

A peremen elhelyezett aknák egymáshoz viszonyított helyzetéről

Dr. ZAMBÓ JÁNOS okl. bányamérnök, a műszaki tudományok doktora,
Kossuth-díjas és Állami Díjas egyetemi tanár, a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja
(Nehézipari Műszaki Egyetem, Miskolc)

Ha a két akna egymás mellett, többé-kevésbé a kitermelhető ásványvagyon tömegközéppontjának közelében helyezkedik el, *központos ikerakna-telepítésről* szokás beszélni. Ezzel szemben, ha a szállítóaknát az említett helyre, a légaknát pedig a település határán kívül vagy mindkettőt azon kívül helyezük el, *átlós aknatelepítésről* van szó. Ha a hasznosítható ásványvagyon viszonylag mélyen fekszik és a település termelékenysége nagy, a védópillérben leköttött ásványvagyon mennyiségének csökkentése vagy teljes kiküszöbölése érdekében a két aknát a produktív területen kívül helyezhetjük el vagy egymás mellé, vagy egymástól távol átlósan, illetve többé-kevésbé átlósan. Ilyenkor *peremi* vagy *határon kívüli ikerakna-telepítéssel*, illetve *peremi* vagy *határon kívüli átlós aknatelepítéssel* állunk szemben. Rövid eszmefuttatásunkban csak erről a két utóbbi esetről lesz szó, helyesebben a peremi ikerakna-telepítést hasonlítjuk össze a peremi átlós telepítéssel.

Felesleges lenne azokat az általánosságban megfogalmazható előnyöket és hátrányokat felsorolni, amelyeket az iker- és az átlós telepítéssel kapcsolatosan szokás elmondani, hiszen ezek minden szakember előtt jól ismertek. Az is tudott dolog, hogy az általános összehasonlítás csak egészen nagyvonalú lehet, mert a különböző előfordulások vagy előfordulástípusok mindig külön elemzést is kívánnak. Most egy meghatározott eset készletet arra, hogy legalábbis elvi síkon az összehasonlítást elvégezzük, annál is inkább, mert ilyen vizsgálat nélkül könnyen hajlik az ember arra, hogy csak úgy érzésből, eleve elkötelezze magát egyik vagy másik megoldás mellett.

A vizsgálandó előfordulás jellege röviden az alábbiak szerint adható meg: többé-kevésbé ellipszis vagy legalábbis piskóta alakú területen nagy mélységben tagozott, tekintélyes összvastagságú előfordulásról van szó, amelyet minden valószínűség szerint szintműveléses rendszerben fognak művelni. Az aknák ennek megfelelően a peremre kerülnek, hogy a védópillérben leköttött és ki nem termelhető ásványvagyon minél kevesebb legyen. Már itt meg kell jegyezni, hogy a védópillérnek más szerep jut, ha jobbra rideg, nagyobb szilárdságú kőzetekről van szó. Ez azt jelenti, hogy a védópillérben leköttött vagyon bizonyos százaléka hézagosan lefejthető, viszont a lehetséges és igen nagymérvű bányarengés elkerülése végett az aknamező folyamatosan összefüggő lefejtését el kell kerülni.

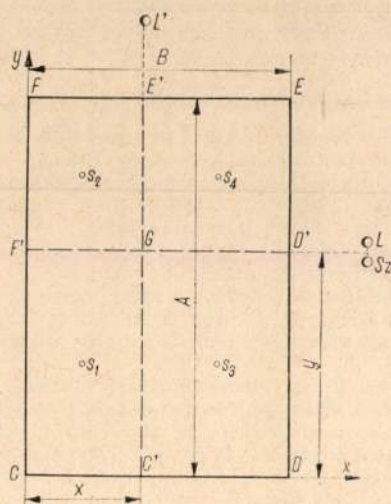
Az összehasonlítást egy jellemző mutatóra alapozzuk, legyen ez a *súlyozott átlagos folyosóhossz*. Az egyes bányamezők lefejtéséhez szükséges fo-

lyosóhosszak súlyozott átlagáról van szó, s a súlyt a bányamező kitermelhető ásványvagyona adja, kifejezve ezzel az utak *élettartamának* szerepét.

Az elvi, matematikai vizsgálathoz egy matematikailag viszonylag egyszerűen leírható modellt kell felvennünk. Esetünkben erre a célra legjobban megfelel egy olyan derékszögű négyszög alakú aknamező, amelyben az előfordulás egyenletes. Természetesen a valóság nem ilyen, a modell felvétele csupán az elvi összefüggések érzékeltetésére szolgálhat.

I. Az 1. ábra szerint a derékszögű aknamező egyik oldala: A , a másik: B . Legyen kikötésünk az, hogy $A \geq B$. A szállítóakna (Sz) az A oldallal adott perem mentén helyezkedik el az x, y derékszögű rendszerben a $DD' = y$ ordináta által megszabott helyen ($x = \text{const}$). A légakna peremi ikerakna-telepítés esetén a szállítóakna mellett (L), peremi átlós telepítés esetén pedig a $CC' = FE' = x$ abszcisszával ($y = \text{const}$) megjelölt helyen (L') a B oldal mentén. A szintek főgerincvonalai legyenek párhuzamosak az oldalakkal ($D'F'$ és $C'F'$). Így az aknamező négy bányamezőre tagozódik: C, C', G, F' , súlypontja s_1 ; F', G, E', F , (s_2); C', D, D', G , (s_3); G, D', E, E' , (s_4). Csak az aknamezőn belüli utakat tekintjük. Derékszögű rendszer van, azaz az utak vagy A , vagy B oldallal párhuzamosak, és mindig a lehető legrövidebb utat vesszük számításba. Más szóval rektilineáris távolságokról beszélhetünk, amikor az ikerakna-telepítésnél az oda- és a visszaút megegyezik, az átlós telepítésnél az odaút a szállító-, a visszaút pedig a légaknától számított rektilineáris távolság.

Az utakról és területekről az 1. táblázat ad képet.



1. ábra

Fejtsük ki az utak súlyozott átlagát: 1. Peremi ikerakna-telepítés esetén:

$$L_i = \frac{Q_0}{ABQ_0} \cdot [(2B - x + y)xy + (A + 2B - x - y)(Ax - xy) + (B - x + y)(By - xy) + (A + B - x - y)(AB - Ax - By + xy)]$$

Jel	Út [km]		Terület
	Iker	Átlós	
1	$2B-x+y$	$A+B$	xy
2	$A+2B-x-y$	$A+B-y$	$Ax-xy$
3	$B-x+y$	$A+B-x$	$Bx-xy$
4	$A+B-x-y$	$A+B-x-y$	$AB-Ax-By+xy$

ahol Q_0 a fajlagos kitermelhető ásványvagyon (t/m^2 vagy $10^6 t/km^2$), továbbá $y \leq A$ és $x \leq B$.

A műveletek elvégzése után:

$$L_i = A + B + \frac{2y^2}{A} - 2y$$

Ezek szerint az utak súlyozott átlaga az aknapár helyének függvényében parabola szerint változik.

L_i legkisebb, ha $y = \frac{A}{2}$, mert ez az érték jelöli ki a parabola csúcspontját.

Megjegyezzük, hogy az 1. és 3., valamint a 2. és 4. területek ez esetben (L_i csak y függvénye) össze is vonhatók, az eredmény ugyanaz:

$$\begin{aligned} L_i &= (B+y) \frac{y}{A} + (A+B-y) \frac{A-y}{A} = \\ &= A + B + \frac{2y^2}{A} - 2y \end{aligned}$$

2. A peremi átlós telepítés esetében hasonlóan eljárva kapjuk:

$$L_a = A + B + \frac{x^2}{B} + \frac{y^2}{A} - x - y$$

Ez az összefüggés egy *elliptikus paraboloid* egyenlete lehetne, ha a x, y olyan mozgó pont koordinátái, amely pont a szállítóaknán átmenő és B oldallal párhuzamos, valamint a légaknán átmenő és az A oldallal párhuzamos egyenesek metszéspontja (L_a nemcsak y -nak, de x -nek is függvénye, így az 1. alatt említett terület-összevonás itt nem engedhető meg).

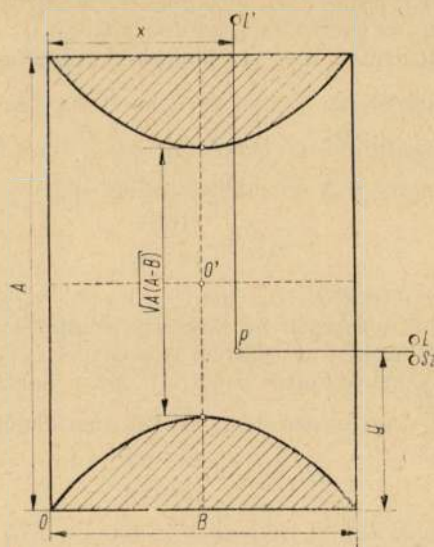
A peremi átlós telepítéshez a megadott feltételek mellett a legkisebb súlyozott átlagos út akkor tartozik, ha a szállítóakna helyét az $y = \frac{A}{2}$, a légakna helyét pedig az $x = \frac{B}{2}$ jelöli ki.

Bármilyen két konkrét telepítési mód összevetése fenti két egyenlet segítségével könnyen elvégezhető.

Ha a két összehasonlítandó telepítési módra az a jellemző, hogy mindkét telepítésnél a szállítóakna az A oldallal adott peremen ugyanoda esik, az összehasonlítás általánosítható. Képezzük tehát ilyen feltétellel a súlyozott átlagutak különbségét:

$$\Delta L = L_a - L_i = \frac{x^2}{B} - \frac{y^2}{A} - x + y$$

A ΔL változását egy *hiperbolikus paraboloid* írná le, ha a mozgó pontot most egyrészt az ikeraknák, másrészt az átlósan telepített légakna helyén átmenő és a B , illetve az A oldallal párhuzamos egyenesek metszéspontja (P) adja meg (2. ábra).



2. ábra

Látható, hogy az így értelmezett hiperbolikus paraboloid az x -irányban $\frac{B}{2}$, az y -irányban $\frac{A}{2}$ értékkel eltoltt helyzetben van, továbbá az is, hogy az x, y síkkal párhuzamos és a $\Delta L = 0$ értékkel adott sík a felületből hiperbolát metsz ki. Így az általános összehasonlítás igen egyszerű: ha a fentiek szerint értelmezett P pont a 2. ábra nem vonalkázott területére esik, akkor az ikerakna-telepítés a kedvezőbb, mert ΔL pozitív. Az ábra szerinti hiperbola egyenlete:

$$\frac{x^2}{B} - \frac{y^2}{A} - x + y = 0,$$

amelynek két jellemző paramétere:

$$2a = \sqrt{A(A-B)}, \text{ illetve } 2\varepsilon = \sqrt{A^2 - B^2}.$$

A hiperbola két szára geometriai helye azoknak a pontoknak, amelyekhez $\Delta L = 0$ érték tartozik. Mutassuk ki néhány jellegzetes esetre a ΔL száralékos értékét is.

1. Ikerakna-telepítés esetén az aknák helyét szabja meg az $y = \frac{A}{2}$, átlós telepítésnél pedig a szállítóakna legyen az $y = \frac{A}{2}$ és a légakna az $x = 0$ helyen. Ilyen feltételek mellett:

$$\Delta L_1 = \frac{A}{4}, \quad L_i = \frac{A}{2} + B$$

Ha $B = \lambda A$, akkor

$$\Delta L_1 \% = \frac{50}{1 + 2\lambda}$$

$\lambda = 0,5$ esetén $\Delta L_1 = 25\%$, $\lambda = 0,75$ esetén $\Delta L_1 = 20\%$ ikerakna telepítés javára.

2. Az 1. szerinti esethez viszonyítva annyi változás legyen, hogy az átlós telepítésnél a légakna helyét az $x = \frac{B}{2}$ szabja meg. Ennek megfelelően:

$$\Delta L_2 \% = \Delta L_1 (1 - \lambda) = 50 \frac{1 - \lambda}{1 + 2\lambda}$$

Ha $\lambda=0,5$, akkor $\Delta L_2=12,5\%$, ha $\lambda=0,75$, akkor $\Delta L_2=5\%$ az ikerakna telepítés javára.

3. Határozza meg az ikerakna-telepítésnél az aknák helyét az $y=\frac{A}{4}$, az átlós telepítés esetén pedig a szállítóakna helyét az $y=\frac{A}{4}$ és a légakna helyét az $x=0$. A százalékos különbség:

$$\Delta L_3\% = \frac{150}{5+8\lambda}$$

Ha $\lambda=0,5$, akkor $\Delta L_3=16,7\%$, ha $\lambda=0,75$, akkor $\Delta L_3=13,6\%$ szintén az ikerakna-telepítés javára, hiszen ΔL ebben az esetben is pozitív.

4. Az átlós telepítés légaknájának a helyét most az $x=\frac{B}{2}$ határozza meg. Ennek megfelelően:

$$\Delta L_4\% = 50 \frac{3-4\lambda}{5+8\lambda}$$

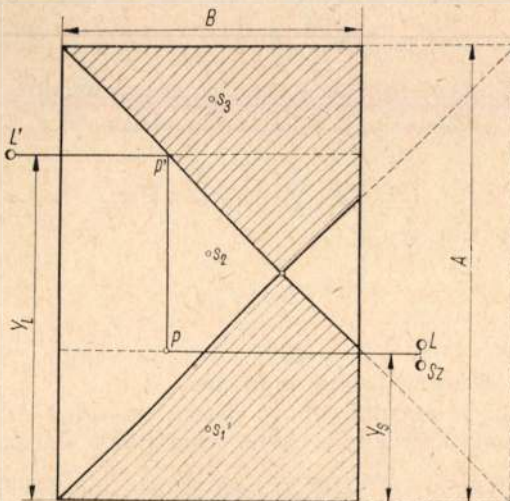
Ha $\lambda=0,5$, akkor $\Delta L_4=5,5\%$, ha $\lambda=0,75$, akkor $\Delta L_4=0$. Ha $\lambda > \frac{3}{4}$, akkor az esetben már az átlós telepítés kedvezőbb, hiszen ΔL negatív lesz.

5. Végül nézzünk meg egy olyan esetet, amikor a két telepítés szállítóaknája nem ugyanoda esik. Határozza meg az ikerakna-telepítésnél az aknák helyét az $y=\frac{A}{2}$, az átlós telepítés légaknájának helyét az $x=0$, szállítóaknájának helyét pedig nem az $y=\frac{A}{2}$, hanem az $y=0$. Így:

$$\Delta L_5\% = \frac{100}{1+2\lambda}$$

ΔL_5 pozitív, tehát az ikerakna-telepítés kedvezőbb. Ha $\lambda=0,5$, akkor $\Delta L_5=50\%$, ha $\lambda=0,75$, akkor $\Delta L_5=40\%$.

II. Térjünk most rá a másik telepítési sémára: az átlós telepítés légaknája nem a szomszédos rövidebb oldal mentén, hanem a szemben levő párhuzamos oldal mentén helyezkedik el (3. ábra). Egyébként az előfeltételek ugyanazok maradnak. Készítsük el most is az összeállítást az utakról és a területekről (1.: 2. táblázat).



3. ábra

Jel	Út [km]		Terület
	Iker	Átlós	
1	$B+y_s$	$B+y_L$	By_s
2	$B+y_L-y_s$	$B+y_L-y_s$	$B(y_L-y_s)$
3	$A+B+y_L-2y_s$	$A+B-y_s$	$B(A-y_L)$

Az I. esethez hasonlóan eljárva, most a következő összefüggésekre jutunk:

$$L_i = A + B + \frac{2y_s^2}{A} - 2y_s$$

$$L_a = A + B + \frac{y_s^2 + y_L^2}{A} - (y_s + y_L)$$

Mivel L_i most is csak y_s függvénye, ezért L_i a 2. és 3. terület összevonásával is felírható, L_a azonban y_L -nek is függvénye, ezért a területösszevonás itt nem engedhető meg.

Képezzük most is a $\Delta L = L_a - L_i$ különbséget az I. esethez hasonlóan:

$$\Delta L = \frac{y_L^2 - y_s^2}{A} - y_L + y_s$$

illetve más formában:

$$\Delta L = \frac{1}{A} (y_L - y_s)(y_L + y_s - A)$$

Világosan és félreérthetetlenül következik ebből, hogy azon pontok geometriai helye, amelyekhez $L=0$ érték tartozik, egy A oldalú négyzet két átlója. Az is világos, hogy most a P metszéspont úgy jön létre, hogy az ikerakna-telepítés aknáinak helyén át párhuzamosot húzunk a B oldallal, ezután az átlós telepítés légaknájának helyén át előbb a B oldallal húzunk párhuzamosot az A oldalú négyzet átlójáig (P'), majd az így keletkezett metszésponton át az A oldallal húzunk párhuzamosot, hogy a P metszéspontot megkapjuk. Az összehasonlítás most is egyszerűen — sőt még egyszerűbben, mint az I. esetében — végezhető el: ha a fentiek szerint szerkesztett P pont a 3. ábra nem vonalkázott területére esik, akkor az ikerakna telepítés a kedvezőbb.

Hasonlítsuk össze végül az I. és II. szerinti átlós telepítéseket azzal a feltétellel, hogy a szállítóakna mindkét telepítésnél ugyanott van, azaz $y_s=y$. Képezzük a $\Delta = L_{aI} - L_{aII}$ különbséget:

$$\Delta = \frac{x^2}{B} - \frac{y_L^2}{A} - x + y_L$$

Az összehasonlítás most is egyszerű. Ugyanúgy történik, amint azt a 2. ábrán láthattuk azzal, hogy most y helyébe y_L lép. A II. szerinti átlós telepítés ad kedvezőbb esetet, ha a megszerkesztett P pont a nem vonalkázott területre esik. Mivel a nem vonalkázott terület lényegesen nagyobb, mint a vonalkázott, azért a II. szerinti átlós telepítés inkább kedvezőbb, helyesebben az esetek nagyobb részében kedvezőbb.

Hangsúlyozni kell, hogy eszmefuttatásunkban csak a peremi aknatelepítések eseteivel foglalkoztunk azzal a feltétellel, hogy szintműveléses rendszerről van szó, s az egyes szintek folyosórendszere megegyezik. Természetesen az így felvett modell csak arra jó, hogy az elvi összefüggések tisztán és egyszerűen legyenek áttekinthetőek.

Fúróluk száma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Σ		
Ásványvagyon (10^6 t) (Q)	12	25	4	9	12	10	10	7	3	5	3	23	5	7	5	7	5	8	160		
\bar{U}_t ($\frac{\text{km}}{1}$)	Ikerakna telepítés	1	2,8	2,8	1,1	2,8	1,8	1,1	0,4	1,3	0,5	2,0	1,8	2,2	2,7	2,5	3,1	3,7	3,7	4,1	40,4
		2	2,7	2,7	2,7	2,6	1,7	1,7	0,9	1,2	0,5	1,7	0,7	0,4	0,7	1,5	1,1	2,0	1,9	3,0	29,7
	Átlós telepítés	1,8	2,4	2,9	2,4	1,9	2,4	2,8	1,9	2,9	2,5	1,9	2,3	1,9	2,3	2,3	3,5	3,4	3,8	45,3	

Hasonló módon lehetne az elvi összefüggéseket kimutatni akkor is, ha a telepítés aknamezőn belül is lehetséges, vagy ha a táblás művelésről, illetve mindkettőről van szó.

Csak ritkán fordul elő, hogy az előfordulás megengedhető módon helyettesíthető derékszögű négyszöggel. Erről csak akkor lehet szó, ha a négyszögösítés révén keletkezett hiba alatta van a tervezésnél megengedhető bizonytalanságnak.

A gyakorlati eljárás során ki kell jelölni egyes területeket (bányamezők, fejtés mezők), meg kell határozni az ezekhez tartozó kitermelhető ásványvagyon és ennek tömegközéppontját. Az elméleti részben említett utak helyébe ezekhez a tömegközéppontokhoz tartozó utak lépnek, a súlyokat pedig az említett ásványvagyonok jelentik.

Lehetséges azonban, hogy a kutatás bizonyos fázisában az említett területek még nem jelölhetők ki. Ilyenkor meg kell elégednünk a fúrólukakra támaszkodó eljárással. Ezt mutatjuk be a 4. ábra segítségével.

Adva van 18 db fúróluk. A legközelebbi pont módszerének szem előtt tartásával kijelöljük az egyes lyukakhoz tartozó területeket. Ezzel már az egyes lyukak által képviselt kitermelhető ásványvagyon is adott. Nem követünk el számottevő hibát, ha a fúrólukak helyét tekintjük a lyukakhoz rendelt ásványvagyon tömegközéppontjának.

Az ásványvagyon kitermelése szintművelés rendszerben történik, mert az előfordulás jellege ezt kívánja meg, sőt az is rögzíthető, hogy az egyes szintek gerinevágat-rendszere elhanyagolható eltérést mutat.

Mind az ikerakna-, mind az átlós telepítésnél megadhatók az egyes fúrólukakhoz rendelt utak. Példánkban csak a produktív területre eső utakat vettük számításba, mert feltételeztük, hogy a kívül eső utak hossza a két telepítésnél azonos. Amint az ábráról látható, három telepítési alternatívát veszünk számításba: 1. ikerakna-telepítés, az aknák helye: Sz_1 , és L_1 , 2. ikerakna-telepítés, az aknák helye: Sz_2 és L_2 , 3. átlós telepítés, az aknák helye: Sz' és L' . Az adatokat táblázatba foglaltuk össze (3. táblázat).

A 3. táblázat alapján:

$$L_{i1} = \frac{\Sigma Q l_{i1}}{\Sigma Q} = \frac{370,1}{160} = 2,31 \text{ km.}$$

$$L_{i2} = \frac{\Sigma Q l_{i2}}{\Sigma Q} = \frac{277,2}{160} = 1,73 \text{ km.}$$

$$L_{i4} = \frac{\Sigma Q l_{i4}}{\Sigma Q} = \frac{391,7}{160} = 2,45 \text{ km.}$$

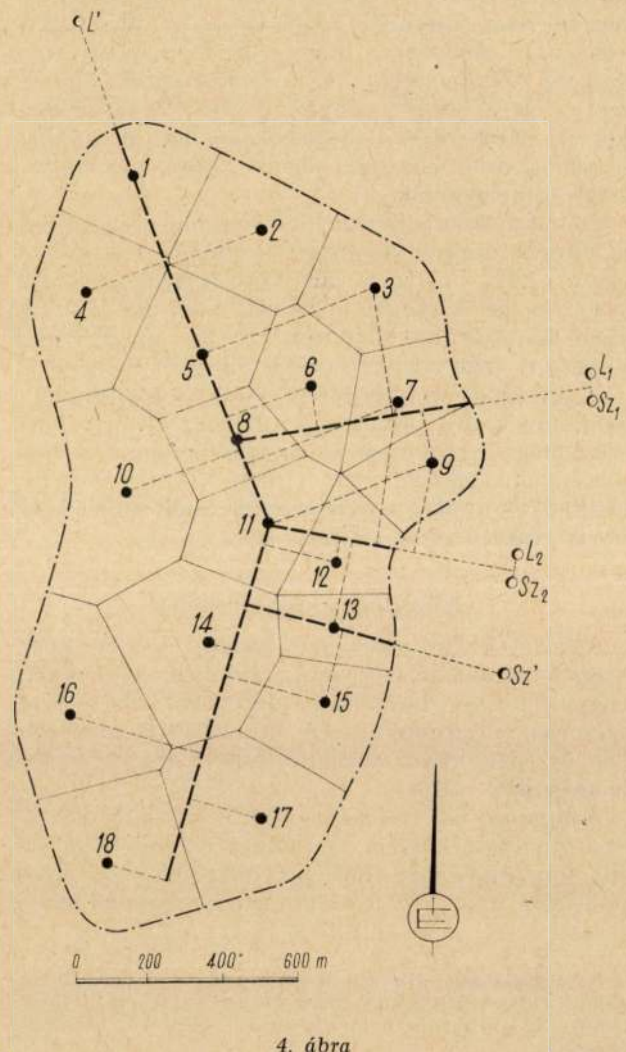
A különbségek: $\Delta L_1 = L_{i1} - L_{i2} = 0,58 \text{ km}$, $\Delta L_2 = L_{i4} - L_{i1} = 0,14 \text{ km}$, $\Delta L_3 = L_{i4} - L_{i2} = 0,72 \text{ km}$.

A százalékos különbségek pedig:

$$\Delta_1 = 100 \frac{\Delta L_1}{L_{i2}} = 33,5\%$$

$$\Delta_2 = 100 \frac{\Delta L_2}{L_{i1}} = 6,1\%$$

$$\Delta_3 = 100 \frac{\Delta L_3}{L_{i2}} = 41,6\%$$



4. ábra