Közlemények 29/1983 41-58

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

ХОАНГ КИЕМ и ХО ТУ БАО

Институт Информатики и Кибернетики

Ханой - СРВ

В данной работе исследованы вопросы эквивалентности и устойчивости алгоритмов распознавания, приводятся результаты решения нескольких задач в геологии.

В последнее время теория распознавания образов находит широкое применение во многих областях народного хозяйства. Часто при решении конкретных задач перед математиками-прикладниками возникают интересные вопросы, от ответов на которые зависит эффективность применяемого метода. При решении нескольких задач в геологическом исследовании в СРВ нам пришлось решать вопросы эквивалентности и устойчивости распознающих алгоритмов. В этой работе даётся попытка решения этих вопросов.

Сначала приводим краткое описание некоторых классов распознающих алгоритмов.

§ 1. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ

Пусть задано множество допустимых объектов $\{S\}$. Множество $\{S\}$ покрыто конечным числом подмножеств $K_1,\dots, K_\ell$, называемых классами, $\{S\}=\bigcup_{j=1}^{\ell} K_j$. Каждый объект S представляется набором из n значений признаков $I(S)=(a_1(S),\dots, a_n(S))$ Далее задаётся некоторая начальная информация I_o о классах. Тогда основная задача распознавания Z состоит в следующем: для каждого объекта выделенного подмножества $\tilde{S}^q \subseteq \{S\}$ установить, используя информацию I_o, к каким из классов $K_1,\ldots, K_\ell$ принадлежит этот объект.

Введем набор предикатов $P_j(S)=$"$S \in K_j$", $j=1,\ldots,\ell$. Набор $\alpha(S) = (P_1(S),\ldots,P_\ell(S))$ называется информационным вектором объекта S. Таким образом, результат решения задачи Z может быть представлен в виде информационной матрицы $\|P_j(S^i)\|_{q\times\ell}$, $K_1,\ldots, K_\ell$ -классы, $\tilde{S}^q = \{S^1,\ldots,S^q\}$. Если кодировать, например символом Δ, отказ от вычисления $P_j(S^i)$, то можно считать, что алгоритм A решения задачи Z вычислит матрицу $\|\beta_{ij}\|_{q\times\ell}$. Если $\beta_{ij}\in\{0,1\}$, то β_{ij} -значение $P_j(S^i)$, вычисленное алгоритмом A. При $\beta_{ij}=\Delta$ алгоритм отказался от вычисления $P_j(S^i)$.

Известно, что каждый алгоритм распознавания A может быть представлен через последовательное выполнение алгоритмов B и C, $A = B\cdot C$, причём если $A(z) = \|\beta_{ij}\|_{q\times\ell}$, то $B(z)=\|b_{ij}\|_{q\times\ell}$, b_{ij} -действительные числа, $C(\|b_{ij}\|_{q\times\ell})=\|\beta_{ij}\|_{q\times\ell}$. Подалгоритм C называется в дальнейшем решающим правилом и подалгоритм B - распознающим оператором, который переводит начальную информацию I_o и описания распознаваемых объектов $I(S^1),\ldots,I(S^q)$ в числовую матрицу $\|b_{ij}\|_{q\times\ell}$, где b_{ij} есть значение функции принадлежности S^i классу K_j, $i=1,\ldots,q$; $j=1,\ldots,\ell$[1]

Чтобы вычислить матрицу $\|b_{ij}\|_{q\times\ell}$, почти все алгоритмы распознавания требуют вычисления гипер-матрицы

$$HB(Z) = \|hb_{ij}\|_{q\times\ell},\quad hb_{ij}= \{b^k_{ij}\}_{k=1}^{N_j},\qquad \begin{array}{l} N_j=\mathrm{card}(\tilde{K}_j) \\ \tilde{K}_j=K_j \cap \tilde{S}^m \end{array}$$

b_{ij}^{k} - вещественные или комплексные числа.

После определения трансформации $F: HB \to B$, имеем

$$F\|hb_{ij}\|_{q\times\ell} = \|F[hb_{ij}]\|_{q\times\ell} = \|b_{ij}\|_{q\times\ell}$$

Обычно рассматриваются трансформации, имеющие следующие виды:

$F[hb_{ij}] = M[hb_{ij}]$ - среднее или математическое ожидание множества $hb_{ij} = \{\rho(S^i, S_j^k)\}_{k=1}^{N_j}$

Алгоритмы, определяющие через $F[hb_{ij}]=M[hb_{ij}]$, называются М-алгоритмами распознавания /М-алг/

$F[hb_{ij}]=\mathrm{extr}[hb_{ij}]$ - верхнее значение множества hb_{ij}

Алгоритмы, определяющие через $F[hb_{ij}] = \mathrm{extr}[hb_{ij}]$, называются extr -алгоритмами распознавания /extr - алг/.

В дальнейшем, покажем, что почти все алгоритмы распознавания являются или М-алгоритмами или extr-алгоритмами.

(a) Алгоритмы вычисления оценок [1]

Напоминаем основные этапы определения этих алгоритмов:

(1) Указание системы опорных множеств Ω_A

(2) Определение функции близости $B_{\tilde{\omega}}(S,S^i)$

(3) Вычисление оценки $\Gamma_{\tilde{\omega}}(S,S^i)$ объекта S по объекту S^i и опорному множеству Ω

$$\Gamma_{\tilde{\omega}}(S,S^i) = f(B_{\omega}(S,S^i), \gamma(S_i), \tilde{p}(\tilde{\omega}))$$

(4) Вычисление оценки $\Gamma_{\tilde{\omega}}^{j}(S)$ объекта S по опорному множеству Ω по классу K_j

$$\Gamma^j_{\tilde\omega}(S) = \varphi(\Gamma_{\tilde\omega}(S,S^j_1)\ ,\dots,\ \Gamma_{\tilde\omega}(S,S^j_{N_j}))$$

(5) Вычисление оценки $\Gamma_j(S)$ по классу K_j

$$\Gamma_j(S) = \frac{1}{\mathrm{card}(\Omega_A)} \sum_{\tilde\omega \leftrightarrow \Omega \in \Omega_A} \frac{1}{\mathrm{card}(\tilde K_j)} \sum_{S^i \in \tilde K_j} \Gamma_{\tilde\omega}(S,S^i).$$

(6) Решающие правила в алгоритмах вычисления оценок

Отметим, что эти алгоритмы являются М-алгоритмами распознавания.

(б) Алгоритмы типа потенциальных функций [2]. Потенциальные функции обычно имеют виды:

$$\varphi(S,S') = e^{-\alpha\rho(S,S')}$$

или

$$\varphi(S,S') = \frac{c_1}{c_2+c_3\rho(S,S')}$$

где α, c_1, c_2, c_3 - константы, ρ - расстояние между S и S'. Это монотонные функции по ρ . Потенциал между объектом S и классом K_j определяется

$$\varphi(S,K_j) = \frac{1}{\mathrm{card}(\tilde K_j)} \sum_{S' \in \tilde K_j} \varphi(S,S')$$

В этом случае, имеем $hb_{ij}=\{\varphi(S^i,S^k_j)\}_{k=1}^{\mathrm{card}(\tilde K_j)}$, $b_{ij}=\varphi(S,K_j)$

Определение алгоритмов в этой модели состоит из двух этапов:

а/ Вычислить потенциальную матрицу $\|b_{ij}\|_{q\times\ell}$, b_{ij} -потенциал между объектом $S^i \in S^q$ и классом K_j .

б/ Решающее правило: Объект S относится к классу K_ω если

$$\varphi(S,K_\omega) = \max_j \varphi(S,K_j)$$

Очевидно, что алгоритмы типа потенциальных функций являются $M_{f(\rho)}$ - алгоритмами.

(в) Алгоритмы, основанные на принципе ближайшего соседа /БС-алг/ широко используются для решения задач распознавания образов. Элемент b_{ij} матрицы $\|b_{ij}\|_{q\times \ell}$ определяется расстоянием между $S^i \in \tilde{S}^q$ и его ближайшим соседом в $\tilde{K}_j$. Это значит

$$b_{ij} = \min_{S_\omega \in \tilde{K}_j} \rho(S^i, S_\omega)$$

и также имеем

$$hb_{ij} = \{\rho(S^i, S_j^k)\}_{k=1}^{\operatorname{card}(\tilde{K}_j)}$$

Итак, алгоритм ближайшего соседа определяет принадлежность S^i к классу K_ω, если $b_{iu} = \min\limits_j b_{ij}$

Ясно, что это extr-алгоритм.

(г) Алгоритмы распознавания с параметрами [1].

На практике используются некоторые модели алгоритмов распознавания образов с параметрами. Параметры $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ - весами признаков. Параметры $\beta_1, \ldots, \beta_\ell$ - весами классов. Параметры $\gamma_1^1, \gamma_1^2, \ldots, \gamma_1^{N_1}, \ldots, \gamma_\ell^1, \ldots, \gamma_\ell^{N_\ell}$ - весами объектов. В дальнейшем, обозначим, например, М-алг с параметрами признаков $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ через M^α-алг, М-алг с параметрами α, β, γ через $M^{\alpha,\beta,\gamma}$-алг, и т.д.

§ 2. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ

Алгоритмы распознавания A и B называются эквивалентными если

$$\forall i,j : C^A_{ij} = C^B_{ij}$$

где $\|C^A_{ij}\|$ и $\|C^B_{ij}\|$ являются информационными матрицами для A и B. Эквивалентные алгоритмы A и B обозначим $A \sim B$.

Алгоритм распознавания A и B называются эквивалентными по вероятности, если

$$\forall i,j : \lim_{card(\tilde{S}^m)\to\infty} P(C^A_{ij} = C^B_{ij}) = 1$$

Эквивалентные алгоритмы по вероятности A и B обозначим $A \overset{prob}{\sim} B$.

Будем рассматривать эквивалентность /Эквивалентность по вероятности/ для некоторых эвристических алгоритмов распознавания:

M_ρ – алгоритмы распознавания: $b_{ij} = M[hb_{ij}]$

$M_{f(\rho)}$ – алгоритмы распознавания: $b_{ij} = M[f(hb_{ij})]$

extr – алгоритмы распознавания: $b_{ij} = \mathrm{extr}\ hb_{ij}$

extr $f(\rho)$– алгоритмы распознавания: $b_{ij} = \mathrm{extr}\ f(hb_{ij})$

где

$$f(hb_{ij}) = \{f(b^1_{ij}),\dots,f(b^{N_j}_{ij})\}$$

<u>ТЕОРЕМА 1</u>. Если функция монотонна по ρ, то

$$\mathrm{extr}\ \rho - \text{алг} \sim \mathrm{extr}\ f(\rho) - \text{алг}$$

<u>Доказательство</u>. Заметим, что $\mathrm{extr}\ f(\rho) = f(\mathrm{extr}\ \rho)$, если f является монотонной по ρ. Тогда сразу имеем

$$\mathrm{extr}\ \rho - \text{алг} \sim \mathrm{extr}\ f(\rho) - \text{алг}$$

<u>ТЕОРЕМА 2</u>. Пусть распределение $\rho(\dot{S},S_k), S_k \in K_j$ является нормальным (m_j,σ) или экспоненциальным (λ), тогда

$$M_\rho \text{ - алгоритм } \overset{prob}{\sim} \text{ extr } \rho \text{ - алгоритм}$$

<u>Доказательство</u>. Это доказательство проводится на основе следующего утверждения [6].

Обозначим через $E_n(x_k)$, $D_n(x_k)$ - математическое ожидание и дисперсию k-ого верхнего значения эталона из n элементов с нормальным распределением (m,σ). Тогда

$$E_n(x_k) = m - \sigma\left(\sqrt{2\ln n} - \frac{\ln\ln n + \ln 4\pi + 2[S_1(k) - c]}{2\sqrt{2\ln n}} + 0\left(\frac{1}{\ln n}\right)\right)$$

$$D_n^2(x_k) = \frac{\sigma^2}{2\ln n}\left[\frac{\pi^2}{6} - S_2(k)\right] + 0\left(\frac{1}{\ln^2 n}\right)$$

где $S_1(k) = \sum_{i=1}^{n-k+1} \frac{1}{i}$, $S_2(k) = \sum_{i=1}^{n-k+1} \frac{1}{i^2}$, C- постоянная Эйлера. Для экспоненциального распределения (λ), имеем

$$E_n(x_k) = m \sum_{i=n-k+1}^{n} \frac{1}{i}, \quad D_n^2(x_k) = m^2 \sum_{i=n-k+1}^{n} \frac{1}{i^2}, \quad m = \frac{1}{\lambda}$$

Так как решающее правило основывается на $\underset{j}{\text{extr}}\{b_{ij}\}$, то для доказательства теоремы достаточно доказать, что

$$E_n[\bar{x}(u)] = \text{extr } E_n[\bar{x}(j)] \overset{n\to\infty}{\Longleftrightarrow} E_n[x_k(u)] = \text{extr } E_n[x_k(j)],$$
$$j=1,\dots,\ell$$

где $E_n[\bar{x}(j)]$ и $E_n[x_k(j)]$ обозначают математическое ожидание k-ого верхнего значения j-ого эталона из n элементов. Для простоты и не теряя общности, можем предполагать, что extr = min и докажем в этом случае

$$E_n[\bar{x}(u)] = \min_j E_n[\bar{x}(j)] \overset{n\to\infty}{\iff} E_n[x_k(u)] = \min_j E_n[x_k(j)]$$

Это эквивалентно

$$\forall j,j' = 1,\dots,\ell: m_j \le m_{j'} \overset{n\to\infty}{\iff} E_n[x_k(j)] \le E_n[x_k(j')]$$

Тогда теорема доказана в силу вышеуказанного утверждения.

<u>ТЕОРЕМА 3</u>. Если функция f монотонна по ρ и распределение ρ является нормальным (m_j,σ) или экспоненциальным (λ), то справедлива следующая схема

$$\begin{tikzcd}
M_\rho \text{ - алг} \arrow[r, dash, "\overset{\text{prob}}{\sim}"] \arrow[d, dash, "\text{prob}\,\wr"'] & M_{f(\rho)} \text{ алг} \arrow[d, dash, "\wr\,\text{prob}"] \\
\text{extr } \rho \text{ - алг} \arrow[r, dash] & \text{extr } f(\rho) \text{ - алг}
\end{tikzcd}$$

<u>Доказательство</u>. Из доказанных теорем, имеем

$$M_\rho \text{ - алг} \overset{\text{prob}}{\sim} \text{extr } \rho \text{ - алг}$$

$$\text{extr } \rho \text{ - алг} \sim \text{extr } f(\rho) \text{ - алг}$$

Сразу вытекает

$$M_{f(\rho)} \text{ - алг} \overset{\text{prob}}{\sim} \text{extr } f(\rho) \text{ - алг}$$

Наконец, учитывая, что

$$M_\rho \text{ - алг} \overset{\text{prob}}{\sim} \text{extr } \rho \text{ - алг} \sim \text{extr}(\rho) \text{ - алг} \overset{\text{prob}}{\sim} M_{f(\rho)} \text{ - алг}$$

Тогда

$$M_\rho \text{ - алг} \overset{\text{prob}}{\sim} M_{f(\rho)} \text{ - алг}$$

Доказана теорема.

Рассмотрим некоторый результат об эквивалентности M_ρ^γ -алгоритма с M_ρ -алгоритмом.

Расстояние $\rho_k=\rho(S,S^k), S^k \in K_j$ - случайная величина ρ

Вес объектов класса $K_j: \gamma^1,\dots,\gamma^{N_1}$ - случайная величина γ

$\bar\rho$- арифметическое среднее расстояний между S и $\tilde K_j$

$$\bar\rho = \frac{1}{N_j}\sum_{k=1}^{N_j} \rho_k$$

$\bar\rho_\gamma$ - арифметическое среднее расстояний с весами объектов между S и $\tilde K_j$

$$\bar\rho_\gamma = \frac{\sum_{k=1}^{N_j} \rho_k\gamma_k}{\sum_{k=1}^{N_j} \gamma_k}$$

$M(\bar\rho_\gamma)$- действительное среднее расстояний с весами объектов между S и K_j

$$M(\bar\rho_\gamma) = \lim_{N_j\to\infty} \overline{\rho_\gamma}$$

$\hat\sigma^2$, $(\hat\sigma^2_{\rho\gamma})$ - экспериментальная дисперсия случайной величины ρ /с арифметическим средним с весами/

$$\hat\sigma^2_\rho = \frac{\sum_{k=1}^{N_j} (\rho_k-\bar\rho)^2}{N_j-1}, \quad \hat\sigma^2_{\rho\gamma} = \frac{\sum_{k=1}^{N_j} (\rho_k-\bar\rho_\gamma)^2}{N_j-1}$$

$\hat V = \frac{\hat\sigma_\rho}{\rho}$, $\hat V_\gamma = \frac{\hat\sigma_\gamma}{\bar\gamma}$ - трансформированные коэффициенты случайных величин ρ и γ

$$\hat r_{\rho\gamma} = \frac{\sum_{k=1}^{N_j} (\rho_k-\bar\rho)(\gamma_k-\bar\gamma)}{N_j\,\bar\rho\,\bar\gamma}$$

- экспериментальный коэффициент корреляции между ρ и γ

Тогда имеем:

<u>ТЕОРЕМА 4</u>. Если ρ и γ статистически независимы, то

$$M_\rho^\gamma \text{ - алг } \overset{prob}{\sim} M_\rho \text{ - алг}$$

<u>Доказательство</u>. Будем доказывать, что

$$\bar\rho_\gamma = \bar\rho\,(1 + \hat r_\gamma \cdot \hat V_\rho\, \hat V_\gamma)$$

Имеем

$$\bar\rho(1 + \hat r_{\rho\gamma}\, \hat V_\rho\, \hat V_\gamma) = \bar\rho\,\left(1 + \frac{\sum_{k=1}^{N_j} (\rho_k - \bar\rho)(\gamma_k - \bar\rho)}{N_j\, \hat\sigma_\rho \cdot \hat\sigma_\gamma} \cdot \frac{\hat\sigma}{\bar\rho} \cdot \frac{\hat\sigma_\gamma}{\bar\gamma}\right)$$

$$= \bar\rho\,\left(1 + \frac{\sum_{k=1}^{N_j} (\rho_k - \bar\rho)(\gamma_k - \bar\gamma)}{N_j \cdot \bar\rho \cdot \bar\gamma}\right) = \bar\rho\left(1 + \frac{\sum_{k=1}^{N_j} \rho_k\gamma_k - N_j\, \bar\rho\, \bar\gamma}{N_j \cdot \bar\rho \cdot \bar\gamma}\right.$$

$$= \bar\rho\,\left(1 + \frac{\sum_{k=1}^{N_j} \rho_k\, \gamma_k}{N_j\, \bar\rho\, \bar\gamma} - 1\right) = \frac{\sum_{k=1}^{N_j} \rho_k\gamma_k}{N_j\, \bar\gamma} = \frac{\sum_{k=1}^{N_j} \rho_k\gamma_k}{\sum_{k=1}^{N_j} \gamma_k} = \bar\rho_\gamma$$

Так как $\lim\limits_{N_j \to \infty} \bar\rho_\gamma = M(\bar\rho_\gamma)$, $\lim\limits_{N_j \to \infty} \bar\rho = M(\bar\rho)$ - математическое ожидание случайной величины ρ,

$$\lim_{N_j \to \infty} \hat r_{\rho\gamma} = r_{\rho\gamma}\ ; \quad \lim_{N_j \to \infty} \hat V$$

То когда N_j стремится к бесконечности, справедливо

$$M(\bar\rho_\gamma) = M(\bar\rho)[1 + r_{\rho\gamma}\, V_\rho\, V_\gamma]$$

Ясно, что если $r_{\rho\gamma} = 0$, то

$$M(\bar\rho_\gamma) = M(\bar\rho)$$

Теорема доказана.

§ 3. УСТОЙЧИВОСТЬ И НОРМИРОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ

Дисперсия алгоритма распознавания A определяется следующим образом:

$$D(A) = D(\|b_{ij}\|_{m\times \ell}) = \sum_{i,j} D(b_{ij}), \quad D(b_{ij}) = D\,\{\rho(S',(K_j \setminus S') \cup S^i)\}$$

ТЕОРЕМА 5. Сохранив все условия теоремы 3, имеется

$$D(\text{БС-алг}) = \min D(\text{extr } \rho\text{-алг}$$

Доказательство. Известно, что БС-алг является min ρ -алг. Тогда достаточно доказать

$$\forall i,j \quad D(b_{ij}^{\min \rho}) = \min D(b_{ij}^{\text{extr}\,\rho})$$

где
$$b_{ij}^{\min \rho} = \min_k \{b_{ij}^k\}, \quad b_{ij}^{\text{extr}\,\rho} = \underset{r}{\text{extr}}\{b_{ij}^k\}$$

Из указанного утверждения теоремы 3, следует

$$D_n^2(b_{ij}^{\text{extr}\,\rho}) = \frac{\sigma^2}{2\ln n}\left[\frac{\pi^2}{6} - S_2(k)\right] + 0\left(\frac{1}{\ln^2 n}\right)$$

для случая нормального распределения и

$$D_n^2(b_{ij}^{\text{extr}\,\rho}) = m^2 \sum_{i=n-k+1}^{n} \frac{1}{i^2}$$

для случая экспотенциального распределения. В обоих случаях $D_n(b_{ij}^{\text{extr}\rho})$ достигаются максимум при $k=1$, т.е

$$D_n(b_{ij}^{\min\rho}) = \min D_n(b_{ij}^{\text{extr}\rho})$$

СЛЕДСТВИЕ. Если распределение $\{\rho(S,S^k); S^k \in K_j\}$ является нормальным, то выполняется

$$D\ (\text{БС-алг}) \le D\ (\text{М-алг})$$

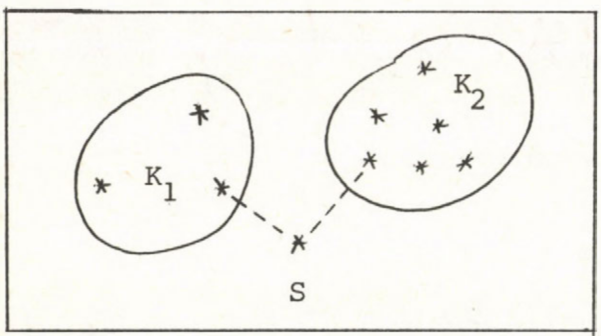
Это неравенство вытекает из

M_ρ -алгоритм = медиана ρ-алгоритм $\in$ {extr ρ-алгоритм}

Будем определять устойчивость распознающих алгоритмов через его дисперсию. Чем меньше его дисперсия, тем больше его устойчивость. В условиях теоремы 3 и из следствия теоремы 5 следует, что БС-алгоритм имеет наибольшую устойчивость. Эти результаты используются при проектировании комбинированной системы распознающих алгоритмов.

Возникает вопрос можно ли модифицировать алгоритмы распознавания для повышения их эффективности.

Сначала рассмотрим наглядный пример, в котором БС-алг - используется для задачи двух классов.



$\rho(S,K_1) = \rho(S,K_2)$

$S \in ?$

Заметим, что

$$\rho(S,K_1) \approx \rho(S',K_1\setminus S'),\ \forall S'\in K_1$$

$$\rho(S,K_2) \gg \rho(S'',K_2\setminus S''),\ \forall S''\in K_2$$

Несмотря на то, что $\rho(S,K_1) = \rho(S,K_2)$, S может относиться к классу K_1.

Следующий метод позволяет модифицировать распознающие алгоритмы для повышения их эффективности зависио от того, что структуры классов.

- Сначала, вычисляем

1/ $\rho(S, K_j)$

2/ $\{\rho(S',K_j)\}_{\forall S' \in \tilde{K}_j}$ или $\{\rho(S',K_j\ S')\}_{\forall S' \in \tilde{K}_j}$

- Обозначим

$$M(\rho(S,K_j)) = M\{\rho(S',K_j)\} \quad \text{или} \quad M\{\rho(S',K_j \setminus S')\}$$

$$D(\rho(S,K_j)) = D\{\rho(S',K_j)\} \quad \text{или} \quad D\{\rho(S',K_j \setminus S')\}$$

Имеем слудующую нормированную формулу

$$\tilde{\rho}(S,K_j) = \left| \frac{\rho(S,K_j) - M(\rho(S,K_j))}{D(\rho(S,K_j))} \right|$$

Алгоритм распознавания, модифированный по указанному методу называется нормированным алгоритмом распознавания и обозначается через

Ясно, что если все распределения классов K_j одинаковы, то

$$\tilde{\rho}(S, K_j) \equiv \rho(S, K_j) \quad , \text{ т.е } \quad \tilde{A} \equiv A$$

<u>ТЕОРЕМА 6</u>. $\tilde{M}_\rho$ -алгоритм распознавания эквивалент $\tilde{M}_m$-алгоритму распознавания

Где $\tilde{M}_\rho : M_\rho$ - нормированный алгоритм распознавания

$\tilde{M}_m : M_m$ - нормированный алгоритм распознавания

$$M_m = B.C, \quad B = \|b_{ij}\|_{m \times \ell}, \quad b_{ij} = (S^i, M(K_j))$$

ρ_E - эвклидовое расстояние, $\rho = \rho_E^2$

<u>Доказательство</u>. Известно, что [5] по теореме Гиугельса

$$\rho(S,K_j) = \rho(S,M(K_j)) + D(K_j)$$

Непосредственно используя теорему Гиугельса и указанное определение выражения $M(\rho(S,K_j))$, $D(\rho(S,K_j))$ можно записать

$$M[\rho(S,K_j)] = \underset{S'\in K_j}{M}[\rho(S',M(K_j))+D(K_j)] = \underset{S'\in K_j}{M}[\rho(S',M(K_j))] + D(K_j)$$

$$D[\rho(S,K_j)] = \underset{S'\in K_j}{D}[\rho(S',M(K_j))+D(K_j)] = \underset{S'\in K_j}{D}[\rho(S',M(K_j)]$$

Тогда, нормированная формула для $\rho(S,K_j)$ задает таким образом

$$\tilde{\rho}(S,K_j) = \frac{\rho(S,M(K_j))+D(K_j)-\underset{S'\in K_j}{M}[\rho(S',M(K_j))] - D(K_j)}{\underset{S'\in K_j}{D}[\rho(S',M(K_j))]}$$

$$= \frac{\rho(S,M(K_j)) - \underset{S'\in K_j}{M}[\rho(S',M(K_j))]}{\underset{S'\in K_j}{D}[\rho(S',M(K_j))]}$$

Теорема доказана.

§ 4. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ КОМБИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ РАСПОЗНАЮЩИХ АЛГОРИТМОВ В ГЕОЛОГИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ

Как известно, в геологическом исследовании часто встречаются задачи распознавания и классификации. Перед нами были поставлены конкретные задачи геологами. Для решения этих задач была составлена комбинированная система распознающих алгоритмов, состоящая из алгоритмов модели вычисления оценок, алгоритмов ближайшего соседа, алгоритмов К-внутригрупповых средних, алгоритмов типа потенциальных функций. Эта система реализована на ЭВМ и даёт хороший результат. Опишем вкратце эти задачи:

1. Распознавание гранитоидов с количественной информацией.

   Гранитоид является видом популярных объектов на Севере Вьетнама. Были собраны и проанализированы тысячи блоков гранитоидов.

   Задача состоит в том, что из таких блоков распознавать блоки, содержащие руды, например, свинцовая руда, антимон .... Каждый блок гранитоида объект определяется 10 числовыми признаками, являющими содержание компонентов SiO_2, TiO_2, Al_2O_3 ,... [8]

2. Классификация формации руд Pb - Zn [8]

   В этой задаче каждый распознаваемый объект рудная точка характеризуется 36 признаками, из которых 27 признаков о минералах, 3 признака об элементах, 2 признака об их отношениях и 4 признака о других породах. Знаем только о качественных информациях признаков, например, "значительное значение", "незначительное значение", ...

   По определенному разбиению эталона из 70 объектов на 4 формации, нужно распознавать сотни других рудных точек.

3. Классификация данных нефтяной скважины

   Нефтяной промысел является молодой областью в СРВ. Она еще не имеет необходимого количества обработанных данных, служащих эталонами. Поэтому на первых шагах обработки данных нефтяной скважины возникает вопрос автоматической классификации. Нефтяники предложили нам несколько задач, одна из которых - автоматическая классификация по глубине нефтяной скважины для выявления пластов песка, углей, глины, и т.д. Каждый распознаваемый объект характеризуется 7 признаками: диаметром скважины, удельным сопротивлением, естественным электрическим полем, нейтрон-кароттажем, γ -кароттажем ... . Мы обработали несколько скважин.

Эквивалентность и устойчивость распознаваемых алгоритмов применяются для сравнения результатов и определения весов алгоритмов при построении комбинированной системы следующих алгоритмов:

- алгоритм, основанный на принципе ближайшего соседа;
- алгоритмы вычисления оценок;
- модифицированный алгоритм К-внутригрупповых средних;
- алгоритмы типа потенциальных функций.

Применение этой системы для решения вышеуказанных задач указывает на то, что

- вероятность для того, чтобы результаты 4 алгоритмов были одинаковы является 0,72;
- верояность для того, чтобы результаты 3 алгоритмов были одинаковы является 0,78;
- вероятность для того, чтобы резульаты 2 алгоритмов были одинаковы является 0,99.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить доктора Бак Хынг Кханг за внимание к работе и обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1 ЖУРАВЛЁВ Ю.И.: Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания и классификации. Сб."Проблемы кибернетики", вып. 33, М., 1978.

2 АЙЗЕРМАН М.А., БРАВЕРМАН Э.М., РОЗОНОЗР Л.И.: Метод потенциальных функций в теорию обучения машин. Москва, Наука, 1970.

3 БАК ХЫНГ КХАНГ: Об одном параметрическом семействе статистических алгоритмов распознавания, Ж. Выч. Матем. и Мат. Физики, № 5, 1977.

4 Логико-информационные решения геологических задач. Из-во Наука, 1975.

5 DIDAY E.: Recent progress in distances and similarity measures in pattern recognition, Rapport de recherche, № 76, IRIA, 1974.

6 CRAMER H.: Mathematical Methods of Statistics, 1966.

7 HOANG KIEM: Some models and the recognition algorithms for complex survey /Thesis candidate for doctor in Institute of Computer Science and Cybernetice/, Hanoi, 1981.

8 BACH HUNG KHANG, HO TU BAO, NGUYEN HOANG PHUNG, GIANG VU THANG: The first application results of recognition methods in geological survey, Conference 1981 of Institute of Computer Science and Cybernetics, Hanoi.

ABOUT THE EQUIVALENCE AND STABILITY OF HEURISTIC ALGORITHM OF PATTERN-RECOGNITION WITH APPLICATION

Hoang Kiem, Ho Tu Bao
Hanoi, Vietnam

In the paper the question of the stability and equivalence of pattern-recognition algorithms are investigated. The results are applied to some problems of geology. The solutions of these problems are also discussed in the paper.

A HEURISZTIKUS ALAKFELISMERÉSI ALGORITMUSOK EKVIVALENCIÁJA ÉS STABILITÁSA ÉS ALKALMAZÁSAI

Hoang Kiem, Ho Tu Bao
Hanoi, Vietnám

A cikkben a heurisztikus alakfelismerési algoritmusokat vizsgáljuk, az ekvivalenciájukat és a stabilitásukat. Az eredmények geologiai feladatokra való alkalmazásáról is beszámolunk.