A. (1964) *Kommunikation mit Automaten*. Schriften des IIM No. 2, Institut für Instrumentelle Mathematik, Bonn.