

# Plazmonikus nanorészecskék elrejtése látható tartományban

Csajbók Viktória és Szabó Zsolt

Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Egry József utca 18, 1111 Budapest, Magyarország  
csajbokviki@gmail.com, szabo@hvt.bme.hu

**Absztrakt**—Eljárást dolgozunk ki homogén fémből készült gömb alakú nanorészecskék koncentrikus rétegekkel történő elektromágneses elrejtésének vizsgálatára a látható fény tartományában. A Mie-elmélet felhasználásával kiszámítjuk síkhullámok szóródását a rétegzett objektumon. A minél tökéletesebb elrejtés megvalósítása érdekében optimalizáljuk a köpeny elektromágneses paramétereit és a geometria méreteit. A kidolgozott eljárást egy ezüst gömböt körülvevő elektromágneses köpeny tervezésével illusztráljuk.

**Kulcsszavak; plazmonikus részecskék, elektromágneses elrejtés**

## I. BEVEZETÉS

Az elmúlt évek során egyre jelentősebb az érdeklődés a mesterségesen előállított anyagok elektromágneses tulajdonságai iránt, mind elméleti szempontból, mind pedig kísérleti szempontból [1, 2]. Az anyagok egzotikus elektromágneses tulajdonságainak tervezésével elérhetővé válik a tárgyra eső elektromágneses hullámok manipulálása. A mesterségesen előállított metaanyagok egyik legvonzóbb alkalmazása az objektumok láthatatlanná tevésének a lehetősége [1, 3]. Az elrejtési kívánt objektum köré olyan köpenyt helyeznek, amely úgy módosítja a beeső hullám szórt terét, mintha ott nem is lett volna semmi [4]. Ezáltal detektálhatatlanná válik a köpenyen belüli tárgy.

Ideális esetben egy tárgy elrejtése maga után vonja a teljes szórás megszüntetését minden irányból, a környezettől és a megfigyelő pozíciójától függetlenül és mindezt széles frekvenciatartományra, ezt azonban a jelenlegi technológiákkal még nem sikerült megvalósítani, azonban a végső cél a teljes látászögű elrejtés a teljes látható frekvenciatartományban.

Jelen cikkben a szórás hatáskeresztmetszet minimalizálásával, hullámhossznál kisebb fémes nanorészecskék elrejtését vizsgáljuk analitikus és numerikus szimulációkkal. Meghatározzuk egy adott vastagságú elrejtő köpeny elektromos permittivitását.

## II. ELMÉLETI ÁTTEKINTÉS

### A. Fémes objektumok szórás keresztmetszetének csökkentése

A tökéletes köpeny megvalósításához a transzformációs elektrodinamika az ideális megközelítés, habár a transzformációs köpeny csak közelítőleg valósítható meg, így a szórt elektromágneses tér nem nulla. A transzformációs köpeny bármilyen praktikus realizációja valamilyen módon limitált

lesz, és az apró tökéletlenségekre való nagyfokú érzékenysége miatt mindenképpen eredményezni fog valamennyi szórás. Ez a maradék szórás nem szabályozható, akár még nagyra is válhat [4].

Eltérő megközelítés szükséges plazmonikus részecskék és makroszkopikus testek álcázására, vagyis a szórás keresztmetszet csökkentésére [4]. A plazmonikus részecskék esetén általában elégséges minimalizálni a szórt tér multipólus sorfejtésbeli domináns tagjait. Hullámhossz alatti méretekkel rendelkező részecskék esetén ez egy nem rezonáns elrejtési eljárás és a sorfejtés elhanyagolt tagjai által létrehozott maradék sugárzás kellőképpen redukálható. Ebben az esetben az elrejtő köpenyt homogén, izotrop anyagok felhasználásával is lehet tervezni szemben a transzformációs optika által eredményezett anizotrop anyag paraméterekkel rendelkező köpenyekkel.

Az elektromágneses szórás csökkentő elrejtő köpenyek tipikusan egy adott geometriával rendelkező tárgy elrejtésére működnek, más geometriával rendelkező tárgyak esetén az elrejtő köpeny paramétereit újra kell tervezni. Ha tetszőleges anyagparaméterekkel rendelkező tárgyat szeretnénk elrejtetni, célszerű vezető anyaggal bevonnai a tárgyat. A hullámhosszal összemérhető nagyságú tárgyak esetén a domináns szórás harmonikusok száma gyorsan növekszik a tárgy méretével, ez pedig az elrejtő köpeny rétegeinek számának növekedését és a tervezés komplexitását eredményezi [5].

Tekintsünk egy monokromatikus  $\exp(j\omega t)$  időfüggésű elektromágneses hullámot adott háttér anyagban, amelynek az egyszerűség kedvéért legyen  $\epsilon_0$  az elektromos permittivitással és  $\mu_0$  a mágneses permeabilitása és vizsgáljuk a szórását egy tetszőleges geometriájú és anyagparaméterekkel rendelkező tárgyon, amely egy gömbi koordinátarendszer origójában van elhelyezve. A tárgyon szóródó síkhullám elektromos és mágneses komponense gömbi harmonikusokkal fejezhető ki [6]

$$\begin{aligned}\vec{E}_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm} \nabla x \nabla (\vec{r} \psi_n^m) - j\omega\mu_0 b_{nm} \nabla x (\vec{r} \psi_n^m) \\ \vec{H}_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n b_{nm} \nabla x \nabla (\vec{r} \psi_n^m) - j\omega\mu_0 a_{nm} \nabla x (\vec{r} \psi_n^m)\end{aligned}\quad (1)$$

Az egyenletekben  $\vec{r}$  a radiális vektor és  $\psi_n^m$  a skalár gömbi harmonikusok, amelyek a Helmholtz-egyenlet megoldásai. Az

összeg minden kifejezése megfelel egy TE vagy TM modulusú gömbhullámnak. Tekintettel arra, hogy a Maxwell egyenletek lineárisak és a gömbi harmonikusok ortogonális függvények, ezért a szórás probléma megoldható külön, minden egyes gömbi harmonikusra, a teljes szórás teret az összes multipól szuperpozíciójaként felírva [4]:

$$\vec{E}_s = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_n^{TM} a_{nm} \nabla_x \nabla_x (\vec{r} \psi_n^m) - j\omega\mu_0 c_n^{TE} b_{nm} \nabla_x (\vec{r} \psi_n^m) \quad (2)$$

$$\vec{H}_s = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_n^{TE} b_{nm} \nabla_x \nabla_x (\vec{r} \psi_n^m) - j\omega\mu_0 c_n^{TM} a_{nm} \nabla_x (\vec{r} \psi_n^m)$$

A  $c$  együttható határozza meg, hogy a szórás hányad része TE vagy TM módus. Ezek a szórás együtthatók csak az adott tárgy geometriájától és anyagparamétereitől valamint a frekvenciától függenek. Egy adott  $a$  karakterisztikus méretű tárgy esetén a hozzájárulás mértéke dominál az összegben. A tárgy teljes láthatósága a teljes szórás hatáskeresztmetszettel adható meg:

$$\sigma_s = \frac{2\pi}{k_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (2n+1) (|c_{nm}^{TE}|^2 + |c_{nm}^{TM}|^2) \quad (3)$$

Tehát a  $c$  együtthatótól függ, hogy látjuk-e a tárgyat, vagy sem.

### B. Plazmonikus köpeny

A plazmonikus köpeny homogén, izotróp anyagból készült héjak felhasználásával valósítja meg a szórt tér csökkentését. A plazmonikus jelző arra utal, hogy úgy rejt el tárgyakat, hogy a köpeny relatív permittivitása kisebb, mint egy [5-8].

Vizsgáljuk egy síkhullám szóródását egy  $a$  sugarú,  $\epsilon$  permittivású gömbön, amely egy dielektromos anyagból készült héjba van beágyazva, amelynek sugara  $a_c$  és a permittivitása  $\epsilon_c$ . A gömbszimmetria miatt az (1)-(3) egyenletekben elhagyhatjuk az  $m$  indexet, illetve a szórás

hatáskeresztmetszet együtthatói,  $c_n^{TE}$  és  $c_n^{TM}$  számolhatók a határfeltételekből. Mivel a héj csak egy szabadsági fokkal rendelkezik, ezért egy héj csak a multipólus sorfejtés egyik tagját képes csökkenteni. Hullámhossz alatti méretekkel rendelkező részecskék esetén a sorfejtésnek csak a dipólus módusa a domináns, ezért ebben az esetben egyetlen héj is elégséges a részecske elrejtéséhez. Egyetlen héj esetén az elrejtés akkor működik megfelelően, ha  $k_0 a_c \ll 1$ . Ebben az esetben

$$c_1^{TE} \approx 0 \quad \text{és} \quad c_1^{TM} \approx -j(k_0 a_c)^3 f(\epsilon_c, a/a_c) \quad (4)$$

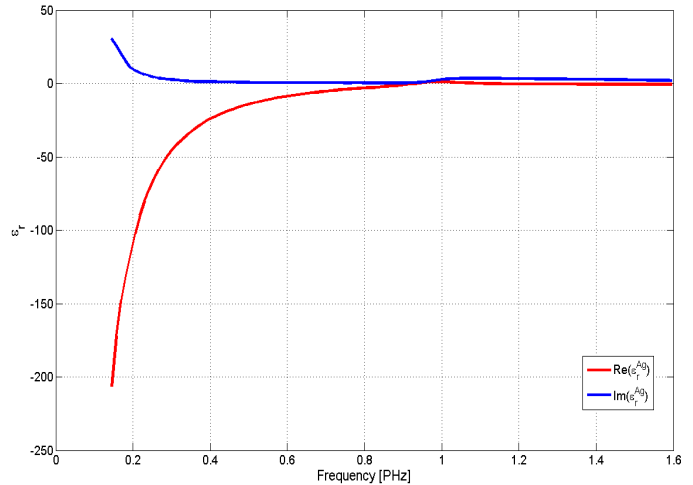
A  $c_1^{TM}$  kifejezhető egy valós értékű függvénnyel, ami pedig akkor válik nullává, amikor a következő feltétel teljesül

$$\left(\frac{a}{a_c}\right)^3 = \frac{(\epsilon_c - \epsilon_0)(2\epsilon_c + \epsilon_0)}{(\epsilon_c - \epsilon_0)(2\epsilon_c + \epsilon_0)} \quad (5)$$

## III. FÉM NANORÉSZECSCKE ELREJTÉSÉNEK VIZSGÁLATA

A cél, hogy a látható fény tartományban homogén izotróp dielektrikumból készült elektromágneses köpenyvel elrejtünk egy nanométeres nagyságrendű fémgömböt. Az (5) egyenlet alapján becsülhető az elrejtő héj optimális méretére és anyagparaméterére. A gömb méretét úgy választjuk meg, hogy kisebb legyen a megvilágító fény hullámhosszánál, de azért még kivitelezhető méretű legyen. Az ezüst gömb sugara legyen 50 nm, az ezt elrejtő köpeny sugara pedig 80 nm. 450 nm hullámhosszú síkhullámra kerestük a köpeny anyagparamétereit.

Az ezüst permittivitását széles frekvencia tartományon ismerjük, amint az 1. Ábrán látható.

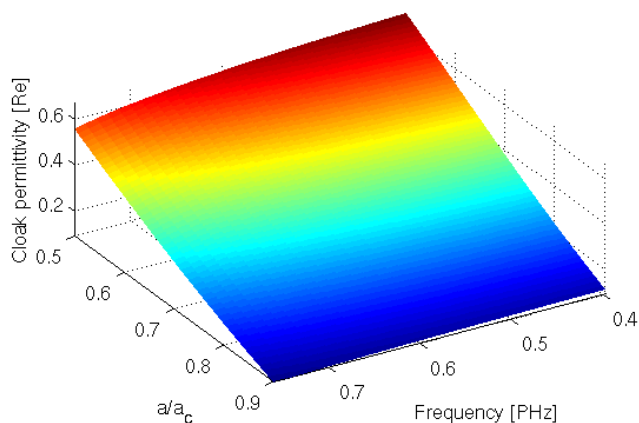


1. Ábra: Ezüst relatív permittivitása

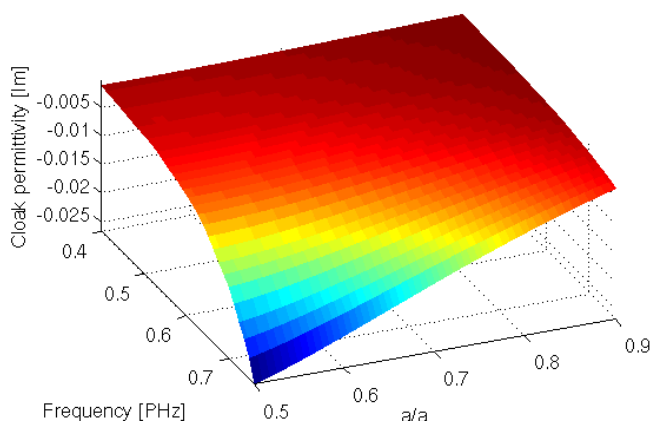
### A. Elrejtő köpeny anyagparamétereinek számítása

Az köpeny  $\epsilon_c$  permittivitását az (5) egyenlet megoldásával kapjuk. A másodfokú egyenlet két megoldást eredményez. A két megoldás közül az egyik esetén teljesül a plazmonikus feltétel, vagyis a relatív permittivás valós része kisebb mint egy. A másik megoldásnak általában nincs fizikai tartalma, vagy olyan permittivás értékeket eredményez ami nem megvalósítható. A számolást elvégeztük a teljes látható tartománybeli hullámhosszakon több fém/dielektrikum sugárány mellett. A köpeny permittivásának értékei a 2. és 3. Ábrán láthatók.

Az általunk beállított 0.625-es méretarányra és a 450 nm megvilágító hullámhosszra, a köpeny permittivitása  $\epsilon_r^{cloak} = 0.3880 - 0.0194i$



2. Ábra: Köpeny permittivitásának valós része a méretarányok és megvilágító fény frekvenciájának függvényében



3. Ábra: Köpeny permittivitásának képzetes része a méretarányok és megvilágító fény frekvenciájának függvényében

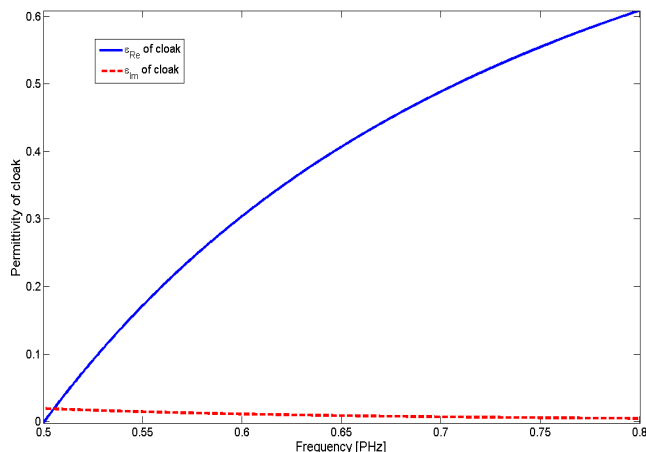
#### B. Köpeny diszperziós relációjának meghatározása Drude-modellel

A dielektrikum modellezéséhez diszperzív Drude-modellel használtunk. A vizsgált hullámhossz és az ott kapott permittivitás értékekkel kiszámolható a plazmafrekvencia és az ütközési frekvencia:

$$\omega_{plasma} = \omega \sqrt{1 - \epsilon_r' + \frac{\epsilon_r''}{1 - \epsilon_r'}} \quad (6)$$

$$\gamma_e = \omega \frac{|\epsilon_r''|}{1 - \epsilon_r'} \quad (7)$$

amelyekkel a 4. Ábrán látható frekvenciafüggő permittivitást kapjuk. Ezek az értékek megadhatók az általunk használt elektromágneses térszámító programcsomagnak.

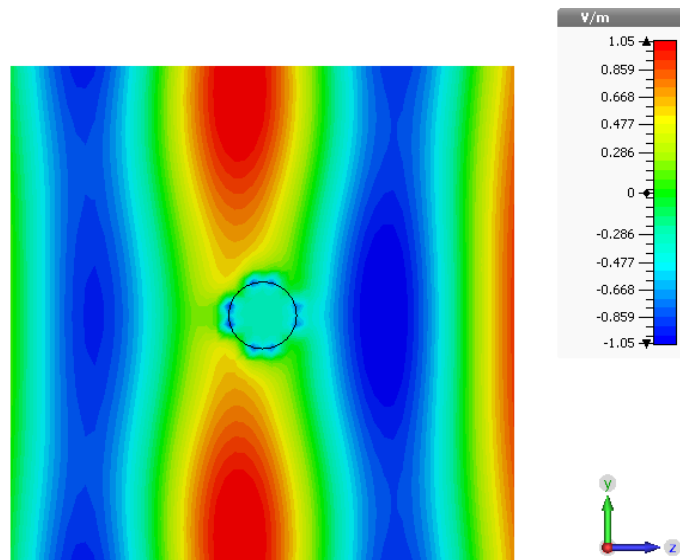


4. Ábra: Köpeny permittivitásának frekvenciafüggése a Drude-modell alkalmazásával

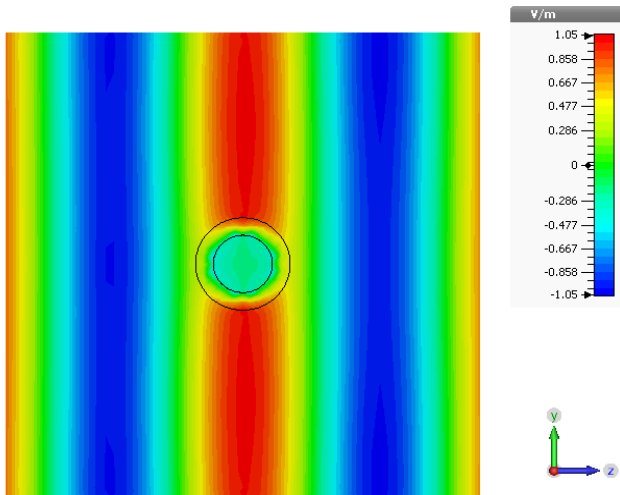
#### C. Szimulációs eredmények

A szimulációban egy z-irányba haladó, x- irányba mutató polarizációval rendelkező síkhullám szórását vizsgáltuk. Mivel el szeretnénk rejtetni a gömböt, ezért azt várjuk, hogy a beeső síkhullám ne szóródjon a gömb körüli térrészben, vagyis a gömb előtt és mögött az elektromágneses tereleszlás legyen síkhullám jellegű.

A 4. Ábrán a síkhullám szóródása látható az ezüstgömbön elrejtő köpeny nélkül. A szórás számottevő, a gömb maga körül eltorzítja az elektromágneses teret.



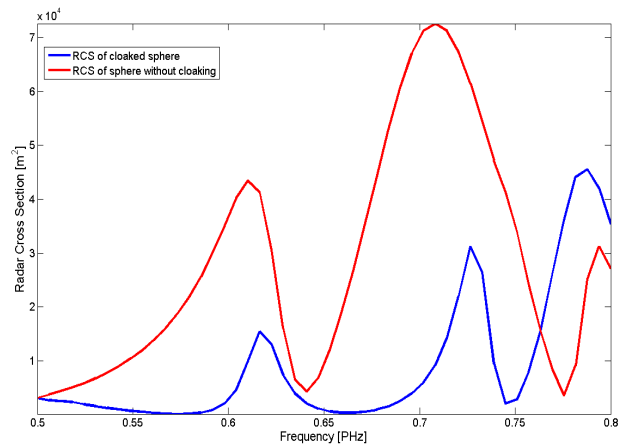
5. Ábra: Ezüst gömbön szóródó elektromágneses hullám elektromos komponense



6. Ábra: Elektromos térerősség a köpennyel körbevett ezüst gömbön való szóródás esetén

Ha az ezüst gömböt körül vesszük az elektromágneses köpennyel, akkor jelentősen megváltozik a gömb körüli elektromágneses térerősség eloszlása. A 6. Ábra az elektromágneses köpeny működését szemlélteti, ebben az esetben az elektromágneses térerősség a gömb körül alig tér el egy vákuumban terjedő síkhullámtól.

A 7. Ábrán radarkeresztmetszet frekvenciafüggése látható önmagában álló és elrejtő köpennyel körülvett gömb esetén. A piros görbe az ezüst gömb körül radar keresztmetszetet, a kék görbe pedig a köpennyel körbevett gömbre vonatkozik. Összehasonlítva a két görbét megállapítható, hogy vizsgált tárgyakra érkező különböző hullámhosszú hullámok mennyire szóródnak, illetve reflektálódnak. Jól látható, hogy a keresett frekvenciaértékre, 0.6649 PHz esetén nagyságrendekkel csökkent a szórás, illetve a teljes szimulációs tartományon tapasztalható a köpeny elrejtő hatása.



7. Ábra: Radarkeresztmetszet csak az ezüst gömb esetén, illetve az ezüst gömböt körülvevő köpennyel együtt

#### IV. KONKLÚZIÓ

Egy analitikus formulát használva meghatároztuk plazmonikus nanorészecskék elektromágneses elrejtő köpenyének anyagparamétereit. Ezeket a paramétereket felhasználva elektromágneses térszámító programcsomaggal szimuláltuk az elrejtő köpeny viselkedését, meghatároztuk a radarkeresztmetszetet, és azt összehasonlítva az önmagában álló plazmonikus nanorészecske radarkeresztmetszetével, nagyságrendekkel kisebb szórást kapunk.

A tervezési eljárás során használt többrétegű nanorészecskékkel olyan nanokompozitok valósíthatók meg, amelyek elektromágneses tulajdonságai a mátrix anyag tulajdonságaihoz hasonlóak, viszont az anyagnak különleges mechanikai tulajdonságai lehetnek.

#### KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönjük a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatói Ösztöndíjának és az EUREKA MetaFer project támogatását.

#### HIVATKOZÁSOK

- [1] L. Solymár and E. Shamonina, *Waves in Metamaterials*, Oxford, University Press, 2009.
- [2] Marqués R., Martín F., Sorolla M., *Metamaterials with Negative Parameters*. John Wiley and Sons, 2008.
- [3] N. Engheta, R. W. Ziolkowski, *Metamaterials Physics and Engineering Applications*, John Wiley and Sons, 2006.
- [4] H. Chen, B.-I. Wu, B. Zhang, and J. A. Kong, "Electromagnetic Wave Interactions with a Metamaterial Cloak," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, no. 6, p. 063903, Aug. 2007.
- [5] A. Alù and N. Engheta, "Effects of size and frequency dispersion in plasmonic cloaking," *Phys. Rev. E*, vol. 78, no. 4, p. 045602, Oct. 2008.
- [6] C. H. Papas, *Theory of Electromagnetic Wave Propagation*. Courier Dover Publications, 2013.

- [7] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. Wiley, 1998.
- [8] A. Alù and N. Engheta, "Plasmonic materials in transparency and cloaking problems: mechanism, robustness, and physical insights," *Opt. Express*, vol. 15, no. 6, pp. 3318–3332, Mar. 2007.
- [9] A. Alù and N. Engheta, "Cloaking and transparency for collections of particles with metamaterial and plasmonic covers," *Opt. Express*, vol. 15, no. 12, pp. 7578–7590, Jun. 2007.
- [10] A. Alù and N. Engheta, "Multifrequency Optical Invisibility Cloak with Layered Plasmonic Shells," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, no. 11, p. 113901, Mar. 2008.
- [11] A. Alù and N. Engheta, "Theory and potentials of multi-layered plasmonic covers for multi-frequency cloaking," *New J. Phys.*, vol. 10, no. 11, p. 115036, Nov. 2008.
- [12] Kormoczi K., Szabo Z., "Near-Infrared Invisibility Cloak Engineered With Two-Phase Metal-Dielectric Composites", *Magnetics, IEEE Transactions (Volume:50, Issue: 2)*, 14128047, Feb. 2014.