

Táguló univerzum

A múlt évszázadokban a kutatók laboratóriumi mérésekkel feltárták az anyag mozgástörvényeit. Ezek differenciálegyenletként fogalmazták meg:

$$\frac{dy}{dt} = F(y), \quad (1)$$

ahol az  $F$  függvény az anyag darabjainak kölcsönhatását írja le. Hogy megkapjuk az univerzum mai  $y(t)$  állapotát, az (1) differenciálegyenleten kívül ismernünk kell a kezdeti feltételeket is:

$$y(0) = a. \quad (2)$$

Ez utóbbiak nem tudhatók meg laboratóriumi kísérletekből. Egyesek a teológiához vagy a filozófiához folyamodtak segítségért. A múlt század fizikusait viszont nagyon zavarta ez a tudomány számára idegen elem. Hogy az anyagi világot ön-maga által magyarázhasák egy állandósult univerzum posztulálásával próbálkoztak.

$$\frac{dy}{dt} = 0.$$

Remélték, hogy az időtől függetlenített

$$F(y_0) = 0$$

egyenletből (legalábbis nagy méretskálán) megkapható az univerzum állandósult  $y_0$  állapota.

A további elemzés megmutatta, hogy a sztatikus világmodell belső ellentmondásokat tartalmaz. Ezeket az ellentmondásokat a tudománytörténet három paradoxonába tömörítve fogalmazták meg: Olbers-paradoxon (az éjszakai égbolt sötét volta), Clausius-paradoxon (hőhalál) és Seeliger-paradoxon. Az utóbbi abból az egyszerű matematikai tényből adódott, hogy a  $\Phi$  gravitációs potenciál

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

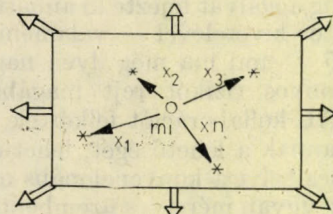
egyenletének csak akkor van térben és időben állandó  $\Phi$  megoldása, ha az univerzum tömegsűrűsége  $\rho = 0$ . Szemléletesebben: minden  $M$  tömegből  $4\pi GM$  erővonal indul ki. ( $G$  az egyetemes tömegvonzás Newton-féle állandója.) Minden  $M$  tömeg pozitív, ezért a gravitációs erővonalak nem oltják ki egymást. Ha viszont gravitációs erő van jelen a térben, a tömegeknek az erővonalak irányába gyorsulniuk kell. Ez az elméleti kifejtése annak az egyszerű tapasztalatnak, hogy egy nagytömegű égitest közelében egy kódarab nem lebeghet egyhelyben. Vagy leesik az égitestre, vagy körüljárja azt, vagy eltávolodik tőle. Csak üres univerzum lehet sztatikus.

E paradoxonok sok főfájást okoztak a századfordulón. A gondolkodási blokkoltságot egy törté-

nelmi sokk-kezelés segítette feloldani (Petrograd, 1922). A fizikai mozgásegyenletekből elsőként Alexej Fridman olvasta ki azt a következtetést, hogy világnk vagy zsugorodik, vagy tágul, de nem lehet sztatikus. Hogy nem is az, azt pár éven belül igazolták a Mount Wilsonon elkészült 2,5 méteres teleszkóp megfigyelései.

Egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy az univerzum nagy léptékben homogén és izotróp. (Később látni fogjuk, hogy ezt a feltevést meglepő pontossággal igazolja a csillagászati tapasztalat.) Egy homogén, de nem szükségképpen állandósult univerzumban úgy mozognak a galaxisok, mint mazsolaszemek a nyúló réteslesztán (1. ábra). Ha mindenféle egyformán nyújtjuk a réteslapot, a kiszemelt mazsolaszem helyzetvektora így írható:

$$x_n(t) = R(t) \cdot c_n. \quad (3)$$



1. ábra

Itt  $c_n$  egy állandó, amelyik az  $n$ -ik mazsolaszemet jellemzi,  $R(t)$  pedig a réteslap folyamatos nyúlását leíró egyetemes időfüggvény. (Ha az első mazsola önkényes origótól mért  $x_1$  távolsága  $\Delta t$  idő alatt nő kétszeresére, ez  $R(t + \Delta t) = 2 \cdot R(t)$  következménye, tehát ugyanezen idő alatt minden mazsolaszem origótól vagy bármely más mazsolától mért távolsága is megduplázódik.) A (3) egyenletből kiszámíthatjuk egy mazsolaszem (illetve galaxis) sebességét.

$$v_n(t) = \dot{R}(t) \cdot c_n. \quad (4)$$

Az utóbbi két egyenletből  $c_n$ -et kiküszöbölve megkapjuk a sebesség és távolság kapcsolatát:

$$v_n(t) = H^{-1} \cdot x_n(t), \quad (5)$$

ahol

$$H = \dot{R}(t)/R(t) \quad (6)$$

egy idődimenziójú tényező. A galaxisok távolsága és sebessége közt Edwin Hubble figyelte meg az arányosságot (1929). A galaxisok szinképében egyetemesen mutatkozó vöröseltolódás arra utalt, hogy a galaxisok szétszaladóban vannak, kölcsönösen távolodnak egymástól. Az anyagi univerzum tágul. A ma ismert legpontosabb tapasztalati érték

$$H^{-1} = \frac{15 \pm 3 \text{ km s}^{-1}}{10^6 \text{ fényév}}. \quad (7)$$

Ennek a számnak van egy érdekes interpretációja. Ha az (5) Hubble-törvényt újra leírjuk az

$$x_n = v_n \cdot H$$

alakban, a következőt mondhatjuk: a nagyobb sebességű galaxis jutott messzebbre. Változatlan  $v_n$  sebességet feltételezve a galaxisok jelenlegi  $x_n$  távolsága egy zérus távolsággal jellemezhető állapotból vezethető le, ha az azóta eltelt idő (7) alapján

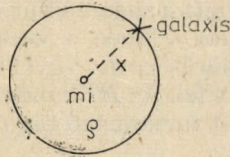
$$H = (21 \pm 4) \cdot 10^9 \text{ év} = 21 \pm 4 \text{ milliárd év} \quad (8)$$

Ennek a zérus távolságról történt indulás (becenevén *Nagy Bumm*) óta valóban ennél is kevesebb idő telt el, hiszen a kölcsönös tömegvonzás folyamatosan csökkenti a galaxisok sebességét,  $v_n$  tehát a múltban nagyobb volt.

$$t < H = 21 \pm 4 \text{ milliárd év.}$$

Egy tőlünk  $x_n$  távolságban levő galaxisra mind-az a tömeg vonzást fejt ki, ami a galaxis köré  $x_n$  sugárral rajzolt gömbön belül esik (2. ábra).

$$\ddot{x}_n = -\frac{G}{x_n^2} \left( \frac{4\pi}{3} x_n^3 \rho \right). \quad (9)$$



2. ábra

A (3) kifejezést a (9) egyenletbe helyettesítve, majd  $c_n$ -nel egyszerűsítve kapjuk:

$$\ddot{R}(t) = -\frac{4\pi G}{3} \rho(t) R(t). \quad (10)$$

A  $\rho(t)$  tömegsűrűség időfüggése nem független az  $R(t)$  faktor időfüggésétől, hiszen a tágulás során a tömeg megmarad:

$$M = \frac{4\pi}{3} R(t)^3 \rho(t) = \text{const.} \quad (11)$$

Így

$$\ddot{R}(t) = -\frac{GM}{R(t)^2}. \quad (12)$$

(Ugyanez a jólismert egyenlet adódik az általános relativitáselméletből is.) A (12) egyenletből kapható az energiaintegrál:

$$\frac{1}{2} \dot{R}(t)^2 - \frac{GM}{R(t)} = E = \text{const.} \quad (13)$$

Ez az elsőrendű differenciálegyenlet a változók szeparálásával megoldható. Pl.  $E = 0$  esetén a megoldás

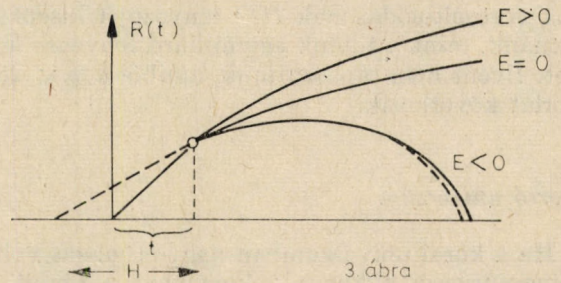
$$R(t) = (9GMt^2/2)^{1/3}. \quad (14)$$

Innen a sűrűség időfüggésére

$$\rho(t) = \frac{3M}{4\pi R(t)^3} = \frac{1}{6\pi Gt^2} \quad (15)$$

adódik. (Ez a nemrelativisztikus tömegmegmaradás következménye, tehát hideg porszerű anyagra igaz.) A (14) megoldásból (6) szerint

$$H = R(t)/\dot{R}(t) = \frac{3}{2} t \quad (16)$$



3. ábra

adódik. Ha tehát a  $H$  Hubble-tényező értékét (7)-ből vesszük,  $E = 0$  esetén a Nagy Bumm óta

$$t = \frac{3}{2} H = 14 \pm 2 \text{ milliárd év} \quad (17)$$

telt el.

$E > 0$  esetén gyorsabb lenne a tágulás ( $t < 2H/3$ ),  $E < 0$  pedig a tágulást egyszer zsugorodásba vinné át. Utóbbi esetben az univerzumnak nem csak az élettartama, hanem a térfogata is véges lenne, mert az általános relativitáselmélet szerint a homogén tér görbületi sugara éppen  $R(t)$ . Az univerzum térben és időben akkor végtelen, ha

$$E = \frac{1}{2} \dot{R}^2 - \frac{4\pi G}{3} \rho R^2 = \frac{4\pi GR^2}{3} (\rho_{\text{krit}} - \rho) > 0, \quad (18)$$

azaz ha

$$\rho < \rho_{\text{krit}},$$

A kritikus  $\rho_{\text{krit}}$  sűrűséget a (7) Hubble-tényező mért értéke határozza meg:

$$\rho_{\text{krit}} = \frac{3}{8\pi GH^2} \approx 10^{-26} \text{ kg/m}^3, \quad (19)$$

ami kb. 10 hidrogénatom köbméterenként. Ha  $\rho$  ennél kisebb, a (18) egyenletben a mozgási energia dominál a gravitáció felett,  $E > 0$ , ezért a tágulás mindörökké folytatódik. Ha viszont  $\rho$  a (19) kriti-

kus értéknél nagyobb, gravitáció van túlsúlyban a mozgáshoz képest,  $E < 0$ , így véges időn belül teljes kollapszus következik be.

A galaxisok optikailag megfigyelhető tömege a (19) kritikus sűrűségnek mintegy 1,2%-át teszi ki. Körülbelül ugyanennyi ionizált gáz található az intergalaktikus térségekben. Így a nukleáris jellegű  $\rho_{\text{nukl}}$  tömegsűrűség a kritikus értéknek legfeljebb 3–4%-át érheti el. Ha csak ilyen tömeg van jelen az univerzumban, mozgás dominál a vonzás felett, az  $E$  energiaállandó pozitív, a tér mindörökké tágulni fog.

(A tényleges tömegsűrűség nem lehet lényegesen nagyobb, mint a (19) kritikus sűrűség. Magas  $\rho$  sűrűségről olyan rövid  $t$  kor következne, ami a csillagdinamika észlelt vonásaival összeegyeztethetetlen volna. Ez a magas  $\rho$  sűrűség idők folyamán jelentősen lassítaná a tágulási sebességet. A mai tágulási ütem észrevehetően kisebb volna, mint egymilliárd évvel ezelőtt volt, ezért a közeli galaxisok vöröseltolódásának  $H^{-1}$  tényezőjét kisebbnek látnánk, mint a tőlünk egymilliárd fényévre lévőket. Ilyent nem tapasztalunk, amiből a  $\rho < 2\rho_{\text{krit}}$  korlát következik.)

### Forró univerzum

Ha a korai univerzumban nagyon magas volt a tömegsűrűség, akkor a nukleonokat a tövidtávú magerók a legstabilabb középnehéz magokká ötvözték volna össze. De a mai univerzumban könnyű elemek dominálnak (73% hidrogén, 26% hélium). Gamow ebből arra következtetett, hogy a korai univerzumban olyan forráság uralkodott, ami megakadályozta összetett atommagok fennmaradását (1948).

A Bell Telefon Laboratórium két rádiómérnöke, Penzias és Wilson a távközlési mesterséges holdak részére nyugodt hullámhossz-tartomány után kutatott (1964). Így fedezték fel, hogy az egész univerzumot minden irányban egyenletesen elektromágneses zaj tölti ki, amely  $T = 2,7$  K hőmérsékletnek felel meg. Ez 550 millió fotont jelent köbméterenként, szemben az 1 hidrogénatom/köbméter nukleáris tömegsűrűséggel. Ennyi foton nem származhat csillagokból, csak a korai forró univerzumból.

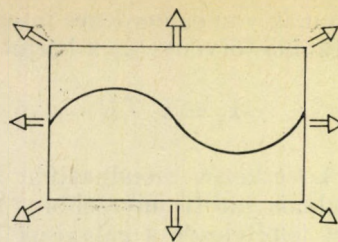
A jelenlegi nukleáris tömegsűrűség  $\rho_{\text{nukl}}(t) = 10^{-28}$  kg/m<sup>3</sup>. A jelenlegi sugárzássűrűség a Stefan–Boltzmann-törvény alapján

$$\rho_{\text{sug}} = aT^4/c^2, \quad (20)$$

amit  $T = 2,7$  K alapján kiszámítható:  $\rho_{\text{sug}}(t) = 10^{-31}$  kg/m<sup>3</sup>, tehát elhanyagolható a csillagok és ionfelhők tömege mellett. De nem volt mindenkor így. A fény egy sinus-hullám a nyúló rétesztán (4. ábra), aminek hullámhossza az  $R(t)$  dilatációs tényezővel arányosan változik:

$$\lambda \sim R(t). \quad (21)$$

A  $\lambda_{\text{max}} \sim T^{-1}$  Wien-féle eltolódási törvény a hőmérsékleti sugárzásnak azt a lépték-független



4. ábra

(skalázási) tulajdonságát fejezi ki, hogy a (21) hosszúságskála nyúlásával fordított arányban csökken a hőmérséklet. E kettőből

$$T \sim R(t)^{-1}. \quad (22)$$

A (20) összefüggést figyelembe véve, a sugárzás-sűrűség idővel a következő törvény szerint csökken:

$$\rho_{\text{sug}}(t) \sim R(t)^{-4}. \quad (23)$$

A csillagok (atomok, atommagok) energiasűrűségét megszabja a nemrelativisztikus (11) tömegmegmaradás:

$$\rho_{\text{nukl}}(t) \sim R(t)^{-3}. \quad (24)$$

Ha a multba megyünk vissza, mind kisebb  $R(t)$  értékekre jutunk. Egyszer csak elérünk egy olyan időpontot, ami előtt a sugárzássűrűség dominált az atomsűrűség felett. Ebben a korai időszakban a (18) egyenlet  $\rho$  sűrűsége  $R^{-4}$ -gyel volt arányos, és nagy értéket vett fel. Az  $E$  állandó elhanyagolható volt a  $\rho$  sűrűségét tartalmazó tag mellett.

$$(\dot{R}/R)^2 = 8\pi G\rho/3. \quad (25)$$

Ha  $\rho$  arányos  $R^{-4}$ -gyel, akkor

$$\dot{\rho}/\rho = -4(\dot{R}/R) = -(8\pi G\rho/3)^{1/2}.$$

A kapott

$$\rho^{-3/4}\dot{\rho} = (128\pi G/3)^{1/2}$$

egyenlet közvetlenül integrálható.

$$\rho(t) = \frac{3}{32\pi Gt^2} \quad (26)$$

egy sugárzással kitöltött, sugárzás által dominált univerzumban. (A második integrálási állandó most is zérus, ha a Nagy Bumm időpontja  $t = 0$ .)

Ha a korai forró univerzumban  $n$ -féle sugárzás ( $n$  fajta relativisztikus részecske) volt jelen, a (20) Stefan-Boltzmann törvény így alakul:

$$\rho(t) = naT^4/c^2. \quad (27)$$

A (26) és (27) egyenleteket összevetve

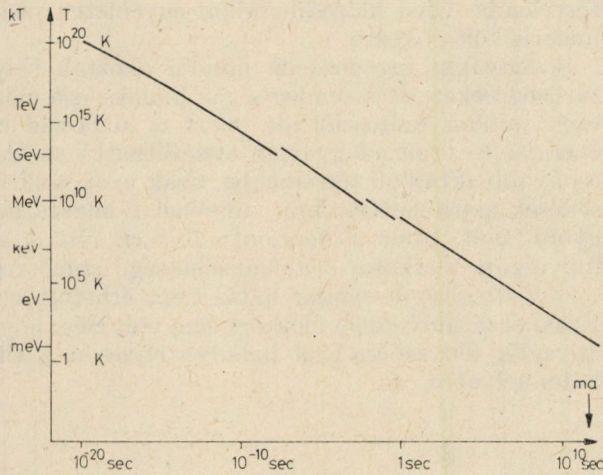
$$T(t) = \left( \frac{3c^2}{32Gant^2} \right)^{1/4}. \quad (28)$$

Beírva az univerzális állandók értékét,  $n \gtrsim 1$  figyelembevételével

$$kT \approx \frac{1 \text{ MeV}}{\sqrt{t_{\text{sec}}}} \quad (29)$$

adódik. ( $k$  a Boltzmann-állandó,  $a = 8\pi^5 k^4 / 15 c^3 h^3$ ). Az univerzum termikus történetét az 5. ábra szemlélteti. A (22) képlet értelmében a geometriai tágulás üteme

$$R \sim t^{1/2} \quad (30)$$



5. ábra

szerint változik. Ha az időben eléggé visszamegyünk, a sűrűség és hőmérséklet bármilyen magas értékeig eljuthatunk. Az ezeket leíró (26) és (28) képletekben nem szerepel ismeretlen adat, azok nem tartalmaznak önkényes integrálási állandókat. Így évszázados kérdéseinkre megkaptuk a feleletet. Földi laboratóriumokban felkutatott az anyag mozgástörvényeit, és ezeknek nem létezik szingularitásmentes megoldása. (Az időtengely még inhomogén-anizotróp anyageloszlás esetén sem folytatható mindkét irányban a végtelenbe, miként azt Hawking és Penrose bebizonyították.) A mozgástörvény alakjából következő szingularitás viszont természetes kezdőfeltételül kínálkozik, amely nagymértékben mentes külső önkényről.

#### Az első milliomod másodperc

Amíg  $t < 10^{-3}$  s, addig (29) szerint  $T > 0,3 \cdot 10^{12}$  K és  $kT > 30$  MeV. Ilyen korai időszakban nehéz és többségükben instabil részecskék domináltak, amelyek erős kapcsolatban álltak egymással. E jelenségkör fizikája érdekes, de még nem értjük teljesen. Úgy szokták emlegetni: e korszak „a szegény ember nagyenergiájú fizikalaboratóriuma.”

Ilyen magas hőmérsékleten sokféle részecske keletkezett, de ezek az ütközésekben csakhamar megszűntek létezni. Amíg  $mc^2 < kT$  volt, az instabil részecskék éppoly gyakoriak voltak, mint a stabilak. Egyszer csak  $kT < mc^2$  lett. Az ütközések energiája többé nem volt elég új instabil részecs-

kék keltéséhez. A meglevők előbb-utóbb elbomlottak. Így a lehűlés fokozatosan csökkentette  $n$  értékét, a jelenlevő részecsketípusok számát. Ez a magyarázata az 5. ábrán látható egyenes vonal szakadásainak: Kvarkok hadronokká csomózódtak. A hadronok leptonokra bomlottak. Elektron-pozitron párok sugárzódtak szét fotonokra. Végül csak fotonok és neutrínók maradtak, köztük alig észrevehető nyomokban stabil protonok, elektronok és egy ideig még neutronok is:

$$\frac{N_p}{N_\gamma} \approx \frac{N_n}{N_\gamma} \approx \frac{N_e}{N_\gamma} \approx 10^{-9 \pm 1}. \quad (31)$$

(Hogy miért maradtak egyáltalán, az a kérdés külön tanulmányt érdemel.)

#### Az első másodperc

Amíg a „kozmosz óramutató”  $t = 10^{-3}$  s-ról  $t = 10^5$  évig ért, azalatt a gyorsan hűlő univerzumban az egy részecskére jutó átlagos energia  $kT = 30$  MeV értékről  $kT = 1$  eV értékre csökkent. Már csak jólismert köznapi részecskék léteztek. Ez az egyszerű lineáris fizika korszaka volt. A fennálló termodinamikai egyensúly megkönnyíti az események rekonstruálását.

30 MeV alatt fotonok, elektronok és neutrínók léteztek. (Csak annyi nukleon, amennyit az univerzum parányi bariontöltése megkövetelt.) Mindezek a részecskék termikus egyensúlyban voltak egymással. A neutrínók és elektronok közt a „semleges gyenge kölcsönhatás” energiacsere-t tett lehetővé:  $\nu + e^- \rightarrow e^- + \nu$ . Ahogy a sűrűség és az energia csökkent, ritkultak az ütközések. Amikor a hőmérséklet  $kT = 10$  MeV alá esett, a neutrínó két ütközése közt eltelt átlagos időtartam nagyobb lett az univerzum koránál. Ez azt jelentette, hogy a magános neutrínók lecsatolódtak az elektromos plazmafelhő többi összetevőjéről. A kozmosz neutrínókkal ezóta pusztán annyi történik, hogy a geometriai tágulás miatt (5. ábra) nyúlik a hullámhosszuk. Mivel nincs lépték fixálva, a  $\lambda \sim R(t)$  dilatáció  $T \sim R(t)^{-1}$  lehűlésnek felel meg. Annak ellenére, hogy a neutrínók függetlenül száguldanak át az univerzumon, energiaeloszlásuk  $T_\nu$  neutrínóhőmérséklettel jellemezhető, amely eleinte megegyezett a  $T_\gamma$  fotonhőmérséklettel.

Az első másodperc végére az anyag  $kT = 1$  MeV alá hűlt. Ekkor az elektron-pozitron-párok fotonokká sugárzódtak szét. Újabb pozitronok nem keletkeztek, mert ehhez már nem volt elég az ütközések energiája. Az eltűnő elektronpárok felszabaduló nyugalmi energiája a fotongázt némileg felhevítette a neutrínógázhoz képest.

Hogy számszerűen tájékozódjunk, képzeljük el, hogy a foton-elektron-pozitron-gáz, amelynek entropiája

$$S_1 = S_\gamma + S_{e^-} + S_{e^+} = \frac{4}{3} a T_1^3 V + \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{8} a T_1^3 V + \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{8} a T_1^3 V,$$

átalakul vele egyenlő entrópiájú tiszta fotongázzá:

$$S_2 = \frac{4}{3} a T_2^3 V.$$

(A 7/8 faktor azt veszi figyelembe, hogy az elektronok és pozitronok számára a Pauli-elv miatt kevesebb állapot érhető el, mint a fotonok számára.) A két entrópiát egyenlővé téve ( $S_1 = S_2$ ) a szét-sugárzás utáni  $T_2$  hőmérsékletet kifejezhetjük azzal a  $T_1$  hőmérséklettel, ami érvényes lett volna, ha a szétsugárzás nem történik meg.

$$T_2 = (11/4)^{1/3} T_1.$$

$T_2$  a visszamaradt fotongáz megemelkedett hőmérséklete ( $T_\gamma = T_2$ ). A neutrínók hőmérséklete (csatolás híján) nem vehetett tudomást a szétsugárzásról ( $T_\nu = T_1$  maradt). Így

$$T_\nu = (4/11)^{1/3} T_\gamma. \quad (32)$$

A ma mért foton-hőmérséklet  $T_\gamma = 2,7$  K. A megfelelő neutrínóhőmérséklet a (32) összefüggésből megkapható:  $T_\nu = 2,0$  K. Most  $N_\gamma = 550$  foton van  $\text{cm}^3$ -enként. A neutrínók sűrűsége ebből kiszámítható.

$$N_\nu = r \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{11} \cdot N_\gamma = 150 r \text{ neutrínó/cm}^3.$$

Itt  $r$  a különböző típusú neutrínók száma. ( $r = 3$  ha az elektronhoz, múonhoz és tauhoz társult neutrínót vesszük figyelembe.) A 3/4 faktor a Pauli-kizárást tükrözi. 4/11 a neutrínók és fotonok csekély hőmérséklet-különbségéből ered.)

### Az első millió év

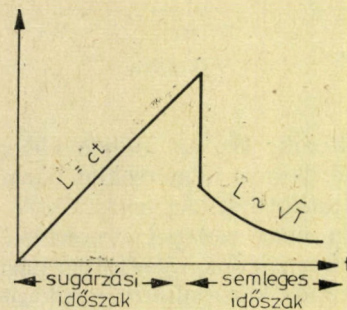
Az első 100 000 esztendő folyamán a sugárzás volt a gravitáció fő forrása:

$$\rho_{\text{nukl}} \ll \rho_\gamma + \rho_\nu.$$

A fotonokat elektromágneses kölcsönhatás csatolta a néhány jelenlevő elektronhoz és ionhoz, ami egyenletes  $T_\gamma$  hőmérsékletet alakított ki. A tőlük függetlenül mozgó neutrínók  $T_\nu$  hőmérséklete valamivel alacsonyabb volt. Mintegy  $t = 10^5$  év eltelté után a hőmérséklet a  $kT_\gamma < 1$  eV érték alá süllyedt. Ezért a protonok elektronokat foghattak be, tartósan stabil atomok képződhettek. A *semleges* atomok átlátszóvá váltak az *elektromágneses* hullámok számára, a fény lecsatolódt az atomokról. Az elsőként Penzias és Wilson által észlelt egyetemes rádió zaj ebből az időből származik. Azóta a sugárzás spektrumán csak a geometriai dilatáció okozta hullámhossz-nyúlás változtatott. A ma megfigyelhető háttérzaj nagyfokú izotrópiája ( $\Delta T_\gamma / T_\gamma < 2,5 \cdot 10^{-4}$ ) arról tudósít, hogy az atomok képződésének idején a plazma nagyon homogén volt.

Körülbelül ezidőtájt történt az is, hogy a gyorsan csökkenő sugárzássűrűség ( $\rho_{\text{sug}} \sim R(t)^{-4}$ ) kisebbé vált az atomok által képviselt tömegsűrűség-nél ( $\rho_{\text{nukl}} \sim R(t)^{-3}$ ), mert a fotonok tömegét leértékelte a (21) kozmikus vöröseltolódás. Innen kezdve az univerzumban a nemrelativisztikus anyag vált dominálónvá, ami „porszerű” expanzióra vezetett ( $R \sim t^{2/3}$ ) a korábbi „sugárzási” expanzió ( $R \sim t^{1/2}$ ) helyett. A főszerepet hűvös hidrogéngáz vette át. Új korszak kezdődött, amelynek jól ismerjük a fizikáját, de ez a fizika már korántsem egyszerű. A bonyodalmat a gravitációs hatását is figyelembe vevő hidrodinamikai egyenletek nemlineáris volta okozta.

Statisztikus ingadozások mindig okoztak helyi sűrűsödéseket, de a semleges gáz kialakulása előtt ezek mindig szétoszlottak, mert a sugárzás az energiát és tömeget gyorsan elszállíthatta az alacsonyabb sűrűségű térrészekbe. Csak azok a sűrűsödések maradhattak fenn, amelyek  $L$  sugara nagyobb volt, mint a horizont:  $L > ct$ . (Itt  $t$  az univerzum életkora,  $c$  a fénysebesség.  $ct$ -nél nagyobb távolságra semmi hatás nem érhető el.) Ezeknél az univerzum életkora sem volt elég, hogy anyaguk fénysebességgel haladva eljusson a ritkább helyekre.



6. ábra

A semleges kor beköszöntével akcióba léphetett a gravitációs instabilitás.  $L$  sugarú sűrűsödés akkor számított stabilnak, gravitációs vonzása folytán akkor kezdhetett gyarapodni, ha felszínén a gravitáció úrrá lehetett a hőmozgás felett (Jeans-féle stabilitási feltétel, 6. ábra):

$$\frac{G}{L} \left( \frac{4\pi}{3} L^3 \rho \right) m_p > kT. \quad (35)$$

Statisztikus ingadozásokból leggyakrabban a legkisebb-megengedett méretű sűrűsödések állhattak össze. Ha  $\rho$  volt a gáz átlagos sűrűsége és  $T$  a hőmérséklete, akkor a legkisebb túlélő sűrűsödés mérete és tömege

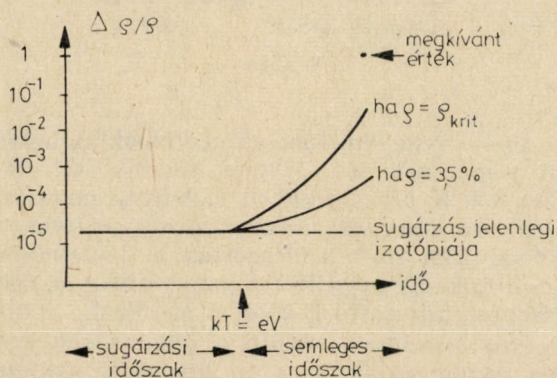
$$L_{\text{krit}} = \left( \frac{3kT}{4\pi G} \right)^{1/2}, \quad M_{\text{krit}} = \frac{4\pi}{3} L^3 \rho \left( \frac{3k^3 T^3}{4 G^3 \rho} \right)^{1/3}. \quad (36)$$

Az atomok kialakulásának idején  $T_{\text{akkor}} = 10^4$  K meleg volt, így az akkori sűrűség

$$\rho_{\text{akkor}} / \rho_{\text{ma}} = (T_{\text{akkor}} / T_{\text{ma}})^3 = (10^4 / 2,7)^3.$$

Így a (36) képletben minden mennyiség adott. A leggyakoribb túlélő sűrűsödések tömegére  $M_{krit} = 10^5 M_{Nap}$  értéket kapunk. Ez a ma ismert csillag gömbhalmazok tömegének felel meg, vagyis sokkal kisebb, mint a galaxistömeg. Így tehát nem tudjuk megmagyarázni, hogy a semleges gáz korszakában a legnagyobb csillagászati objektumok (a galaxisok és galaxishalmazok) miként jöttek létre.

Sokkal nagyobb zavarba kerülünk, ha az inhomogenitások továbbfejlődésének időskálája iránt érdeklődünk. Megbeszéltük, hogy a semleges kor kezdetén alig létezett inhomogenitás.  $\Delta\rho/\rho < 10^{-4}$ . Ha a  $\rho$  tömegsűrűség a  $\rho_{krit}$  határsűrűségnek csak mintegy 3,5%-át tette ki, akkor a sűrűségkoncentráció vonzása mindmáig legfeljebb 15-szörösére növekedhet az inhomogenitás mértékét. Még ha  $\rho$  elérné a  $\rho_{krit}$  értéket, akkor is a semleges kor kezdetétől eltelt idő alatt legfeljebb 1000-szeres lehetett az inhomogenitás felerősödése. Semmiképp nem érhetne volna el az a  $\Delta\rho/\rho = 1$  értéket, ahol a hidrodinamika nemlinearitása érvényesül, ami lehetővé teheti a galaxisok szeparálódását (Rogacheva-Sunyaev 1981, 7. ábra). A galaxisképződés elképzelhetetlen a  $\rho_{krit}$  értéket elérő tömegsűrűség nélkül és hosszabb kifejlődési idő nélkül! Mivel az atomos anyag ennek a szükséges értéknek mindössze  $3,5 \pm 2,0\%$ -át adja, az univerzumban előforduló nemrelativisztikus gáz tömegének 95–97%-a „hiányzik” a csillagászati könyvelésből.



7. ábra

Elemi termodinamikai megfontolás arra a következtetésre kényszerített, hogy köbméterenként  $N_\nu = 150$  millió neutrínónak kell léteznie az univerzumban, külön-külön mindegyik fajtából. (Ez sok, ha az  $N_p \approx 1$  proton/ $m^3$  atomsűrűséghez hasonlítjuk.) A szerzők 1976-ban azt a magyarázatot javasolták, hogy a „hiányzó tömeget” a neutrínóknak lehet tulajdonítani, feltételezve hogy legalább az egyik neutrínóféleség zérustól különböző nyugalmi tömeggel rendelkezik:

$$m_\nu = \frac{\rho_{hiányzó}}{N_\nu} \approx \frac{\rho_{krit}}{N_\nu} = \frac{10^{-26} \text{ kg m}^{-3}}{150 \cdot 10^6 \text{ kg m}^{-3}} = 30 \text{ eV}.$$

Ez a következtetés akkor került a figyelem középpontjába, amikor Moszkvából egy kutatócsoport (Lubimov és társai, 1980) jelentette, hogy labo-

ratóriumi méréseik szerint (a  $^3\text{H}$  izotóp  $\beta$ -bomlásakor megfigyelt energiaspektrum alapján) az elektronhoz társult neutrínónak nyugalmi tömege van, és az a  $16 \text{ eV} < m_\nu < 45 \text{ eV}$  határok közé esik.

### Neutrínó Szuperszlár

A mindenről lecsatolódtott részecskék lehűlési törvényét a (21) egyenlet írja le. A fotonok energiája az

$$\varepsilon_\gamma(t) = h\nu(t) = \frac{hc}{\lambda(t)} \sim \frac{1}{R(t)} \sim T(t)$$

képlet szerint devalválódik. Láttuk, hogy a lecsatolódáskor  $kT_{lecsat} = 1 \text{ eV}$  és  $T_{lecsat} = 10^4 \text{ K}$  volt. Mára ez

$$\begin{aligned} \varepsilon_\gamma(t) &= 1 \text{ eV} \cdot \frac{T(t)}{T_{lecsat}(t)} = 1 \text{ eV} \cdot \frac{2}{10^4} \frac{7\text{K}}{\text{K}} = \\ &= 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ eV} = 2,7 \text{ meV} \end{aligned}$$

értékre csökkent.

Ha a neutrínóknak van egy (néhány elektronvotot kitevő)  $m_\nu$  tömege, akkor

$$kT_{\nu \text{ nrel}} = m_\nu c^2 \quad (37)$$

hőmérséklet alatt a neutrínók nemrelativisztikussá váltak.

$$\varepsilon_\nu(t) = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2/2m_\nu}{\lambda(t)^2} \sim \frac{1}{R(t)^2} \sim T_\nu(t)^4. \quad (38)$$

Így a neutrínók átlagos energiája

$$\varepsilon_\nu(t) = m_\nu c^2 \cdot \left( \frac{T_\nu}{T_{nrel}} \right)^2 = \left( \frac{4}{11} \right)^{2/3} \frac{k^2 T_\nu(t)^2}{m_\nu c^2}$$

szerint devalválódik. Ha  $m_\nu c^2 = 30 \text{ eV}$  értéket helyettesítünk be, a tágulás folytán devalválódott neutrínóenergia jelenleg

$$\varepsilon_\nu(t) = 3 \cdot 10^{-9} \text{ eV} = 3 \text{ neV} = kT_\nu \quad (39)$$

lehet, ami  $T_\nu = 0,00004 \text{ K}$  effektív neutrínóhőmérsékletnek felel meg. A geometriai tágulás sokkal gyorsabban hűti a nemrelativisztikus neutrínókat (eltérő skálatulajdonságuk miatt), mint a relativisztikus fotonokat! A neutrínók átlagos sebessége ma  $v_\nu = 6 \text{ km/s}$  körül jár. Ez kisebb, mint a szökési sebesség a Földről! Az ultrahideg maradvány-neutrínók minden bizonnyal igen érzékenyek a gravitációs instabilitással szemben.

Amíg a részecskék relativisztikusak, egyedüli tömegkoncentrációk azok a statisztikus fluktuációk voltak, amelyek mérete elérte vagy meghaladta az optikai horizont sugarát ( $L = ct$ ). A neutrínók akkor váltak nemrelativisztikussá, amikor hőmozgásuk  $kT_\nu$  energiája az  $m_\nu c^2$  nyugalmi energia értéke alá süllyedt, lásd a (37) képletet. A neutrínók

száma a fotonokéhoz fogható, száz- vagy ezermilliószorta nagyobb a protonokénál. Nos, ha  $m_\nu c^2 > 10$  eV, a nemrelativisztikus korban a neutrínók alkotják a gravitáció elsőszámú forrását! (A vöröseltolódás miatt elértéktelenedett fotonok járuléka ekkor már elhanyagolható). A neutrínók számára a nemrelativisztikus élet kezdete a

$$kT_{\text{nrrel}} = k \left( \frac{3c^2}{32\pi G a n t_{\text{nrrel}}^2} \right)^{1/4} = m_\nu c^2 \quad (40)$$

egyenletből olvasható ki. Ebben

$$n = \left( \frac{11}{4} \right)^{4/3} + 3 \cdot \frac{7}{8}$$

figyelembe veszi a melegebb fotonok jelenlétét ( $T_\nu = (11/4)^{1/3} T_\gamma$ ) és a Pauli-elvnek alávetett háromfajta neutrínót (7/8). A (40) egyenlet megadja a  $t_{\text{nrrel}}$  időpontot és erre az időpontra a horizont  $L_0$  sugarát is:

$$L_0 = c t_{\text{nrrel}} = \left( \frac{3k^4}{32\pi G a n m_\nu^4 c^6} \right)^{1/2} \quad (41)$$

Ekkora vagy esetleg ennél nagyobb kiterjedésű neutrínó-inhomogenitások öröklődhetnek át a relativisztikus korból. A kérdés: ezek a neutrínó-inhomogenitások stabilak, vagy nem? Alkalmazzuk neutrínókra Jeans (35) stabilitási feltételét!

$$G \left( \frac{4\pi}{3} L^3 \rho \right) \frac{m}{L} > kT_{\text{nrrel}} = m_\nu c^2.$$

Ez teljesül, ha

$$L > \left( \frac{3c^2}{4\pi G \rho_\nu} \right)^{1/2} = \left( \frac{6k^4}{7\pi G a n m_\nu^4 c^4} \right)^{1/2}.$$

Ezt a stabilitási feltételt a (41) méret gyakorlatilag kielégíti. A  $t < t_{\text{nrrel}}$  korból átöröklött  $L_0 = c t_{\text{nrrel}}$  horizontméretű statisztikus sűrűsödések stabilnak bizonyulnak a  $t > t_{\text{nrrel}}$  nemrelativisztikus korban is. Nemcsak túlélnek, de elkezdnek összehúzódni és további neutrínókat vonzanak magukhoz. Ezek a *neutrínó-szupercsillagok* lehetnek az univerzum első csillagászati objektumai. Születésüknek messze a plazma + sugárzás időszakában kellett történie.

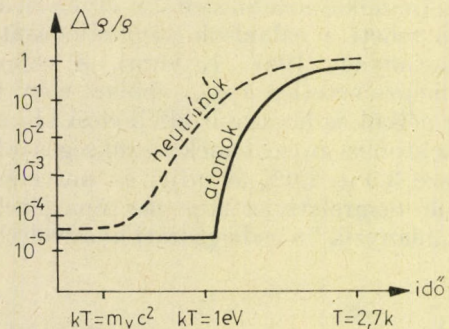
A plazma + sugárzás korszaka később ért véget, amikor a hőmérséklet már elég alacsony volt az atomok kialakulásához ( $kT_\nu = 1$  eV). A plazmát ugyan homogenizálta az elektromágneses sugárzás ( $\Delta\rho/\rho < 10^{-4}$ ), de a sugárzás korszakának elmúltával változott a helyzet. Az újonnan keletkezett semleges atomok (lecsatolódván a sugárzásról) a neutrínó-szupercsillagok inhomogén gravitációs mezejében találták magukat. Az egyes neutrínó-szupercsillagok gravitációs gödrében hatalmas hidrogénfelhők gyűltek össze.

A neutrínó-szupercsillagok egymástól való eredeti távolságát a (41) egyenlet adja meg. Ez a tá-

volság azóta a tér tágulása következtében megnőtt:

$$\begin{aligned} L(t) &= L_0 \frac{R(t)}{R(t_{\text{nrrel}})} = L_0 \frac{T_{\text{nrrel}}}{T_\nu(t)} \left( \frac{11}{4} \right)^{1/3} = \\ &= L_0 \frac{m_\nu c^2}{kT(t)} \left( \frac{11}{4} \right)^{1/3}. \end{aligned}$$

(Ma  $T_\nu(t) = 2,7$  K.) A máig kialakult  $L(t)$  szeparáció arányos  $m_\nu$  értékével. Jelen univerzumunk legnagyobb objektumai a galaxis szuperhalmazok. Ezek mai átlagos távolsága  $10^8$  fényév. Ha feltételezzük, hogy a szuperhalmazok a neutrínó-szupercsillagok méhében születtek,  $L(t) = 10^8$  fényév írható, és ebből az egyenlőségből újra kiszámíthatjuk a neutrínó tömegét. A szerzők erre 1976-ban  $m_\nu c^2 = 30$  eV értéket kaptak. Ekkora nyugalmi tömeg elég arra, hogy az univerzum sűrűségét kb. a kritikus sűrűséggel tegye egyenlővé. Így megoldódik a galaxisfejlődés rejtélye is (8. ábra).



8. ábra

A 30 eV nyugalmi tömegű neutrínók az univerzum tömegének 95–97%-át tehetik ki.  $T = 300\,000$  K hőmérsékleten válhattak nemrelativisztikussá, amikor az univerzum  $t_{\text{nrrel}} = 1000$  éves lehetett. Ekkortájt születhettek a neutrínó-szupercsillagok. Egy-egy fiatal szupercsillag az egész horizontot kitöltötte kezdeti átmérője  $L_0 = 1000$  fényévre becsülhető. Azóta a hőmérséklet százszázad részére csökkent, a tér lineárisan százezerszeresére tágult. Így a szupercsillagok egymástól mért távolságára 100 millió fényév adódik. A szupercsillagok által kialakított gravitációs völgyekben sokkal később, csak a sugárzási korszak végén ( $kT = 1$  eV,  $t = 100\,000$  év) kezdtek összegyűlekezni azok a hidrogénfelhők, amelyekből idők folyamán galaxis-szuperhalmazok alakultak ki. Így nőtt távolságuk mai értékére, 100 millió fényévre.

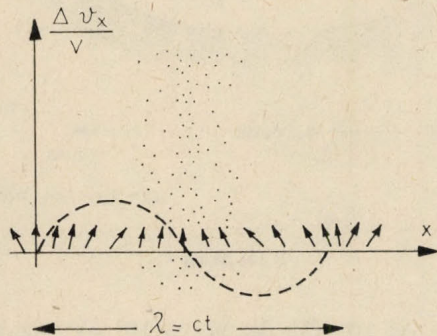
Miként lehetne alátámasztani a galaxishalmazok neutrínó-eredetét?

Űr

A termikus eredetű gáznyomás izotróp. Nyomás és tömegvonzás összjátéka gömbölyű objektumokat formáz ki. De a neutrínók nem ütköznek egymással, neutrínógázban nincs nyomás.

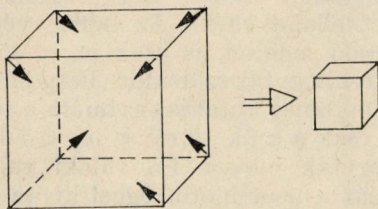
A neutrínó-sűrűsödések statisztikus ingadozásokból származnak. Kövessük nyomon egy homogén neutrínógáz sorsát, amelyben sebességinhomogenitások fordulnak elő. A horizont távolságá-

nál kisebb ( $L < ct$ ) sebességperturbációk még a relativisztikus korban kiküszöbölődtek. A legfontosabb túlélő perturbáció hullámhossza  $L = ct$  volt.  $x$ -tengelynek válasszuk azt az irányt, amelyben a sebességperturbáció amplitúdója legnagyobb volt (9. ábra). Ez a sebességperturbáció a homogén sűrűségű gázból lapos palacsintát csinál (Ya. B. Zeldovics, 1970).

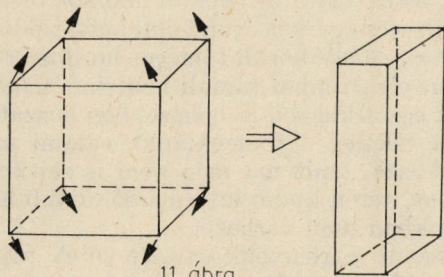


9. ábra

Izotróp (gömbszimmetrikus) zsugorodás rendkívül kivételes jelenség volna. Csak akkor következne be, ha a sebességfluktuáció diagonalizált tenzorának elemei egyenlőek lennének (10. ábra). Tetszőleges tenzor (11. ábra) egy kockát lapos réteggé vagy rúddá torzítana el.



10. ábra

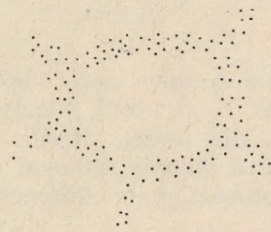


11. ábra

Ezt a következtetést megerősíti a csillagászati tapasztalat. A galaxisok a neutrínokoncentrációk indikátorai. Valóban gyakran figyelhetünk meg rétegre vagy szátra emlékeztető galaxis-eloszlást. Az égen tehát éppen az ellenkezőjét találjuk annak, amit forró hidrogéngázból kialakult galaxis-halmazok esetében várnánk. Legtöbbször nem fénylő gömböket (gömbölyű galaxis-halmazokat) látunk, amelyek közt sötét ürességek terjengenek. E helyett hatalmas üres térrészeket találunk, amelyeket galaxisban sűrű rétegek és szálak választanak el egymástól. Így is fogalmazhatunk: ezek a lyukak az univerzum legnagyobb és feltehetően

legrégibb makroszkópikus objektumai (Kirschner 1981, Gregory 1982), amelyek a korai neutrínó-gázban képződtek.

E kétkomponensű rendszer (ütközésmentes neutrínók és ütköző atomok, amelyeket gravitáció kapcsol össze) fejlődésének részletes leírása meglehetősen nehéz matematikai probléma (Bond—Szalay 1981). Ilyen keverékben jöttek létre azok



12. ábra

a csomók, amelyeket galaxisoknak és csillagoknak nevezünk. Idővel azután a lapos galaxis-halmazok is gömbölyű halmazokká rendeződnek, de ez a fejlett alak még nem mindig jött létre az univerzumban.

### Galaxisok

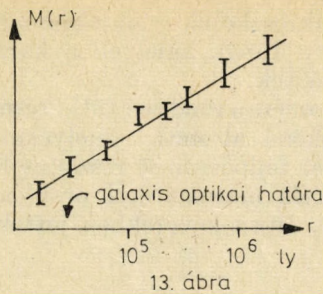
Néhány sűrűbb galaxis-halmaz már stabil, kiegyensúlyozott alakzatot öltött magára, amelyben bizonyos értelmű energia-ekvipartíció is kialakult. Szép példa rá a Coma-halmaz. Hogy stabil legyen, energiája szükségképpen *negatív* érték:

$$E = \Sigma \frac{1}{2} M v^2 - \frac{G}{R} (\Sigma M)^2 < 0.$$

A mozgási energia a vöröseltolódások mértékéből megkapható. A gravitációs energiát kiszámíthatjuk, ha megszámláljuk a galaxisokat. De ez az empirikus becslés *E*-re *pozitív* értéket ad! Hogy megértsük a galaxis-halmaz stabilitását, miként arra Paál György is rámutatott, teljes tömegét egy nagyságrenddel nagyobbobnak kell tekintetnünk! Nos, ezt a tömegtöbbletet ismét a galaxis-halmazt körülvevő neutrínó-atmoszférának tulajdonítottuk (1976): 30 eV neutrínótömeg képes a Coma-halmaz stabilitásának biztosítására!

A (gravitációs hatásokból kikövetkeztetett) *dinamikai tömeg*, valamint a (csillag- és galaxiszámolásból nyert) *optikai tömeg* különbözősége a galaktikus asztrofizika régóta ismert problémája (Peebles 1973). A *hiányzó tömeg* egyes spirális galaxisoknál is jelentkezik, pl. a Tejútrendszer esetében. Ha meghatározzuk a galaxis centrumától  $r$  távolságra keringő égitest keringési idejét, ebből Kepler III. törvénye nyomán kiszámíthatjuk a galaxiscentrumtól mért  $r$  távolságon belül lévő tömeget. Ha csatlós galaxisokat, ikergalaxisokat, galaxisok közt tapasztalható árapályjelenségeket is figyelembe vesszünk, akkor ez a tömegmeghatározás nagyobb  $r$  értékekre is kiterjeszthető. Meglepő (Peebles 1973), hogy  $r$  növekedtével  $M(r)$  a galaxis optikai határán túl is lineárisan nő!

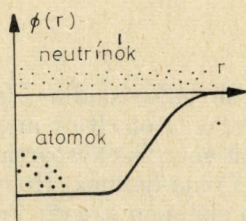




13. ábra

(13. ábra). Ez azt mutatja, hogy a spirális galaxist láthatatlan *háló* veszi körül, amely könnyű részecskékből tevődik össze.  $M(r)/r$  állandó volta arra utal, hogy a galaxis csillagai egy kiterjedt laposfenekű potenciálgödör közepetáján helyezkednek el.

Galaxisnál kisebb méretskálán (csillag, csillaghalmaz közvetlen közelében) az atomos-ionos anyagsűrűség olyan nagyra emelkedik, hogy a sokkal egyenletesebben eloszló neutrínók gravitációs hatása mellettük elhanyagolható. A Föld keringését jól le tudjuk írni, ha csak a Napban levő atommagok és elektronok által kifejlesztett gravitációs vonzást vesszük figyelembe.



14. ábra

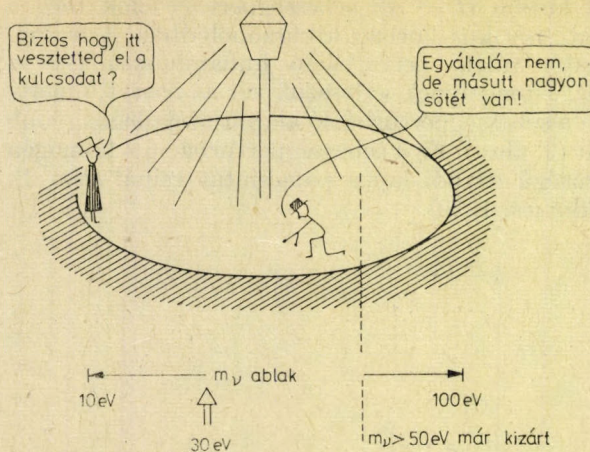
### Tanulság

A *tömeghiány* az extragalaktikus csillagászat általános jelensége: egyformán jelentkezik a kozmológia, galaxishalmazok és nagy spirális galaxisok szintjén. Ezeket a nehézségeket képesek vagyunk egyetlen feltevésell megmagyarázni: valamelyik fajta stabil neutrínónak mintegy 30 eV nyugalmi tömege van. A számadat egy kettős faktoron belül lehet pontos. (Ezt a semleges részecskét a gravitáción kívül *gyenge kölcsönhatás* csatolja a többi anyaghoz. Nála is gyengébben csatolt részecskék, pl. gravitínok korábban lecsatolódtak a többi anyagról, ezért utóbbiak száma sokkal kisebb lehet, nem fejthetnek ki számottevő gravitációt.)

Asztrofizikai következtetésünket alátámasztják azok a laboratóriumi megfigyelések, amelyek az elektronhoz társult neutrínó hasonló tömegére utalnak (noha ezek a mérések további megerősítésre szorulnak).

Érdeemes elgondolkozni azon, hogy az asztrofizikai és laboratóriumi tapasztalatok  $m_\nu = 30$  eV érték felé konvergálnak. Talán nincs egyébről szó, mint amit egy régi vice fejez ki (15. ábra). A neutrínók létéről gravitációs hatásuk csak akkor árulkodhat, ha a neutrínók tömegsűrűsége felül múlja az atomos anyag tömegsűrűségét:

$$m_\nu N_\nu > m_p N_p.$$



15. ábra

Mivel  $N_\nu = 10^8 N_p$  és  $m_p = 10^9$  eV, az asztrofizikai érvelés csak  $m_\nu > 10$  eV esetén használható. — A  $\beta$ -spektrumokat zavarják azok a viszontagságok, amelyeket a bomló atommagból kilépő elektron elszenved, miközben a molekulák néhány voltos potenciálmezőin áthalad. Így laboratóriumi mérések is csak  $m_\nu < 10$  eV tömeget mutathatnak ki. Korábbi asztrofizikai gondolatmenetek az univerzum életkorának alsó határára vonatkozóan csak  $m_\nu < 50$  eV értéket tolerálnak. (Zeldovics-Gerstein 1966, Marx-Szalay 1972, Cowsik-McClelland 1972): Az eddig végzett  $\beta$ -spektroszkópiái mérések is csak  $m_\nu < 55$  eV értéktartományt hagytak szabadon (Bergquist 1979). Így a neutrínótömeg kutatása számára a technikai lehetőségek csak a szűk  $10 \text{ eV} < m_\nu < 50 \text{ eV}$  tartományt hagyták nyitva. Ha valaki valamilyen diszkrepanciát a neutrínótömegeg kíván megmagyarázni, az csak ebben a sávban kereskedhet.

Ha a szerzőknek nincs szerencséje, és a  $10 \text{ eV} < m_\nu < 50 \text{ eV}$  sávot kizárják a már sok országban megindított és egy-két éven belül befejeződő mérések, akkor a 30 eV körüli tömeget hordozó részecske nem az elektronhoz társult neutrínó, hanem valamelyik egzotikusabb és nehezebben hozzáférhető változat. Esetleg a tömeghiányt valami más jelenség okozza, amit ma még nem is sejtünk. Ha így van,  $m_p$  terén újabb információ, újabb haladás századunkban nem várható.

Ha viszont szerencsénk van, és 30 eV táján bebizonyosodik a neutrínó nyugalmi tömegének léte, ez választ ad az első makroszkópikus objektumok (az első „égitestek”) születésének kínzóan megoldatlan kérdéseire. A nyert ismeret fontos lehet a részecskefizikai további fejlődése szempontjából is. Zérustól különböző nyugalmi tömeg megduplázza a neutrínó-állapotok számát. A „jobbkezes neutrínók” is megjelennek a színen, és olyan ismeretlen területről hoznak információt, amelyet ma még csak lehetséges elméleti skénákként tartunk számon (Higgs-szektor, nagyszabású egyesítés, szuperszimmetria). A cikk nyomdábaadása után (1983) érkezett moszkvai hírek az utóbbi alternatívát (a neutrínó-tömegeg laboratóriumi mérésebből adódó 30 eV körüli értékét) látszanak megerősíteni.