

# HOGYAN LEHETETT VOLNA IGAZSÁGOSABBÁ TENNI A 2022-ES LABDARÚGÓ-VILÁGBAJNOKSÁG EURÓPAI SELEJTEZŐJÉNEK SORSOLÁSÁT?<sup>1</sup>

CSATÓ LÁSZLÓ – BEDNAY DEZSŐ  
SZTAKI, BCE – BCE

Számos sportbajnokság csoportkörének sorsolásakor korlátozó feltételekkel szűkítik a megengedett megoldások halmazát. Ebben az esetben az Európai Labdarúgó-szövetség által használt mechanizmus – az éppen kihúzott csapat alfabetikus sorrendben első olyan csoportba helyezése, ami még legalább egy lehetséges elosztást garantál a hátralevő csapatok számára – nem egyenletes eloszlású, azaz bizonyos allokációk nagyobb valószínűséggel fordulnak elő a többinél. Egyszerű példák segítségével megmutatjuk, hogy a kalapok húzási sorrendje és a nagyobb csoportok véletlenszerű kiválasztása egyaránt csökkentheti ezt az igazságtalanságot. Szimulációink alapján e javaslatok figyelembevételével a 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjének sorsolása mindenféle negatív következmény nélkül közelebb kerülhetett volna az igazságoshoz. Ajánlásunk jó eséllyel a gyakorlatban is alkalmazható.

*Kulcsszavak:* igazságosság, labdarúgó-világbajnokság, mechanizmustervezés, operációkutatás a sportban, sorsolás.

*AMS:* 68U20, 91B14. *JEL:* C44, C63, Z20.

*„És a mely szolga tudta az ő urának akaratát, és nem végezte el, sem annak akaratá szerint nem cselekedett, sokkal büntetetik meg.”*

Lukács evangéliuma 12:47

## 1 Bevezetés

Csoportkörös sportversenyek sorsolásakor a csapatok erősségük alapján történő kalapokba osztása mellett egyre elterjedtebb különböző korlátozó feltételek előírása. Ekkor a gyakorlatban használt, egyszerű és transzparens sorsolási mechanizmusok nem garantálják azt, hogy az összes megengedett megoldás azonos valószínűséggel forduljon elő. Ez azért jelenthet problémát, mert:

- a sorsolást a szervezők a közvélemény felé véletlen választásként „adják el”, miközben a kimenetel nem teljesen véletlenszerű;
- következképp bizonyos csapatok előnyösebb vagy hátrányosabb helyzetbe kerülhetnek pusztán a döntéshozók önkényes választása miatt.

<sup>1</sup>Beérkezett 2022. szeptember 8. E-mail: laszlo.csato@sztaki.hu, dezso.bednay@uni-corvinus.hu .

Tehát a jelenleg alkalmazott sorsolási rendszer komolyan veszélyeztetheti a sport hitelességét – gondoljunk arra, mi történne, ha kiderülne, egy heti lot-tósorsoláson bizonyos számokat nagyobb valószínűséggel húznak ki, mint a többit. Másrészt, az önkényesen választott eljárás befolyásolhatja a csoport-beosztást, ezáltal a csapatok továbbjutási esélyeit. A hatás nem drasztikus, de nem is elhanyagolható: a 2018-as labdarúgó-világbajnokság esetén Mexikó több mint egy százalékponttal kisebb valószínűséggel érhetette el a nyolcad-döntőt, Oroszország, Egyiptom, és Tunézia legjobb 16 közé kerülésének esélye pedig legalább két százalékkal emelkedett a véletlen választáshoz képest (Csató, 2022b). Ennek megfelelően a sorsolást a továbbiakban *igazságtalan*nak nevezzük, ha nem egyenletes eloszlású a megengedett megoldások halmazán.

Bár tudomásunk szerint magyar nyelvű tanulmány még nem született a bajnokságok sorsolásáról, az utóbbi években számos olyan cikk jelent meg, amely gazdaságmatematikai eszközökkel vizsgál a sport területéről származó problémákat. Csató (2019) négy olyan esetet ismertet, ahol egy csapat garantáltan jobban járhatott volna egy számára rosszabb (kisebb erőfeszítéssel elérhető) eredmény bekövetkezésekor. Csató (2020) a 2020-as labdarúgó-Európa-bajnokság pótlejtezójének két hibáját tárja fel. Csató (2021) axiomatikus alapon egy paraméteres eljárást javasol a részlegesen lejátszott körmérkőzéses bajnokságok rangsorolására. Dobránszky és Sziklai (2020) szimulációkkal hasonlítja össze két teljesítménysport, az úszás és a fedett pályás futás versenyformátumát. Gyimesi (2020) az európai első osztályú labdarúgó-bajnokságok rangsorai változékonyságának a mérkőzések nézettségére gyakorolt hatását vizsgálja. Gyimesi (2021) egy közgazdaságtani modellben elemzi sportklubok munkafelhasználási döntéseit és az ebből kialakuló versenyegyensúlyt. Gyimesi és Braun (2021) 21 európai labdarúgóliga esetén számszerűsíti az első osztály előnyét a másodosztállyal szemben. Petróczy (2021) páros összehasonlításokon alapuló pénzfelosztási rendszert javasol a Forma-1 autóversenysorozatra.

Jelen témánkhoz visszatérve, a közelmúltban több operációkutatási cikk tárgyalta a labdarúgó-világbajnokság csoportbeosztásának kiegyensúlyozottságát, azaz azt, hogyan minimalizálható az egyes csoportok erősségének eltérése és az úgynevezett „halálcsoportok” (ahonnan nehéz továbbjutni) előfordulásának valószínűsége (Cea et al., 2020; Guyon, 2015; Laliena és López, 2019). A világbajnokságon a korlátozás földrajzi szempontokon alapul: azonos konföderációból (kontinensről) – Európa kivételével – két csapat nem kerülhet ugyanabba a csoportba, az európai válogatottak száma pedig minden csoportban csak egy vagy kettő lehet.

Az 1990-es (Jones, 1990), a 2006-os (Rathgeber és Rathgeber, 2007), és a 2014-es (Guyon, 2015a) világbajnokság sorsolása egyaránt egyenlőtlen eloszlású, azaz értelmezésünk szerint igazságtalan volt. Klössner és Becker (2013), valamint Boczoń és Wilson (2022) számszerűsítette az európai klubcsapatok legrangosabb éves labdarúgó-sorozata, az UEFA Bajnokok Ligája nyolcad-döntőinek sorsolásában használt párosító mechanizmus torzítását. Guyon (2014, 3. fejezet) megmutatja, hogy az Európai Labdarúgó-szövetség (UEFA)

által használt sorsolási mechanizmus nem biztosítja a csoportok sorsolásának egyenletes eloszlását. Roberts és Rosenthal (2022) két, az egyenletes eloszlást garantáló és a nézők számára sem unalmas algoritmust vezet be, melyek működése a <http://probability.ca/fdraw> linken ki is próbálható. Végül Csató (2022a) a 2022-es labdarúgó-világbajnokság sorsolási szabályára ajánl egy kiegyensúlyozottabb megoldást biztosító alternatívát. Azonban a felsorolt cikkek egyike sem foglalkozott a labdarúgó-Európa-bajnokságok selejtezőiben (UEFA, 2014, 2018a), az UEFA Nemzetek Ligájában (UEFA, 2018b, 2020b, 2021), vagy a 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjében (UEFA, 2020a) használt összetett korlátozó feltételekkel.

Legfontosabb hozzájárulásunk két pontban foglalható össze. Egyrészt – a 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjének példáján keresztül – megmutatjuk, hogy a kalapok sorrendjének (elnevezésének) megfelelő megválasztásával jelentős mértékben mérsékelhető lehet a sorsolás igazságtalansága. Erre korábban senki sem hívta fel a figyelmet, sőt, az ismert eredmények inkább az ellenkezőjére utalnak: Klössner és Becker (2013, 19-es lábjegyzet) szerint az UEFA Bajnokok Ligája nyolcaddöntőiben a sorsolás csoportgyőztesek vagy csoportmásodikok felől való indításának marginális hatása van, amit Guyon (2017) a 2017/18-as, Guyon (2019) a 2019/20-as szezon példájával illusztrál. Mivel az eddig javasolt, az egyenletes eloszlást jobban közelítő alternatív mechanizmusok vagy a korlátozó feltételek lazításán, vagy a sorsolási eljárás alapvető reformján alapulnak, gyakorlati bevezetésük a közeljövőben kétséges. Ezzel szemben az általunk javasolt megoldás nem igényel komoly változtatásokat a sorsolás lebonyolításában, ezért jó eséllyel alkalmazható lehet az Európai Labdarúgó-szövetség versenyein.

Másrészt bemutatjuk az egyenletes eloszlástól való eltérés számszerűsítésének egy lehetséges módszerét. Az irodalom eddig csak a Bajnokok Ligája nyolcaddöntői esetén tette meg ezt, ahol a mérési probléma szinte triviális, miután a csapatokat eleve párosítják, nem több csapatot osztanak egy csoportba. Modellünk révén bármely két sorsolási eljárás összehasonlíthatóvá válik, így például előzetesen kiválasztható a kalapok a döntéshozó céljainak leginkább megfelelő húzási sorrendje. Vagyis eredményeink fontos tanulságokkal szolgálnak a sportbajnokságok szervezői számára.

A cikk felépítése a következő. A 2. fejezet a 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjének sorsolási rendszerét ismerteti. A 3. fejezetben egy egyszerű példával illusztráljuk a kalapok sorrendjének szerepét az igazságtalanság csökkentésében, majd a 4. fejezetben ezt az ötletet alkalmazzuk a valós problémánkra. Eredményeinket az 5. fejezetben összegezzük.

## 2 A 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjének sorsolása

A 2022-es labdarúgó-világbajnokság selejtezőit a Nemzetközi Labdarúgó-szövetség (FIFA) hat konföderációja szervezi. Az európai sorozatban részt vevő 55 válogatott közül 13 indulhat a katarai világbajnokságra. Az első forduló-

ban a csapatokat tíz, öt ötcsapatos (A–E) és öt hatsapatos (F–J) csoportba osztják, melyekben oda-visszavágós körmérkőzést játszanak. A tíz csoportgyőztes közvetlenül kijut a világbajnokságra, míg a tíz csoportmásodik másik két, a 2020/21-es UEFA Nemzetek Ligája eredményei alapján kiválasztott csapattal együtt a póts selejtezőben versenyez a fennmaradó három kvótáért.

A csoportkör sorsolásának célja a csoportok összetételének meghatározása. A kvalifikációs szabály miatt elengedhetetlen a csoportok azonos erősségének biztosítása, ezért az 55 csapatot hagyományosan hat kalapba osztották a 2020 novemberi FIFA-világranglista alapján: az első kalapba került a tíz legjobb válogatott, a másodikba a következő tíz, és így tovább, végül a hatodik kalapba az öt leggyengébb. A kalapbeosztást az *1. táblázat* mutatja.

1. kalap	2. kalap	3. kalap
1 Belgium	11 Svájc	21 Oroszország
2 Franciaország	12 Wales	22 Magyarország
3 Anglia	13 Lengyelország	23 Írország
4 Portugália	14 Svédország	24 Csehország
5 Spanyolország	15 Ausztria	25 Norvégia
6 Olaszország	16 Ukrajna	26 Észak-Írország
7 Horvátország	17 Szerbia	27 Izland
8 Dánia	18 Törökország	28 Skócia
9 Németország	19 Szlovákia	29 Görögország
10 Hollandia	20 Románia	30 Finnország
4. kalap	5. kalap	6. kalap
31 Bosznia és Hercegovina	41 Örményország	51 Málta
32 Szlovénia	42 Ciprus	52 Moldova
33 Montenegró	43 Feröer-szigetek	53 Liechtenstein
34 Észak-Macedónia	44 Azerbajdzsán	54 Gibraltár
35 Albánia	45 Észtország	55 San Marino
36 Bulgária	46 Koszovó	
37 Izrael	47 Kazahsztán	
38 Fehéroroszország	48 Litvánia	
39 Grúzia	49 Lettország	
40 Luxemburg	50 Andorra	

*Megjegyzés.* A válogatottak előtti szám a 2020 novemberi FIFA-világranglista helyezés az európai csapatok között.

*1. táblázat.* A 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjének kiemelési rendszere

A sorsolás során véletlenszerű sorrendben húzták ki a csapatokat az első kalapból, majd annak kiürülése után a következő kalapra tértek át. Az utolsó kalap öt válogatottját az F–J csoportokba sorolták. Tehát minden csoportban egy kalapból legfeljebb egy csapat játszott.

Az UEFA különböző korlátozó feltételeket írt elő azért, hogy a lebonyolítás a résztvevő csapatok számára igazságos legyen, teljesítse az üzleti partnerek elvárásait, és nagy valószínűséggel garantálja a mérkőzések adott időpontban történő lejátszását (UEFA, 2020a):

- *Versenyszervezéssel kapcsolatos okok:* a 2020/21-es UEFA Nemzetek Ligája négy elődöntőse (Belgium, Franciaország, Spanyolország, Olaszország) ötcsapatos csoportba került. Egy csoportban legfeljebb egy ilyen csapat lehetett.

- *Tiltott párosítások:* bizonyos válogatottak politikai okokból nem kerülhettek egy csoportba (Spanyolország – Gibraltár; Szerbia – Koszovó; Ukrajna – Oroszország; Oroszország – Koszovó; Bosznia és Hercegovina – Koszovó; Örményország – Azerbajdzsán).
- *Téli helyszínek:* néhány országot közepes vagy magas kockázatúnak minősítettek a zord téli időjárás szempontjából, egy csoportban legfeljebb két ilyen csapat szerepelhetett (Ukrajna, Oroszország, Norvégia, Izland, Finnország, Fehéroroszország, Feröer-szigetek, Észtország, Litvánia, Lettország). A legmagasabb kockázatúként azonosított Izland és Feröer-szigetek általában nem rendezhetett mérkőzést márciusban és novemberben, ezért nem játszhattak azonos csoportban.
- *Túlzott távolság:* a földrajzi távolságból adódó hosszú utazás miatt egy csoportba legfeljebb egy ilyenek azonosított országpár kerülhetett (Kazahsztán – Franciaország, Anglia, Portugália, Spanyolország, Wales, Írország, Észak-Írország, Izland, Skócia, Feröer-szigetek, Andorra, Málta, Gibraltár; Azerbajdzsán – Portugália, Izland, Gibraltár; Izland – Izrael, Grúzia, Örményország, Ciprus).

A kalapok beosztásából adódóan néhány korlátozó feltétel biztosan teljesült:

- A 2020/21-es UEFA Nemzetek Ligája mind négy elődöntőst az első kalapból húzták, ezért nem kerülhettek azonos csoportba;
- Spanyolországnak ötcsapatos csoportba kellett kerülnie, a hatodik kalapos Gibraltárnak viszont hatszaposba;
- Örményországot és Azerbajdzsánt is az ötödik kalapból húzták, így nem játszhattak egy csoportban;
- Kazahsztánt a Feröer-szigetekkel és Andorrával együtt az ötödik kalapba sorolták, tehát nem játszhattak egymás ellen.

A korlátozó feltételek miatt nem triviális feladat egy megengedett csoportbeosztást találni. Az Európai Labdarúgó-szövetség számítógéppel segített mechanizmusa minden csapatot az alfabetikus sorrendben első olyan csoportba oszt be, amivel a hátralevő csapatok még legalább egy allokációja lehetséges marad. Működését egy példán keresztül illusztráljuk.

**1. Példa.** Tegyük fel, hogy az első négy kalap már kiürült, és a H csoportban játszik Portugália az 1., Ukrajna a 2., Izland a 3., illetve Bosznia és Hercegovina a 4. kalapból. A sorsolás az ötödik kalappal folytatódik, ahonnan Örményország az A, Ciprus pedig a B csoportba kerül. A harmadikként kihúzott Andorrát azonban – bár egyetlen korlátozó feltétel sem vonatkozik rá – nem a soron következő C csoportba sorolják, mert: (1) a H csoportban szerepel Ukrajna és Izland, vagyis nem kerülhet ide több, a zord téli időjárás szempontjából kockázatos ország (Feröer-szigetek, Észtország, Litvánia, Lettország); (2) a H csoportban van Bosznia és Hercegovina, tehát Koszovó már

nem játszhat itt; (3) a H csoportba sorolt Portugália és Izland egyaránt messze van Kazahsztántól és Azerbajdzsántól, így az utóbbi két válogatott egyike sem osztható be ide. Következésképp az ötödik kalap fennmaradó csapatai közül csak Andorra kerülhet a H csoportba.

Vagyis nem elég az adott csapatra vonatkozó korlátozó feltételeket ellenőrizni, ami az 1. példához hasonló, meglehetősen komplex szituációkhoz vezethet.

### 3 A nem egyenletes eloszlás potenciális forrásai

Az irodalomban bevett definíciót követve egy sportbajnokság sorsolását *igazságosnak* nevezzük, ha az összes megengedett megoldás azonos valószínűséggel fordulhat elő. Ennek hiányában a sorsolási rendszer okozta torzítás bizonyos csapatokat indokolatlan előnyhöz juttat, miközben másokat hátrányosan érint.

Guyon (2014, 3. fejezet) megmutatja, hogy az UEFA által használt mechanizmus igazságtalan. Ennek ellenére nem hiábavaló megismerni az eltérés néhány lehetséges okát.

**2. Példa.** Tekintsünk egy bajnokságot három csoporttal (A–C) és négy csapattal ( $T1$ – $T4$ ). A szabályok értelmében az első kalap három csapatát ( $T1$ – $T3$ ) különböző csoportokba kell beosztani, a  $T2$  csapat nem játszhat a B csoportban, a második kalap egyetlen csapatának,  $T4$ -nek pedig a C csoportba kell kerülnie. Ennek megfelelően négy lehetséges megoldás létezik, mert a  $T1$ – $T3$  csapatokat  $3! = 6$ -féle sorrendben oszthatjuk be a három csoportba, de ezek közül kettő megsérti a  $T2$  csapatra vonatkozó korlátozó feltételt.

Egyenletes eloszlású véletlen sorsolás esetén a  $T2$  csapat azonos, 50%-os valószínűséggel játszhat az A és a C csoportban. Az UEFA eljárása azonban  $1/3$  valószínűséggel az A csoportba (amikor  $T2$ -t húzzák ki elsőként),  $2/3$  valószínűséggel a C csoportba osztja be. A  $T1$  és  $T3$  csapatok viszont  $1/3$  eséllyel játszanak az A (amikor először húzzák ki őket),  $1/2$  eséllyel a B (ha másodszor húzzák ki őket, vagy harmadszor közvetlenül  $T2$  után), és  $1/6$  eséllyel a C csoportban.<sup>2</sup>

A 2. példa problémája egy újabb randomizálással kezelhető. Amennyiben a sorsolás kezdetén véletlenszerűen választjuk ki a  $T4$  csapat csoportját,  $T1$  és  $T3$  egyaránt  $1/3 \times 1/3 + 1/2 \times 1/3 + 1/6 \times 1/3 = 1/3$  valószínűséggel játszik a  $T4$  csapattal az UEFA mechanizmusának használata esetén. Ez azonos a megengedett megoldás véletlen kiválasztásából következő eséllyel.

Az UEFA egyszerű eljárásának másik hátránya a korlátozó feltételek rugalmatlan figyelembevétele.

<sup>2</sup> Első ránézésre pusztán elméleti lehetőségnek tűnhet az az előírás, hogy a  $T2$  csapat nem kerülhet a B csoportba. A korlátozásra azonban tekinthetünk a korábban kihúzott, a példából az egyszerűség érdekében kihagyott csapatok már ismert csoportbeosztásának következményeként, hiszen a sorsolás kalaponként történik, egy új kalap elkezdésekor az előző kalapokból kihúzott csapatok csoportja rögzített.

Egyenletes eloszlás						
	$T1/T2$	$T3$	$T4/T5$	$T6$	$T7$	$T8/T9$
$T3$	0	0	3/7	1/7	3/7	2/7
$T6$	3/7	1/7	0	0	3/7	2/7
$T8/T9$	5/14	2/7	5/14	2/7	0	0

Hagyományos UEFA mechanizmus (húzási sorrend: 1. kalap, 2. kalap, 3. kalap)						
	$T1/T2$	$T3$	$T4/T5$	$T6$	$T7$	$T8/T9$
$T3$	0	0	1/3	1/3	5/9	2/9
$T6$	1/3	1/3	0	0	5/9	2/9
$T8/T9$	7/18	2/9	7/18	2/9	0	0

Módosított UEFA mechanizmus (húzási sorrend: 3. kalap, 2. kalap, 1. kalap)						
	$T1/T2$	$T3$	$T4/T5$	$T6$	$T7$	$T8/T9$
$T3$	0	0	4/9	1/9	4/9	5/18
$T6$	4/9	1/9	0	0	1/3	1/3
$T8/T9$	13/36	5/18	1/3	1/3	0	0

2. táblázat. Két csapat azonos csoportba kerülésének esélye a 3. példában

**3. Példa.** Tekintsünk egy bajnokságot három csoporttal (A–C) és sorban három kalapba osztott kilenc csapattal ( $T1–T9$ ). A  $\{T3, T6, T8, T9\}$  halmazból legfeljebb két csapat kerülhet egy csoportba.

A 2. táblázat három sorsolási mechanizmus esetén mutatja annak valószínűségét, hogy két csapat azonos csoportban játszik. A korlátozó feltétel miatt a három mechanizmus azonosan kezeli a  $T1$  és  $T2$ ,  $T4$  és  $T5$ , illetve  $T8$  és  $T9$  csapatokat.

A csoportok tetszőleges elnevezésének köszönhetően  $3! \times 3! = 36$  különböző allokáció létezik, ezek közül azonban nyolc nem lehetséges (amikor  $T3$ ,  $T6$ , és  $T8$  vagy  $T9$  ugyanabba csoportba kerül). Mindössze négy olyan forgatókönyv van, ahol  $T3$  és  $T6$  játszik egymással, hiszen csoportjuk harmadik csapata csak  $T7$  lehet. Az UEFA által használt mechanizmus ugyanakkor az első két kalap húzásakor figyelmen kívül hagyja a harmadik kalap korlátozó feltétel által érintett csapatait, így a hagyományos húzási sorrendben a  $T3$  és  $T6$  csapatok  $1/3$  valószínűséggel azonos csoportba kerülnek. A módosított UEFA módszer természetesen szintén nem képes elérni a kívánt  $4/28 = 1/7$  valószínűséget, de ekkor a  $T3$  csapat  $1/9$  eséllyel kerül szembe  $T6$ -tal, hiszen ez csak akkor lehetséges, ha a csoport harmadik tagja  $T7$ .

Vagyis, miközben az Európai Labdarúgó-szövetség eljárása mindig torzít a  $T3$  és  $T6$  pár esetén, az eltérés mértéke függ a húzási sorrendtől. A módosított változat bármely két csapat esetén közelebb áll az egyenletes eloszlásból adódó valószínűséghez, mint a hagyományos húzási sorrend.

A 3. példa könnyen magyarázható: mivel az első és a második kalapban csak egy-egy csapatot érint a korlátozó feltétel, a harmadikban viszont kettőt, a sorsolást célszerű a harmadik kalappal kezdeni, mert ez minimalizálja annak veszélyét, hogy később korlátozó feltételekbe ütközünk.

Összefoglalva, a 2. példa a csoportméret véletlen kiválasztása, míg a 3. példa a kalapok elnevezésének jelentőségére mutat rá. Ezeket az ötleteket fogjuk alkalmazni a 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezője sorsolásának javítására.

## 4 Az igazságtalanság csökkentése

Az egyenletes eloszlástól való eltérés egzakt módon kiszámítható mind a labdarúgó-világbajnokság csoportjainak (Jones, 1990; Rathgeber és Rathgeber, 2007; Guyon, 2015), mind az UEFA Bajnokok Ligája nyolcaddöntőinek (Klössner és Becker, 2013) sorsolásában. Esetünkben ez reménytelen vállalkozás lenne, hiszen a csapatokat összesen  $(10!)^5 \times 5! \approx 7,55 \times 10^{34}$  sorrendben lehet kihúzni. A korlátozó feltételek ugyan némileg csökkentik a variációk számát, például az első kalapban  $10!$  helyett elég  $4! \times 6!$  esetet vizsgálni, de ez sem jelent érdemi változást. Tehát az igazságtalanság csak szimulációval számszerűsíthető, a sorsolási eljárásokat minden esetben 10 millió véletlen húzási sorrend alapján hasonlítjuk össze.

Az Európai Labdarúgó-szövetség hivatalos módszere nem független a csoportok elnevezésétől, mert a csapatokat az alfabetikus sorrendben első elérhető csoportba helyezi. Emiatt a 2. példa szerint hatszapos csoportok véletlen kiválasztása csökkentheti az igazságtalanságot.

Feltétel típusa	1. kalap	2. kalap	3. kalap	4. kalap	5. kalap	6. kalap
Tiltott párosítás	–	2	3	1	4	–
Téli helyszín	–	1	4	1	4	–
Túlzott távolság	5	1	9	2	16	3

*Megjegyzések.* A tiltott párosítást és a túlzott távolságot az országpárok mindkét csapata esetén figyelembe vesszük (például a Szerbia – Koszovó tiltott párosítást előbbi miatt a 2., utóbbi miatt a 5. kalapnál is elszámoljuk). A Férőer-szigetek és Izland különböző csoportba kerülését előíró feltételt tiltott párosításnak tekintjük.

3. táblázat. A korlátozó feltételek száma a sorsolás egyes kalapjaiban

A 3. táblázat kalaponkénti bontásban adja meg a korlátozó feltételek számát. A 3. példa alapján a sorsolást azokkal a kalapokkal érdemes kezdeni, ahol a legtöbb téli időjárás által érintett ország található. Az 1. kalapban nincs ilyen válogatott, tehát az 1. kalap „rossz” elhelyezkedése nem okozhat a 3. példához hasonló problémát. Viszont itt szerepel a négy Nemzetek Ligája elődöntős, ezért célszerű az 1. kalapot a húzási sorrend elején tartani. A 3. és 5. kalap között szintén nincs különbség e tekintetben, mindegyikben négy-négy téli helyszín szerepel. Ugyanakkor az 5. kalapban található a 13 távoli országpárban érintett Kazahsztán, ami messze a legtöbb, a következő Izland (3. kalap) csak öt párban fordul elő. Tehát a túlzott távolság korlátozó feltétel szempontjából Kazahsztán központi jelentőségű. Amennyiben korán beosztjuk egy csoportba, akkor hamar odakerülhet egy tőle távoli ország, de utána több már nem. Ezzel szemben, ha későn kell neki csoportot keresni, akkor egyre több már tiltott lehet, mert található bennük két olyan ország, melyek mindegyike távol van Kazahsztántól (például az eredeti húzási sorrendben előfordulhat, hogy Franciaország/Anglia/Portugália/Spanyolország és Észak-Írország/Izland/Skócia egy csoportban játszik, de akkor Kazahsztán már nem kerülhet oda). Ezért az egyenletes eloszlás közelítése érdekében Kazahsztánt, így az 5. kalapot érdemes lehet „középen” tartani.

A fenti érvelés nyomán három sorsolási rendszert vizsgálunk:

- Hivatalos UEFA mechanizmus;



- Módosított UEFA mechanizmus: a hivatalos módszert követi, azonban a húzási sorrend 1. kalap, 3. kalap, 5. kalap, 4. kalap, 2. kalap, 6. kalap;
- Módosított véletlen UEFA mechanizmus: a módosított UEFA mechanizmussal azonos, de a hatsapatos csoportokat a sorsolás kezdetén véletlenszerűen választja ki.

Az igazságtalanság súlyosságát országpáronként elemezzük, összevetve annak valószínűségét, hogy az adott módszer alkalmazása esetén, illetve az összes megengedett allokáció közötti véletlen választás során ugyanabba a csoportba kerülnek. Az  $A$  eljárás  $i$  és  $j$  csapatra vonatkozó torzítása:

$$\frac{P(\text{az } i \text{ és } j \text{ csapat azonos csoportban játszik az } A \text{ módszer esetén})}{P(\text{az } i \text{ és } j \text{ csapat azonos csoportban játszik egyenletes eloszlás esetén})} - 1,$$

amennyiben a tört értéke egynél nagyobb, míg ellenkező esetben a tört reciproka mínusz egy. Azaz a torzítás mértéke azonos, ha az  $i$  és  $j$  csapat kétszer akkora vagy feleakkora eséllyel kerül ugyanabba a csoportba az  $A$  eljárás alkalmazásakor, mint az egyenletes eloszlásban.

Vegyük észre, hogy az egyenletes eloszlás esetén érvényes valószínűségeket (azaz a fenti tört nevezőjét) sem tudjuk teljes leszámplálással, elméleti úton meghatározni. Tehát szintén szimulálni kell. A legegyszerűbb ilyen eljárás a vonatkozó irodalomban (Klössner és Becker, 2013; Roberts és Rosenthal, 2022) is használt visszatevéses mintavétel. Ennek során véletlenszerűen kiválasztjuk a korlátozás nélküli csoportosorsolás  $(10!)^5 \times 5!$  lehetséges megoldásának egyikét, majd ellenőrizzük a feltételek teljesülését. Ha ezek egyike sem sérül, akkor van egy érvényes csoportbeosztásunk. Ha bármelyik sérül, akkor új lehetséges megoldást választunk a korlátozás nélküli feladatban, és így tovább. Ez a módszer a megengedett allokációk halmazán egyenletes eloszlású, a bizonyítást lásd Devroye (1986, II.3 fejezet). Az egyetlen lehetséges probléma, hogy bizonytalan, átlagosan hány próbálkozásra van szükség egy, a feltételeket kielégítő csoportbeosztás megtalálására. Szerencsére esetünkben – a versenyszervezéssel kapcsolatos korlátozó feltétel előzetes figyelembevételével – nem olyan rossz a helyzet, mint a labdarúgó-világbajnokság sorsolásakor, ahol 2018-ban mintegy 160 (Csató, 2022b), míg 2022-ben 560 (Roberts és Rosenthal, 2022) sorsolásból egy lett érvényes.

Természetesen nem ez az egyetlen lehetséges módszer az egyenletes eloszlástól való eltérés mérésére, például a csoportok várható ereje is számszerűsíthető lehet, ahogy (Guyon, 2015) vagy (Laliena és Lopez, 2019) teszi. A döntéshozók és a szurkolók számára azonban talán kézenfekvőbb, könnyebben értelmezhető a lejátszandó mérkőzések valószínűségében jelentkező torzítás.

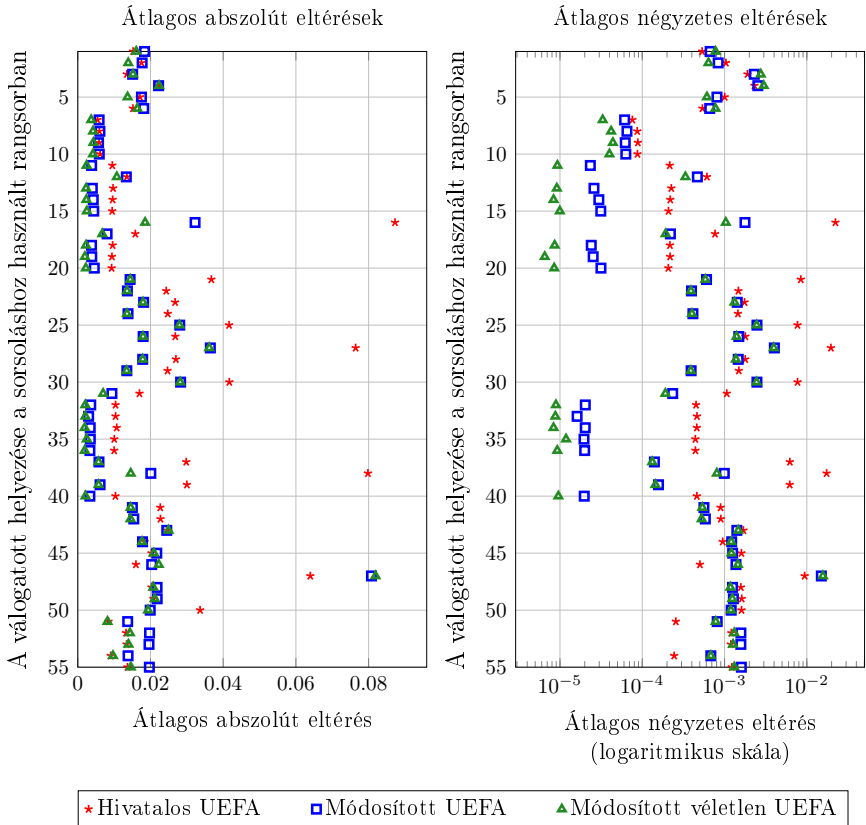
A három sorsolási eljárás teljesítményét a 4. táblázat összegzi. A kalapok sorrendjének megváltoztatása jelentős mértékben csökkenti a pozitív irányú (+) torzításokat, amikor két csapat az igazságoshoz képest nagyobb valószínűséggel kerül egy csoportba. A legrosszabb negatív eltérés (–) ugyan nem javul, de az extrém értékek átlaga ebben az irányban is csökken. A módosított UEFA mechanizmus mindkét aggregált mutató alapján közelebb áll az

igazságossághoz, mint a hivatalos eljárás. A módosított véletlen UEFA mechanizmus összességében tovább javítja az eltéréseket, de a kiugró értékek kezelésére nem alkalmas, sőt, azok némileg messzebb kerülnek az egyenletes eloszlástól.

Mérszám	Hivatalos UEFA	Módosított UEFA	Módosított véletlen UEFA
+ eltérések maximuma	0,5561	0,3128	0,3448
20 legnagyobb + eltérés átlaga	0,2799	0,1767	0,1772
– eltérések maximuma	0,1861	0,1857	0,1856
20 legnagyobb – eltérés átlaga	0,1603	0,1096	0,1121
Eltérések összege	26,6525	18,3112	16,2410
Eltérések négyzetösszege	3,2153	1,3155	1,2831

4. táblázat. A három sorsolási mechanizmus igazságtalansága

E következtetéseket megerősíti az egyes országpárokra vonatkozó eltérések változása. A módosított UEFA mechanizmus 665 pár esetén kedvezőbb a hivatalos módszernél, míg utóbbi 560 párra jobb. Hasonlóan, a módosított véletlen UEFA módszer kisebb (nagyobb) mértékben torzít 735 (490) párnál, mint a módosított UEFA eljárás.



1. ábra. A sorsolási eljárások átlagos torzítása a 2022-es labdarúgó-világ bajnokság európai selejtezőjében

Az 1. ábra országonként mutatja a három sorsolási rendszer torzítását (a válogatottak helyezését lásd az 1. táblázatban). Javaslatunk a második, a harmadik, és a negyedik kalap minden tagja számára kevésbé igazságtalan. Különösen látványos a javulás három, téli helyszínként azonosított ország, Ukrajna (16), Izland (27) és Fehéroroszország (38) esetén. A fennmaradó három kalapban már nem ilyen egyértelmű az eredmény, viszont érdemes felidézni, hogy az ötödik és hatodik kalapba sorolt válogatottak csak minimális eséllyel juthatnak ki a világbajnokságra. Emiatt a módosított UEFA mechanizmus egyenletes eloszlástól vett nagyobb eltérése Koszovó (46) és Kazahsztán (47) vonatkozásában nem igazán aggasztó. Az abszolút (négyzetes) eltérések alapján a módosított véletlen UEFA mechanizmus 48 (47) ország esetén a módosított UEFA mechanizmusnál közelebb áll az igazságos megoldáshoz.

A szimulációk sztochasztikus természete némileg megnehezíti a fenti eredmények interpretációját. Ennek vizsgálatára egy újabb 10 milliós egyenletes eloszlású mintát generáltunk, de a következtetések egyike sem változott.

Szintén egyértelműen kiderül az 1. ábrából, hogy az egyenletes eloszlástól való eltérés az egyes országok esetén szoros összefüggést mutat az adott válogatottakra vonatkozó korlátozó feltételek számával, különösen a két, általunk javasolt módszer esetén. Érdemes felidézni Izland (27) és Kazahsztán (47) példáját: előbbi egy tiltott párosításban és öt távoli országpárban érintett, ráadásul kockázatos a zord téli időjárás szempontjából, míg utóbbi elhelyezése 13 távoli országpárnál kell figyelni. Tehát a korlátozások előírásának ára van, minél több feltétellel szabályozzuk egy válogatott ellenfeleinek halmazát, várhatóan annál nehezebb lesz igazságosan csoportba sorolni.

## 5 Összegzés

A tanulmányban ésszerű módosításokat javasoltunk olyan sportbajnokságok sorsolásában, ahol a csoportok eltérő méretűek, és a csoportbeosztást különböző feltételek korlátozzák. Egy példán keresztül megmutattuk, hogy a kalapok átcímkezése jelentős mértékben mérsékelheti az Európai Labdarúgó-szövetség által használt eljárás eltérését a megengedett alokációk halmazából történő véletlen választástól az egyes országpárokra nézve. A nagyobb méretű csoportok véletlen sorsolása szintén megfontolásra érdemes ötlet.

Ajánlásunk természetesen nem csodaszer, nem szünteti meg az összes torzítást. Ugyanakkor a 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjében gyakorlatilag költségmentesen csökkentette volna az igazságtalanságot. Ráadásul a kalapok húzási sorrendjének megváltoztatása fokozhatja a sorsolás izgalmasságát: mivel a csapatok második legerősebb halmaza a második kalapban szerepel, a méltányosabb húzási sorrend használatakor a legjobb, első kalapos válogatottak szurkolói sem dőlhetnek hátra addig, amíg az esemény lényegében véget nem ér.

Jóllehet az előzőekben kizárólag egy konkrét sportverseny sorsolásával foglalkoztunk, a kalapok húzási sorrendjének optimalizálása minden olyan

tornán releváns, ahol a csoportbeosztást különböző feltételekkel korlátozzák. A labdarúgásban ilyen a bevezetésben már említett világbajnokság, az európa-bajnoki és világbajnoki selejtezők (utóbbinak az európai ága), illetve az UEFA Nemzetek Ligája. Ide tartoznak az UEFA által szervezett, klubcsapatok részvételével játszott sorozatok, az UEFA Bajnokok Ligája, az UEFA Európa Liga, és az UEFA Európa Konferencia Liga csoportkörei, valamint egyenes kieséses szakaszai első fordulójá. A tiltott párosítások jelentőségét tovább növeli és elterjedésüket segítheti, hogy azok alkalmasak lehetnek stratégiai célok megvalósítására, például az ösztönzési problémákat felvető mérkőzések várható számának csökkentésére (Csató, 2022c; Csató és Petróczy, 2022).

A javaslatunkhoz hasonló módszereket az UEFA jelenleg is használ. Például a 2020-as labdarúgó-Európa-bajnokság selejtezőjének sorsolásakor a versenyszervezéssel kapcsolatos okok kezelésére a 2018/19-es UEFA Nemzetek Ligája négy elődöntőt automatikusan az első négy (A–D) csoportba helyezték (UEFA, 2018a). Ahogy láttuk, a 2022-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjében számukra már véletlenszerűen választottak négyet az öt kisebb, ötcsapatos csoportok közül. Ez a randomizálás analóg az általunk ajánlott módosítással, a hatsapatos csoportok sorsolásával. A kalapok sorrendje szintén nem állandó, a 2020/21-es (UEFA, 2020b) és a 2022/23-as (UEFA, 2021) UEFA Nemzetek Ligája sorsolását a hagyományoshoz képest fordított sorrendben bonyolították le, azaz először a leggyengébb kalapból húzták a csapatokat. Az UEFA Bajnokok Ligája nyolcaddöntőinek sorsolásakor ugyancsak a csoportmásodikoknak választanak párt a csoportelsőik közül. Tehát egyik ötletünk megvalósítása sem igényel különösebb innovációt, mindössze egy újabb lépést igényelnek a már ismert úton. Ellenben abszolút összhangban állnak az Európai Labdarúgó-szövetségnek a sorsolás igazságosságát szem előtt tartó törekvéseivel (UEFA, 2019), így véleményünk szerint bevezetésük mielőbb indokolt lenne.

## Köszönetnyilvánítás

Hálával tartozunk két anonim bírálónak hasznos tanácsaikért. Az egyik szerző édesapja, *Csató László* segített a számítások elvégzésében. A cikk írása során több alkalommal használtuk a Wikipédia vonatkozó angol nyelvű oldalait.

## Irodalom

1. Boczoń, M. és Wilson, A. J. (2022). Goals, constraints, and public assignment: A field study of the UEFA Champions League. *Management Science*, megjelenés alatt. <https://doi.org/10.128/mnsc.2022.4528>.
2. Cea, S., Durán, G., Guajardo, M., Sauré, D., Siebert, J. és Zamorano, G. (2020). An analytics approach to the FIFA ranking procedure and the World Cup final draw. *Annals of Operations Research*, 286(1-2):119–146.

3. Csató, L. (2019). Csalásbiztosságot sértő sportszabályok. *Sigma*, 50(1-2), 17–33.
4. Csató, L. (2020). A 2020-as labdarúgó-Európa-bajnokság pótszelejtezőjének problémái. *Sigma*, 51(2), 81–94.
5. Csató, L. (2021). Rangsorolás nem befejezett körmérkőzéses bajnokságokban. *Sigma*, 52(4), 369–381.
6. Csató, L. (2022a). Group draw with unknown qualified teams: A lesson from the 2022 FIFA World Cup. *International Journal of Sports Science & Coaching*, megjelenés alatt. <https://doi.org/10.1177/17479541221108799>.
7. Csató, L. (2022b). On the fairness of the restricted group draw problem in the 2018 FIFA World Cup. Műhelytanulmány. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2103.11353>.
8. Csató, L. (2022c). Quantifying incentive (in)compatibility: A case study from sports. *European Journal of Operational Research*, 302(2), 717–726.
9. Csató, L. és Petróczy, D. G. (2022). Hogyan számszerűsíthető az ösztönzés-kompatibilitás? Esettanulmány a sport világából. *Közgazdasági Szemle*, 69(7-8), 841–852.
10. Devroye, L. (1986). *Non-Uniform Random Variate Generation*. Springer-Verlag, New York.
11. Dobránszky, B. és Sziklai, B. R. (2020). Az időn múlik? Egyéni teljesítménysportok hatékonyságvizsgálata Monte Carlo szimuláció segítségével. *Sigma*, 51(4), 383–400.
12. Guyon, J. (2014). Rethinking the FIFA World Cup<sup>TM</sup> final draw. Műhelytanulmány. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2424376>.
13. Guyon, J. (2015). Rethinking the FIFA World Cup<sup>TM</sup> final draw. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 11(3), 169–182.
14. Guyon, J. (2017). Ligue des champions : pourquoi le PSG a presque une chance sur trois de rencontrer Chelsea. *Le Monde*. December 10. [https://www.lemonde.fr/ligue-des-champions/article/2017/12/10/ligue-des-champions-pourquoi-le-psg-a-une-chance-sur-trois-de-rencontrer-chelsea\\_5227638\\_161694.html](https://www.lemonde.fr/ligue-des-champions/article/2017/12/10/ligue-des-champions-pourquoi-le-psg-a-une-chance-sur-trois-de-rencontrer-chelsea_5227638_161694.html).
15. Guyon, J. (2019). Champions League last-16 draw probabilities: Why Chelsea are more likely to get Barcelona – and what fates await Liverpool, Man City and Tottenham. *FourFourTwo*. December 12. <https://www.fourfourtwo.com/features/champions-league-last-16-draw-probabilities-liverpool-chelsea-tottenham-man-city-real-madrid-barcelona>.
16. Gyimesi, A. (2020). League ranking mobility affects attendance: Evidence from European soccer leagues. *Journal of Sports Economics*, 21(8), 808–828.
17. Gyimesi, A. (2021). Hosszú távú versenyegyensúly egy csapatsportliga közgazdasági modelljében. *Közgazdasági Szemle*, 68(6), 585–616.
18. Gyimesi, A. és Braun, E. (2021). Van-e esélyük a feljutó csapatoknak a benmaradásra?: Az európai labdarúgó-bajnokságok összehasonlítása az első osztály előnye alapján. *Közgazdasági Szemle*, 68(7-8), 863–889.
19. Jones, M. C. (1990). The World Cup draw's flaws. *The Mathematical Gazette*, 74(470), 335–338.
20. Klössner, S. és Becker, M. (2013). Odd odds: The UEFA Champions League Round of 16 draw. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 9(3), 249–270.

21. Laliena, P. és López, F. J. (2019). Fair draws for group rounds in sport tournaments. *International Transactions in Operational Research*, 26(2), 439–457.
22. Petróczy, D. G. (2021). Teljesítményalapú pénzfelosztás a Forma-1-ben páros összehasonlításokkal. *Sigma*, 52(1), 63–76.
23. Rathgeber, A. és Rathgeber, H. (2007). Why Germany was supposed to be drawn in the group of death and why it escaped. *Chance*, 20(2), 22–24.
24. Roberts, G. O. és Rosenthal, J. S. (2022). Football group draw probabilities and corrections. Műhelytanulmány. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.06578>.
25. UEFA (2014). UEFA EURO 2016 qualifying draw procedure. Február 23. [https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/competitions/Draws/02/04/64/31/2046431\\_DOWNLOAD.pdf](https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/competitions/Draws/02/04/64/31/2046431_DOWNLOAD.pdf).
26. UEFA (2018a). UEFA EURO 2020 qualifying draw. December 2. <https://www.uefa.com/european-qualifiers/news/newsid=2573388.html>.
27. UEFA (2018b). UEFA Nations League 2018/19 – League phase draw procedure. [https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/uefaorg/General/02/52/51/09/2525109\\_DOWNLOAD.pdf](https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/uefaorg/General/02/52/51/09/2525109_DOWNLOAD.pdf).
28. UEFA (2019). How UEFA prepares for Champions League and Europa League draws. December 12. <https://www.uefa.com/uefaeuropaleague/news/025a-0e9f980ebd9f-5949171cd9e2-1000-how-uefa-prepares-for-champions-league-and-europa-league-draws/>.
29. UEFA (2020a). FIFA World Cup 2022 qualifying draw procedure. [https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/competitions/WorldCup/02/64/22/19/2642219\\_DOWNLOAD.pdf](https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/competitions/WorldCup/02/64/22/19/2642219_DOWNLOAD.pdf).
30. UEFA (2020b). UEFA Nations League 2020/21 – league phase draw procedure. [https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/competitions/General/02/63/57/88/2635788\\_DOWNLOAD.pdf](https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/competitions/General/02/63/57/88/2635788_DOWNLOAD.pdf).
31. UEFA (2021). UEFA Nations League 2022/23 – league phase draw procedure. [https://editorial.uefa.com/resources/026f-13c241515097-67a9c87ed1b2-1000/unl\\_2022-23\\_league\\_phase\\_drawq\\_procedure\\_en.pdf](https://editorial.uefa.com/resources/026f-13c241515097-67a9c87ed1b2-1000/unl_2022-23_league_phase_drawq_procedure_en.pdf).

## HOW COULD THE DRAW OF THE EUROPEAN QUALIFIERS TO THE 2022 FIFA WORLD CUP HAVE BEEN FAIRER?

The paper discusses two reforms for the draw procedure of sports tournaments with various restrictions on the allocation of the teams into groups. Examples include qualifications for the recent UEFA European Championships, the European Qualifiers to the FIFA World Cup, and the UEFA Nations League. We uncover by Monte Carlo simulations that the draw of the European Qualifiers to the 2022 FIFA World Cup could have been closer to uniform distribution with a careful choice of pot labels and additional randomisation on the size of the groups. The Union of European Football Associations (UEFA) is strongly encouraged to consider our proposals in order to build fairer tournaments in the future. The European section of the 2022 FIFA World Cup qualification starts with the group stage, where the 55 national teams of the UEFA are drawn into five groups of five teams (Groups A–E) and five groups of six teams (Groups F–J) each to play in a home-away round-robin

format. The group winners qualify for the 2022 FIFA World Cup and the runners-up progress to the second round of the qualification. The group draw decides the composition of the qualifying groups. Balancedness is traditionally ensured by *seeding*: the 55 teams are divided into six pots based on the FIFA World Rankings of November 2020 such that Pot  $k$  contains the teams ranked from  $10k - 9$  to  $10k$  if  $1 \leq k \leq 5$ , whereas Pot 6 consists of the five lowest-ranked teams.

The draw starts with Pot 1 and continues with Pot 2 until Pot 6. Each pot is emptied before proceeding to the next pot. The five teams from Pot 6 are assigned to the last five groups (Groups F–J). Consequently, every group contains at most one team from each pot. Furthermore, various draw conditions are used “*to issue a schedule that is fair for the participating teams, fulfils the expectations of our commercial partners and ensures with a high degree of probability that the fixture can take place as scheduled*”. These constraints make some allocations infeasible. Therefore, the standard *UEFA mechanism* places the team drawn in the first available group in alphabetical order as indicated by the computer, which anticipates all possible scenarios and prevents any deadlock situation. This procedure has been demonstrated to be unfair because the feasible allocations are not equally likely. Two sources of the distortion are revealed, the fixing of larger groups containing six teams in advance and the draw order of the pots. Consequently, three options are compared via Monte Carlo simulations: (1) The official UEFA mechanism, where the draw order is Pot 1, Pot 2, Pot 3, Pot 4, Pot 5, Pot 6; (2) The modified UEFA mechanism with the draw order Pot 1, Pot 3, Pot 5, Pot 4, Pot 2, Pot 6; (3) The modified random UEFA mechanism that follows the modified UEFA mechanism, however, the groups containing six teams are chosen randomly at the beginning of the draw.

Unfairness is quantified by the similarity between the number of simulation runs in which a country pair is placed in the same group under the particular draw procedure and an evenly distributed random draw among all feasible allocations. The modified UEFA draw method is found to be substantially fairer, especially due to the reduction of the most severe biases. While randomisation in the group labels does not decrease the extreme values, it improves fairness for most pairs. These results are reinforced by the direction of changes in the probabilities: (1) the modified UEFA mechanism is better for 665 country pairs than the official rule, and the latter is more favourable for 560 pairs; (2) the modified random UEFA procedure is less (more) distorted in 735 (490) cases compared to the modified UEFA method.

To conclude, our recommendation is not able to eliminate all biases, but it avoids the highest distortions at almost no price. Changing the order of the pots can also contribute to the excitement of the draw. Since analogous systems are currently used by the UEFA, the proposals have a good chance to be implemented in practice as they are in line with ensuring the fairness of the draw.