

ÖRVÉNYÁRAMVESZTESÉGEK EGYENÁRAMÚ ELŐTELÍTÉS ESETÉN

CZIPSZER JÁNOS és TUSCHÁK RÓBERT¹⁾

Bevezetés

Villamosgépek forgórésze egyes esetekben szilárdsági vagy technológiai szempontok miatt lemezelés nélküli tömör acélból készül. (Turbógenerátorok, különleges célra készült aszinkron motorok, szervomotorok stb.) Ha a tömör forgórészt átjáró mágnesmező az időben nem változik, tömör és lemezelt forgórészű gépek működése között nincs különbség (pl. turbógenerátorok állandósult szimmetrikus üzeme). A forgórész mágnesmezejének változása-kor a forgórész tömör acéltestében örvényáramok keletkeznek, amelyek hatással vannak a gép működésére. Így például meghibásodásokból származó vagy szándékosan előidézett hálózati aszimmetria esetén (egyfázisú rövidzárlat, »sánta« üzem stb.) a hálózatot tápláló turbógenerátorok állórész-árama aszimmetrikussá válik, pozitív sorrendű összetevőn kívül negatív sorrendűt is tartalmaz, amelynek mágnesmezeje a tömör forgórészben kétszeres frekvenciájú örvényáramot indukál. Az aszimmetrikus üzem hosszabb ideig csak az esetben tartható fenn, ha a forgórészben keletkező örvényáram-veszteségek nem lépik túl a melegedés szempontjából megengedhető értéket. A veszteségek, amelyeknek meghatározása így elsőrendű fontosságú, a negatív sorrendű áram ismeretében a negatív sorrendű ellenállás segítségével számíthatók. A negatív sorrendű ellenállást e mérésekből lehet meghatározni, oly módon, hogy definiált körülmények között a gépben negatív sorrendű mágnesmezőt létesítünk, és mérjük a felvett teljesítményt.

Ha a vas permeabilitása a mágneses térerősségtől független lenne, akkor az örvényáram-veszteséget csak az indukált mágnesmező amplitudója határozná meg, s nem függne a vastestet átjáró egyéb egyenáramú mágnesmezőktől. A valóságban a vas permeabilitása a térerősség függvénye, ezért az örvényáram-veszteség az indukáló mágnesmező azonos értéke mellett erősen függ az egyenáramú előtelítéstől. Így az előbb említett különböző módszerekkel végzett negatív sorrendű ellenállásmérésekből azonos negatív sorrendű áramerősség esetén is különböző eredményeket kapunk, mert minden eljárásnál más és más előtelítés keletkezik a forgórészben.

Az előtelítés hatásának tisztázása és a különböző mérési eredmények összehasonlításának és helyes mérési módszerek kialakításának érdekében kívánatos, hogy mindazon esetekben, amikor ez lehetséges, elméleti vizsgálatokat végezzünk, még abban az esetben is, ha a vizsgálatok feltételei bizonyos mértékben eltérnek a valóságos viszonyoktól. A következőkben olyan esetre vizsgáljuk az előtelítés hatását, amikor egy tömör forgórészű gép forgórészében a kerület mentén szinuszosan eloszló egyenáramú

¹⁾ A Klement Gottwald Villamossági Gyár dolgozója.

mágnesmezőkre azonos nagyságú körforgó mező szuperponálódik. Gyakorlatilag ez az eset fordul elő turbógenerátorok kétsarkú rövidzársban végrehajtott negatív sorrendű ellenállás mérésénél. Ez esetben a szinkron forgó gép állórésze kétsarkúlag rövidre van zárva, a forgórész egyenárammal van gerjesztve, a veszteségek a gép forgatásához szükséges mechanikai teljesítményből határozhatók meg. A forgórész-egyenáram által létesített pozitív sorrendű térerősség-eloszlás térbeli amplitudója a forgórész felületén jó közelítéssel a negatív sorrendű mező amplitudójával egyenlő.

A negatív sorrendű ellenállás-mérés másik módszere a gerjesztett szinkron forgó vagy esetleg álló gépen tiszta negatív sorrendű árammal történő mérés. Ez esetben nincs előtelítés. A következőkben azt kívánjuk megállapítani, hogy a kétféle módszerrel mért értékek között elméletileg milyen kapcsolat áll fenn.

Színuszos időbeli változású, pulzáló (vagy körforgó) mágnesmezők által tömör vastestben előidézett örvényáram-veszteségek számítása végtelen féltérre, négyzög- és körkeresztmetszetű tekercsre és hengeres forgórészre ismeretes az esetben, ha a vas permeabilitása állandó (lásd: [2], [3]). A térerősségtől függő permeabilitás hatásának figyelembevételére számos közelítő módszer ismeretes (lásd: [4], [5]), a kérdést exaktul megoldani azonban csak arra az idealizált esetre sikerült, amikor a mágnesezési görbe az 1. ábrán látható alakú (lásd: [1]). A továbbiakban G és F . *Haberland* (lásd: [1]) módszerét alkalmazzuk a következő feltételek mellett. A forgórész kerülete mentén mind az egyenáramú telítő, mind a váltakozóáramú mező szinuszosan oszlik el, és a kettő amplitudója megegyezik. Jelöljük α -val a forgórész palástjának egyik alkotóján és a tengelyen átfektetett félsík irányszögét valamilyen rögzített félsíktól mérve. Az egyenáramú előtelítéstől származó mágneses térerősség a kerületen $-H_0 \sin \alpha$, a váltakozóáramú mágneses térerősség pedig $H_0 \sin(\omega t + \alpha)$. A jelölést úgy választottuk, hogy a két térerősség eredője,

$$H_0 \{ \sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha \},$$

$t = 0$ -ra éppen 0 -t adjon. A behatolási mélység a forgórész sugarához képest oly kicsiny, hogy a forgórész végtelen féltérnek tekinthető. Ahelyett, hogy időben és a kerületen változó H -val számolnánk, a következő közelítéssel élünk: minden rögzített α értékre meghatározzuk azt az 1 cm^2 -re eső veszteséget, amelyet a féltér határfelületének minden pontjában $H_0 \{ \sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha \}$ nagyságú előtelítés okozza, majd az így kapott, α -tól függő veszteségértékeknek az integrálközepét vesszük a $(0, 2\pi)$ intervallumon. Szimmetria-okokból elég a $(0, \pi/2)$ intervallumra szorítkozni. Az így kapott érték az állandó permeabilitás feltételezésén alapuló számítások tanúsága szerint jó közelítéssel megadja a veszteség térbeli és időbeli átlagát. A mágneses térerősségnek csak a tangenciális összetevőjét vesszük figyelembe.

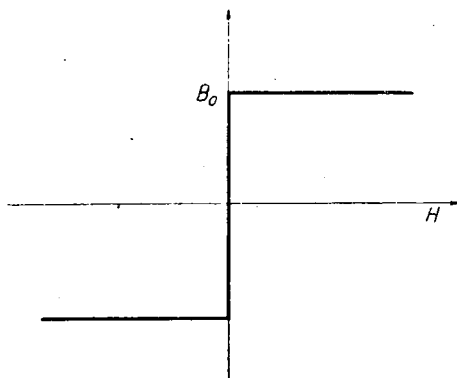
A veszteség meghatározása

A bevezetésben említett közelítő feltevések alapján problémánk pontosan a következőképpen fogalmazható meg.

Az $x \geq 0$ féltérrel homogén $\sigma = 1/\Omega \text{ cm}$ vezetőképességű vas tölti ki. A vas felületén (vagyis az $x = 0$ síkban) z -irányú, helytől független mágneses térerősséget gerjesztünk, amelynek pillanatnyi értéke:

$$H_0 [\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha] \text{ A/cm} \quad (0 < \alpha < \pi/2).$$

Feltesszük, hogy a vas mágnesezési görbéje vízszintes egyenes (lásd: 1. ábra), azaz, ha a vas egy bizonyos pontjában fellép egy akármilyen kis térerősség, ott rögtön vele egyirányú állandó B_0 Vs/cm² indukció támad, amelyik mindaddig megmarad, míg csak a térerősség ellenkező irányú nem lesz; akkor az indukció is irányt változtat, de nagysága (B_0) nem változik.



1. ábra

(Itt H és B z -irányú komponenseket jelentenek, a többi komponens 0.)

Kérdés, milyen lesz a térerősség térbeli és időbeli lefolyása, és mennyi a teljesítmény-veszteség? Ennek a problémának a megoldása az $\alpha = 0$ esetben megtalálható [1]-ben. Az idézett cikk számítási eljárása érvényes marad akkor is, ha a térerősség a vas felületén nem szinuszosan, hanem valamilyen más törvényszerűség szerint váltakozik, s így ez az eljárás a mi esetünkben is alkalmazható.

Nyilvánvaló, hogy minden villamos mennyiség csak az x »mélységnek« és a t időnek a függvénye, y -tól és z -tól nem függ. Továbbá az is nyilvánvaló, hogy H és B z -irányú, az E villamos térerősség és az i áramsűrűség pedig y -irányú.

Vizsgáljunk egy $0 < t < (\pi - 2\alpha)/\omega$ intervallumot, vagyis egy olyan »félperiódust«, amelyben H a felületen a $+z$ -tengely irányába mutat. Hangsúlyozzuk, hogy stacionárius, $2\pi/\omega$ szerint periodikus megoldást keresünk, tehát a $t = 0$ nem jelenti a folyamat kezdetét. A $-(\pi + 2\alpha)/\omega < t < 0$ intervallumban H a felületen negatív, így plauzibilis az a feltevés, hogy $t = 0$ -ra a vasban $-B_0$ remanens indukció van jelen. $t > 0$ -ra egy pozitív indukció-hullám hatol a vasba, amelynek a pillanatnyi mélységét $x = x(t)$ -vel jelöljük. Az [1] dolgozat (2), (3) és (4) képletei szerint:

$$(2') \quad E = 2Bv,$$

$$(3') \quad i = \frac{2Bv}{\rho},$$

és

$$(4') \quad H_r = i x(t),$$

ahol

$$v = \frac{dx}{dt}$$

és

$$H_r = H_0[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha].$$

Innen $x(t)$ -re a

$$H_0[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha] = \frac{2B_0}{\varrho} x \frac{dx}{dt}$$

differenciálegyenlet adódik. Ennek megoldása az $x(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett $0 < t < (\pi - 2\alpha)/\omega$ -ra

$$(1) \quad x(t) = \sqrt{\frac{H_0 \varrho}{B_0 \omega}} \sqrt{\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha) - \omega t \sin \alpha}.$$

Látható, hogy $x(t)$ monoton nő.

$$\text{A } t = \frac{\pi - 2\alpha}{\omega} \text{ pillanatban}$$

$$x\left(\frac{\pi - 2\alpha}{\omega}\right) = x_1 = \sqrt{\frac{H_0 \varrho}{B_0 \omega}} \sqrt{2 \cos \alpha - (\pi - 2\alpha) \sin \alpha}.$$

Ekkor a vasban x_1 mélységig $+B_0$, $x > x_1$ -re pedig $-B_0$ indukció van jelen. Tekintsük most a $(\pi - 2\alpha)/\omega < t < 2\pi/\omega$ »félperiódust«, amikor tehát H a felületen a $-z$ tengely irányába mutat. Ismét $x = x(t)$ -vel jelölve a keletkező negatív indukció pillanatnyi behatolási mélységét, (2'), (3') és (4') alapján adódik, hogy

$$H_0[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha] = -\frac{2B_0}{\varrho} x \frac{dx}{dt}.$$

Ennek a differenciálegyenletnek a megoldása az $x\left(\frac{\pi - 2\alpha}{\omega}\right) = 0$ kezdeti feltétel mellett $(\pi - 2\alpha)/\omega < t < 2\pi/\omega$ -ra

$$(2) \quad x(t) = \sqrt{\frac{H_0 \varrho}{B_0 \omega}} \sqrt{\cos(\omega t + \alpha) + (\omega t + 2\pi - \alpha) \sin \alpha + \cos \alpha}.$$

Ez a formula mindaddig érvényes, amíg $x(t)$ el nem éri x_1 -et. Ha ugyanis ez bekövetkezik, akkor megszűnik a pozitív remanens indukció, H behatolása többé nem okoz az indukcióban jelváltást, s így megszűnik a (2') formula érvényessége is, amelyik éppen azt fejezi ki, hogy az irányváltoztató indukció villamos térerősséget indukál. A (2) egyenlet jobboldalát jelöljük $x^*(t)$ -vel: $x^*(t)$ a $\left(\frac{\pi - 2\alpha}{\omega}, \frac{2\pi}{\omega}\right)$ intervallumban szigorúan monoton nő, és

$$\begin{aligned} x^*\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) &= \sqrt{\frac{H_0 \varrho}{B_0 \omega}} \sqrt{2 \cos \alpha + (2\alpha + \pi) \sin \alpha} > \\ &> \sqrt{\frac{H_0}{B_0}} \sqrt{2 \cos \alpha + (2\alpha + \pi) \sin \alpha} = x_1, \end{aligned}$$

Táblázat

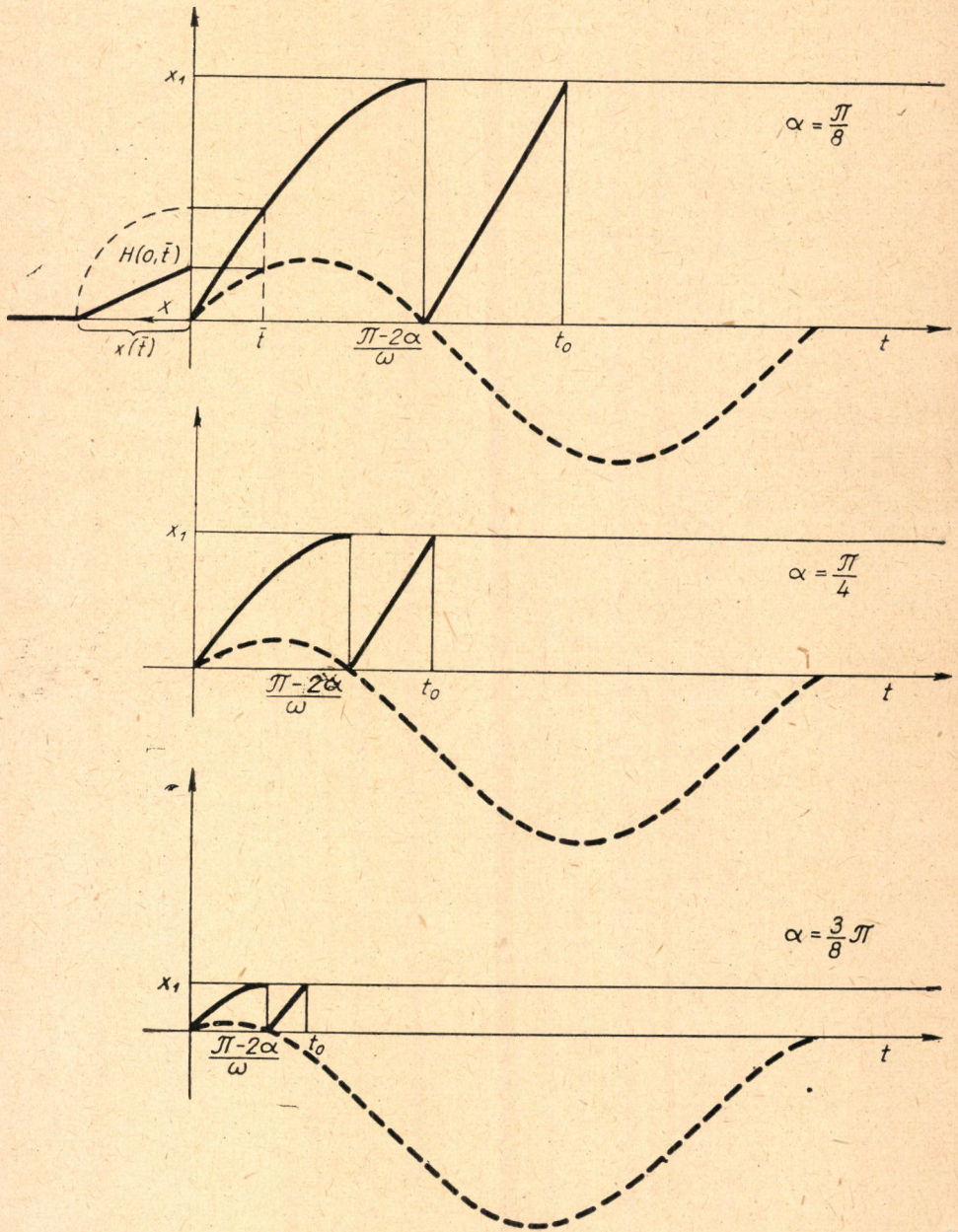
	$0 < t < \frac{\pi - 2a}{\omega}$	$\frac{\pi - 2a}{\omega} < t < t_0$	$t_0 < t < \frac{2\pi}{\omega}$
$x(t)$	$\sqrt{\frac{H_0 \varrho}{B_0 \omega}} \sqrt{\cos a - \cos(\omega t + a) - \omega t \sin a}$	$\sqrt{\frac{H_0 \varrho}{B_0 \omega}} \sqrt{\cos(\omega t + a) + (\omega t + 2a - \pi) \sin a + \cos a}$	∞
E	$\begin{cases} \sqrt{\varrho H_0 B_0 \omega} \frac{\sin(\omega t + a) - \sin a}{\sqrt{\cos a - \cos(\omega t + a) - \omega t \sin a}}, \\ \text{ha } x < x(t) \\ 0, \text{ ha } x > x(t) \end{cases}$	$\begin{cases} \sqrt{\varrho H_0 B_0 \omega} \frac{\sin(\omega t + a) - \sin a}{\sqrt{\cos(\omega t + a) + (\omega t + 2a - \pi) \sin a + \cos a}}, \\ \text{ha } x < x(t) \\ 0, \text{ ha } x > x(t) \end{cases}$	0
i	$\begin{cases} \sqrt{\frac{H_0 B_0 \omega}{\varrho}} \frac{\sin(\omega t + a) - \sin a}{\sqrt{\cos a - \cos(\omega t + a) - \omega t \sin a}}, \\ \text{ha } x < x(t) \\ 0, \text{ ha } x > x(t) \end{cases}$	$\begin{cases} \sqrt{\frac{H_0 B_0 \omega}{\varrho}} \frac{\sin(\omega t + a) - \sin a}{\sqrt{\cos(\omega t + a) + (\omega t + 2a - \pi) \sin a + \cos a}}, \\ \text{ha } x < x(t) \\ 0, \text{ ha } x > x(t) \end{cases}$	0
H	$\begin{cases} H_0 [\sin(\omega t + a) - \sin a] - \\ - x \sqrt{\frac{H_0 B_0 \omega}{\varrho}} \frac{\sin(\omega t + a) - \sin a}{\sqrt{\cos a - \cos(\omega t + a) - \omega t \sin a}}, \\ \text{ha } x < x(t); \\ 0, \text{ ha } x > x(t) \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 [\sin(\omega t + a) - \sin a] - x \sqrt{\frac{H_0 B_0 \omega}{\varrho}} \times \\ \times \frac{\sin(\omega t + a) - \sin a}{\sqrt{\cos(\omega t + a) + (\omega t + 2a - \pi) \sin a + \cos a}}, \\ \text{ha } x < x(t); \\ 0, \text{ ha } x > x(t) \end{cases}$	$H_0 [\sin(\omega t + a) - \sin a]$
B	$\begin{cases} B_0, \text{ ha } x < x(t) \\ - B_0, \text{ ha } x > x(t) \text{ és } x < x_1 \end{cases}$	$\begin{cases} - B_0, \text{ ha } x < x(t) \\ B_0, \text{ ha } x > x(t) \text{ és } x < x_1 \end{cases}$	$\begin{cases} - B_0, \\ \text{ha } x < x_1 \end{cases}$

JELMAGYARÁZAT

— $H_0[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]$

— $x(t)$

— / $H(x, t)$



2. ábra

s így a $\left(\frac{\pi - 2\alpha}{\omega}, \frac{2\pi}{\omega}\right)$ intervallumban létezik egyetlen t_0 érték, melyre $x^*(t_0) = x_1$.

Következésképpen (2) érvényes a $(\pi - 2\alpha)/\omega < t < t_0$ intervallumban. t_0 meghatározására a következő egyenlet és egyenlőtlenség szolgál:

$$\cos(\omega t_0 + \alpha) + (\omega t_0 + 2\alpha - \pi) \sin \alpha + \cos \alpha = 2 \cos \alpha + (2\alpha - \pi) \sin \alpha$$

$$\frac{\pi - 2\alpha}{\omega} < t_0 < \frac{2\pi}{\omega},$$

ami egyszerűsítés után így írható:

$$(3) \quad \begin{aligned} \cos(\omega t_0 + \alpha) + \omega t_0 \sin \alpha &= \cos \alpha, \\ \pi - 2\alpha < \omega t_0 < 2\pi. \end{aligned}$$

A $t_0 < t < 2\pi/\omega$ intervallumban a vasban állandóan $-B_0$ indukció van jelen. Villamos térerősség nem indukálódik, $\text{rot } H = -\frac{\partial H}{\partial x} = 0$, H tehát x -től nem függ, a vasban mindenütt ugyanannyi, mint a felületen. $t > 2\pi/\omega$ -ra az egész folyamat előlről ismétlődik, mert azon feltevésünk, hogy $t = 0$ -ra a vasban végig $-B_0$ előteltetés van jelen, $t = 2\pi/\omega$ -ra már automatikusan teljesül. Így ezen feltevésünkkel éppen a folyamat periodikus voltát biztosítottuk.

Az (1), (2), (2'), (3') és (4') képletekből, ha még figyelembe vesszük a $\text{rot } H = -\frac{\partial H}{\partial x} = i$ összefüggést is, az összes villamos mennyiségek kiszámíthatók. Ezeket a mellékelt táblázatban foglaltuk össze.

Ezeknek a kifejezéseknek alapján a teljesítmény-vesztéséget könnyen meghatározhatjuk. A felületen

$$EH = \begin{cases} \sqrt{\varrho H_0^3 B_0 \omega} \frac{[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha) - \omega t \sin \alpha}}, & \text{ha } 0 < t < \frac{\pi - 2\alpha}{\omega}; \\ \sqrt{\varrho H_0^3 B_0 \omega} \frac{[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos(\omega t + \alpha) + (\omega t + 2\alpha - \pi) \sin \alpha + \cos \alpha}}, & \text{ha } \frac{\pi - 2\alpha}{\omega} < t < t_0; \\ 0, & \text{ha } t_0 < t < \frac{2\pi}{\omega}. \end{cases}$$

EH egy periódusra vonatkozó integrálközepe megadja az egy négyzetcentiméterre eső teljesítmény-vesztéség átlagát, $N(\alpha)$ -t W/cm^2 -ben. Következésképpen

$$N(\alpha) = \sqrt{\varrho H_0^3 B_0 \omega} \frac{\omega}{2\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi - 2\alpha}{\omega}} \frac{[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha) - \omega t \sin \alpha}} dt + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^{t_0} \frac{[\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos(\omega t + \alpha) + (\omega t + 2\alpha - \pi) \sin \alpha + \cos \alpha}} dt \Bigg\} = \\
= & \frac{1}{2\pi} \sqrt{\rho \omega H_0^3 B_0} \left\{ \int_0^{\pi - 2\alpha} \frac{[\sin(\varphi + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos \alpha - \cos(\varphi + \alpha) - \varphi \sin \alpha}} d\varphi + \right. \\
& \left. + \int_{\pi - 2\alpha}^{\varphi_0} \frac{[\sin(\varphi + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos(\varphi + \alpha) + (\varphi + 2\alpha - \pi) \sin \alpha + \cos \alpha}} d\varphi \right\},
\end{aligned}$$

ahol $\varphi_0 = \omega t_0$ a

$$\cos(\varphi_0 + \alpha) + \varphi_0 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$\pi - 2\alpha < \varphi_0 < 2\pi$$

feltételekből határozandó meg.

Mint a bevezetésben mondtuk, innen a veszteség térbeli átlagát megkapjuk, ha $N(\alpha)$ -nak α szerinti integrálközepét vesszük a $(0, \pi/2)$ intervallumon. Így a veszteség cm^2 -enként

$$\begin{aligned}
N^* = & \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} N(\alpha) d\alpha = \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\rho \omega H_0^3 B_0} \times \\
& \times \left\{ \int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{\pi - 2\alpha} \frac{[\sin(\varphi + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos \alpha - \cos(\varphi + \alpha) - \varphi \sin \alpha}} d\varphi + \right. \right. \\
& \left. \left. + \int_{\pi - 2\alpha}^{\varphi_0} \frac{[\sin(\varphi + \alpha) - \sin \alpha]^2}{\sqrt{\cos(\varphi + \alpha) + (\varphi + 2\alpha - \pi) \sin \alpha + \cos \alpha}} d\varphi \right] d\alpha \right\}.
\end{aligned}$$

Itt φ_0 természetesen α függvénye.

Az itt szereplő kétszeres integrálokat kiszámítottuk.¹⁾ Azt kaptuk eredményül, hogy

$$N^* = \frac{1,805}{\pi^2} \sqrt{\rho \omega H_0^3 B_0} = 0,183 \sqrt{\rho \omega H_0^3 B_0}.$$

Vezessük be a $\mu_h = \frac{B_0}{H_0}$ jelölést. Ha a valóságos folyamatban B_0 az indukció maximumát jelenti, akkor állandó permeabilitás esetén a vas permeabilitása μ_h lenne. Mivel μ_h az a permeabilitás, amit akkor kapunk, ha a valóságos

¹⁾ A számításokat az Intézet numerikus és grafikus módszerek osztályán *Simon Sándor* végezte, akinek munkájáért ezúton is köszönetet mondunk.

мáгнесезési гóрбét áнкáк аз оригóт és á (H_0, B_0) пóнтот óссзекóтó хúрjáváл пóтолjук, азéрт μ_h -т хúрпермеабилитáснáк неvezзýк. Ezzel á jelöléssel N^* így írható :

$$N^* = 0,183 H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu_h} .$$

Konstans permeabilitás esetén $N(\alpha)$ nem függ α -tól. Ebben az esetben

$$N^* = N = \frac{\sqrt{2}}{4} H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu} = 0,354 H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu} .$$

Következésképpen, ha á konstans μ -re érvényes formulát akarjук használni, akkor μ_0 helyett á

$$\mu_R = \frac{8 \cdot 1,805^2}{\pi^4} \mu_0 = 0,267 \mu_h$$

redukált permeabilitással kell számolni.

Minthogy á valóságос мáгнесезési гóрбе gyákorlatilag á $B_0 = \text{const.}$ és аз оригóт és á (H_0, B_0) пóнтот óссзекóтó хúр közóтт helyezkedik el, азéрт valószínűleg á tényleges veszteség á

$$(0,183 H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu_h} , 0,354 H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu_h})$$

intervallumban helyezkedik el, és pedig ánnál közeelebb аз álsó határhoz minél meredekebb á мáгнесезési гóрбе.

IRODALOM

- [1] G. und F. HABERLAND : „Das Wechselfeld im gestättigten, massiven Eisen.” *Archiv für Elektrotechnik* 30 (1936) 126—133.
 [2] RÜDENBERG : *Energie der Wirbelströme*. Stuttgart, 1906.
 [3] С. Я. ДУНАЕВСКИЙ : «Влияние вихревых токов на процесс установления потока.» *Электричество* (1951): 2, 55—63.
 [4] НЕЙМАН : *Поверхностный эффект в ферромагнетных телах*. Госэнергиздат, 1949.
 [5] НЕЧЛЕВА : „Eindringen eines magnetischen Wechselfeldes in massiven Eisen mit einer von der Feldstärke abhängigen Permeabilität.” *Archiv für Elektrotechnik* 39 (1949) 301—318.

ПОТЕРЯ НА ВИХРЕВЫЕ ТОКИ

В СЛУЧАЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАСЫЩЕНИЯ ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ

Я. Ципсер и Р. Тушак

Резюме

На поверхности сплошной цилиндрической вращающейся части возбудим независимое от места синусоидально пульсирующее магнитное поле и другое, не зависящее от времени, но меняющееся синусоидально при обходе по окружности. Амплитуды обоих напряженностей совпадают. Магнитная напряженность в каждой точке направлена по касательной, перпендикулярной к оси. Результирующее напряжение равняется $H_0 [\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]$, где α означает угол между полуплоскостью, проходящей через образующую цилиндра и через ось, и какой-то фиксированной полуплоскостью. Наша задача состоит в определении потери мощности в железе вследствие результирующей обеих напряженностей. Мы сделаем следующие предположения :

Вращающуюся часть мы будем рассматривать, как бесконечное полупространство. Вместо того, чтобы работать с меняющимся во времени и при обходе H , мы определим для каждого фиксированного значения α потерю на 1 см^2 , которая была бы причинена в каждой точке границы полупространства предварительной насыщенностью величины $H_0 [\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]$ потом возьмем интегральное среднее полученных таким путем, зависящих от α величин потери на отрезке $(0, 2\pi)$. Относительно кривой намагничивания будем предполагать, что она имеет форму как на чертеже 1.

При сделанных предположениях потерю можно вычислить с помощью метода, указанного в работе [1].

Для потери на см. поверхности мы получили значение

$$0,183 H_0^2 \sqrt{\rho \omega \mu_h}$$

где

$$\mu_h = \frac{B_0}{H_0}$$

(ρ имеет размерность $\Omega \text{ см}$, H_0 — размерность А/см , а B_0 — размерность Vs/см^2).

Если мы обозначим в случае истинной кривой намагничивания максимальное значение индукции через B_0 , то в случае постоянной проницаемости потеря будет

$$0,354 H_0^2 \sqrt{\rho \omega \mu_h}$$

Так как истинная кривая намагничивания помещается практически между $B_0 = \text{const.}$ и хордой, соединяющей начало координат с точкой (H_0, B_0) , то действительная потеря попадает вероятно в интервал

$$(0,183 H_0^2 \sqrt{\rho \omega \mu_h}, \quad 0,354 H_0^2 \sqrt{\rho \omega \mu_h})$$

причем тем ближе к нижней границе, чем круче кривая намагничивания.

WIRBELSTROMVERLUST IM MASSIVEN EISEN

J. CZIPSZER und R. TUSCHÁK

Zusammenfassung

Auf der Oberfläche eines massiven, trommelförmigen Induktors erregen wir eine von der Stelle unabhängige sinusoidal pulsierende, und eine von der Zeit unabhängige aber des Umfanges entlang sinusförmig sich wechselnde magnetische Feldstärke. Die Amplituden der beiden Feldstärken sind gleich. Die magnetische Feldstärke zeigt in jedem Punkte der Oberfläche in die Richtung der, auf die Achse senkrechte, Tangente. Die Resultante der beiden Feldstärken ist

$$H_0 [\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha],$$

wo α den Richtungswinkel einer durch eine Mantellinie der Induktorsoberfläche und durch die Achse gelegten Halbebene bedeutet, gemessen von einer festgestellten Halbebene.

Unsere Aufgabe ist den im Eisen auftretenden Leistungsverlust zu bestimmen, welcher durch die Resultante der beiden Feldstärken verursacht wird.

Nehmen wir die folgenden annähernden Voraussetzungen an.

Anstatt mit der in der Zeit und entlang des Umfanges sich wechselnder Feldstärke zu rechnen, bestimmen wir für jeden festen α -Wert jenen auf 1 cm^2 entfallenden Verlust, den eine in jedem Punkte der Randfläche des Halbraumes

$$H_0 [\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha]$$

gleiche Feldstärke verursachen würde, um weiterhin die Integralmitte der so gewonnenen, von α abhängigen Verlustwerte in dem Intervall $(0, 2\pi)$ zu nehmen. Wir setzen voraus, dass die Magnetisierungskurve den in Abb. 1 dargestellten Ablauf hat.

Unter Annahme dieser Voraussetzungen lässt sich der Verlust mittels der in der Arbeit [1] angegebenen Methode berechnen.

Für den auf 1 cm² Oberfläche entfallenden Verlust ergibt sich der Wert : 0,183 $H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu_h}$ W/cm, wo

$$\mu_h = \frac{B_0}{H_0},$$

und ϱ , H_0 , B_0 die folgenden Dimensionen haben :

$$\varrho : \Omega \text{ cm}, H_0 : \text{A/cm}, B : \text{Vs/cm}^2.$$

Wenn wir von der wirklichen Magnetisierungskurve ausgehen und den Scheitelpunkt der Induktion durch B_0 bezeichnen, ist der Verlust — im Falle konstanter Permeabilität — gleich $0,354 H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu_h}$.

Da die wirkliche Magnetisierungskurve praktisch zwischen der Gerade $B_0 = \text{const.}$ und zwischen der durch den Nullpunkt und den Punkt (H_0, B_0) bestimmte Sehne der (H, B) Ebene verläuft, ist der wirkliche Verlust wahrscheinlich in dem Intervall

$$(0,183 H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu_h}, 0,354 H_0^2 \sqrt{\varrho \omega \mu_h})$$

aufweisbar, und zwar desto näher zur unteren Grenze, je steiler die Magnetisierungskurve ist.