

BOETHIUS

Tanítás a zenéről

BOETHIUS

Tanítás a zenéről

De institutione musica

Szerkesztette, a bevezető tanulmányt és
a magyarázó jegyzeteket írta

KÁRPÁTI ANDRÁS

Gondolat Kiadó
Budapest, 2023

A kötet megjelenését a Magyar Tudományos Akadémia támogatta.



A fordítást támogatta:

NKFI-OTKA K-61970 („Filozófia, teológia és tudomány a késői antikvitásban”,

PTE BTK, vezető kutató: Kendeffy Gábor)

NKFI-OTKA K-128321 („Én-formálás a szépség által: a személyiségfejlesztés technikai az ókeresztény korban”, PTE BTK, vezető kutató: Heidl György)

1. könyv 1. fejezet: fordította KÁRPÁTI ANDRÁS

1. könyv 2. fejezet: fordította VIKÁRIUS LÁSZLÓ

1. könyv 3–34. fejezet: VADAS RÉKA nyersfordítását felhasználva fordította KÁRPÁTI ANDRÁS

2. könyv: VADAS RÉKA nyersfordítását felhasználva fordította KÁRPÁTI ANDRÁS

3. könyv 1–8. fejezet: VADAS RÉKA nyersfordítását felhasználva fordította KÁRPÁTI ANDRÁS

3. könyv 9–16. fejezet: fordította KÁRPÁTI ANDRÁS

4. könyv: VADAS RÉKA nyersfordítását felhasználva fordította KÁRPÁTI ANDRÁS

5. könyv: fordította KÁRPÁTI ANDRÁS

Minden jog fenntartva. Bármilyen másolás, sokszorosítás,
illetve adatfeldolgozó rendszerben való tárolás
a kiadó előzetes írásbeli hozzájárulásához van kötve.

Szerkesztés, tanulmányírás, jegyzetek © Kárpáti András, 2023

Fordítás © Kárpáti András, Vikárius László, 2023

A címlapon: víziorgona, mellette buccina.

Padlómozaik részlete egy római villából (2–3. század)

www.gondolatkiado.hu

facebook.com/gondolat

A kiadásért felel Bácskai István

A kötetet tervezte Lipót Éva

ISBN 978 963 556 440 8

TARTALOM

Az összhangzó számok tudománya.	
Bevezetés Boethius zeneelméleti traktátusához	7

TANÍTÁS A ZENÉRŐL

De institutione musica

Első könyv	57
Második könyv	119
Harmadik könyv	163
Negyedik könyv	195
Ötödik könyv	251
A <i>Tanítás a zenéről</i> latin szövegében használt zeneelméleti szakkifejezések	275
Rövidítésjegyzék	285
Bibliográfia	287

AZ ÖSSZHANGZÓ SZÁMOK TUDOMÁNYA

Bevezetés Boethius zeneelméleti traktátusához

Heard melodies are sweet, but those unheard | are sweeter
John Keats: Ode on a Grecian Urn¹

Az igazi *musica* nem hallható. Hogy miért, azt egyedül a *musicus* képes belátni, aki a hallást mellőzve „teljes egészében az értelemre és a gondolkodásra támaszkodik,” továbbá „képes arra, hogy spekulatív elmélet révén, a *musicatudományhoz*² illeszkedő és ennek megfelelő gondolkodás mentén alkotson ítéletet hangsorokról, ritmusokról, dallamfajtákról, hangkeveredésekről.” Ezzel zárul a *Tanítás a zenéről* (*De institutione musica*) első könyvének utolsó fejezete, és ugyanehhez ad alapvetést az előtte sorakozó harminchárom fejezet. Ahogyan az első könyv az egész zeneelméleti művet hivatott előkészíteni, úgy a *Tanítás* is előkészítő stúdium az igazi tudáshoz, a Jó ideájához (Platón), avagy az Egyhez (Plótinosz), illetve az újplatonikus tanokban elmélyedt keresztény gondolkodó Boethius számára a fölfelé vezető,

¹ Az *Óda egy görög vázához* címen ismert vers szép és még szebb műfordításainak (időrendben: Tóth Árpád, Tornai József, Pálfy Ágnes, Varró Dániel, Bajnóczy Zoltán, Nádasy Ádám, Baranyi Imre) egyike sem oldja meg igazán a *heard–unheard*-játékot úgy, hogy magyarul *is* segítsen ezt a verssort ‘elszabadulttá’ tve átlényegíteni ebbe a kontextusba.

² *Musica, musicus, musicatudomány*: a *musica* itt az *arithmetica*, a *geometria* és az *astronomia* sorában a negyedik tudomány (lásd lejjebb). Ezt érzékeltetve átmenetileg mellőzöm a *zene* szót. Magyarul a muzsika és muzsikus jelentése jól körülhatárolt, de a *zene* helyett használva inkább stílusértékkel bír. A *music, musique, Musik* talán még felidéz valamiféle emléket a görög-római kultúráról, amit a magyar nyelvben a *zene* dominanciája megszüntet. Például van muzsika, de nincs ‘muzsikatörténet’ vagy ‘muzsikaakadémia’. Jelen tanulmány néhány bekezdését egy korábbi tanulmányból kölcsönöztem: Kárpáti 2021b.

anagogikus úton Isten láthatatlan és számokban is megnyilvánuló tökéletességéhez (Szent Ágoston).³

A teológusként is jelentős Boethius⁴ zeneelméleti műve Istent ugyan egyszer sem említi, de az ún. *szabad* ún. *művészetek*, vagyis az *artes liberales* (lásd lejjebb) tudásrendszere már öelötté, a 4. század végére keresztény curriculummá formálódott.⁵ Ezen a *pályán* fut a ‘négy-sávos út’,

³ Vö. pl. Plátón: *Állam* 505a, ill. Arisztotelész: *Metafizika* 1078b. Vö. Augustinus: *A zenéről* (*De musica*) 6.9.24, 6.12.34; uő. *Retractationes* 1.11: „Továbbá, ahogy feljebb említettem, írtam hat könyvet *De musica* címmel, közülük leginkább a hatodik vált ismertté. Ebben ugyanis arról a megismerésre érdemes kérdéstről van szó, hogyan juthatunk el a testhez kötött és a szellemi, ámde változó számoktól a változatlan számokig, melyek már magában a változatlan Igazságban lakoznak, *mégpedig úgy, hogy ami nem látható Istenből, az alkotásainak értelmes vizsgálata révén legyen meglátható.* (Róm. 1.20) Hasonló gondolat Ágostonnál a zenében lakozó számokkal kapcsolatban, a 10-es szám isteni tökéletességéről: *De doctrina Christiana* 2.16.26.

⁴ A szerteágazó Boethius-szakirodalomból (a teljesség igénye nélkül): Boethius filozófus, teológus: Moreschini 2014; Marenbon 2003 és 2009; Chadwick 1981; Gibson 1981; középkori hatástörténet: Rand 1929, 135–180; Kaylor–Phillips 2012; Humphrey 2012; a *De institutione musicarum*: Bower 1989; Meyer 2005; Harmon 2006 (a legtöbb fejezethez alapos magyarázattal); Heilmann 2007 (jó néhány fejezethez alapos elemzés és kommentár); szövegkonkordancia: Bernhard 1979; a középkori kéziratokban található megjegyzések (glósszák) teljes gyűjteménye: BB.

⁵ Erre az átfőrdésre (is) vonatkozik Szent Ágoston ruhahasonlata az *artes liberales*-szal kapcsolatban (is). „A pogányok többi tudományával kapcsolatban pedig az a véleményem, hogy semmi hasznos sincs bennük, kivéve az elmúlt és a jelenvaló, a testi érzékelés körébe tartozó dolgok történetét (...) Mindamellett még ezekkel kapcsolatban is tartanunk kell magunkat a mondáshoz: ‘semmit se tégy túlságosan!’ (...) A számokkal kapcsolatban is meg lehetne ezt valószínűsíteni [ti. csak a hasznos elemeket kigyűjteni a korábbi tudáshalmazból], úgy, hogy legalább az isteni Írás által említett számok értelmére vonatkozó magyarázatokat közölnék. (...) A pogány tanításokban sem csak utánzótt és babonás képződményeket vagy a hiába való fáradozás súlyos tehertereleit találjuk, (...) hanem vannak közöttük tisztességes, az igazsággal inkább összhangban lévő ismeretek is... (...) A keresztény embernek azonban (...) el kell vennie ezeket a javakat az Evangélium jogos hirdetése kedvéért. ‘Ruhájukat’, azaz bizonyos emberi alkotásokat is fel szabad öltenie és viselni lehet, (...) csak át kell szabnunk ezeket a keresztény használat számára.” (*A keresztény tanításról* (*De doctrina Christiana*) II.40.58–60, ford. Bö-

a *quadrivium* (Boethius használja először ezt a metaforát), és e négy út egyike a *musica*.⁶ A négy matematikai tudomány együtt a *pars mathematica*, amely az elméleti tudás hármasságában a középső „rész”. Előtte helyezkedik el a természettudomány (*pars naturalis*), utána a *pars theologica* – rögzíti Boethius a *De Trinitate*-ben.⁷ A *Tanítás* propedeutikus első könyvének főt idézett utolsó mondatával kerül föl a pont az i-re: a *pars mathematica*-hoz tartozó *musicatudományba* történő beavató gesztussal a tanuló szellemileg is és lélekben is felkészültté válik arra, hogy elmélyedhessen a további könyvekben részletezett *zenematematikai-zeneelméleti* anyagban.

*

röckzi Tamás); vö. *Retractationes* II.30. Az *artes liberales* keresztény adaptációjáról lásd még pl. Nazianzoszi Szent Gergely: *Baszileioszról – Emlékezéséd* (Or. 43) 23: „Az asztronómiából és a geometriából, a szám viszonyokból annyit sajátított el, amennyi szükséges volt ahhoz, hogy az e téren jártasak ne hozhassák zavarba, a többi mint azok számára, akik vallásosak akarnak lenni, fölöslegest, elutasította” (ford. Vanyó László); Szent Ágoston: *A rendről* (*De ordine*) II. 16. „A szabad művészetek az isteni dolgokhoz vezetik az értelmet: (...) Mert a szabad művészetek összességét részben az élet hasznára, részben a dolgok megismerésére sajátítottuk el, élni velük igen nehéz, csak olyan tud, aki már gyermekéségétől fogva igen lelkesen és igen állhatatosan és kitaratóan erre adta magát.” (ford. Vanyó László). A szabad művészetek ‘kereszténnyé’ alakításáról: Rand 1929, 226; Cullhed 2015, 158–194.

⁶IA 1.1. Vö. Ammóniosz: *In Porphyrii Isagogen sive quinque voces* p.13 (Reimer).

⁷*De Trinitate* 2; itt fejti ki Boethius – Arisztotelész nyomán, vö. *Metafizika* 1026 – hogy a *pars naturalis* (természettudomány) tárgyalja a mozgó/változó nem-önálló/nem-különálló (*in motu inabstracta*), azaz formával és anyaggal is rendelkező dolgokat; a *pars mathematica* (a matematikai tudományok, benne a *musica*) a mozdulatlan/változatlan nem-önálló/nem-különálló (*sine motu inabstracta*), azaz anyag nélküli formával rendelkező dolgokat; a *pars theologica* a mozdulatlan/változatlan önálló/különálló (*sine motu abstracta*), „Isten szubsztanciája ugyanis anyag és mozgás nélküli.” Ugyanez a hármasság felosztás megtalálható Boethiusnál a jóval a *De Trinitate* (520–521) előtt készült Porphyriosz-fordításban (511–513) is. Boethius műveinek datálásához lásd: Magee–Marenbon 2009.

A triviumból és a quadriviumból álló hét ‘szabad művészetről’ kialakult elképzelés háttere és előzménye a görög *enkükliosz paidéia*, az igazi tudás megszerzéséhez elengedhetetlen *kerek* műveltség eszménye. Platónnál ezen belül kap helyet a *musziké* mint az egyik matematikai ‘nővértudomány’.⁸ Az *Állam* VII. könyvében tárgyalja az ideális állam leendő filozófus őreinek képzése, nevelése során elsajátítandó matematikai tudományokat (aritmetika, síkgeometria, térgeometria, csillagászat, zene). Az elmélyedés ezekben nem csupán és elsősorban nem az elme élesítését kell hogy célozza.⁹ Azért nélkülözhetetlenek, mert ezek tanulmányozása mozdítja elő, hogy a „Jó ideáját könnyebben megpillantsuk.” Mert „szerintünk minden tanulmány erre irányul, amelyik a lelket rákényszeríti, hogy arrafelé forduljon, ahol a létező legboldogságosabb része lakozik, amelyet a léleknek mindenáron meg kell pillantania.” (526e, ford. Steiger Kornél¹⁰) Szókratész ezután előbb leszögezi: „amiként a csillagászatra a szemünk, akként van kialakítva a harmóniakban meglévő mozgás felfogására a fülünk. Ez a két tudomány egymásnak édestestvére, ahogy a püthagoreusok mondják” (530d¹¹), majd megfogalmazza azt, ami a filozófiai-teológiai és emellett a kulturális háttérrel is adja a boethiusi nem hallható, *igazinak* mondott *musicához*. Miként a csillagászatban és a geometriában sem a praktikum, avagy a hasznosság a lényeges, úgy a *harmonia/harmonika*¹² tanulmányozásában sem elegendő, ha a hallható dolgokban keresgéljük a számokat, ahogyan némely püthagoreusok teszik, hanem azt kell vizsgálnunk, „hogy

⁸ *Állam* 530, vö. Arkhütasz 1. töredék (DK). A nővértudományok (*adelphai tekhnai*, *Állam* 511b) a matematikai tudományok, melyek a megismerhető világot kétszer két részre felosztott szakaszként ábrázoló ún. vonalhasonlatban (*Állam* 509–511) az ésszel felfogható dolgokat reprezentáló nagyobbik szakaszrész kisebbik felében található. Ugyanitt, a nagyobbik részben, de ennek nagyobbik felében foglalnak helyet az ideák. Lásd Platón: *Állam*. Atlantisz 2014, 351, 62. jegyzet.

⁹ Vö. Burnyeat 2000, 3–5.

¹⁰ Az *Államból* vett idézeteket a továbbiakban is Steiger Kornél fordításában közlöm. (Platón: *Állam*. Atlantisz 2014.)

¹¹ A görög szövegben nővérek (*adelphai*), vö. feljebb 9. jegyzet.

¹² A *harmonika* zeneelméleti jelentését lásd lejjebb.

mely számok az összhangzók és melyek nem, és hogy mindegyikük miért az, ami.” (531c)

Valahonnan innen eredeztethető tehát a *quadrivium*ban is őrződő útmetafora és a fül hallásán túli *musica* is. Szókratész szavaival: „[A]mikor valaki arra vállalkozik, hogy a dialektika segítségével, minden érzékelés kizárásával, a gondolkodás útján jusson el magukhoz az egyes dolgokhoz, és nem nyugszik addig, amíg magát a Jót magával az ésszel meg nem ragadta – nos ekkor érkezik el az ésszel felfogható dolgok végpontjához.” (...) „[M]indezt az említett tudományokkal való foglalkozás teszi lehetővé, vagyis azt, hogy a lélek legjobb része föl tud emelkedni a létezőkben található legnagyobb jó szemléletéhez.” (532a–b, c) A tanulási folyamat végén pedig pontosan az alapján kell majd kiválogatni a legkiválóbbakat, hogy „melyikük képes szemének és egyéb érzékszerveinek használatát mellőzve, az igazsághoz csatlakozva elindulni magához a létezőhöz.” (537d)

A rómaiaknál a görög *enkükliosz paideiát* rendszerező *artes liberales* első összefoglalója a Kr. e. 1. századi polihistor Varro (Kr. e. 116–27), aki *Disciplinarum libri novem* (*A tudományok – kilenc könyvben*) című, ma már csupán néhány töredékből ismert munkájában kilenc *ars*nak szentelt egy-egy könyvet (nála a *medicina* és az *architectura* is képviselve volt). Akár meglepőnek is tűnhet, hogy a hét művészetre/tudományra¹³ épülő műveltségesszménnyel és oktatási curriculummal szemben megfogalmazott hiányérzet és szkepszis mennyire rokon hangon szólal meg például Senecánál (Kr. e. 4 k.–65), Jusztinosz mártírnál (100 k.–165) vagy Szent Ágostonnál (354–430). Seneca szerint a *liberale studium*ok nélkül is el lehet jutni a legfőbb Jóhoz, az igazi bölcsességhez. Annyi haszon származhat belőlük, hogy felkészítik a lelket az erény (*virtus*) befogadására. „Csak egy tudomány (*studium*) szabad (*liberale*) igazán: amelyik *szabaddá tesz*” – vagyis Seneca nyomán így érthetjük a ‘szabad’ jelzőt az *ars/studium/disciplina*, azaz művészetet, mesterséget, tu-

¹³ Az *ars*okat *studium*okként, illetve *discipliná*ként is említik, gyakran szinonimaként. Sevillai Izidor (560 k. –636) határozza meg (Platónra és Arisztotelészre) hivatkozva a különbséget (*Etymologiae* 1.1.3).

dás(területet), tudományt jelentő főnevek mellett) – „és ez nem más, mint a bölcsesség (*sapientia*) magasra törő, bátor, nagylelkű tudománya. A többi jelentéktelen, gyermekhez méltó (*puerile*).”¹⁴

Jusztinosz *Párbeszéd a zsidó Trifónnal* című dialógusának bevezető részében (2.4) írja, hogy egy híres püthagoreus, akitől tanulni kívánt, amikor megtudta, hogy Jusztinosz korábban nem foglalkozott sem a *muszikával*, sem az asztronómiával, sem a geometriával, kijelentette: ezek nélkül az előkészítő tanulmányok nélkül esélye sincs arra, hogy meglássa az önmagában Szépet (*to kalon*) és ebben pedig a Jót (*to agathon*), és eltanácsolta. Később, újplatonikus tanulmányai után a tengerparton találkozott egy „tisztá erkölcsöt és szelidséget sugárzó külsejű” öregemberrel, aki rávezette: nem „ugyanúgy ismerjük meg az Istent és az embert, ahogyan a *muszikét*, az aritmetikát vagy az asztronómiát vagy bármi más ehhez hasonlót.”¹⁵

Ágoston arról számol be (426/427), hogy ifjúkorában, még Mediolanumban, a keresztség felvétele (387) előtt tervbe vette: ír egy-egy könyvet a hét tudományról (*Disciplinarum libri*), de végül egyedül a *grammaticát* és a *musicát* fejezte be.¹⁶ Memoriusnak írt leveléből tudjuk – a capuai püspök arra kérte, küldje el neki a zeneelméleti munkáját¹⁷ –, hogy már annak idején sem volt kibékülve az elkészült *De musicával*: feleslegesnek, tévútnak látta a foglalatосkodást az *artes liberalesszal*, ép-

¹⁴ *Erkölcsei levelek* 88.2, ford. Kurcz Ágnes

¹⁵ *Párbeszéd a zsidó Trifónnal* 3.6, Ladocsi Gáspár fordításának felhasználásával.

¹⁶ „De ezek közül csupán a *De grammaticát* tudtam befejezni, amelyet később elveszítettem a könyvtáramból, valamint a *De musica* hat könyvét. Ez nagyjából azt a részterületet tárgyalja, amelyet ritmusnak nevezünk. A hat könyvet már a keresztség felvétele után, Itáliából visszatérve Afrikában fejeztem be, Mediolanumban csupán belekezdtem a munkába. A másik öt tudományról – a dialektikáról, a rétorikáról, a geometriáról, az aritmetikáról és a filozófiáról – szülő könyvből, melyekbe szintén belefogtam, csupán az alapelvek maradtak meg, de aztán ezeket is elveszítettük.” (*Retractationes* 1.6)

¹⁷ *Levelek* 101 (Hippo, 408/409). Egykori tanítványa, Licentius is elkérte Ágostontól a *De musicát* (26. levél, Hippo, 394). Vö. *Retractationes* 1.11.1.

pen, mint annak idején Seneca.¹⁸ Érvelése is hasonló retorikai fogással ‘csúsztatja át’ a *studium/ars* melletti *liberalis* jelentését (szabadnak *született* embernek való és tőle elvárható *ars/studium*) bölcséleti-teológiaiira (szabaddá *tevő*). „Nehogy már *szabad* tudományoknak nevezzük azoknak a szerencsétlen embereknek a hiábavalóságait, esztelen hazugságait, szellelbélelt csacszkodásait (*nugae*), öntelt tévedését, akik nem ismerték meg, még azokban a dolgokban sem, amelyekről az igazat gondolták, Urunkban Jézus Krisztusban Isten kegyelmét, amely által egyedül megszabadulunk *e halálra ítélt testből* (Róm. 7.24-25)” – írja a püspöknek. Majd, rátérve a zenére, a *De musica* után két évtizeddel később írt levélben is püthagoreus alapokról lép tovább, csakúgy, mint egykor a *De musicában* (1.8). „És mivel a zenei hangok révén könnyebben belátható, hogy mi a számok szerepe és ereje a létező dolgok mindenféle mozgásaiban, és minthogy ezek tanulmányozása olyan úton jut el fokozatosan az igazság legfőbb titkaihoz, amely utakon a Bölcsesség *barátságosan megjelenik nekik, és minden szándékukban találkozik velük* (Bölcs. 6.16). Ezt próbáltuk meg kifejteni a fontosabb és sürgetőbb feladatok mellett maradó szabad időnkben abban a munkában, amelyről kéred, hogy küldjem el. Akkoriban összeállítottam hat könyvet egyedül a ritmusról, és, megvallom, arról ábrándoztam, hogy, amikor majd lesz időm, írok további hatot a zenei dallamról (*melosz*).” Végül közli, hogy egyházi teendői sajnálatos módon azóta sem tették ezt lehetővé. Ezért azzal az ürüggyel hárítja el a kérést, hogy az első öt könyv anyaga egyedül úgy lenne érthető, ha valaki a szótagok hosszúságát, illetve a párbeszédes forma dramaturgiáját is érzékeltetve olvasná fel a metrikai példákban dúskáló szöveget. De hogy mégis eleget tegyen a kérésnek, elküldi a javított hatodik könyvet, amelyben „benne van a többi könyv minden gyümölcse.”¹⁹ A sok évvel később javított 6. könyvben Ágoston meta-

¹⁸ A *De ordine* keletkezésének idején (386) a képesség a *disciplinae liberales* tanulmányozására még a boldogság feltételeként jelenik meg (2.9.26). Lásd még: *Vallomások* 4.1 és 4.16.

¹⁹ A középkori kézirati hagyományban ránk maradt *De musica* minden bizsonnyal ezt az új bevezetővel ellátott 6. könyvet tartalmazza, melyben visszaköszönnek a levél, sőt, Seneca kulcsszavai is. „Talan túl sok ideig és talán gyermekes (*pueriliter*) alaposággal időztünk öt könyvön át az időmértékek számviszonyai-

fizikai-teológiai szintre emelve tárgyalja a *musica*, a lélek és Isten kapcsolatát: a „testből a testetlenbe” haladó úton (6.2). Olyasféle kérdések kerülnek itt szóba a dialógus résztvevői, *magister* és *discipulus* között, mint hogy mi a számok szerepe az érzéki észlelésben, illetve a lélekben, hogy a számoktól, időmértékektől ‘megszabadult’ *musica* révén jut el az elme Isten bölcsességéhez, mert tőle valók a számok is, illetve a bennük levő rend és örök hasonlatosság (*similitudo*).²⁰

A számokkal megragadható zeneelméletet a *De musica* első könyvében (1.4.5–6.12) hozza szóba a dialogikus formájú értekezésben a két beszélgető fél. „Miért van benne a [*musica*] meghatározásban a tudomány (*scientia*) szó”²¹ – teszi fel a kérdést a Magister. Mester és tanítvány ezután megegyezésre jutnak: más a művészet (*ars*), amely csupán

nak vizsgálatásánál. De a jóindulatú emberek talán megbocsátják ezt a csacskságunkat (*nugacitas*), éppen a gondos munka miatt. (...) [A]zért kellett magunkra venni ezt a munkát, hogy ifjak és bármely emberek (...) az értelem vezetésével szakadhassanak el a test érzékeitől és a földi tudományoktól (...), és hogy a változatlan igazság szeretetével kapcsolódhassanak a mindenség egyedüli Istenéhez és Urához, aki természetes közvetítő nélkül irányítja az emberi lelket.” (6.1, Nádasy Alfonz fordításának felhasználásával)

²⁰ A lélek, kozmosz, illetve a számok és *musziké* kapcsolatának legteljesebb áttekintése (görög nyelven) Arisztideusz Quintilianus *De musicájában* olvasható (lásd lejjebb). Az Ágostont kb. egy nemzedékkel megelőző, szintén Afrikában született és ott (Karthagóban) működő pogány újplatonikus Martianus Capella *De nuptiis Philologiae et Mercurii* című művének kilencedik, zenéről szóló könyve és Arisztideuszé számos párhuzamot mutat. Ágoston meríthetett Martianus Capellától is. A *De nuptiis* – a megszemélyesített hét szabad művészet a Philologia és Mercurius pszeudomitikus, inkább ‘barokkos’ irodalmi lakodalmán tart egy-egy versben és prózában bemutatkozó előadást – saját korában és a középkorban is kedvelt volt. A zenéről szóló utolsó könyvben a beszélő, a megszemélyesített Harmonia beszél a zene és a Kozmosz, a lélek, az emberi test, a természet kapcsolatáról, a zene gyógyító erejéről (9.921–929), majd rátér a zeneelméleti fogalmakra.

²¹ A *musica* meghatározása Ágostonnál („Musica est scientia bene modulandi”: *De musica* II.2; ugyanígy Censorinus (Kr. u. 3. szd.): *De die natali* (A születésnap) 10): „A muzsika a művészi modulálás (alakítás, ritmusos megmérés, megformálás) tudománya” (ford. Nádasy Alfonz, lásd: Aurelius Augustinus: *Fiatalkori párbeszéd*. Ókeresztény írók, XI. kötet. Szerk. Vanyó László. Szent István Társulat: Budapest 1986, 441–665.). Hogy a *bene modulandi* esetében a fordító

utánoz (*imitatio*), és más a tudomány, amely egyedül a rációban képes létezni, még akkor is, ha olykor az utánzást is hozzákapcsolja a rációhoz. A tudomány egyedül a lélekkel kapcsolatos, ezzel szemben az utánzásban, a művészetben, és így a zenei előadásban sincs meg az értelem tisztasága és igazsága (*intellectus puritas ac veritas*), amely képes számokkal megragadni a zenei ritmusokban a hosszúságokat, a mozgásokat.

Ugyanaz a különbségtétel bukkan fel Ágostonnál (miért nincsenek birtokában a ‘színészek’ – itt a szó az előadó muzikusokat jelenti – az igazi *musicatudásnak*), mint amit majd száz évvel később olvassunk Boethiusnál a *Tanítás a zenéről* első könyvének zárófejezetében: „[A]kik hangszeren játszanak, és akiknek a tevékenysége teljes egészében erre irányul, mint a kitharajátékosok vagy akik orgonán vagy más hangszeren mutatják be művészetüket, nos, ezek mind távol állnak a zene tudományának megértésétől, hiszen (...) ezek csupán szolgálatot teljesítenek, és az értelemmel mit sem törődve egyáltalán nem élnek a tudományos vizsgálódás módszerével.” (1.34) Hiszen, ahogyan nem sokkal följebb már el is hangzott: „a mesterségbeli jártasság (*artificium*) ugyanis csupán mint szolga engedelmeskedik, az értelem az úrnő (*domina*), ő az, aki parancsol”. (1.34)

Miként a *De musica* Ágoston fiatalkori műve, Boethius is fiatalon írta a *Tanítást*, valamikor 500 és 506 között. Húszegynéhány évvel később, a kivégzésre várva, a fogságban írt és a zenét sokrétűen kiaknázó *A filozófia vigasztalásában* is megjelenik az úr–szolga-hasonlat, némileg más alakban ugyan, de a gondolat azonos.²² Az igazi *musicus* itt a női alakban felléptetett Filozófia, míg a gyakorlati *Musica* (a korai műben az *artificium*) a Filozófia kis „házcseléde” (*vernacula*), „aki hol lágyabb,

miért kényszerül körülírásra: lásd itt a kötetben alább Vikárius László jegyzetét: 1. könyv 59. jegyzet).

²² A műben számos helyen szóba kerül a zene. A prózát megszakító versekről a 9–11. századból fennmaradt, több mint 30 kotta alapján tudható, hogy ezek a középkorban kedvelt énekek voltak. Az első könyv hat énekét egy Cambrigde-i egyetem könyvtárában őrzött kézirat (Gg. 5.35) alapján Samuel Barrett rekonstruálta, az Ensemble Sequentia többször is előadta, lemez- és videófelvetelek is készültek, a projekt honlapja (2023-ban): <https://boethius.mus.cam.ac.uk/>

hol harsányabb dallamaival kíséri majd az édesen szóló Rábeshelést, aki csak akkor halad a helyes csapáson, ha el nem tántorul a Filozófia elveitől.” (II.1, ford. Hegyi György) Így hát tulajdonképpen Boethius utolsó művében is fellép a zenetudós, a *musicus*, aki itt nem más, mint a Filozófia, ő az, aki értelemmel megítéli, megkomponálja és alkalomadtán saját maga el is éneklí a végső Igazat feltáró énekeket. *A Filozófia vizsgálásából* áradó személyes muzikalitás²³ is egy töről fakad Ágostonéval, aki a *Vallomásokban* írja, mennyire megérinti őt érzelmileg a zene, az ének („ó mennyit zokogtam himnuszaid és énekeid nyomán”), illetve hogy a „szívünk különféle érzelmei dallamban s éneklésben a maguk sajátos módján törnek elő, és ez a mód, *valami rejtett rokonság erején*, életre kelti az érzelmeket is.” (IX.6.14; X.33.49, ford. Városi István)²⁴

E rejtett rokonság közös forrása pedig ki más lenne, mint Platón, ahogyan Boethius írja is a *Tanítás* bevezetőjében: „Ebből érthetjük meg, miért mondta Platón, hogy a Világélelek zenei módon egymáshoz illő elemekből lett összerakva.²⁵ Amikor ugyanis bennünk meglévő helyesen összekapcsoltság és megfelelően összeillesztettség²⁶ miatt fogadunk be olyasvalamit, ami hangokkal van megfelelően és helyesen összeillesztve, és éppen emiatt gyönyörködünk benne, akkor valójában azt ismerjük fel, hogy mi magunk is ennek hasonlatosságára vagyunk megalkotva.” (1.1) Hogy bármely dolognak a részei helyesen vannak-e összekapcsolva – a görög *harmonia* szó eredeti jelentése a ‘megfelelően összeillesztettség’ –, azt az képes valójában megítélni, aki érti a zene számainak törvényeit. Ebbe kívánja bevezetni az olvasót a *Tanítás*, ugyanakkor Boethius ehhez még hozzáfűzi: míg a négy matematikai tudomány közül a többi az igazság feltárásán munkálkodik, addig a

²³ „...az élvezetről azonban, amelyet a gyönyörködtető zenéjű énekek szerznek (*musicis carminis oblectamenta delectant*), egy kis időre le kell mondanod”; „...régóta valami gyönyörködtető énekre szomjazol” (*A filozófia vizsgálása* IV.6, Hegyi György fordítása alapján)

²⁴ Kiemelés tőlem: K.A.

²⁵ Platón: *Timaios* 35a–36b, vö. Boethius: *A Filozófia vizsgálása* m.3.9. (ott ugyancsak a *Timaios*szal bevezetve).

²⁶ A *coaptatum* („összeillesztett”) a görög *hérmoszmenon* (*harmottein* vö. *harmonia*) latin megfelelője, lásd a kötetben a fordítást: 1. könyv 12. és 40. jegyzet.

zene szoros kapcsolatban áll nem csupán a rációval, de az erkölccsel is.²⁷ Vagyis aligha lepődhetünk meg azon, hogy a fogságban írt utolsó műben olyan zenei témák kerülnek újra szóba, amelyeket már a fiatalkori zenei értekezés megpendített. (Ezeket lásd valamivel lejjebb.)

Ágoston írásai tehát, mint láttuk, nagy hatással voltak Boethiusra.²⁸ A *De Trinitatét* (520–521) azzal ajánlja apósának, Symmachusnak,²⁹ döntse el ő, hozott-e gyümölcsöt a mag, melyet Ágoston írásai vetettek el benne. Vagyis, ha nem bizonyítható is, több mint valószínű, hogy a *Tanítás a zenéről* munkálataiba belefogó Boethius ismerte Ágoston száz évvel korábban született, és – miként arról Ágoston Memoriusnak írt, följebb idézett levele is és visszaemlékezése is tanúskodik –, szélesebb körben is híressé vált *De musicáját*.³⁰ Sőt, feltételezhető, hogy a *Tanítás*-ból éppen amiatt maradt ki teljes egészében a *rhythmica*, mert Ágoston *De musicája* ezt az egyetlen területet már alaposan, hat könyvben kiveszte.

*

Mivel Boethius *Tanítása* a kézirati hagyományban nem teljes formában maradt ránk – az ötödik könyv a 19. fejezetnél mondat közben félbeszakad – felmerül a kérdés: mi egyéb maradt ki Boethius zeneelméletéből? Akár abból, ami ugyan elkészült, de csonkán hagyományozódott, akár abból, aminek a megírását csupán tervbe vette, de végül

²⁷ A zene és erkölcs (*moralitas*) témájára majd a fejezet végén tér vissza. Ezzel a gondolattal veszi kezdetét a mű bevezetőjének fő témája: a *laus musicae* (a *musziké* laudációja) a korábbi görög és latin zenei irodalom jól ismert (és addigra már kisé közhelyes) toposzainak felidézéssel (vö. pl. Martianus Capella IX.899–929). A *laus musicae* filozófiai háttere az ún. *éthosz*-elmélet, lásd: 1. könyv 13. jegyzet.

²⁸ Az Ágoston-hatásról Boethius gondolkodására, egész életművére lásd pl. Chadwick 1981, v, 86–87, 177–179, 199–202, 211–220, 247–257; Crabbe 1981, 251–263; Bradshaw 2009.

²⁹ A római keresztény elitbe tartozó Quintus Aurelius Memmius Symmachus (a 485-ös év consula), a kereszténységgel szemben élesen fellépő, nála híresebb Symmachus (a 391-es év consula) dédunokája volt.

³⁰ Egykori tanítványa, Licentius is elkérte Ágostontól a *De musicát* (26. levél, Hippo, 394). *Retractationes* 1.11.1.

valamilyen okból nem valósította meg. Az ókor és a középkor határán született *Tanítást* a tartalma és a tárgyalásmódja mellett ugyanis érdekessé teszi az is, mi hiányzik belőle. A hiány annál is inkább érdekes, mert Boethius az első könyv első két fejezetében, vagyis a mű tulajdonképpeni bevezetőjében – és vélhetően éppen ez volt a műnek az a része, amelyet mindenki ismert és olvasott, szemben a meglehetősen nehéz matematikai és zeneelméleti anyaggal – kimondva is és kimondatlanul is kilátásba helyez olyan, nagyrészt Platóntól és Arisztotelésztől örökölt témákat, amelyek a ránk maradt szövegben nem, vagy csak érintőlegesen szerepelnek. Egyebek mellett például, hogy tárgyalni fogja a *musziké* lélekre gyakorolt, illetve gyógyító hatását, a zene szerepét az ifjak nevelésében, a világrendben megnyilvánuló ‘zenei harmónia’, vagyis az ún. szférák zenéjének kérdéskörét. Figyelemre méltó az is, hogy bár a *musica* hármass felosztása (*musica mundana, humana* és *instrumentalis*) igen nagy tekintéllyel ruházta fel a *Tanítást* legalább a humanizmusig, ám ezek csupán a Bevezetőben (1.1–2) kerülnek szóba, és ott is inkább csak utalásszerűen. Lehetséges, hogy a három *musica* éppen ebben a ki nem fejtett formában volt alkalmas arra, hogy hasson? Vagyis a hiány, mint mindig, ezúttal is része a háttörténetnek.

Az egyik legfontosabb téma, ami a fennmaradt műben nem kerül szóba (leszámítva a Bevezető néhány mondatát), a zene lélekre gyakorolt hatása. A *musica* a matematikai tudományok egyikeként képes választ adni arra is, miért és hogyan, vagyis milyen úton-módon gyakorolhat a zene különleges hatást az emberi lélekre. Ennél jóval többet ígér az utalás a *Timaiosz*nak arra a passzusára (lásd följebb), amikor a Démiurgosz bizonyos püthagoreus zenei arányokat alkalmazva alkotja meg a Világlelket. Szóba kerül ugyanebben a részben, szintén csak felvetésként, hogy a különböző dallam- és hangsorfajták kedvező, például gyógyító vagy nyugtató, illetve kedvezőtlen, így ártalmas vagy felkavaró hatással lehetnek az emberre, továbbá a zene nevelésben betöltött szerepe, vagy hogy (utalásként a híres Platón-helyre az *Államból*) a zene törvényeinek megváltoztatása fenyegetést jelent az állam rendjére nézve. Az ezekhez a gondolatokhoz kapcsolódó anekdoták közismertek voltak, a közös háttér az ún. *éthosz*-elmélet, amelyet Platón a Kr. e. 5.

századi Damónnak tulajdonított.³¹ (A *Tanítás* Bevezetőjében a szerző négyszer is hivatkozik Platónra.³²) Az itt megpendített hangok majd *A Filozófia vizsgálásában* is felcsendülnek: a csillagok és évszakok harmonikus rendje (I.m5), a világban meglévő összhang, amit ellenkezőkből teremt a szeretet (II.m8, IV.m6), az elképzelés az örök Kormányzó által számokkal és középaránnyal összekapcsolt elemekről és a lélek konszonáns alkotórészeiről (III.m9.1–17).³³

A *musicával* való foglalatzkodás fajtáit (*genera*) – minden bizonnyal didaktikai okokból – az első könyv utolsó fejezetére hagyta, holott magának a *musicának* a fajtáit (*genera*) a második fejezetben már kifejtette. „Először is helyesnek látszik, ha a muzsikáról (*musica*: zene) értekezvén egyelőre azt mondjuk el, hogy vajon a muzsikának – a vele foglalkozók szerint – hány fajtája (*genus*) van. A muzsikának mármost három fajtája van. Éspedig az első a világmindenségé (*musica mundana*), a második az emberé (*humana*), a harmadik pedig az, amely egyes dallamjátéokra alkalmas hangszerekben jön létre, mint amilyen a kithara vagy az aulosz (*tibia*) és más hangszerek.”³⁴ Ezután a téma fontosságához képest ismét csak meglehetősen röviden, mindössze tizenkét mondatban vázolja fel, hogy a *musica mundana* a világmindenségben, a csillagos égbolt és az égitestek mozgásában, az évszakok körforgásában megnyilvánuló rend és összhang (*consonantia*), és hogy mindennek a lényege a zenei számviszonyokban ragadható meg. Így zárja ezt a néhány sort: „Ezzel a dologgal később behatóbban kell foglalkoznom.”

A *musica humanát* még rövidebben intézi el. Miután utalt a görög lélekfelfogásra, ismételten felteszi a kérdést: mi más lenne képes össze-

³¹ Az éthosz-elméletről lásd a kötetben 1. könyv 13. jegyzet.

³² A hivatkozások mögött álló szövegek például: Világlélek és zenematika: *Timaiosz* 32–36; nevelés és éthosz-elmélet: *Állam* 376, 398–402, 443–44; *Törvények* 812.

³³ Vö. Chadwick 1981, 101. A magyar műfordítás nem mindig adja vissza a kulcsszavakat, például a III.m.9-ben: *tu numeris elementa ligas* (10); *tu triplicis mediam naturae cuncta moventem conectens animam per consona membra resolvís* (13–14) világosan utal a *Tanításban* is említett *Timaioszra*.

³⁴ Vikárius László fordítása, lásd a kötetben 1.2, ill. 1. könyv 52–53. jegyzet.

kötni a lélekrészeket,³⁵ mint az egymástól különböző mély és magas hangok egyetlen összhangot létrehozó hangolása (*unam consonantiam efficiens temperatio*)? Végül ezt a passzust is így zárja rövidre: „De később még szólok ezekről a kérdésekről.” A ránk maradt műben azonban egyik ígélet sem teljesül, ugyanakkor mindez jelen van szerzői ígéletként, olykor hivatkozásként, általánosságban pedig mögöttes tudásként és filozófiai műveltséganyagként.

Ezeknek a magasröptű dolgoknak a summájához vezet el a *musica*-tudomány útja, amelyen haladva a tudást mindenekelőtt a püthagoreus arányelmélet mélyebb tanulmányozása révén sajátíthatja el Boethius szorgalmas olvasója és tanítványa. (Boethius jó pedagógus, a didaktikai szándék végig érezhető az egész műben.) Az ókori görög zeneelmélet 20–21. századi legjelentősebb kutatójának, Andrew Barkernek a megfogalmazásában: a püthagoreusok számára „az univerzum észszerű szervezettségének a kulcsa a matematika, különösen a matematikai zeneelmélet.”³⁶

*

A püthagoreus zenei arányelméletet Boethius a *Tanítás* második és harmadik könyvében alapozza meg és tárgyalja részletekbe menően (a püthagoreus zeneelmélet nagyszerű ‘mutatványát’, *A kanón beosztását*, a *Sectio canonist* a negyedikben ülteti át latin nyelvre.) A harmadik könyvben egyebek mellett néhány lényeges tételt mutat be a tarentumi tudós-államférfi, a püthagoreus Arkhüasz,³⁷ valamint az ő mestereként számontartott, szintén dél-itáliai (tarentumi vagy krotóni) Philolaosz zeneelméleti eredményeiből (3.5, 3.8, 3.11³⁸). A Philolaoszra és Arkhüaszra, vagyis a püthagoreizmus matematikai irányzatának képviselőire visszavezethető *zenematematikai* tanok az *Állam* VII. könyvének

³⁵ A lélek természetéről, részeiről lásd pl. Platón *Phaidrosz* 246, Arisztotelész *Nikomakhoszi etika* 1.12, *A lélekről* 3.9.

³⁶ „In mathematics, and especially in mathematical harmonics, lies the key to the rational organisation of the universe.” (Barker 1989, 8)

³⁷ Lásd 3. könyv 36. jegyzet.

³⁸ Az ötödik könyvben mutatja be Arkhüasz tetrakhordeosztásait (5.17).

följebb említett, a tudományok rendszeréről alkotott elképzelésében is megjelennek,³⁹ továbbá a X. könyvben a harmóniatannal ötvözött kozmológiában, valamint a *Timaioszban*.⁴⁰

Vagyis a följebb idézett szókratészi kérdés („mely számok az összehangzók és melyek nem, és hogy *mindegyikük miért az, ami*”) a *Tanítás* értése szempontjából is igencsak figyelemre méltó, két okból is. Egyrészt, mert ebben tapintható ki a gyökere annak a püthagoreus megközelítésnek, és ennek itt elvi jelentősége van, amely a hangoké ‘helyett’ a számok összhangját (*szümphónia*) kutatja. Másrészt mert ebben kap hangot a követelmény: a tudós-filozófusnak a *számok* összhangjának okára is választ kell tudni adnia. Miért összhangzó például a 2:1, a 3:2 és a 4:3, és miért nem az például az 5:4? Ebben világosan fogalmazódik meg a koncepcionális különbség: a filozófus is és a zenetudós is a *szümphónont*, a *szümphónia* mibenlétét keresi, de egyik a hallhatóban, másik a nem hallhatóban. Vagyis a *miértre* nem lehet egyedül az válasz, hogy az ezekben a számokban ‘létező’ két *hang* a fül számára a legkellemesebb érzetet keltve keveredik egymással, és ezáltal a két hang olyan hangközt hoz létre, amely *szépen* cseng össze, és ennélfogva részesül a Szépből, a Jóból.⁴¹ A *miértre* adott válasz ugyanis ebben a gondolkodásban nem hivatkozhat a hallásra, azaz a hangok kellemes keveredésére.⁴² Ilyesfajta – több zeneelméleti munkából is ismert – konszonzanciameghatározás akár elfogadható lehet a hallható zene elméleti tudósa számára is, ám ‘cserébe’ Platón ki is zárja az ideális államból azokat, akik egyedül az ilyesfajta dolgokra kíváncsiak.⁴³

A „mely számok az összehangzók és melyek nem azok, és melyik miért az, ami” kérdésre persze nem adható egyszerű, könnyen érthető válasz. Glaukón meg is lepődik: „Ördögös egy dologról beszélsz.”

³⁹ Burnyeat, 2000, 13, 16 jegyzet.

⁴⁰ Vö. pl. Bárány 2018, Barker 1989, 54.

⁴¹ Vö. Burnyeat 2000, 47–53.

⁴² A görög zeneelméletben közkeletű konszonzanciadefiníciók visszatérő mozzanata: a hangok a fül számára kellemesen keverednek, lásd pl. Platón: *Timaiosz* 80b; Arisztotelész: *Az érzékelésről* 447–8; AQ 1.6; lásd még 1. könyv 79. jegyzet.

⁴³ A kérdéshez lásd Burnyeat (2000, 13–19): milyen tudományokat zár ki Platón az ideális államból, milyen elv alapján.

Az *Államban* valóban nincs is válasz erre, mert itt a lényeg egyrészt a praktikus tudomány kritikája, másrészt az az eszme, hogy a „számok tulajdonságai (...) az igazság felé vezetnek bennünket” (525a). A számok összhangzó mivoltának magyarázata a platóni tanokat magukévá tevő későbbi püthagoreusoktól maradt ránk, az indoklás részint a nyelvben megnyilvánuló, részint a szisztematikus, deduktív gondolkodásra támaszkodik. Az egyik Eukleidész *Elemekjében*, a másik az ő neve alatt fennmaradt műben, *A kanón beosztásában* (*Sectio canonis*) jelenik meg, a két mű forrásai között a Platón-kortárs vagy -tanítvány püthagoreusok is feltételezhetők.

A pszeudo-eukleidészi *Sectióban* találkozunk először az axiómával, amely szerint konzonancia csakis olyan számarány lehet, amely vagy többszörös (*pollaplasziosz*) vagy többletrészes (*epimoriosz*).⁴⁴ Ez úgynevezett *szükséges, de nem elégséges* feltétel, vagyis az a tény, hogy egy számarány többszörös, avagy többletrészes, szükséges, de nem elégséges feltétele annak, hogy ez a számarány (és nem hangköz!) összhangzó. Másképpen: csakis akkor lehet két szám *összhangzó*, ha az arányuk a két megnevezett fajta valamelyikébe tartozik, de önmagában attól, hogy a két arányfajta valamelyikébe tartozik, még nem lesz a két szám maga összhangzó. (A püthagoreus gondolkodásban a számarány azonos a hangközzel [*diasztéma*].) Ugyanis a mindösszesen három arányfajta közül,⁴⁵ mondja a *Sectio*, „csupán a többszörös és a többletrészes rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy az ilyen arányban álló számok viszonya megnevezhető *egyetlen/egyedi* névvel” (...) így hát „nyilvánvaló, hogy az összhangzó hangok – mivel két hangból kikevert egyetlen hangzást hoznak létre – éppen azoknak a számoknak kell, hogy megfeleljenek, amelyekből álló számarányt is meg tudjuk nevezni egyetlen/

⁴⁴Többszörös arány például a 2:1, 3:1, 4:1 stb., illetve minden olyan arány, amely $n:1$ alakra egyszerűsíthető. Például a 4:2 is többszörös, mert egyszerűbb alakja a 2:1. Többletrészes arány például a 3:2, 4:3, 5:4 stb., illetve minden olyan arány, amely $(n+1):n$ alakra egyszerűsíthető. Például a 6:4 is többletrészes arány, mert egyszerűbb alakja a 3:2.

⁴⁵Három arányfajta létezik (vagyis minden arány a három közül valamelyik fajtába tartozik), a harmadik a többlethányados (*epimerész*), amely se nem többszörös, se nem többletrészes. Az arányfajtákról részletesen lásd 1.4.

egyedi névvel.” (*Sectio*, Pr.) A *Sectio* imént idézett szövegében az *egyetlen* vagy *egyedi* név jelentése, hogy egyenként, külön-külön mindegyik sokszoros vagy többletrészes aránypéldánynak, van saját, egyedi, őt magát a többi ugyanilyen fajta aránytól megkülönböztető neve. Vagyis itt a nyelvi *gondolkodás* ad olyan szóképzési szabályt (*-plasziosz*, *epi-*), amellyel az ilyenfajta arányok egyes példányai konkrétan megnevezhetők: a 3:2 a *hémiosziosz*, a 4:3 az *epitritosz*, a 2:1 *diplasziosz*, a 3:1 a *triplasziosz* stb. Ezek a megnevezések ráadásul a köznyelvben is létező nyelvi entitások, nem kizárólag zenei-matematikai terminusok.⁴⁶ (Ezért volt fontos szempont a fordításban is, hogy az egyes arányfajtákon belül minden egyes arány neve képezhető legyen magyarul, lásd 1.4.) Ez a szükséges, de nem elégséges feltétel nem hogy nem áll az útjában annak, hogy a 8:3 számarányt (és így az ennek a számaránynak megfelelő, a fül számára konzonáns oktáv+kvart hangközt) a püthagoreus tudós kizárja az összhangzó számok (és így a hangközt a konzonanciák) köréből, hanem egyenesen igazolja a platóni kívánalmat: íme, az empiria nem eléggé megbízható, mert a 8 és a 3 az elméleti *gondolkodás* számára annak ellenére nem összhangzó számok, hogy a fül összhangzónak *hallja* a bennük testet öltő hangközt. A *Sectio* nyelvi gondolkodásból táplálkozó kvázi-axiómája, valamint a tény, hogy a 8:3 számarányról (az oktáv+kvart hangközről) még csak említést sem tesz, éppenséggel arra szolgáltat példát, milyenfajta magyarázatra gondolhat Platón Szókratészre, amikor Glaukónnal közli: arra vagyunk kíváncsiak, ‘mely számok az összehangzók és melyek nem azok, és melyik miért az, ami’.

Egyébiránt a 8:3 számarányról mondtak vezethetnek el a sejtéshez, hogy a platóni elképzelésben az összhangzó számok és arányok nem korlátozódnak a zenei konzonanciák számaira, hanem talán azok a számok

⁴⁶ Lásd Kárpáti 1987a, 16 (korábbi irodalommal); vö. Barker 1989, 183, 6. jegyzet; Burnyeat 2000, 48, 65. jegyzet. További érv: Ptolemaiosz: *Harmonika* (1.5) tisztán matematikai magyarázattal, miért jobb a többszörös (pollaplasziosz) és a többletrészes (epimoriosz), mint a többletrészes (epimerész): mert a két elem összehasonlítása *egyszerű* – ezért hangzik *jobban*. Barker szerint (1989, *ad loc.*) ehhez Ptolemaiosz egyetlen püthagoreus forrása Arkhüasz. Vö. továbbá Platón: *Philebosz* 25e (ahol pl. a kétszeresség és más hasonló arányok azért hozzák létre az összhangot (*szümpbónon*), mert *megjelenik* bennük a szám).

is összhangzók, legalábbis ebben az értelemben, amelyekkel bizonyos *teljes* rendszerek (*szüsztémák*) *megszerkeszthetők*, mint amilyen a zenében a hangok teljes rendszere (az ún. *szüsztéma teleion* – éppen ezt szerkeszti meg, vezeti le a *Sectio canonis*, illetve Boethius a *Tanítás* 4. könyvében) –, vagy a *Timaioszban* (35b) a Világlélek, amit a Démiurgosz ‘szerkeszt meg’ és ‘vezet le’: többlépéses eljárással, bizonyos jól meghatározott számokat és számarányokat figyelembe véve *vesz el* kisebb részeket a nagyobb mennyiségből, és *oszt fel* nagyobb intervallumokat kisebb részekre.⁴⁷

A keverék felosztásához a következőképpen fogott hozzá. Először egy részt vett az egészből, ezután vette ennek a kétszeresét, majd egy harmadik részt, amely másfélszerese volt a másodiknak és háromszorosa az elsőnek; a negyedik kétszerese a másodiknak, az ötödik pedig háromszorosa a harmadiknak, a hatodik nyolcszorosa az elsőnek, végül a hetedik huszonegyszerese az elsőnek. Azután pedig kitöltötte a kétszeres és háromszoros intervallumokat úgy, hogy további részeket vágott le az eredeti keverékből, és az előző részek közé helyezte őket. Mindegyik intervallumba két középtag került. Az első a kisebb szélsőtagot annak ugyanazon törtrészával haladja meg, mint amekkora törtrészával a nagyobbik szélső tag öt meghaladja, a második közép pedig szám szerint ugyanannyival nagyobb a kisebbik szélső tagnál, mint amennyivel nagyobb nála a nagyobbik szélső tag. A középtételek kötelekei által így a korábbi intervallumokban újabb – 3:2, 4:3, 9:8 arányú – intervallumok jöttek létre. Végül az összes 4:3 arányú intervallumot sorban 9:8 arányú intervallumokkal töltötte ki úgy, hogy minden esetben egy-egy részt még meghagyott. Ennek a megmaradt résznek mint intervallumnak a határoló tagjai számmal kifejezve úgy aránylanak egymáshoz, mint 256:243.⁴⁸

⁴⁷ Vö. Barker 1989, 59, 14. jegyzet.

⁴⁸ Az eljárás számai, arányai és zeneelméleti háttere a *Tanítás* olvasója számára a maga teljességében a 4. könyvben tárulhat fel, ugyanis a Démiurgosz voltaképpen a püthagoreus-eukleidészi *Sectio canonis*ban levezetett skálához hasonló szerkezetet épít fel. Például az 1–2–4–8 ágon, vagyis a kettőhatványokén, egymás után három oktávot helyez el. Mindegyik kétszeres intervallumba beilleszt egy-egy harmonikus közepet („a kisebb szélsőtagot annak ugyanazon törtrészával

Ezzel aztán a vegyületet, amelyből a részeket levágta, teljes egészében fel is használta. (ford. Bárány István⁴⁹)

A részekre osztás eljárásban szereplő számokhoz és arányokhoz Platón az inspirációt valószínűleg a püthagoreus Arkhüasz nevéhez köthető

haladja meg, mint amekkora törtrészével a nagyobbik szélső tag öt meghaladja) és számtani közepet („*második közép pedig szám szerint ugyanannyival nagyobb a kisebbik szélső tagnál, mint amennyivel nagyobb nála a nagyobbik szélső tag*”). Vagyis a két-két középarányos mind a három oktávot egy-egy kvartra és egy-egy kvintre osztja fel, mert mindegyik harmonikus közép a saját oktávjának alsó hangjától kvartra (4:3) van, a felső hangjától pedig kvintre (3:2), miközben mindegyik számtani közép a saját oktávjának felső hangjától van kvartra (4:3) és alsó hangjától kvintre (3:2). (Ezt bizonyítja a *Tanítás* 2.16). Így mindegyik harmonikus és számtani közép között egy egészhangköz (9:8) jön létre. (Ezt a 2.17 bizonyítja.) Az utolsó lépésben az így mind a három oktávban létrejött két-két kvartot (vagyis összesen hat kvartot) osztja fel két-két egészhangközre (9:8), és így mindegyik kvartban a megmaradó hangköz a püthagoreus félhangköz (256:243). (Ennek bizonyítása: 2.28). Így a teljes háromoktávos skálában összesen 15 egészhangközt hozott létre, közöttük szabályos közökben elhelyezve további 12 félhangközt. Az egyik ág (a kettőhatványoké) tehát zongorabillementyűkön pl. egy E hangon kezdődő (ez az 1-es számnak felel meg) háromoktávos, azaz kétvonalas e⁻-n végződő diatonikus skálának felel meg. Ha a háromhatványok sorát (1–3–9–27) is zenei térben képzeljük el, akkor itt a Démiurgosz három oktáv+kvint hangközt helyez egymás mellé, melynek teljes hangtávolsága négy oktáv és egy szext. Az ebben szereplő „háromszoros intervallumok” számtani és harmonikus közepekkel kitöltésével kvint+kvart+kvint hangközökre osztja fel mind a három oktáv+kvint hangközt. Két kérdés marad nyitva a *Timaiosz* leírásából. (1) „*végül az összes 4:3 arányú intervallumot*”: mint jelent az összes? Vajon az utolsó lépésben egyedül a közepekkel való felosztás után előálló a középső kvartokat ‘kell-e’ további 9:8 – 9:8 – 256:243 lépésekre (hangközökre) felosztani, vagy mindegyik kvintben ‘benne lévő’ kvartot is? (2) A kettőhatványok és a háromhatványok számsorát egyből össze kell-e tolni egy számsorrá, vagy a püthagoreus zenematematikából inspirációt nyerő Démiurgosz két külön ‘ágból’ építi fel, amit mint egységes valamit részekre oszt? Érdemes észrevenni: a kettőhatványok sorának kisebbik hangterjedelme is erősen próbára teszi az emberi énekhang átlagos hangterjedelmét, a háromhatványoké jóval meghaladja.

⁴⁹ Köszönöm Bárány Istvánnak, hogy az új *Timaiosz*-fordításából (Atlantisz Platón-sorozat) megjelenés előtt közölhetem itt ezt a részletet.

középszámok elméletéből meríthette,⁵⁰ valamint az ugyancsak a püthagoreusokkal kapcsolatba hozható deduktív – korábban már bizonyított állításokkal, megszerkesztett lépésekkel érvelő – matematikai eljárásból, amely Eukleidész fő művéből, az *Elemek*ből ismert.⁵¹ Így lesz érthető, hogy bizonyos *összhangzó* számokkal végzett műveletek olyan struktúrák elemzéséhez vezetnek, amelyeknek már nincs köze a hallható dolgokhoz.⁵² Vagyis mindaz, amit Boethius megemlít a Bevezetőben az emberi lélek és a világmindenség zenéjéről, erősen platonikus-püthagoreus talajból táplálkozik. De az erősen püthagoreus beállítottságú *Tanítás* mégsem tárgyalja (legalábbis a fennmaradt szövegben). Mi minden maradhatott tehát ki, illetve ez a hiány hogyan hatott a fogadattörténetre?

*

Boethius, a kézikönyvek és lexikonok kedvenc fordulatával, az *utolsó római és az első skolasztikus*.⁵³ A megfogalmazás a középkori gondolkodásra

⁵⁰ Lásd Arkhütasz 2. töredék (DK); vö. Barker 1989, 59, 16. jegyzet; Burnyeat 2000, 13, 16. jegyzet. Platón elégedetlen azokkal (jó eséllyel Arkhütaszra is gondolhatunk, *Allam* 530), akik csupán a hallással érzékelhető jelenségekre kívánnak magyarázatot adni. Ő, szemben velük, kitér a miéltre is (*Timaiosz* 80a–b, vö. 67a–c). A középárányosokat tárgyaló, Porphüriosznál (Ptolemaiosz *Harmonikájához* írt kommentárban) található Arkhütasz-töredék a forrása a *Sectio* 3. tételének, lásd még *Tanítás* 3.11. Vö. Burnyeat 2000, 49–51.

⁵¹ A bizonyítások nem bizonyítható alapállításokra – definíciók (*horoi*), posztulátumok (*aitémata*), axiómák (*axiómata* v. *koinai ennoiai*) – és a korábban már bizonyított tételekre épülhetnek. A módszer több helyen is megfigyelhető a *Tanítás*ban, szép példa a 3.9.

⁵² Vö. Burnyeat 2000, 52.

⁵³ Pl. „Boethius, der letzte Römer – der erste Scholastiker” (M. Grabmann: *Die Geschichte der scholastischen Methode*. Vol. 1, 148). A formula rendre visszaköszön, kézikönyvekben, lexikonokban, tanulmányokban. Feltűnő, hogy bár a szakirodalomban a humanistáknak tulajdonítják ezt a *bonmot*-t Boethius speciális határhelyzetéről és hatásáról, a forrást senki nem adja meg. Cullhed (2015, 433, 1. jegyzet) szerint a Boethiust elsősorban *A Filozófia vizsgálása* miatt erős kritikával támadó Lorenzo Valla (1407–1457) által megrajzolt portré újrafelhasználása lehet. Vö. pl. Machan 2019, 147 (máshol is találkozhatunk ezzel kapcsolatban az óvatos megfogalmazással: *talán* Lorenzo Valla...). Ezzel szemben a máig nagy

gyakorolt hatását tükrözi:⁵⁴ a késői újplatonizmus keresztény gondolkodója, aki Arisztotelész- és Porphüriosz-kommentárok és -fordítások mellett jelentős teológiai műveket is írt. Nagyszabású tervéből, hogy latinra fordítja és kommentálja Platón és Arisztotelész összes művét, és ezekre támaszkodva mutatja ki a két iskola lényegi azonosságát, csupán kevés valósulhatott meg.⁵⁵ „És amikor a végére értem”, írja, „nem fogok visszariadni attól, hogy Platón és Arisztotelész nézeteit valamiképpen visszatereljem az egyetértésre, és hogy megmutassam: a filozófia legtöbb kérdésében nemhogy nem értenek egyet, mint ahogy legtöbben vélik, hanem egyenesen egy véleményen vannak.”⁵⁶ Ez a szándék mindazonáltal valamiféle korszakvégállapotról tanúskodik, és ebből nyerhetett inspirációt, legalábbis eredetileg, a korai zeneelméleti munka koncepciója is: a latinra átültetés egyszersmind az adott területen felhalmozott teljes görög tudás összefoglalása *kellene legyen*. Vagyis nem túl merész feltételezés, hogy Boethius eredetileg a görög zeneelméleti és zenei tudás *egészét* kívánta volna összefoglalni és átadni az éppen akkoriban beköszöntött új kornak, amely már nem olvas görögül. Ez ugyanúgy csupán szándék maradt, mint a teljes Platón- és Arisztotelész-korpusz lefordítása. Nem csupán ez az ambíció, de mint láttuk, a *hét szabad művészet*hez kapcsolódó régi és az évszázadok során némileg megkopottból vagy kérdésessé

hatású Rand (1929, 144) szerint Giorgio Valla (1447–1500) lehet a formula forrása, ugyanakkor Rand maga is hozzáteszi: „The source of this quotation, which has long been among my notes, escapes me.” (uo. 313, 14. jegyzet) Giorgio Valla mindenesetre monumentális művében (*De expetendis et fugiendis rebus*) átvette-kivonatolta Boethius aritmetikai és zeneelméleti traktátusát.

⁵⁴ Lásd lejjebb (a 71–77. jegyzetekkel).

⁵⁵ A platóni és arisztotelészi felfogás összeegyeztetésének szándéka Panti (2018) szerint az aritmetikai és zenei értekezés közös vonása. Boethius közös nevezőre hozza az újplatonikus-újpüthagoreus megközelítést Arisztotelész nézetével a tudományok rendszeréről.

⁵⁶ Az információ forrása Boethius: *Kommentár a Hermeneutika második könyvéhez* 2.79.9–80.9 (Meiser). Az időhiányban közrejátszhatott, hogy politikai, főhivatalnoki szerepet is vállalt (consul, magister officiorum). 523-ban Theodorik árulás vádjával letartóztatta, 524-ben kivégezték. Az életrajzhoz lásd pl. az 5. jegyzetben említett irodalmat. Műveinek teljes és kommentált listája (az elvezettekkel együtt): Magec–Marenbon 2009.

váltból⁵⁷ ekkoriban új értelmet nyerő régi hagyomány is megkövetelte, hogy aki ilyesmire vállalkozik, annak a zeneelméletet a többi matematikai tudománnyal (aritmetika, geometria, csillagászat) együtt kell prezentálnia a latinul olvasó közönség számára.⁵⁸

Boethius *Aritmetikája* teljes egészében olvasható ma is, a geometriai és a csillagászati mű vagy el sem készült, vagy elveszett.⁵⁹ A zeneelmélet azonban, különösen, ha az írói szándékok között hangsúlyt kapott az összefoglalás is, sok tekintetben másféle feladat elé állította a szerzőt, mint amilyen elé az aritmetika. Utóbbiban Boethius a Kr. u. 2. század elején élt újpüthagoreus-újplatonikus matematikus és filozófus, a Geraszából⁶⁰ származó Nikomakhosz *Bevezetés az aritmetikába* című művét ültetette át latinra, nagyrészt változtatás, kiegészítés nélkül. (Elődje is akadt ebben, nem kisebb név, mint Apuleius.⁶¹) Nikomakhosz aritmetikai traktátusa Platón és az újpüthagoreus művek olvasásához szükséges matematikai tudást foglalta össze, és ebben kapott helyet a számok és arányok elmélete.⁶² Utóbbi szisztematikus, sőt mondhatni axiomatikus alapozást⁶³ ad egyszersmind a püthagoreus zeneelmélethez is. Boethius a *Tanításban* jó néhányszor hivatkozik is saját aritmetikai művére.

A zeneelméleti traktátus anyagát mindazonáltal nem korlátozhatta a püthagoreus zenematematikára, és nem érthette be annyival, hogy Nikomakhosz aritmetikai műve után az ő zeneelméletét is átülteti latinra. Nikomakhosznak ez a műve – néhány kivonatot leszámítva (*Excerpta ex Nicomacho* címen hagyományozódott) – nem maradt ránk, de egy másik, afféle gyorstalpalónak szánt zeneelméleti munkája, a *Kézi-*

⁵⁷ Lásd följebb, illetve Cullhed 2015, 158ff; Nauta 2009, 257–259.

⁵⁸ Lásd IA 1.1.

⁵⁹ Vö. Maage–Marenbon 2009, 303–304.

⁶⁰ Valószínűleg a korábban Syria, ekkoriban Arabia provinciabeli Gerasza (tudunk más azonos nevű városokról is).

⁶¹ Sevillai Izidor: *Etym.* 3.2

⁶² A bevezetőben hat fejezetet szentel a számok és a matematikatudomány filozófiai mibenlétének, a természetes számok fajtáiról értekezik, tárgyalja a prímszámokat, szorzattényezőket, az ún. tökéletes számokat, illetve a számok viszonyait, egyenlőség és nemegyenlőség fajtáit, arányfajtákat. Lásd Brodersen 2021.

⁶³ Vö. följebb 51. jegyzet.

könyvecske (Enkheiridion) alapján is úgy tűnik, hogy már a görög szerző sem kizárólag a püthagoreus zenematematikát tárgyalta, hanem legalább néhány ponton bővítette az arisztozenoszi zeneelmélet elemeivel, vélhetőleg Arisztozenosz nevének említése nélkül.⁶⁴ Boethius ezzel szemben néhány lényeges ponton veti össze a püthagoreus felfogást, tételeket és bizonyításokat Arisztozenoszéival, sőt, a csonkán maradt ötödik könyv bemutatja egyrészt az arisztozenoszi elmélet egyik részterületét a szerző *Harmonika* című műve alapján, másrészt, ezzel párhuzamosan és a különbségekre koncentrálna, Ptolemaioszét, akinek három könyvben hagyományozódott zeneelméleti műve szintén a *Harmonika* címet viseli.⁶⁵

Az öt megmaradt boethiusi zeneelméleti könyv törzsanyaga ugyanis nagyobb részt azt a tudást öleli föl, amit a görögök *harmonika* néven illettek: a zenei, azaz a dallamokat alkotó struktúrákkal (*szüsztémák*) és hangsorokkal, a hangközökkel, az ún. genoszokkal, ezek fajtáival kapcsolatos dolgok elmélete, avagy tana, továbbá, hogy ezek milyen elemekből állnak, hogyan kapcsolódnak, illetve kapcsolódhatnak egymáshoz, miképpen válhatnak, változhatnak át egymásba stb. Mindezeket a kérdéseket a görög zeneelmélet két merőben eltérő megközelítéssel tárgyalta. A különbség lényege, anélkül, hogy itt részletekbe mennénk, abban áll, hogyan fogták fel a zene egyik legalapvetőbb fogalmát, a hangközt.

A püthagoreusok szerint a hangköz *maga* számarány. Vagyis egy püthagoreus zenematematikus nem azt mondja, hogy például az oktáv a 2:1 számok arányának *felel meg* vagy ezektől a számoktól *függ*, hanem hogy az oktáv *maga* a 2:1 arány. Az arisztozenoszi elméletben ezzel szemben a hangköz nem más, mint a távolság két különböző hangmagasság között. Míg egy püthagoreus *musicus* számára például a 9:8 egészhangköz nem osztható fel két egyenlő félhangközre, mert nincsen olyan egész szám, amely eleget tenne annak a kívánalomnak, hogy a felosztással létrejövő két fél rész pontosan egyenlő, addig az Arisztozenosz-féle elméletben bármilyen hangköz, ugyanúgy, mint két pont

⁶⁴ Lásd Barker 1989, 245–269 (a jegyzetekben). Arisztozenosz zeneelméletéről lásd Gibson 2005 (a korábbi irodalom teljes áttekintésével).

⁶⁵ Lásd az 5. könyv fordításánál a jegyzetekben.

közötti távolság, természetes módon felosztható akár kettő, akár több pontosan egyenlő részre.

A két elmélet ráadásul nagyjából éppen egy időben, a Kr. e. 4–3. században formálódott írásba is foglalt zeneelméleti tudássá, és az antikvitásban végig egymás mellett élt. A lényeges különbség nem csak a módszer, hanem az elvi megközelítés is. A püthagoreusok a kozmoszban, így a zenében is létező princípiumként (*arkhé*ként) kutatták a számokat, a számarányokat, valamint az ezekkel elvégezhető műveleteket. (Platón belőlük táplálkozó filozófiai megközelítéséről följebb már volt szó.) Arisztoxenosz ezzel szemben nem a természetfilozófia kérdésével, hanem szaktudósként közelített, ő a hangzó zenét kívánta rendszerbe foglalni, vagyis ebben a (maibb) értelemben inkább ő tekinthető az első *igazi* zenetudósnak, és nem a püthagoreus *musicus*. Mindkét iskoláé a szó legteljesebb értelmében érvényes nézőpont, és Boethius híven tolmácsolja ezt *is*, jöllehet a főhangsúlyt a püthagoreus anyag egybeszerkesztésére helyezi (ezt tárgyalja a második és a harmadik könyvben, illetve a különösen izgalmas negyedik könyv is sok tekintetben innen merít, ha nem is mindenben). Arisztoxenoszra (a fennmaradt részben) elsősorban ott hivatkozik, ahol egy konkrét kérdést illetően, például a skálában a kvart felosztásában, az Arisztotelész-tanítvány tudós zeneelmélete gyökeresen eltér attól, amit a püthagoreusok állítanak.⁶⁶ Ez az egyik súlypontja a csonkán maradt ötödik könyvnek. De az ötödik könyv kézirati hagyományban fennmaradt tartalomjegyzékéből látható, hogy, mint már említettük, ugyanitt tárgyalta (volna) a Kr. u. 2. századi nagy matematikus, csillagász és földrajztudós Klaudiosz Ptolemaiosz zeneelméleti munkájából a püthagoreus anyaggal összevethető állításokat és megoldásokat is. Ptolemaiosz elmélete, bár közelebb áll a püthagoreusokéhoz, mint Arisztoxenoszéhoz, jelentős pontokban el is tér tőlük. (A könyvek tartalmáról a bővebb áttekintést lásd lejjebb.)

Vagyis az elveszett, vagy meg sem írt részek (könyvek) és a szövegben olvasható utalások ismét felvetik a kérdést, egyáltalán *mi mindent* tartalmazhat, vagy kellene, hogy tartalmazzon egy, a teljesség igényével

⁶⁶ 2.31, 3.1, 3.3, 5.3–4, 5.13, 5.16.

fellépő összefoglaló munka a görögök zenei gondolkodásáról. Boethiustól, ha tervezett is a fennmaradt műnél tágabb összefoglalást, nem az maradt fenn.

*

Az ókori, és főleg a késő ókori enciklopédikus tudományosság közegében feltehető a kérdés: lehet-e egyáltalán *mindent* összefoglalni – például a zenéről és a zenéről való gondolkodásról –, amit addig az elődök megalkottak. Talán az Arisztotelész-tanítványokhoz, Theophrasztozhoz és Arisztoksenoszhoz köthető a zeneelméleti traktátus műfajának kialakulása, amelyből jó néhány példány fenn is maradt a Kr. e. 4–3 századtól egészen a késő ókorig. Terjedelmük, tárgykörük, feltételezhető célközönségük is eltér egymástól. A hagyomány szerint, ha a tárgy a 'szűkebb' zeneelmélet, akkor a címében a *harmonika* vagy *harmoniké* szó szerepelt, ha tágabb perspektívával kívánt a szerző szólni a zenéről, akkor a *musziké*. Utóbbi esetben a zene, zenélés történeti, erkölcsi, filozófiai kérdései is szóba kerülnek. (Boethius művének címében, legalábbis a kézirati hagyomány szerint, benne van a *musica* szó, ám a megmaradt tartalom 95%-ban *harmonica*. Talán ezt az 'anomáliát' tükrözi, hogy például Prümi Regino majd *De harmonica institutione* címmel hivatkozik Boethius művére, lásd lejjebb.)

A görög Ariszteidész Quintilianus (Kr. u. 3 század vége?) célkitűzése, úgy tűnik, éppen ilyesmi lehetett, hogy a *De musicájában* (*Peri muzikész*) nemes egyszerűséggel mindent tárgyaljon, ami bármilyen szempontból összefoglalásra érdemes a zenéről felhalmozott addigi tudást és gondolkodást illetően. A *musziké* ugyanis, mint mondja (1.1), a többi tudomány (*episztémé*) számára nem csupán hasznos, de már-már ezek kiindulópontja és lényege (*arkhé*) és egyben végcélja (*telosz*). Előtte, jelenti ki, senki nem vitte véghez ezt a feladatot, és, tegyük hozzá, utána sem. Ez ugyanis rendkívüli terhet rak a szerző vállára. A legfőbb nehézséget valószínűleg nem az jelenthette, hogy a *muszikéről* szóló tudáseggyüttes a császárkorra igen sokrétű és szerteágazó volt, és így nagyon különböző területeken felmerült alapkérdésekre adott válaszokat és teóriákat kellett valamiféle logikus rendbe szerkeszteni. És még csak nem is azzal, amiről,

mint láttuk, Platón és a püthagoreusok, illetve az újplatonizmus és a császárkorban ennek ágaként azonosítható újpüthagoreizmus nyomdokain haladó Boethius is tud: a *musziké* a létező dolgok számokban megnyilvánuló esszenciájával is, valamint a lélek mibenlétével és működésével, a társadalom rendjével, sőt, a nevelés tudományával is összefügg.

Egy mindent átfogni kívánó értekezésnek *mindkét* tudományos megközelítést, a püthagoreus és az arisztozenoszi elméletet is tárgyalnia kell – és, mint láttuk és látni fogjuk, Boethius, ha csupán részben, de még a fennmaradt műben is eleget tett valamennyire ennek –, továbbá ki kell térnie a gyakorlatból megszülető elméleti kérdésekre is. A zenét tárgyaló szövegek ráadásul a Mediterráneum gazdag *musziké*-kultúráira, illetve ezek egymásra hatásaira is reflektáltak. A *muszikéről* való gondolkodást alapvetően határozta meg a személyes részvételen alapuló közösen átélt rituális performanszélményekben megnyilvánuló vallási és társadalmi tapasztalat, hiszen a *musziké* a görög kultúrában összművészetként születik meg: nyilvános előadásokon átélhető szöveg, ének, hangszer és tánc együttese. (Nincs forrásunk arról, hogy a Kr. e. 5. századot megelőzően létezett volna szöveg nélküli hangszeres, vagy szöveg nélkül énekelt *musziké*.)

Aki tehát azt a célt tűzi ki maga elé, hogy erről a „múzsai művészetről” (*musziké*) felhalmozódott tudás összességét gyűjti össze és rendszerezi, annak ezt a szerteágazó sokféleséget kell egységbe foglalnia, rendszereznie. Ariszteidész Quintilianus oldotta meg a legteljesebben ezt a feladatot – nagyrészt sikerrel. Művében a koncepció logikája találkozik a kivitelezés merészségével. Arra jön rá, hogy a tematikus tagolás hierarchikus struktúrájához mint rendező elvhez nemlineáris és nemfolytonos témakifejtési stratégiát érdemes illeszteni.

Ariszteidész a *muszikéről* szóló tudást két fő területre osztja: (I) elméletre (*theóretikon*) és (II) gyakorlatra (*praktikon*), utóbbiba sorolja a zenei nevelésről szóló ismereteket.⁶⁷ Az elméleti részt tovább osztja a (I.1) természetfilozófiai (*phüszikon*) és a (I.2) szakmai (*tekhnikon*) területre. A természetfilozófiai alá tartoznak a zenei princípiumok, a természetben megragadható zenei okok, a világ dolgaiban, a kozmoszban megnyilváná-

⁶⁷ A témák hierarchikus számozása nem Ariszteidészé!

nuló összhangzóságok, zenei rendszerek. Ez a terület két ágra bomlik: az egyikben (I.1.i) foglal helyet mindaz, ami a zenében „számokkal kapcsolatos” dolog (*arithmetikon*), és persze idetartozik a püthagoreus zeneelmélet is, minden mást (I.1.ii) az immár szűkebb értelemben a *phüszikon* alá sorolt. A hallható zene ‘szakmai’ (*tekhnikon*) része három területre tagolódik, ezek a (I.2.i) *harmonika* (a szó jelentését lásd följebb), a (I.2.ii) *rhüthmika* és a (I.2.iii) *metrika*. A gyakorlati (a zenei oktatást és nevelést magában foglaló) *musziké* egyik területe az (II.1) alkalmazott, vagyis a gyakorlatban (*khrészisz*) használatos tudás, mégpedig három részterülettel: a (II.1.i) dallamalkotástan (*melopoia*), a (II.1.ii) ritmusalkotástan (*rhüthmopoia*) és a (II.1.iii) zeneszerzés-költészet (*poiészisz*). A gyakorlati *musziké* másik ága az (II.2) ének-zenei előadásra tartozó tudás (*exangeltikon*), ezen belül a (II.2.i) hangszeres zene (*organikon*), a (II.2.ii) vokális (*ódikon*) és a (II.2.iii) színpadi-előadói (*hüpokritikon*), és „idetartoznak az adott dallamoknak megfelelő testmozdulatok is” – zárja le az egész zenetudomány (*pasza muziké*) felosztásának ismertetését Ariszteidész.

Ariszteidész hierarchikus felosztása:

Musziké (*tekhné*)

I. theóretikon (theória)

1. phüszikon

i. arithmetikon

ii. phüszikon

2. tekhnikon

i. harmonika

ii. rhütmika

iii. metrika

II. praktikon–paideutikon (praxisz)

1. khrészisz

i. melopoia

ii. rhüthmopoia

iii. poiészisz

2. exangeltikon

i. organikon

ii. ódikon

iii. hüpokritikon

A mű elején (1.5) az *egész muzsiké*tudomány (*pasza muziké*) részterületekre osztása nem csupán a rendszerezést szolgálja, hanem egyszerűsre mind biztos fogódzót is nyújt az olvasónak, és segít eligazodni: az *egész* (értsd: szerteágazó) tudásterületen belül melyik részterületen jár éppen.

Amikor Boethius tervbe vette a *Tanítás a zenéről* megírását, talán éppen Ariszteidész Quintilianus műve lebeghetett a szeme előtt: megpróbálhatna összefoglalni mindent, amit a görögök tudtak és gondoltak a *muzikéről*, ám, ha így is volt, kezdettől fogva ott kellett legyen a kétely: mivel ennek csupán része a quadriviumhoz tartozó *musica*, ebben a keretben nem mondható el minden. Boethius tehát, aki három területre osztotta fel az 'egész' *musicát*: *humana*, *mundana* és *instrumentalis* (lásd följebb), a felosztást a traktátusban később lényegében kénytelen volt figyelmen kívül hagyni.⁶⁸ A sors szeszélye folytán ez az összefoglalás végül, amely aztán majd a zeneelméleti hagyomány alapművének bizonyul a latin nyelvű keresztény középkor számára, egyedül az ariszteidészi felosztás I.1.i pontját tárgyalta kimerítőbben (és ebből is a ptolemaioszi elméletet csupán érintőlegesen), továbbá még egy keveset az I.2.i-ből, de innen is elmaradt végül a *zenei* megközelítésű (arisztozenoszi) zeneelmélet túlnyomó része. Csúpn érintőlegesen kerül szóba a Bevezetőben az I.1.ii (*phüszikon* – ebben foglalna helyet a *musica mundana*). Nem tárgyalja a teljes I.2.ii–iii-t (*rhütmika* és *metrika* – talán Augustinus műve miatt), valamint a *praxiszt* sem, jöllehet a Bevezetőben felidéz néhány közkeletű gondolatot Platónról a zene társadalmi, illetve nevelésben betöltött szerepéről. Így hát, amíg 1581-ben meg nem jelenik Vincenzo Galilei műve, a *Párbeszéd az antik és a modern zenéről* (*Dialogo della musica antica e della moderna*), addig lényegében a Boethius-féle *Tanítás a zenéről* jelentette a lényegében tel-

⁶⁸ Ariszteidész hatása kimutatható Martianus Capella művének (lásd följebb 20. és 27. jegyzet) zeneelméleti könyvében, lásd Grebe 1999, 32. Valószínű, hogy Boethius is ismerte Ariszteidész művét, de szövegszerű átvétel nem mutatható ki. Bár a középkori kéziratok hagyomány messze nem bizonyító erejű, feltűnő, hogy mindkét műben ábrák kísérik a hangok notációs jeleit (lásd Chadwick 1981, 83).

jes tudást az egész antik (görög) zeneelméletről. A görög zeneelméleti szövegek nyomtatásban először majd 1652-ben Marcus Meibom kiadásában válnak elérhetővé.⁶⁹

*

Boethius műve alapvető hatással volt a középkori zeneelméletre, olykor érdekes és termékeny félreértelmezésekkel. „A 9. századtól a *De institutione musica* számított a nyugati zeneelmélet legfontosabb alapvetésének, és a középkorban végig Boethius maradt minden valamirevaló zeneelméleti kérdésben az első számú tekintély.”⁷⁰ Különösen gazdag a boethiusi hanglejegyzés- és *modus*elmélet utóélete (de más példa is felhozható). Hatását itt csupán néhány példával igyekszem érzékeltetni.⁷¹

⁶⁹ Meibom 1652. A két kötet Arisztoxenosz, Psz.-Eukleidész, Nikomakhosz, Alüpiosz, Gaudentiosz, Bakkhiosz és Ariszteidész Quintilianus zeneelméleti traktátusát tartalmazta. Vö. Pöhlmann 2020b, 228.

⁷⁰ Palisca 1989, xiii.

⁷¹ Átfogó áttekintés a *musica* helyéről a középkori tudásrendszerben: Dyer 2007. Boethius hatásáról a középkori zeneelméletre: Pesce 2011 („The writer who unquestionably exerted the greatest influence on medieval theorists was Boethius,” 276); Ferguson 2008 („In the third section of the quadrivium [sc. medieval curriculum], music, Boethius’ *De institutione musica* was the text.”, 209); Rimple 2012 („Chief among the late-classic authorities cited in discussions of musical harmony by generations of medieval scholars was Anicius Manlius Severinus Boethius”, 448); Humphrey 2012; Caldwell 1981; White 1981; Moyer 2012. A 12. századi iskolai oktatásra gyakorolt hatása: Caiazzo 2020 (kül. 195–96). Rimple (2012) Boethiusnak az egész nyugati zeneelméletre gyakorolt alapvető hatását tárgyaló kitűnő tanulmányának harmadik részében tér ki a 20. századi, „pszeudo-boethiusi” zeneelméleti hatásra. Érdekesen világít rá a 20. század elejére jellemző organicizmusból, idealizmusból és formalizmusból is táplálkozó Heinrich Schenker-féle elméleti analízis boethiusi (és újplatonikus) gyökereire. A Schenker-féle *ideális zenei analízis* művelője a Boethius-féle igazi *musicus* modern megfelelője. A pszeudo-boethiusi zeneelmélet érdekes magyar vonatkozása Lendvai Ernő Bartók-analízise, melyet Rimple a schenkeri analízis jungiánus (túl)hajtásának mond, ebben foglal helyet mint ún. „neo-quadriviumi” alkalmazás az aranymetszés, illetve a Fibonacci-számsor. „Yet, even for Bartók’s works, Lendvai’s theory lacks biographical justification and partakes of suspicious methodology. Analyses of medieval music do not always attempt to rectify

A Saint-Amand-les-Eaux-i apátságban működő bencés szerzetes és zeneelmélet-író Hucbald (kb. 840–930) a Boethius-féle egyhúros elméleti segédeszközön, a *kanónon* vagy más néven *monokhordon* lineárisan ábrázolt geometriai osztópontokhoz hozzárendelt betűjeleket (A-tól P-ig) a húrok neveiként értelmezte, vagyis a csupán az áttekinthetőséget szolgáló boethiusi segédjeleket tulajdonképpen alfabetikus notációként használta.⁷² Boethiusból táplálkozik a középkorban kialakított terminológia is, de ismét csak átértelmezve: az egyházi zene a modális hangsorokhoz (dór, fríg, líd, mixolíd, eol, ión, lokriszi) a *Tanításból* ismert *tonosz/modus*-elméletben (4.13–17) szereplő görög népneveket vette át, de eltérő zenei tartalommal.⁷³ Rendre Boethiusra hivatkoznak a középkori zeneelmélet-írók, köztük a legnevesebbek, például Réôme-i Aurelianus (*Musica disciplina*, 9. sz.) vagy Prümi Regino (*De harmonica instituitone*, 9. sz.). De tekintélye a 15–16. században is úgyszólván sértetlen: például a kor egyik legjelentősebb zeneteoretikusa Franchino Gaffurio Boethiust tekinti az igazi és megkérdőjelezhetetlen forrásnak, vagy Heinrich Glarean Boethiusszal támasztja alá a *Dodekachordonban* (1547) kifejtett elméletet.⁷⁴

A középkori zenei traktátusokban igen sűrűn találkozhatunk Boethius *Tanításából* kölcsönzött szövegekkel vagy ezek parafrázisaival, a szerző nevét rendszerint meg sem említve, vagy éppen ellenkezőleg, az

this method according to medieval concepts of number, but when they do, they exceed Lendvai's efforts in this area by searching for equivalent (if sometimes unconvincing) ideas in medieval treatises.” (473) További 20. századi pseudo-boethiusi hatás, Rimple szerint, Paul Hindemith-nél a Boethius és a középkori arányelmélet inspirációjából számok segítségével levezetett tizenkétfokú skála. A zeneszerző nagy zeneelméleti műben (az 1942-es angol kiadás első kötetében a 3. fejezet elején) a boethiusi *musica mundana, humana* és *instrumentalis* kategóriáknak új, a 20. századi tudományos és kozmológiai elméletekkel koherens értelmet adva teszi kortárrá Boethiust („contemporizes Boethius”, 475). (Rimple nem említi, hogy Hindemith idéz is Boethiustól, latinul: a *musica instrumentalis* körülírását az 1. könyv 2. fejezetéből.)

⁷² Humphrey (2012, 131): „pre-solfegic notation”; lásd Palisca 2001; vö. Pesce 2011, 277.

⁷³ Lefferts, 2011, 242–243; Pesce 2011, 277.

⁷⁴ Ferguson 2008, 2010; vö. Bower 1989, xiii.

ő tekintélyére hivatkozva. Amikor például Regino úgy véli, hogy a különféle félhangközök tárgyalásával igen nehéz kérdésbe bonyolódott, így fogalmaz: „De ha akad valaki, aki eme igencsak mély és bonyolult probléma iránti érdeklődésében alaposabb kutatásra szánja el magát, olvassa el a sűrűn emlegetett Boethius *De harmonica institutione* című művének harmadik könyvében, mert amit ott talál, az nem csupán az érdeklődését elégítheti ki, de szellemi képességeit is bizvást próbára teheti.”⁷⁵

Még beszédesebb, amikor egy középkori szerző forrásközlése azért bizonyul tévesnek, mert Boethius tekintélyével helyettesíti a vélelmezett görög forrást. A *Thesaurus Musicarum Latinarum* szöveges adatbázisban,⁷⁶ amely a késő ókor és a 17. század között keletkezett latin nyelvű zeneelméleti műveket tartalmazza, a 9–11. századból (jelenleg elérhető) kb. 100 zeneelméleti értekezés mindegyike ismeri és kiaknázza Boethiust,⁷⁷ míg közel felük (38) név szerint hivatkozik Boethiusra, eközben például Platón neve mindössze hét műben fordul elő, és ezek többsége is Boethius Bevezetőjéből veszi át a hivatkozást a görög filozófusra.⁷⁸ Tournai-i Odo (9. szd.) neve alatt maradt fenn egy „zeneelméleti” értekezés a *rhythmimachia* vagy *rhythmomachia* néven ismert táblásjáték szabályairól (*Regulae de rhythmimachia*), amely kifejezetten a Boethius *De arithmetica*jából és a *De institutione musica*jából ismert arányfajták elméletére épül. Ebben az értekezésben találjuk azon kevés hely egyikét, ahol egy 9–11. század közötti ismeretlen szerző, elsőre úgy

⁷⁵ *De harmonica institutione* 17. Si quis vero tantae profunditatis ac perplexae subtilitatis curiosus investigator existit, legat saepe dicti Boetii tertium librum de harmonica Institutione, et ibi fortassis non solum ejus curiositati satisfaciet, verum etiam suum experiri poterit ingenium.

⁷⁶ *Thesaurus Musicarum Latinarum*, <https://chmtl.indiana.edu/tml/>

⁷⁷ Jeserich 2013, 155–252. A középkori zeneelméleti művekre gyakorolt alapvető hatásra a 18–19. századi szakirodalom is rámutatott: Gerbert 1784; Coussemaker 1864–76.

⁷⁸ Boethiust megnevezve hivatkoznak Platónra pl. a következő szerzők és művek: Anonymus: *Dulce ingenium*; Anonymus: *Alia musica*; Bernelinus: *Cita et vera divisio monochordi in diatonico genere*; Boethius nevének említése nélkül, de tőle kölcsönözve: Adelboldus: *Epistola cum tractatu de musica instrumentali humanaeque ac mundana*; Aribó: *Musica*; Regino Prumiensis: *De harmonica institutione*.

tűnik, nem Boethiust reciklálva említi Platón a forrásaként: a 256:243 arányú 256:243 félhangközt a régi püthagoreusok *dieszisznek*, Platón *leimmának* nevezte – írja.⁷⁹ Az egyetlen Platón-hely, ami szóba jöhetne, a *Timaios* 36b, de itt Platón nem nevezi meg a félhangközt, csupán a hangköz más szerzőktől ismert nevére etimológiai magyarázatot adó igét használja.⁸⁰ Valószínűbb tehát, hogy Ps.-Odo Platón-hivatkozásának is Boethius a forrása, mégpedig a *Tanítás* 2. könyvének 28. fejezete, ahol Boethius pontosan ezt írja: amit manapság félhangköznek nevezünk, azt a régiek *leimmának* vagy *dieszisznek* hívták. A Boethius műveiben alaposan elmélyedt szerző következtetése saját szempontjából logikusnak tűnik: a *régiek* nyilván Platón kellett hogy jelentse.

A Karoling udvarból kiindulva a kora középkori kolostorokban Boethius zeneelméletén nevelkedett tudós szerzetesek sorra írják püthagoreus indíttatású, számokkal operáló traktátusaikat, de a pontosan szabályozott szerzetesi élet keretében nap mint nap művelt és mélyen átélt zenéről jó ideig vagy nem tesznek fel, vagy ha feltesznek, nem írnak le az éneklési gyakorlathoz kapcsolódó *elméleti* kérdéseket.⁸¹ Amikor pedig elindul az éneklési gyakorlat kérdéseit tárgyaló zeneelméleti értekezések sora, a jelentős és nagy hatású, a szolmizációs rendszert megalkotó bencés szerzetes, Arezzói Guido (992–1050), aki nyilvánvalóan kulcsfontosságúnak tartotta az oktatást, *Epistola de ignoto cantu* című írásának utolsó mondatában mintegy mentegetőzve világosan meg is fogalmazza a ‘Boethius-problémát’: „Ha valakit ezek a kérdések mélyebben érdekelnek, vegye kézbe *Micrologus* című könyvecskémet, továbbá olvassa végig a nagytiszteletű Oddo apát ragyogó *Kézikönyvét* (*Enchiridion*), akitől egyedül a hangok ábráit nem vettem át, mivel ezek a tanuláshoz túl kicsik. Nem követtem ebben a tekintetben

⁷⁹ PL 133: 799.

⁸⁰ λείπων αὐτῶν ἐκάστου μόριον, τῆς τοῦ μορίου ταύτης διαστάσεως λειψίσεως („...minden esetben egy-egy részt még meghagyott. Ennek a megmaradt résznek mint intervallumnak...” ford. Bárány I.)

⁸¹ Beda Venerabilis (8. szd.) zenei vonatkozású szöveghelyei (vö. lejjebb 88. jegyzet) nem elméleti kérdéseket tárgyalnak, lásd Arbo–Arbo 2005, 267–268.

Boethiust, akinek a könyve énekesnek nem való, csakis filozófusnak.⁸² És talán az is boethiusi 'hiány' tünete, hogy a többszólamú éneklés szabályairól elsőként értekező *Musica Enchiriadis* (9. szd. vége) szerzője, miután rendszerezte a tetrakhordokba rendezett modulusokat, hangközszerkezetüket (számarányok nélkül!) és a hangközökben megragadható 'milyenségüket' (*qualitas*), egyszer csak felkiált, mintha valami mélyről fakadó érzelem hangja szólalna meg: de hogy egyes hangok miért képesek édes hangzást adva keveredni egymással, mások miért nem, az a legrejtettebbekben lakozó mélyebb isteni értelemre tartozik.⁸³ (De hiszen – vethetnénk a szerző szemére – Boethius, még ha röviden is, de éppen *ezt* magyarázta meg a bevezetőjében, amikor Platónra, a *Timaios*-szban leírt Világlélekre hivatkozik, háttérben az *éthosz*elmélettel.) Majd miután közli, hogy ismeri a régiek elméleteit a hangmagasságok és az emberi természetek kapcsolatairól, és tudja, hogy ezek a számokkal is összefüggnek, végül mégiscsak Boethiustól idéz, de a nevét nem említve, ráadásul úgy idéz, hogy az ottani jelentést éppen az ellenkezőjére fordítja: „De hogy a zenének mi módon lehet oly nagy közössége és társassága a lelkünkkel, azt, még ha tudjuk is, *hogy mi magunk is ennek hasonlatosságára vagyunk megalkotva, mégsem* vagyunk képesek világosan megmagyarázni.”⁸⁴ Műve utolsó mondatában végül mégiscsak megnevezi a zeneelméleti tudás legfőbb forrását: „A zene elméletének

⁸² Qui autem curiosus fuerit, libellum nostrum, cui nomen Micrologus est, quaerat; librum quoque Enchiridion, quem reverentissimus Oddo abbas luculentissime composuit, perlegat, cujus exemplum in solis figuris sonorum dimisi, quia parvulis condescendi. Boetium in hoc non sequens, cujus liber non cantoribus, sed solis philosophis utilis est. PL 141, 432. Vö. Caiazzo 2020, 195.

⁸³ Cur namque aliqua tam dulci ad invicem commistione consentiant, alii vero soni sibi misceri nolentes insuaviter discrepent, profundioris divinaeque est rationis, et in aliquibus inter abditissima naturae latentis. (*Musica Enchiriadis* 18, PL 132:981)

⁸⁴ A kiemelt rész az idézet Boethius-féle bevezetésből, lásd feljebb, illetve a fordításban. Quomodo vero tantam cum animis nostris musica commutationem et societatem habeat, etsi scimus, quadam nos similitudine cum illa compactos, edicere ad liquidum non valemus. (*Musica Enchiriadis* 19, PL 132:982). Vö. Boethius: *De inst. mus.* 1.1: [N]os quoque ipsos eadem similitudine compactos esse cognoscimus.

(*musicae rationis*) sok csodáját a legkiválóbb szerző Boethius tárta fel a számok okításával mindent szabatosan alátámasztva.⁸⁵ Vagyis az értekezést hitelesíteni hivatott pecsét, a hivatkozás a nagy tekintélyű elődre, mintha önmaga ellen fordulna, és talán nem is véletlenül, hiszen a *Musica Enchiridis* szerzője, amikor följebb név nélkül idézi Boethiust, tulajdonképpen vitába száll vele: a végső ok a lélek zenei arányokban rejlő hasonlatosságára szerinte nem a platóni Démiurgosz és a Világlélek, hanem Isten.

A boethiusi *De institutione musica* tekintélyét és hatását mutatja, hogy a középkori zeneelméleti műveket tartalmazó kéziratok folyamatosan frissülő adatbázisa, a *Lexicon musicum Latinum medii aevi* (*LmL*) jelenleg 174, a teljes művet vagy részletét tartalmazó kéziratot tart nyilván,⁸⁶ közülük a legkorábbiak a 9. század második felében készültek, többségükben Észak-Franciaországban, innen terjedhettek a következő évszázadokban a mai Németország, Anglia, majd Észak-Itália, Katalónia területén működő kolostorokba.⁸⁷ A 6–7. században írt zeneelméleti szövegekből mégsem igazolható, hogy felhasználták volna a *De institutione musicát*. Sem a Boethius életéről és műveiről számos tény

⁸⁵ Pandit multa musicae artis miracula praestantissimus auctor Boetius, magisterio numerorum enucleatim cuncta comprobans. (*Musica Enchiridis* 19, PL 132:982)

⁸⁶ Lásd: <https://lml.badw.de> (az adatbázis szerkesztője: Christian Meyer). A kéziratokról részletesebb adatok, illetve a sztemmák: BB IV, 1–60; Meyer 2003. A zezgedi Somogyi-könyvtár őriz egy 11. századi kéziratból származó *bifoliumot*, amely két részletet tartalmaz a *Tánításból* (2.31–3.1 és 3.16–4.2), lásd Vikárius 1990, vö. BB IV, 52–53. (A lapokat Keveházi Katalin találta meg egy ferences krónika kötéstáblájában.) További magyar vonatkozás egy 10. századi kódex (ma Bécsben: ÖNB Cod. 55, fol. 93r–167r), melyet a budai domonkos Studium generalében használtak a 15. században, lásd Vikárius 1990, 246.

⁸⁷ Lásd pl. Meyer 2005, 12–13. Bower (1988) a mű terjedéséhez is ad adatokat: a teljes műveket tartalmazó kéziratok száma: 9. század (11), 10. század (19), 11. század (29), 12. század (39), vagyis az *ars antiqua* korszaka jelenti a csúcst, míg az *ars nova* csökkenést eredményez: 13. század (11), 14. század (11), 15. század (17). A *De institutione musica* első nyomtatott kiadása: Velence (1491), ez az egyik első nyomtatásban megjelent zeneelméleti traktátus, a kritikai kiadás H. Glarean (1546). Vö. Pöhlmann 2020d [2016], 98 (továbbra is 137 kéziratot említve, mint Bower 1988-ban).

és adatot, valamint Theodorik Boethiushoz írt leveleit is közlő kortárs, a császári udvarban a *magister officiorum* hivatalt éppen Boethius után betöltő Cassiodorus (kb. 480–575), aki maga is tárgyalta a *quadriviumot* az *Institutiones* második könyvében (*De musica*: 2.5), sem Sevil-lai Isidorus (kb. 570–636) az *Etymologiae* zenéről szóló fejezeteiben (3.15–23).⁸⁸

Boethius, mindenekelőtt a *Filozófia vizsgálása* hatása sokak mellett például Dante és Chaucer költészetére, vagy a középkori skolasztikára, illetve e hatás humanista kritikájára alaposan tárgyalt téma, a bölcséleti és teológiai művek recepciótörténete szerteágazó.⁸⁹ De a *Tanítás a zenéről* sem csupán a zenei oktatásban, illetve mint quadriviumrész volt tananyag egészen a 17/18. századig.⁹⁰ Az újabb kutatás szoros kapcsolódási pontokat mutatott ki a Boethius-féle harmónia- és arányelmélet, illetve az általa közvetített platóni és ptolemaioszi elképzelések és az *Isteni színjáték* szövegépitménye között, amelyből mint kilátópontból láthatóvá válik a költemény zeneileg és matematikailag aprólékos el-

⁸⁸ A viszonylag gyér adatokról a hatástörténet 8. századtól a 9. század köze-péig terjedő időszakához lásd Bower 1998. Eleinte ezek a *De inst. mus.* példányait dokumentáló bejegyzésekre szorítkoznak Nagy Károly udvarában, illetve kolos-tori könyvtárakban kb. 860-ig. A 9. század végére datálható legkorábbi tizenegy kézirat tanúsítja, hogy ekkorra tehető a mű intenzívebb terjedése (Bower uo, ill. följből 87. jegyzet). Az utóbbi időkig 9. századi Boethius-testimoniumnak tar-tották a Beda Venerabilisnek tulajdonított *Musica theorica* című traktátust, nem-régiben meggyőző igazolást nyert, hogy valójában nem más, mint a *De institu-tione musicához* fűzött szkholion-gyűjtemény, valószínűleg a 13. századból, lásd Arbo–Arbo 2005.

⁸⁹ A *Paradicsom* 10. énekében a nyolcadik tudós Boethius, aki „látja a Jót, ör-vendezik | ott benn a lélek, aki fölfedi | (csak olvasd jól), hogy álnok a világ.” (ford. Nádasdy Ádám), és akit a szakirodalom a Dantéra szellemi hatást gyakorló legfontosabb szerzők között tart számon: lásd pl. Ruud 2008, 398–399 (továbbá *passim*); Ledda 2019, 37–42. Chaucerhez, aki lefordította *A Filozófia vizsgálá-sát*, lásd pl. Rossignol 2006, 29–33 (továbbá *passim*). Nem meglepő, hiszen *A Fi-lozófia vizsgálása* évszázadokig az egyik legnagyobb becsben álló latin szöveg volt, tudunk ófelnémet, olasz, spanyol, francia, görög, angolszász és angol fordítá-sáról (utóbbi I. Erzsébet királynőtől).

⁹⁰ Rand (1929, 147): Oxfordban a 18. századig tananyag volt a *De institutione musica*.

tervezettsége, háttérben a *musica mundana, humana* és *instrumentalis* boethiusi felosztás gondolatával.⁹¹ És talán a *Paradicsomban* sem olvashatnánk a szférák zenéjének isteni nagyszerűségéről, ha a Boethius-féle *musica mundana*-gondolat kanonizálásával az őt követő középkori keresztény tudósok nem rehabilitálták volna a Macrobius kommentárjában hagyományozódott Cicero-féle *Scipio álmából* ismert püthagoreus-újplatonikus elképzelést a világmindenséget alkotó, körben forgó gömbök, avagy szférák *földöntúli* muzsikájáról, amelyet a korai egyházatyák vagy erős kritikával kezeltek, vagy mint pogány fantazmagóriát elvetettek.⁹² A világmindenség muzsikájára és zenei struktúrájára a rácsodálkozás zsigeri élményét annak *személyes hangvételű* megosztása teheti legalább valamennyire átélhetővé a mindenkori olvasó számára, és így válik a párbeszédben megjelenítés e rendkívül élmény megosztásának szinte kötelező formájává az irodalomban. A halottaiból feltámadt pamphüliai katona, Ér, saját maga osztotta meg *valakikkel* az élményt, melyről Szókratész mondja el *valakinek*, hogy ő maga mondta el a minap az Athénhez közeli Peiraieuszban a Polemarkhosz házában összegyűlt vendégeknek. Az ifjabb Scipio saját 20 évvel korábbi álmát meséli el vendégeinek Róma közeli villájában. Filozófia, a női beszélgetőtárs a börtönben Boethiusnak énekel erről az élményről és tudásról. És minden bizonnyal közrejátszhatott a *Tanítás a zenéről* szellemi hatása, illetve közismert mivolta a színpadi pillanatban is, amikor egy csodálatos, holdvilágos éjszakán a Velencéhez közeli mesés nevű Belmontban Lorenzo csodálkozik rá az Égboltra, és osztja meg Jessicával a nem hallható nagyszerű zene élményét és tudását.⁹³

*

⁹¹ Lásd Adoyo 2018.

⁹² Lásd Ciabattoni 2022, vö. 1. könyv 55. és 159. jegyzet.

⁹³ Platón: *Állam* 616c–617d; Cicero: *Scipio álma* (*Az állam*) 6.17–18; Boethius: *A Filozófia vigasztalása* 3m.9.15–17: „S ez, mialatt kettős karikába hasítva) magában | Körbekering, ama végtelen ész mentén is utat tesz, | S elfordítja az ég gömbjét is, ahogy maga fordul” (ford. Hegyi György, vö. följebb, ill. 33. jegyzet); Shakespeare: *Velencei kalmár* 5. felv. 1. szín: „Nézd, arany köröcskék | Sűrűn borítják a menny boltozatját: | S nem láthatsz ott oly kicsi csillagot, | Mely, míg mozog, ne zengne, mint egy angyal, | A csillószemű kerubok karában. | A nem-

A *Tanítás a zenéről* első könyve a fogadtatástörténetben kiemelkedő fontosságú két bevezető fejezet (1.1–2) után nagy vonalakban tekint át a püthagoreus zeneelméletet. Az első könyvben kitapintható a didaktikai szándék: az az olvasó is kapjon legalább valamennyire teljes körű ismeretet, akinek netán terhére van a matematikai anyaggal terhelt második és harmadik könyv alapos áttanulmányozása. A hang mozgásból keletkezik, a mozgás sebesség, vagyis mennyiségekkel, ebből következőleg számokkal határozható meg (1.3). A számok viszonyait a számarányok adják, ezeknek milyen fajtái vannak, mely arányok a konszonanciák, melyek nem? Annak eldöntésében, hogy valami konszonancia-e vagy sem, milyen szerepet kaphat a hallás-érzék, és milyet az értelem (1.4–11)? Ebbe a fejtegetésbe élkeződik be a híres anekdota: hogyan fedezte fel Püthagorasz egy kovácsműhely mellett sétálva a konszonanciák számait, illetve milyen további kísérletekkel igazolták a későbbi püthagoreusok ugyanezt a felfedezést (1.10–11).⁹⁴ A hangfajták (beszéd- és zenei hang), illetve a hallás működésének rövid ismertetése (1.12–14) után következik a zenematematikai törzsanyag rövidített, kézikönyvszerű változata: melyik hangköznek melyik számarány felel meg, melyik hangköz milyen kisebb hangközből, illetve számarányokból szerkeszthető meg (1.15–19), majd a zenei rendszereket alkotó hangok, azaz húrok pozíciójának

muló lelkek összhanga ez. | De míg ez a veszendő sárgunya | Takarja durván, addig meg se halljuk.” (ford. Vas István)

⁹⁴Lásd első könyv 105. jegyzet. A hagyomány szerint Vincenzo Galilei volt az ‘első’, akinek, mikor elolvasta a Püthagorasz-anekdotát a kovácsműhelyről, az olvasottak annyira felkeltették a kíváncsiságát, hogy megismételte a Boethius által leírt fizikai kísérleteket, és így jött rá, hogy a kísérletek többsége nem fedi a valóságot. Ez azonban nem csüggesztette el, hanem éppen ellenkezőleg, újabb, a húrokkal végzett akusztikai kísérletekre sarkallta. Ezek a kísérletek adták a mintát az ifjú Galileónak, hogy a pisai székesegyházban különböző hosszúságú függesztékeken lengő lámpák mozgását megfigyelve végezze el a híres kísérleteit, amelyek amellet, hogy a fizika tudományában alapvető felismerésre vezettek, mellesleg az óragyártást is forradalmasították. Az anekdota Boethius korabeli jelentősége mellett azt is hivatott illusztrálni, hogy a kísérletező tudomány a legkorábbi időkig visszavezethető. Boethius zeneelméleti munkájának szellemi hatása meglepő távolságokig mehet el. Vö. Pöhlmann 2020b, 228.

és elnevezésének, illetve a rendszerekben elfoglalt helyeinek megértéséhez szükséges a genoszok és a *tetrakbordok* kapcsolódásainak áttekintése (1.20–25). Az 1.26 fejezet érdekes, a görög zeneelmélettől egy pillantra elszakadó ‘lábjegyzet’: megtudjuk, hogy korábban egy bizonyos Albinus már átültette latin nyelvre a görög zenelméleti elnevezéseket, de Boethius ezt figyelmen kívül hagyva – akárcsak elődei, illetve ahogyan az ő nyomán a latin nyelvű zeneelméleti irodalom későbbi szerzői egytől egyig – megtartja a latin szövegben a görög neveket. A propedeutikus első könyvet a püthagoreusok legfontosabb állításainak rövid áttekintése (az égitestek zenei rendszere, a konszonzanciák mibenléte és definíciója, keletkezésük módja és rangsoruk, 1.27–32), illetve a Bevezetőhöz hasonlóan az utókorra igen nagy hatást gyakorolt két zárófejezet (1.33–34) követi a *musica* hármaskvintkonosztásáról, valamint a *görög* szó igazi értelmében vett *musicus*ról, azaz a számokkal megragadható zenei jelenségek tudósáról, akinek kutatási területe a quadriviumban helyet foglaló *musica*.⁹⁵

A **második könyv** rövid püthagoreus beállítottságú tudományelméleti bevezetése (2.1–3) után immár részletesen (a mai olvasónak talán túlságosan is részletesen) tárgyalja a zenematematikához nélkülözhetetlen arányelmélet alapjait: az arányfajtákat, illetve olyasféle számolási eljárásokat, amelyekkel a különféle, a zeneelmélet számára fontos arányosságok könnyen előállíthatók (2.4–11). Ezután következik a *közeppek elmélete*, külön hangsúlyt helyezve a harmonikus középre (2.12–17), majd az eddig bizonyított eredmények alkalmazása a konszonzanciákra, illetve a belőlük megszerkeszthető további hangközökre (2.18–26). Ezekben a fejezetekben jól érzékelhető tendencia, hogy a püthagoreus

⁹⁵ Vö. PM 1144d, Ritoók (1982, 533, 226. jegyzet) megjegyzése ehhez a helyhez: „Az itt kifejtett felfogásnak felel meg a Bellermann-féle Anonymusban (12) olvasható meghatározás: Muzsikus az, aki jártas a tökéletes dallamban, és képes azt, ami illő, pontosan megfigyelni és megítélni.” Pesce (2011, 277) szerint a középkori zeneelmélet-írók nagyobb része elfogadta az így felfogott *musicus* kiemelt státuszát (az énekesekéhez, kántorokéhoz képest), de volt, aki vitatta.

zeneelmélet kiemelt fontosságot tulajdonított annak, hogy megindokolja: miért csakis bizonyos arányfajták közül kerülhetnek ki a konszónanciák. A két, egymástól eltérő zeneelméleti felfogásról az itt följebb említettek alapján is érthető, miért kap külön fejezetet (2.27) a tétel, mely szerint (a püthagoreus zeneelméletben!) az oktáv+kvart (a 8:3) nem konszónancia, illetve a szerző már itt közli, hogy később (az ötödik könyvben) kitér majd arra is, hogy ebben a kérdésben Ptolemaiosz nem ért egyet a püthagoreusokkal, és hogy miért. A második könyv zárófejezetei (2.28–31) a püthagoreus félhangközöket tárgyalják, nagy hangsúlyt fektetve az ebben a zeneelméleti felfogásban alapvető fontosságú tételre: az egészhangköz nem osztható fel két egyenlő félhangközre. Itt kerül szóba először az ún. püthagoraszi *komma*, az a mikrohangköz, amellyel az egymás mellé helyezett hat *tiszta* – vagyis a 3:2 kvint és a 4:3 kvart különbségeként adódó 9:8-os – egészhangköz nagyobb egy oktávnál. A *komma* legkisebb (!) határszámait (531441:524288) is innen tanulhatja meg az olvasó, valamint arról is értesülhet, hogy Arisztoksenosz az oktávot és az egészhangközt is egészen másképpen osztja részekre, mint a püthagoreusok, de erről is, mondja, majd később fog értekezni (az ötödik könyvben).

A **harmadik könyv** a püthagoreus zeneelméleti tudásból a haladóknak szánt anyagot tartalmazza: az egészhangköznel kisebb hangközök kalkulását, illetve az ezek alapjául szolgáló általános tételek bizonyításait. Döntő jelentőségű a matematikai megalapozást adó kiindulópont: a többletrészes arányfajta általánosságban is igaz, hogy az ebbe tartozó arányok egyikét sem lehet két egyenlő részre felosztani (3.1). Ennek következményeként értékelhető, hogy a szintén többletrészes 9:8, vagyis minden skálában kulcsszerepet kapó, a kvint és a kvart különbségeként definiált egészhangköz sem osztható fel két egyenlő félhangközre. A harmadik könyvben Boethius többször is megemlíti, hogy egy-egy állítást a püthagoreusok Arisztoksenossal szemben fogalmaztak meg és bizonyítottak be. Érdeemes felfigyelnünk arra is, hogy Boethius itt nem azt mondja, hogy Arisztoksenosz elmélete helytelen, sem hogy amit Arisztoksenosz állít, tévedés, hanem csupán annyit mond, hogy a hangközökről alkotott két felfogás, Arisztoksenoszé és a püthagoreusoké, nem

összeegyeztethető egymással.⁹⁶ Nagy értéke tehát a harmadik könyvnek (és az egész műnek is), hogy végig a figyelem látóterében tartja a másik zeneelméleti ‘világképet’, amely nem törődik a számarányokkal – ezzel is emlékeztetve az olvasót, hogy amit a püthagoreusok a félhangközökről, illetve az ennél még kisebb hangközökről állítottak, és nagy invencióval be is bizonyítottak, az a másik zeneelméleti felfogásban irreleváns. A harmadik könyv mindeközben értékes információkat, köztük hitelesnek tekintett töredékeket őrzött meg a ‘rég’, vagyis Kr. e. 5–4. századi püthagoreus zeneelmélet-íróktól, Philolaosztól (3.5) és Arkhütasztól (3.11).⁹⁷ Érdekes mozzanat, hogy az ún. többletrészes arányok természetes sajátosságáról szóló bizonyításból két püthagoreus változatot is ismertet, kiegészítve annak indokolásával, miért szorul pontosításra a korábbi, vagyis Arkhütaszé (3,1, 3.11). Az egészhangköznel kisebb hangközök (*dieszisz*, *apotomé*, *szkhiszma*, *diaszkhiszma*, *komma*, *fél-komma*) kalkulusa triviális módon implikálja ezek részekre bontását, a részek definiálását, számértékeik meghatározását, konszonanciák segítségével történő megszerkesztését, e hangközök egymáshoz, illetve a nagyobb hangközökhöz képesti viszonyainak tárgyalását (3.8). A harmadik könyv egyik kiemelt témája (3.6–7, 3.12–16), miután a második könyv gondolatmenete éppen erre futott ki, a *komma* mibenlétének és tulajdonságainak ismertetése, valamint megszerkesztése, kiszámítása, és azoknak az állításoknak a bizonyítása, melyek szerint bizonyos alapvető és összetett hangközök közötti mikrohangköznyi különbség mértéke éppen ez a *komma*. Tudománytörténeti, sőt, akár tudományfilozófiai érdekesség egy szakirodalomban régóta számontartott, úgymond ‘hibás’ matematikai lépés értelmezése (3.14, erről bővebben lásd ott, jegyzetben). Figyelemre méltó, hogy a mindössze 16 fejezetből álló könyv több különböző forrásra hivatkozik, kritikai megközelítéssel, továbbá a szándék, hogy több nézet is megjelenjen. Indokolatlannak tűnik tehát (ui.

⁹⁶ A szakirodalomban számos helyen visszaköszönő szcenárió az antik görög zeneelméletet a két iskola, a püthagoreus és az arisztozenoszi közötti *vitának* láttatja.

⁹⁷ Lásd ott a jegyzeteket. A korai püthagoreus zeneelméleti töredékek hatása Platón műveiben is kimutatható, lásd Burnyeat 2000.

ez közkeletű nézetnek számít még ma is) elvitatni Boethiustól a tudósi erényt, hogy öntörvényűen képes kezelni és rendszerezni a görög és latin forrásait pusztán azon az alapon, hogy az aritmetikai műben kétségtelenül nagyrészt a Nikomakhosz-traktátust ülteti át latinra. Nem kizárt persze, hogy a *Tanítás a zenéről* is lényegében Nikomakhosz-fordítás, de mivel a görög tudós műve elveszett, ez csupán feltételezés maradhat. A ránk maradt Boethius-mű felépítése, megszerkesztettsége és utalás-rendszere mindenesetre nagyfokú önállóságot mutat.⁹⁸

Míg a harmadik könyv a 'püthagoreus zenematematika – haladók számára', a **negyedik könyv** a püthagoreus zeneelmélet fő attrakciója, teória és praxis szintézise: a mérőléces monokhord, az ún. *kanón* beosztása.⁹⁹ A tudás, hogy a hangközök számarányok, amelyekkel tehát műveletek végezhetőek, amikor átkerül zenei kontextusba, természetes módon tűzi ki a megoldandó feladatot, amely ekkor már nem tisztán elméleti konstrukció vagy a számoknak különleges jelentőséget tulajdonító filozófiai gondolat, hanem a görög zenében használt hangrendszer *összes* hangját egyesítő úgynevezett *változtathatatlan teljes rendszer* minden egyes hangjának 'megszerkesztése' a mérőléccel felszerelt monokhordon. A negyedik könyv felépítése ezt szem előtt tartva tagolódik négy részre. Az első két fejezet (4.1–2) az Eukleidész neve alatt fennmaradt és a fenti feladatot, ha nem is teljességgel, de elsőként és elviekben megoldó *Sectio canónis*¹⁰⁰ első kilenc tételét adja vissza latin nyelven,

⁹⁸ Bower (1978, 1989) nyomán többnyire elfogadott volt, hogy a *De institutione musica* első négy könyvében Boethius Nikomakhoszt követi szorosan, és a tervezett további három könyvben Ptolemaioszt szándékozott hasonló módon átültetni latinra. Mások, először talán Potiron (1961), majd Caldwell (1981), valamint például Zanoncelli (1996) szerint Boethius zeneelméleti munkája öntörvényű, kritikai érzékről és gondos szerkesztői koncepcióról tanúskodik. Vö. Kárpáti 1987b, 1991, lásd még Panti 2020, 451.

⁹⁹ Lásd 1. könyv 107. jegyzet, illetve az ott hivatkozott további jegyzeteket és szakirodalmat, valamint lásd 4. könyv 28. jegyzet, 5. könyv 8. jegyzet.

¹⁰⁰ A *Sectio* eukleidészi szerzősége vitatott, lásd pl. Barker 1989, 190; uő. 2020, 268, vö. Barbera 1984a. A püthagoreus szerző, nevezzük Pszeudo-Eukleidésznek, bizonyosan ismerte Eukleidész és Arkhütaasz műveit (vö. Barker 1989, 191).

éspedig Eukleidész matematikai alapozó művéből, az *Elemek*ből ismert deduktív bizonyítási eljárással. Kiderül: ez a módszer a kanón beosztásához is megfelelő elméleti alapozást ad. De még mielőtt rátérne a részletes beosztás magyarázatára, az érthetőséget és a követhetőséget mindig szem előtt tartó Boethius váratlan fordulattal előbb felsorolja a hangrendszer összes hangjának a hanglejegyzésben használt alfabetikus jeleit (4.3–4).¹⁰¹ Az ötlet azért tűnik ma meglepőnek, mert nincs példa a görög zeneelméletből olyan tárgyalásra, amely egyesíti a kanónbeosztást a hanglejegyzés, a notáció problémájával. A könyv törzs része a monokhord felosztása (4.5–11), valamint az imént levezetett és az ábrákon notációs jelekkel is szemléltetett rendszer kvantitatív és kvalitatív elemzése és értékelése, az álló- és mozgóhangok fogalmának, illetve gyakorlatának magyarázatával együtt (4.12–13). Ahogyan későbbi korok zenei gondolkodására az első könyvet bevezető és a könyvet lezáró két utolsó fejezet, úgy a középkori zeneelméleti szakirodalomra talán a negyedik könyv végén sorakozó három fejezet (4.14–17) gyakorolta a legnagyobb hatást.¹⁰² Ezekben ugyanis Boethius az úgynevezett *tonoszok* vagy (latin nevén) *modusok* elméletének összefoglalását adja. A negyedik könyvet lezáró utolsó fejezet (4.18) szintén némileg váratlan fordulattal szolgál. A zenéről való gondolkodást mindeddig tisztán a ráció ítéletére bízó, a nem hallhatót a hallható zene elébe helyező szerző itt a modern hangológép funkcióját betöltő szerkezetet mutat be, amelynek segítségével fizikai hosszúságméréssel, vagyis *elméleti pontossággal* lehet a kívánt hangközöket megszólaltatni – egyetlen húron. A negyedik könyv zárófejezete mindamelllett szerkesztői tudatosságról árulkodik: az itt precízen leírt *magadisiz* nevű eszköz leírásának forrása Ptolemaiosz *Harmonika* című műve, ahogyan a csonkán maradt ötödik könyvnek is. De Boethius mégsem pontosan ugyanazt a *magadisizt*

¹⁰¹ Hanglejegyzésjeleket a görög zeneelméletírók közül a következők használtak: Ariszteidész Quintilianus, Gaudentiosz, Alüpiosz, Bakkhiosz és az ún. Bellermann-féle névtelen szerzők. A jeleket táblázatokba rendezték *tonosz* szerint (ezek a táblázatok erősen megsínylették a kézirati hagyományt). Úgy tűnik, ez a 3. századtól jött szokásba, egy-két korábbi adat is van ilyesfajta notációs táblázatra, lásd West 1992a, 272.

¹⁰² Lásd följebb 72–73. jegyzet.

írja le, mint amelyet Ptolemaiosz. Az eltérések, mint máshol, legalább annyira érdekesek, mint az azonosságok (a részleteket lásd ott a jegyzetekben).

Érdemes külön is szólni, röviden, a negyedik könyvben ismertetett *tonosz*elméletről (4.15–17).¹⁰³ A *Tanítás*nak ez a három fejezete olyan rendszert őrzött meg, amely görög forrásból nem ismert. A kiindulópont azonos Ptolemaioszéval: a hét ún. oktáv fajta. De Boethius itt nem hivatkozik a görög szerzőre, ellentétben számos más hellyel. Minden bizonnyal nem feledékenységből, vagy hogy a forrását homályban tartsa, hiszen Boethius, ahol csak lehet, előszeretettel hivatkozik a görög zeneelmélet-írókra, köztük számos alkalommal Ptolemaioszra, akit 20-szor említ meg a szövegben és 17-szer fejezetcímbe.¹⁰⁴ Itt amiatt hagyhatta el a hivatkozást a forrásra, mert amit leír, lényeges ponton eltér a görög tudósétól. Elképzelhető, hogy Boethius itt, ahogyan utal is erre (*ab antiquis tradita*), egy Ptolemaioszénál és Nikomakhoszénál korábbi *tonosz*rendszert őrzött meg. Stefan Hagel véleménye szerint ennek gyökerei visszanyúlhatnak akár Arisztoksenosz idejéig, és ez esetben az ő tizenhárom *tonosz*ával rivális, hét skálára megalkotott notációs rendszer lenyomata lenne. Erre utal az is, hogy a későbbi forrásokból ismert, tizenöt tonoszra kalibrált notációs rendszernek éppen ez a hét skála lejegyzésére szolgáló szegmense a legrégebb.¹⁰⁵

Az **ötödik könyv** vagy afféle függelék vagy bővítmény: komparatív *harmonika* – Ptolemaiosztól átvéve. A negyedik végén kinyitott új ablak új kilátópontból engedi látni és láttatni a zeneelméletről addig elmondottakat. A *magadisszal* megoldható probléma általánosabb kérdést vet fel: összeegyeztethető-e egymással, és ha igen, hogyan és milyen mértékben, a zenéről alkotott elméletekben elmélet és érzékelés? Megfelelő együttműködésre buzdítható-e az ész és a fül? A korszakvégi

¹⁰³ Lásd Hagel 2009, 98–102.

¹⁰⁴ Boethius a következő görög szerzőket említi meg név szerint, akik zenéről (is) írtak: Philolaosz, Arkhütasz, Hipposzosz, Platón, Arisztoksenosz, Ebulidész, Nikomakhosz, Ptolemaiosz.

¹⁰⁵ Lásd 4. könyv 46. jegyzet.

összefoglalási szándék is arra intheti szerzőt: szélesebb a görög zeneelmélet annál, mint amit a püthagoreusok kifejtettek és leírtak. Ezt a problémát feszegeti az ötödik könyv három bevezető fejezete (5.1–3). A tárgyaláshoz a keretet itt Ptolemaiosz adja, aki a *Harmonikában* a *harmoniké dűnamisz* mibenlétét igyekezett meghatározni. A fogalom (ma magyarra is és persze akkor latinra is) nehezen fordítható, jelentése magában foglalja a következő kérdéseket: mi a *harmonikatudomány* tárgya, hatóköre, önmagában miben, illetve milyen kognitív segédeszközök használatában ragadható meg ennek a szaktudománynak az ‘ereje’, hogyan használja helyesen a tudós ezeket az eszközöket. Boethius ezt a részt is nagyrészt Ptolemaiosztól veszi át, de egyes hangsúlyokat máshová helyez: az ő felfogásában egy árnyalattal nagyobb szerepet kap az érzékelés. Ha Ptolemaiosz, legalábbis a közkeletű vélekedés szerint, a püthagoreusok és Arisztoxenosz között levő távolságot tekintve közelebb van a püthagoreusokhoz,¹⁰⁶ akkor Boethius még egy kis lépéssel távolít tőlük, jöllehet persze továbbra is hozzájuk marad közelebb. Az ötödik könyv bevezetőjében olvassuk: „[A] harmóniatani képesség is két összetevőre támaszkodhat az ítéletalkotásban. Az egyik az, amelyik az érzékelés segítségével felfogja az elébe kerülő hangok különbségeit, a másik, amellyel ezeknek a különbségeknek a pontos mértékét és méretét mérlegeli.” Az ész marad a legfőbb mérce, de a fül nélkül nem juthat el a kívánt célhoz. Ezt az új perspektívát vázolja fel, Ptolemaioszt követve, az ötödik könyv első három fejezete.

Ez vezet át a följebb komparatív *harmonikának* nevezett részhez (5.3–19). A nézőpont (ugyancsak Ptolemaiosztól átvéve) végig megmarad az összevetésnél: mit mondanak egyes kérdésekről a püthagoreusok, mit Arisztoxenosz, és mit Ptolemaiosz. Így például a hang-

¹⁰⁶ Vö. pl. Chadwick 1981, 100–101: „a *via media* between Pythagoreans and Aristoxenians: ‘nothing in reason can be in contradiction to the ears’, and vice versa (Ptolemy i, 2 = Boethius v, 3). At iv, 18 Boethius must surely be following Ptolemy in admitting the very Aristoxenian dictum that the ear is able to judge of consonances without the least hesitation. The theme appears as early as iii, 10 (*sőt, már az 1.33-ban – KA!*), immediately preceding the critique of the Pythagorean Archytas, where Boethius says that all concords should be right to both mind and ear, and mere theory is vain.”

magasság mibenlétéről (5.4). A hangok és hangközök különbségei következnek, ebben új és tisztán zeneelméleti szempontú (vagyis a püthagoreusoktól eltávolodó) elem a homofónia és a konszonancia, illetve a dallamba illeszkedő (*emmelész*) és nem illeszkedő (*ekmelész*) hangközök megkülönböztetése (5.5–6, 10–12). Hasonló szemléletet tükröz az itt (logikailag helyesen) közbeékelts rész, a korábban már emlegetett oktáv+kvart-probléma (5.7–9). A zeneelméleti megközelítés (és érvelés) felülírja a doktriner püthagoreus nézetet: ez az összetett hangköz annak ellenére konszonancia, hogy a számaránya alapján, legalábbis a püthagoreus tanok szerint, nem lehetne az. A hallásra, valamint egy érdekes, a tízes számrendszer logikája mentén matematikai párhuzamra hivatkozó érvelés segít bizonyítani: az oktáv+kvart (8:3) is a konszonanciák közé tartozik. Az arisztozenoszi hangközfogalom enyhén kritikus ismertetését (5.13) követi (Ptolemaiosztól átvéve) egy szellemes, a könyv bevezetőjében említett oktakhordon bemutatott újabb bizonyítás ugyanarra a problémára, amelynek püthagoreus megoldását korábban már kétszer is tárgyalta (2.31, 3.3): a hat egymás mellé tett *tiszta* egészhangköz valamivel nagyobb az oktávnál. Az ötödik könyv ezután a különféle – Arisztozenosz, Arkhüasz, Ptolemaiosz – tetrakhordbeosztásokat, illetve ezzel szoros összefüggésben a genoszok elméletének összehasonlító áttekintését adja, Ptolemaiosz kritikáját tolmácsolva (5.15–30). A 19. fejezet mondat közben félbeszakad. Jelen tudásunk alapján aligha adható biztos válasz arra, hogy Boethius hagyta félbe, vagy a szöveghagyományozás véletlenének köszönhető, hogy az ötödik könyv további fejezeteiből csupán a címek maradtak ránk.¹⁰⁷

*

¹⁰⁷ Vö. Chadwick 1981, 81 (az eredeti terv hat vagy hét könyv kellett legyen, lásd még 3. könyv 51. jegyzet); Meyer 2005, 11 (hat vagy hét könyv); Bower 1989, xxxviii (az eredeti terv hét könyv lehetett: négy Nikomakhosz- és három Ptolemaiosz-parafrázis; a régi kérdésről – mennyire önálló Boethius mint szerkesztő –, lásd följebb 98. jegyzet). A befejezetlenséget illetően néhány 11. századi kéziratban (adatok: Meyer 2005, 10, 11. jegyzet) találkozhatunk az elhallgatásosan romantikus közléssel: a lombardok bosszúja akadályozta meg abban, hogy ezt a zeneelméleti művét befejezze. (Semmilyen ókori adat nem utal ilyesmire.)

Az olvasó a mű első teljes magyar fordítását tartja a kezében. Az első könyv második fejezete Vikárius László ragyogó fordításában jelent meg a *Muzsika* folyóirat 2005-ös számában. Ezúton is köszönöm a szerzőnek, hogy fordítását itt újraközölhetjük (a jegyzetek többségével együtt). A mű néhány részlete megjelent magyarul: egy esztétikai szöveggyűjteményben Redl Károly és Élesztős László (Élesztős–Redl 1988, 142–156), illetve egy ókori görög zeneesztétikai szöveggyűjteményben Ritoók Zsigmond (1982, 59, 73) szép fordításában, ezeket nem használtam fel.

A magyar fordítási munka kezdetei közel másfél évtizedre nyúlnak vissza. Az első szakasz a Pécsi Tudományegyetemen Kendefy Gábor vezetésével végzett kutatási projekt keretében valósult meg (OTKA-K-61970, Filozófia, teológia és tudomány a késői antikvitásban). Köszönettel tartozom a fordítás első szövegváltozatának elkészítésében részt vállaló egykori tanítványaimnak: Dömötör Évának és Illés Tamarának, illetve mindenekelőtt Vadas Rékának, aki hosszú éveken át a legkitartóbb segítőtársam volt a gyakran nehéz (és nehézkes) matematikai nyelvezettel írt latin szöveg magyarra átültetésében, illetve a terminológia kimunkálásában is. A fordítás befejezését a Heidl György vezetésével a Pécsi Tudományegyetemen folyó kutatási projekt tette lehetővé (OTKA-128321, Én-formálás a szépség által: a személyiségfejlesztés technikai az ókeresztény korban). A kötet kiadását az MTA Könyv- és Folyóirat-kiadás támogatási pályázata tette lehetővé, megvalósításáért a Gondolat Kiadó munkatársainak tartozom köszönettel.

Boethius zeneelméleti művének nincs bevett vagy elfogadott magyar címe. A művet említő szövegek rendszerint a kéziratokban hagyományozódott latin címmel (*De institutione musica*) vagy ennek rövidített változatával (*De musica*) említik. A fent említett szöveggyűjteményekben az értekezés címe *A zenéről*, illetve *Zenei tanítás*. A kettő egyesítése az új cím: *Tanítás a zenéről*. A cím magyar változatában mindkét szó okoz némi fejtörést: a *De musicához* a többletet adó *institutio* (talán) kevesebb, avagy szerényebb, mint például az angol címben a *fundamentals*, de mivel mégiscsak jelen van, ezért *A zenéről* túlzottan egyszerűnek tűnt. (*A musica* szó fordításával kapcsolatos kérdőjelekről lásd itt a 2. jegyzetet.)

Az első teljes magyar fordítás a *Tanítás a zenéről* modern fordításainak számát gyarapítja. Ezek a következők (a teljesség igénye nélkül):

Boethius: *Fünf Bücher über die Musik*: Aus der lateinischen in die deutsche Sprache übertragen und mit besonderer Berücksichtigung der griechischen Harmonik sachlich erklärt von Oscar Paul. Leipzig 1872. Repr. 1973, 1985, 2013 Hildesheim.

Boethius: *Fundamentals of Music*, trans., C. M. Bower. New Haven 1989. (A szerző 1966-ban benyújtott disszertációjában a mű címe: *The principles of music : an introduction, translation, and commentary*)
A. M. T. Severini *Boethii De institutione musica*. Trad. ital. Giovanni Marzi. Roma 1990.

Boecio: *Tratado de Música*. Traducción de Salvador Villegas Guillén. Madrid 2005.

Boecio: *Sobre el fundamento de la música: cinco libros*. Traducción de Jesús Luque Moreno. Madrid 2009.

Boèce. *Traité de la musique*. Introduction, traduction et notes par Christian Meyer. Turnhout 2005.

Temelji glasbe Anicij Manlij Severin Boetij. Prevod, opombe in spremna študija: Jurij Snoj. Ljubljana 2013.

A magyar fordítás a máig mértékadó Friedlein-féle Teubner-szöveg alapján készült: Gottfried Friedlein, ed., *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo. De institutione musica libri quinque. Accedit Geometria quae fertur Boetii* (Leipzig: B. G. Teubner, 1867. Repr. 1966 Frankfurt). Az ábrák a megértést segítik, nem követik sem a kéziratokat, sem szövegkiadásokat.

Kárpáti András, 2023

TANÍTÁS A ZENÉRŐL

De institutione musica

ELSŐ KÖNYV

1. A muzsika bennünk van természettől fogva, az erkölcsöt vagy nemesíti, vagy lezülleszt
2. Háromféle muzsika van – a muzsika hatalma
3. A hangokról és a muzsika alapelemeiről
4. A nemegyenlőségek fajtái
5. Mely nemegyenlőségfajták feleltethetők meg a konzonanciáknak?
6. Miért éppen a többszörösség és a többletrészesség feleltethető meg a konzonanciáknak?
7. Melyik arány melyik zenei konzonanciához tartozik?
8. Mi a hang, mi a hangköz és mi a konzonancia?
9. Az ítéletalkotás nem bízható rá az érzékelésre, sokkal inkább az értelemre; az emberi érzékelés nem tévedhetetlen
10. Hogyan talált rá Püthagorasz a konzonanciák arányaira?
11. Milyen módszerekkel vizsgálták a püthagoreusok a konzonanciák különböző arányait?
12. A hangfajták és magyarázatuk
13. A hangok végtelenségének az emberi természet maga szab határt
14. Hogyan működik a hallás?
15. A további tételek sorrendje és a gondolatmenet felépítése
16. A konzonanciák arányai, valamint az egészhangköz és a félhangköz
17. A félhangköz legkisebb számai
18. A kvart és a kvint különbsége egészhangköz
19. Az oktáv öt egészhangközből és két félhangközből áll
20. A húrok hozzáadása és a húrok nevei

21. A dallamok genoszai
22. A húrok elrendezése és elnevezéseik (mindhárom genoszban)
23. A hangok közötti viszonyok az egyes genoszokban
24. A *szünaphé*
25. A *diazexisz*
26. Albinus húrelnevezései
27. Mely égitestekhez hasonlíthatók a húrok?
28. A konszonancia természete
29. Milyen arányfajta lehet konszonancia?
30. Platón szerint hogyan keletkezik a konszonancia?
31. Nikomakhosz mit állít Platónnal szemben?
32. Milyen elv alapján előrébb való egy konszonancia egy másikkal?
33. Hogyan értelmezzük az eddig elmondottakat?
34. Mit jelent az, hogy valaki *musicus*?

1. Bevezetés. A muzsika bennünk van természettől fogva, az erkölcsöt vagy nemesíti, vagy lezülleszti¹

Az érzékekből eredő észlelés az élők² némelyike számára olyannyira önkéntelen és természetes, hogy anélkül nem is képzelhető el élőlény.³ Ám hogy miben áll az érzékek révén megszerzett tudás és csalhatatlan észlelés, azt már nem is olyan egyszerű szellemi vizsgálódással megragadni. Érzékeléssel ugyanis minden erőfeszítés nélkül vagyunk képesek észlelni az érzékelhető dolgokat. Ám hogy mi a természete az érzékeinknek, amelyek a cselekedeteinkre is hatással vannak, és hogy mi az érzékelhető dolgok sajátlagossága, nos, ezek közül bizony egyik sem magától értődő kérdés, sőt, még csak el sem magyarázható akárkinnek, egyedül olyasvalakinek, akit a helyes vizsgálódás közben az igazság szemlélése irányít. Minden ember rendelkezik ugyanis látásérzékkel, ugyanakkor még a tudósok is vitatják – a köznépet pedig már maga a kérdés is meghaladja –, hogy vajon a látás úgy működik-e, hogy a szemhez az alakzatok képei jutnak el, vagy az érzékelhető dolgok felé

¹ A mű tulajdonképpeni bevezetése az első könyv első két fejezete: 1.1–2.

² *Sensus* (érvék), *perceptio* (észlelés), *vivens* (élő), *animal* (élőlény). A középkori *glósszák* magyarázatai a *vivens* és az *animal* közötti különbségre hívják fel a figyelmet: *Vivunt et arbores et non sentiunt*. (A fák is élnek, és nem érzékelnek, lásd BB I.7). Vö. Arisztotelész: *Az érzékelés (De sensu)* 436b10: „Az állatokban – mégpedig mindegyikben mint állatban – szükségképpen van jelen az érzékelés. Ugyanis ezzel különböztetjük meg az állatot a nem-állattól.” (ford. Steiger Kornél); *Nikomakhoszi etika* 1103a28: „Az érzékelés (*aiszthészisz*) képességét nem a gyakori látás vagy hallás útján szerezzük meg, hanem fordítva, a képesség már eleve megvan bennünk.” (ford. Szabó Miklós)

³ A következőkben kifejtett gondolatmenethez, melynek kulcsfogalmai a *sensus/aiszthészisz* és a *ratio/nusz*, lásd például Platon: *Phaidón* 83a: „[C]supa csalódást hoz, ha a szemünkkel vizsgálódunk, és csalódást hoz az is, ha a fülünkkel, vagy akármelyik érzékszervünkkel (*aiszthészisz*).” (ford. Bárány István) Platon: *Állam* 531b, c: „A fülüket mindketten [ti. a püthagoreusok és az ún. harmonikusok] többre értékelik az eszüknél (*nusz*). [...] A hallható harmóniákban benne lévő számokat keresik, de nem jutnak el azoknak a kérdéseknek a vizsgálatáig, hogy mely számok az összehangzók és melyek nem, és hogy mindegyikük miért az, ami.” (ford. Steiger Kornél, az ún. harmonikusokról, illetve az összhangzó számokról lásd a bevezető tanulmányt).

kibocsátott sugarak.⁴ Hasonlóképpen, amikor egy háromszöget vagy egy négyszöget pillantunk meg, akkor az alakzatot magát, vagyis amit a szemünkkel látunk, könnyen felismerjük. De hogy miben áll a háromszög vagy a négyszög természete,⁵ azt már matematikustól kell hogy megkérdezzük.⁶ Ugyanez elmondható a többi érzékelhető dologról, de leginkább a fül ítélőképességéről. A fül ugyanis úgy képes befogadni a hangokat, hogy nem csupán értékeli őket és a különbözőségüket felismeri, hanem gyakorta gyönyörködik is bennük, már ha történetesen a hangzások édesek és egymáshoz illeszkedők.⁷ A rendezetlen és össze nem illő hangok azonban sértik a hallást, és gyötrelmet okoznak a fülnek. Ebből adódik, hogy míg a négy matematikai tudomány⁸ közül

⁴ Vö. Epikurosz: *Levél Hérodotoszhoz* 49: „Csakugyan úgy is kell tartanunk, hogy valaminek a külső tárgyról történő beérkezésével látjuk és gondoljuk el az alakokat. Mert a külső tárgyak nem pecsételnék be annyira hatékonyan saját színük és alakjuk természetét a köztünk és közöttük lévő levegőn keresztül, sem pedig úgy, hogy tőlünk sugarak vagy bármiféle áramlások hatolnak el hozzájuk, mint ha a tárgyról valamiféle velük megegyező színű és alakú lenyomatok érkeznék be hozzánk a látásunkhoz” (ford. Bene László) *Az elmélet valószínűleg Arisztotelésztől* ered, lásd Long–Sedley 1987, 77, 20–3 [= 2014: 96, 168. jegyzet, ford. Bene L.]

⁵ A háromszög vagy négyszög természete (*natura*): Arisztotelész *Második analitikájában* a háromszög szögeinek összege az egyik példa az általános érvényűségre (73b25–29). A Boethiusnál néhány évvel fiatalabb alexandriai újplatonikus Philoponosz eme Arisztotelész-helyhez fűzött magyarázata világít rá a közös (újplatonikus) szellemi háttérre. (*Kommentár a Második Analitikához* 69.25–70.1) *A Második analitika* egy másik helyét (87b28: „az érzékelés nem vezet tudományos megismeréshez”) kommentálva Philoponosz is a *musikét* hozza példaként arra, hogy az érzékelés (vagyis a hang önmagában) nem képes magyarázatot adni a hangzások okaira (nagyságok, mozgások, húr hosszok). Itt is a háromszög szögeinek összege a példa (306.19–307.16).

⁶ A latin szövegben a *mathematicus* tágabb jelentését („a négy matematikai tudományban jártas tudós”) biztosítja a görög *mathanein* (tanulni, és ebből megérteni valamit, „a tanulást sokszor megértésnek mondjuk”, Arisztotelész: *Nikomakhoszi etika* 1143a18, ford. Szabó Miklós).

⁷ A hangzás itt a *modus*, ezen a helyen általánosabb értelemben, mint a továbbiakban, vö. lejjebb 14. jegyzet.

⁸ A *musica* ugyanis a *septem artes liberales* – hét szabad (értsd: szabad emberhez méltó) „művészet” (tudomány, tudásterület) – rendjében az éppen Boethius

a többi az igazság feltárásán munkálkodik, addig a zene nem csupán a rációval, de az erkölccsel is szorosan összefügg.⁹ Semmi nincs ugyanis, ami annyira hozzátartozna az emberi léthez, mint örömléte az édes hangzásokban, vagy gyötrelmet átélni az ilyenekkel ellentétesek hallatán. Ez ráadásul nem függ sem az egyéntől, sem attól, hogy mi az illető képzettsége vagy milyen korú, hanem egyaránt érvényes mindenkire. A zenei hangzások valamiféle önkéntelen érzelmi hatás következtében¹⁰ olyannyira természetes módon képesek megérinteni ugyanúgy a gyerekeket, mint az ifjakat, de még az öregeket is csaknem ennyire, hogy bizvást elmondható: nincs olyan életkor, amely ne lelné örömet az édes dallamokban. Ebből érthetjük meg, miért mondta Platón, hogy a Világélelek zenei módon egymáshoz illő elemekből lett összerakva.¹¹ Amikor ugyanis bennünk meglévő helyesen összekapcsoltság és megfelelően összeillesztettség¹² miatt fogadunk be olyasvalamit, ami hangokkal van megfelelően és helyesen összeillesztve, és éppen emiatt gyönyörködünk benne, akkor valójában azt ismerjük fel, hogy mi magunk is ennek hasonlatosságára vagyunk megalkotva.¹³ A hasonlóság ugyanis

által első ízben (*De institutione arithmetica* 1.1) a *quadrivium* metaforával négyes úrként megnevezettek egyike. A négy *matematikai* tudomány együtt a *pars mathematica*: az elméleti tudományok hármass rendszerében a középső szint. Az úton előtte helyezkedik el a természettudomány (*physica*), utána a *theologia* (lásd Boethius: *De Trinitate [A Szentháromságról]* 2.68–83, vö. Ammóniosz: *In Porphyrii Isagogen sive quinque voces* p.13 Reimer).

⁹A zene és erkölcs (*moralitas*) témájára a fejezet végén tér vissza. Az erkölcs vezet át a *Tanítás* bevezetésének fő témájára: a zene dicséretére (*laus musicae*). A korábbi görög és latin zenei irodalom jól ismert (addigra már némileg közhelyessé vált) toposzait idézi fel, vö. pl. Martianus Capella IX.899–929. A *laus musicae* filozófiai háttere az ún. éthosz-elmélet, erről lásd alább 13. jegyzet.

¹⁰Vö. Szt. Ágoston: *Vallomások* X.33.49: (...) omnes affectus spiritus nostri pro sui diversitate habere proprios modos in voce atque cantu, quorum *nescio qua occulta familiaritate* excitentur.

¹¹Platón: *Timaios* 35a–36b, vö. Boethius: *A Filozófia vigasztalása* m.3.9 (itt is a *Timaios*szal bevezetve).

¹²A *coaptatum* („összeillesztett”) a görög *hármoszmenon* (*harmottein*, vö. *harmonia*) latin megfelelője, lásd alább 14. és 40. jegyzet.

¹³Az ún. éthosz-elmélet lényegének összefoglalása (vö. Arisztotelész: *Politika* 1340a39–b19), vö. Barker 1984, 168–169 és Pelosi 2020. Ritoók Zsigmond

kedves az ember számára, míg a különbözőség utálatos és ellenszenves. Az emberi jellem legnagyobb változásai is ezzel magyarázhatók. Az élveteg lélek önmaga is vagy élveteg harmóniákban (*modus*¹⁴) leli az örömet, vagy ilyenek hallatán lággyá válik, elernyed. A keményebb lelkület ellenben vagy szenvedélyesebb harmóniákban gyönyörködik, vagy még keményebbé válik, ha ilyeneket hallgat. Ez az oka annak, hogy a harmóniák egyes népek neveit kapták, mint például a lüd vagy a phrüg harmónia, mintha legalábbis egyik vagy másik nép a számára kedves harmóniát saját magáról nevezte volna el. Egy nép ugyanis azért kedvel egy hangnemet, mert azt hasonlónak érzi saját lelkületéhez. Képtelenség ugyanis, hogy lágy a keményhez vagy kemény a lágyhoz vonzódjék,

fordításában (Ritoók 1982, 259–261) érthetővé válik az éthosz szó gazdag jelentése, illetve hogy ezekből a jelentésekből hogyan rajzolódik ki a Kr. e. 5. századi zeneteoretikus Damón nevéhez köthető (és minden bizonnyal politikai célokot is szolgáló) elmélet lényege. A *Politika*-részlet szűkebb kontextusában az éthosz szó jelentései: JELLEM, ERKÖLCS (vö. feljebb: *musica* és *moralitas*), LELKIÁLLAPOT (összefüggésben a platónikus-püthagoreus gondolattal a lélek zenei szerkezetéről). Az elmélet szerint a zenei formációk – pl. a hangsorok, tetrachordok, *harmoniak* (*modusok*), ritmusok vagy akár a hangszerek – immanens sajátossága az *éthosz*. Ezek valamiképpen a hasonlóság (utánzás és/vagy hasonlóvá tevés/válás) alapján képesek rezonálni („együtt mozogni”) az emberi lélekkel, akár egy emberé, akár csoporté („az ifjak”, „a nép”), vagy általánosságban, vagy mert (püthagoreusok, Platón) a lélek (és a *kozmosz/mundus*) a mindent átfogó zenei rend(szer) (a zene alapvető számai és számarányai) alapján lett megalkotva. Az elmélet egyik legkorábbi kritikáját fogalmazza meg a valószínűleg Kr. e. 4. századi ismeretlen szerző papirusz ránk maradt töredéke, az ún. Híbeh-beszédben, lásd a kötetben 3. könyv 26. jegyzet.

¹⁴ A *modus* rendszerint (de nem mindig!) a görög *harmonia* megfelelője (*har-mottein*: összeilleszteni). A *harmonia* szűkebb fogalom, mint a *hangrendszer*, de tágabb, mint a *dallam*, leginkább a hangnem fogalmához áll közel, ugyanakkor nem azonos a mai hangnemfogalommal. Platón az *Allamban* hat *harmonia*t nevez meg: lüd, mixolüd, szüntonolüd („feszés” lüd), dór, phrüg, ión (398e, vö. AQ.1.9, aki a platóni *harmonia*kat alkotó skála hangközeit is megadja). A platóni *harmonia*k/*modus*ok nemcsak a hozzájuk tartozó hangok fix hangtávolságában térnek el egymástól, hanem hangfekvésükben, domináns hangjaik számában is, vö. Kárpáti 2014b, 182, 62. jegyzet). A *harmonia* (legalább) három jelentésrétegről és ezek összekapcsolódásáról jó összefoglalás: Kahn 1979, 195–200 (Hérakleitosz 51. töredéke kapcsán).

és ilyenben lelje örömét.¹⁵ A hasonlóság kelti fel, mint mondják, a szelelmet és a gyönyört. Ezért figyelmeztet Platon: különösképpen óvakodnunk kell attól, hogy bármi megváltozzék a jó erkölcsöz illő zenében. Nincs ugyanis az állam életében nagyobb erkölcsi romlás, mondja, mint amikor az illendő és mértéktartó zene lassanként az ellentétébe fordul át.¹⁶ Valóban: ha akár élvezetgebb harmóniák révén szemérmertlenség férkőzik be valahogyan a lélekbe, akár keményebb harmóniákkal vadság vagy kegyetlenség, az rögvest hatással lesz az ilyen zenét hallgató ember lelkére, és így az illető szép lassan letér a helyes útról, végül nyoma sem marad meg benne a tisztességnek.

A nevelésben tehát minden más útnál könnyebben járható az az út, amely a fülön át vezet a lélekhez. Amikor a ritmusok és hangnemek a fülön keresztül hatolnak el a lélekig, akkor kétségkívül ugyanolyan hatást gyakorolnak a szellemre, és éppen olyanná formálják, amilyenek ők maguk.¹⁷ Belátható ez az alapján is, amit a különböző népekről tudunk. Az ádázbabb népek ugyanis, mint a geták,¹⁸ keményebb harmóniákban gyönyörködnek, a szelídebb népek mérsékeltékben. Ez ugyan manapság már aligha igaz, hiszen az emberi nem, amely élvezetgégé és puhánnyá vált, mára teljességgel átadta magát a színpadi és színházi harmóniáknak.¹⁹ A zene addig volt romlatlan és mértéktartó, amíg

¹⁵ A lágy (gör. *malakosz*, lat. *mollis*) és a kemény (gör. *szklérosz*, lat. *durus*) zeneelméleti terminusok (későbbi rokonaik a dúr és a moll).

¹⁶ *Állam* 424c: „Tartózkodni kell attól, hogy újfajta zenére (*eidosz kainon muszikész*) térjünk át, mert ez mindent veszélybe sodorhat: a zenei stílusok (*muszikész tropoi*) elmozdítása mindenhol együtt jár a legfontosabb állami törvények elmozdításával, ahogyan Damón mondja, és erről magam is meg vagyok győződve.” (Itt eltértem Steiger Kornél fordításától.) Damónról lásd följebb 13. jegyzet.

¹⁷ Vö. Platon: *Állam* 411a.

¹⁸ A Fekete-tenger észak-nyugati partvidékétől keletre, a Duna alsó folyásánál lakó, a thrák népcsoportba tartozó geták zenei ízléséről nincs tudomásunk semmilyen más forrásból. A geták a római költészetben a(z egyik) *par excellence* harcias, kegyetlen, kemény erkölcsű nép (Horatius: *Carmina* III.24.11, Ovidius: *Tristia* III.10, IV.1 stb.).

¹⁹ Az ún. színházi zene (*musica theatralis, scaenica*) kárhozzátása a keresztény irodalom jól ismert toposza, a pogányság zenéjével szembeállított zenefelfogás megnyilvánulása, lásd Quasten 1983, 135–137 (számos forrással). Az egyház-

egyszerűbb hangszereket használtak. Ám mihelyt cifrán és összevissza bántak a zenével, kiveszett belőle a méltóság és az erény, s már-már az ocsmányságig süllyedve semmit nem őrzött meg a régi jellegéből.²⁰ Ez vezette Platón, amikor előírta: a gyerekeknek nem szabad megtanítani az összes harmóniát, hanem csakis azokat, amelyek erőteljesek és egyszerűek.²¹ Így hát vessük jól az eszünkbe: ha a zenében bármi, még ha csupán egészen kicsiny lépésekben is, de valamiféleképpen megváltozik, akkor, bár eleinte ebből semmi nem érzékelhető, végül mégiscsak nagy lesz a változás, és ez a fülön keresztül elhatol egészen a lélekgig. Ezért vélekedett úgy Platón, hogy a zene erős védelmet jelent az állam számára, feltéve, hogy a legderekből módon szolgálja az erkölcsöt, illetve ha tisztelen összhangzó.²² Vagyis legyen visszafogott és egyszerű, továbbá férfias, nem pedig nőies, ne legyen se vad, se tarkabarka. Erre a legnagyobb gonddal a spártaiak ügyeltek mindaddig, amíg a fiúgyerekek zeneművészeti neveléséért a Gortüniából származó krétai Thalétasz volt a felelős. (Thalétaszt meglehetősen magas fizetségért hívták erre a feladatra Spártába.)²³ A régi időkben ugyanis ez volt

atyák valószínűleg a Kr. e. 5–4. századi athéni zenepolitikai diskurzusból is merítene, ugyanis itt is *színházi zenének* nevezik a kritikusai a túlzásokba esően újító, hatásvadász zenei stílust, lásd Kárpáti 2014a, 17–22, források: uo. 63, 40. jegyzet.

²⁰ A bántalmazott és ettől szajhává züllő, a Kr. e. 5. századi komédia színpadán (Pherekrateész: 55. töredék) megszemélyesített *Musica/Musziké* alakjának árnyéka tűnik fel ebből a megfogalmazásból, a Kr. e. 5. századi komédiaszínpad újzene-vitájának ezt a kulcsmotívumát a diskurzustoposzokban (is) élő emlékezet is őrizheti, akár elválva a szöveges forrásoktól.

²¹ Vö. *Állam* 399c. Platón szerint a két jó harmónia a dór és a phrüg, előbbi jellege *biaiosz*, utóbbié *hekuszosz* (Steiger Kornél fordításában kényszerítő és önkéntes). Boethius értelmezésében viszont Platón nem csupán két (nével megnevezett) jó *modust* tart kívánatosnak a zenei nevelésben, hanem többet: mindazokat, amelyek jellege vagy *valens* vagy *simplex*. A két jelzőpár jelentésköre ugyan máshonnan merít, de a *biaiosz*hoz közeli a *valens* (ezért nem igazán szerencsés Redl Károly fordításban az „értékes”, lásd Élesztős–Redl 1989, 143).

²² Vö. *Állam* 399c, 410c–11b, 424c.

²³ Thalétasz, Kr. e. 7. századi krétai kardalköltő, a múlt homályába vesző lírikusok generációjának képviselője. A késői hagyomány számos költői, zeneszerzői és előadói feltalálást és újítást tulajdonított nekik. Források: PM 1134, Plutarkhosz:

szokásban, és sokáig így is maradt. Ám amikor a milétoszi Timotheosz eggyel megnövelte a húrok számát a hagyományos húrszámhoz képest, és bonyolultabb zenét komponált, akkor határozatot hoztak arról, hogy Timotheoszt elűzik Spártából.²⁴ A határozatot szó szerint idézem görögül, mert különösen érdekes a szöveg spártai dialektusban, amelyben a *szigma* helyett *rhó* áll.²⁵

MINTHOGY A MILÉTOSZI TIMOTHEOSZ VÁROSUNKBA ÉRKEZVÉN MEGSÉRTETTE A RÉGI MÚZSÁT, MIVEL A HÉTHÚROS KITHARAJÁTÉKOT ELVETVE ÉS SOKHANGÚSÁGOT BEVEZETVE AZ IFJAK JÓHALLÁSÁT MEGRONTOTTA, TOVÁBBÁ MIVEL SOK HÚRRAL ÉS DALLAMÚJÍTÁSSAL A MÚZSÁT KÖZÖNSÉGES ÉS TARKA RUHÁBA ÖLTÖZTETTE EGYSZERŰ ÉS RENDES RUHA HELYETT, AZ ANTISTRÓFA-VÁLASZBAN KROMATIKUSBAN KOMPO-

Lükurgosz 4, Pauszaniász I.14.4, szkholion Pindarosz 2. *püthói ódájának* 127. sorához.

²⁴ Timotheosz (Kr. e. 450 k. – 360 k.) a leghíresebb újító muzsikusköltő, sztár előadó, az ún. újzene ikonikus alakja, magyar nyelvű szakirodalomban lásd pl. Kárpáti 2014a, 20, 32, 44–51; Bélyácz 2023.

²⁵ Timotheosz a *Perzsák* lezárásában (216–212 sor) utal spártai fellépésére, illetve az új stílusú zenéjét ért heves kritikára. A művien archaizáló nyelvvezetű „álfelirat” minden bizonnyal a császárkorban, a 2. században készült. Az alkalom a spártai Démétér-kultusz újjáélesztése lehetett, az akkori spártai vezetők identitáspolitikájának a szolgálatában (lásd Prauscello 2009, további alapvető irodalommal). A pszeudo-felirat szövege lényegében a magától Timotheosztól, illetve a Kr. e. 5. századi újzene-vita diskurzusából jól ismert motívumok ‘újrahasznosítása’. A húrok számának növeléséért elszenvedett büntetés (a húrok kényszerű levágása) számos forrásból ismert irodalmi anekdota, nem csupán Timotheosz nevével és nem csupán Spárta városával bukkan fel. Timotheosz büntetéséről további források: Plutarkhosz: *Agisz és Kleomenész* 10.7; *Spártai intézmények* 238c; Cicero: *Törvények* 2.39; Pauszaniász: *Görögország leírása* 3.12.10; Athénaiosz: *Lakomázó szofisták* 636e. Terpanoszról: Plutarkhosz: *Spártai intézmények* 17; Phrüniszról: Plutarkhosz: *Spártai velős mondások* 220c; *Az erényben való előrehaladás* 84a; *Agisz és Kleomenész* 10.7 (vö. Kárpáti 2013). A pénzbüntetésről, amit az argosziak a zenei törvények megsértéséért és a húrok számának növeléséért vetettek ki: PM 1144f. A zenei szabályok törvénybe foglalása Spártában, Manti-neiában, Pellénében: PM 1142e; Krétában: Ephorosz F149 [= Sztrabón: *Földrajz* 10.4.16,20]; Arkádiában: Polübiosz: *Történeti könyvek* 4.20.

NÁLVA A DALLAMRENDET ENHARMONIKUS HELYETT,²⁶ TOVÁBBÁ MERT MIDŐN MEGHÍVTÁK AZ ELEUSZISZI DÉMÉTÉR TISZTELETÉRE RENDEZETT ZENEI VERSENYRE,²⁷ AKKOR NEM AZ ALKALOMHOZ ILLŐ MÓDON ALAKÍTOTTA A CSELEKMÉNYT, UGYANIS HELYTELENÜL TANÍTOTTA BE AZ IFJÚSÁGNAK A SZEMELÉ VAJÚDÁSÁT.²⁸ ELDÖNTETETT HÁT, HOGY MINDEZEK MIATT A KIRÁLYOK ÉS AZ EPHOROSZOK MARASZTALJÁK EL TIMOTHEOSZT, [AKI] ARRA KÉNYSZERÜLT <...> HOGY A TIZENEGY HÚRJA KÖZÜL VÁGJÁK LE MINDAZOKAT, AMELYEK MEGHALADJÁK A HETET, HOGY EZTÁN AKI CSAK TEKINTETTEL VAN E VÁROS MÉLTÓSÁGÁRA, TARTÓZKODJÉK ATTÓL, HOGY MEGHONOSÍTSON ITT BÁRMIFÉLE NEM SZÉP (ZENEI) ÉTHOSZT, ÉS HOGY TÖBBÉ NE ESSÉK FOLT A (ZENEI) VERSENYEK JÓ HÍRÉN.²⁹

A határozat tehát arról tudósít, hogy a spártaiak haragra gyűltek a mítoszsi Timotheosz iránt, mert bonyolult zenéjével megzavarta a kiművelésre órá bízott fiúgyerekek lelkét azzal, hogy a mértéktartás erényétől eltérítette őket, és mert a harmóniát, amely azelőtt – vagyis mielőtt

²⁶ Az egyik hagyomány a húrok levágását Timotheosznak a Karneia-ünnep kitharódiaversenyén történt szerepléséhez köti. (Plutarkhosz: *Spártai intézmények* 238c). A genoszokat (diatonikus, kromatikus, enharmonikus) Boethius később részletesen tárgyalja: 1.21, 5.16. Vö. lejjebb 151. jegyzet.

²⁷ Az Eleusziszi Démétér ottani szentélye Spártától nem messze délnyugatra a Taügetosz-hegy lábánál, Amüklai mellett, a Thérainak nevezett területen működött (Pauszaniasz III.20.5), a kultusz legalább a Kr. e. 5. századig visszavezethető. Több spártai ünnepen rendeztek zenei versenyeket (lásd Massaro 2010-11, 2018, Larmour 1999, 178–186), köztük Démétér-ünnepen rendezett versenyekről is van adat már a korai időkben, de arra nincs, hogy a városon kívüli Démétér-szentélynél is rendeztek volna versenyeket (Horden 2002, 8, 16. jegyzet). A 2. századi spártai görögség fontosnak tartotta a régi („eredeti”) spártai intézmények és kultuszok megújítását, újjraalapítását, ebbe a sorba illeszkedik a ‘hamisított’ Timotheosz-felirat (Cartledge–Spawforth 2002, 179–181).

²⁸ A szöveg két ünnepet (Apollón Karneioszét a városon belül és Démétérét a városon kívül), valamint két különböző műfajt kontaminál egyggyé, a *Szemelé* ugyanis valószínűleg aulosz kísérettel előadott dithürambosz volt (vö. Athénaiosz 8.352a és Dión Khrüszosztomosz 78.32), melyet ezek szerint a komponista Timotheosz tanított volna be a spártai fiúk *khorosz*ának.

²⁹ A fordítás a Prauscello (2009) által közölt görög szöveg alapján készült.

átvette Spártában a zenei nevelést – mértékletes volt, a lágy kromatikussá genoszra torzította.³⁰

Olyannyira nagy becsben tartották a zenét a spártaiak, hogy úgy vélték: a zene magát a lelket is uralja. Közismert ugyanis, mennyire gyakori, hogy egy dallam képes lecsillapítani a haragot, illetve hogy milyen csodás hatással lehet a test vagy a lélek bántalmaira. Hát ki ne ismerné a történetet Püthagoraszról, aki spondeiakus stílusú³¹ dallammal csendesített le és térített észhez egy részeg tauromenioni³² ifjút, aki a phrüg harmónia hangjától került felhevült állapotba. Az ifjú ugyanis, mivel vetélytársa házába bezárva találta a szeretőjét, őrzöngő dühében fel akarta a házat gyújtani. Ám amikor Püthagorasz – aki éjjel, mint szokása volt, éppen a csillagpályákat tanulmányozta – ráeszmélt, hogy a phrüg harmónia hangjától fölgerjedt ifjú számos barátja intése ellenére sem akar elállni ettől a szándékától, megparancsolta, hogy más harmóniát játsszanak. Ezzel sikerült a lehető legbékésebb állapotba áthangolnia az őrzöngő ifjú lelkületét. Marcus Tullius [Cicero] is említi ezt a történetet a *De consiliis*-ban,³³ de némileg másképpen: „De ha szabad összevetni nagy dolgokat csekélyekkel a bennük meglévő valamiféle hasonlóság

³⁰ A genosz terminus nem fordítható. A genoszokról lásd 1.15, 1.21–23, 5.16, illetve az ötödik könyv hiányzó fejezeteit. Vö. PH 2.14.

³¹ Jelentése homályos, szó szerint „áldozati stílus”, valószínűleg régeinek tartották, a jelző a dallam és hangsor éthoszára érthető („kultikus” zenei stílus/hangzás/hangsor?). Vö. PM 1137. Értelmezés és az ezzel kapcsolatos kérdőjelek: Hagel 2009, 407, 94. jegyzet.

³² A Tauromenion-anekdota „hitelességét”, ha felvethető egyáltalán ilyesfajta, ráadásul éppen Püthagoraszhoz kapcsolódó anekdotával kapcsolatban a hitelesség, nem is annyira a tény cáfolja, hogy Püthagorasz idejében Tauromenion még nem volt görög gyarmatváros, hanem hogy ugyanez az anekdota Damón (lásd följebb 13. jegyzet) nevével is fennmaradt (Galénosz: *De placitis Hippocrati et Platonis* 5.6, Martianus Capella 9.926).

³³ A mű elveszett, Cicero politikusi tevékenységét illető apologetikus memoár-féle lehetett, melyet életében nem szándékozott publikálni. Atticusnak Kr. e. 59-ben több levélben is említi, hogy ezen a művön dolgozik, és, úgy tűnik, még 44-ben is csiszolgatta. A műről tud Cassius Dio, Plutarkhosz, Fronto, Asconius. Hivatkozások, kommentárral: Drummond, 2013, I 376–379, II 761–773, III 478–482.

alajján: úgy tartják, hogy Püthagorasz, amikor részeg ifjak be akarták törni egy tisztességes asszony ajtaját az aulosz³⁴ hangjától is ösztönözve, odaszólt az auloszos lánynak, hogy spondeust játsszon. Mihelyt a lány eleget tett a felszólításnak, a lassú ritmus és a méltóságteljes zene hatására elült az ifjak tomboló gerjedelme.³⁵ De hozhatok más hasonló példákat is: Terpandrosz és a méthümnai Arión az ének erejével hártotta el a legsúlyosabb betegségeket a leszbosziaktól és az iónoktól.³⁶ A thébai Iszméniasz³⁷ pedig állítólag zenével szüntette meg a boiótok közül sokak fájalmát, akiket az isziász gyötört. Empedoklészről is mesél, ³⁸ hogy mikor egy őrjöngő ember karddal támadt a vendéglátójára, azt állítva, hogy az apját az ő feljelentése folytán ítélték el, Empedoklész éneklés közben a hangsort elhajlítva megfékezte az ifjú haragját.³⁹

³⁴ A legalapvetőbb görög fúvós hangszer nádynyelve aulosz a latin szövegekben, a Cicero-, illetve lejjebb a Statius-idézetben: *tibia*, a magyar fordításokban legjobb megtartani a görög aulosz szót (indoklását lásd Kárpáti 2021a, 49. 9. jegyzet).

³⁵ Augustinus is idézi ugyanezt a részletet, két szó eltéréssel, a hasonlóságot említő felvezetés nélkül (*Contra Iulianum haeresis Pelagianae defensorem* 5.23). Nem valószínű, hogy Boethius Ágostontól (vagy Eclaniumi Juliántól) vette volna át az idézetet, mivel a felvezető mondat Ágostonnál nem szerepel. Az anekdota variációi: Quintilianus: *Szónoklattan* 1.10.32, Iamblikhosz: *Püthagorasz élete* 25 (112), valamint (átfogalmazva): Beauvais-i Vince (Vincent de Beauvais, 13. sz.) *Speculum historiale* 3(4).24. További források a Püthagorasz-anekdotához: Sextus Empiricus: *A szaktudósok ellen (Adversus mathematicos)* 6.8, Ammóniosz: *Kommentár Porphüriosz Eiszagógéjához (In Porphyrii Isagogen sive quinque voces)* p. 13 (Busse), Éliasz: *Kommentár a Kategóriákhoz (Prolegomena in Porphyrii Isagogen et Aristotelis categorias commentaria)* p. 31 (Busse).

³⁶ Terpandrosz és Arión (Kr. e. 7. század, mindketten Lesbosz szigetéről) a görög *musziké* legendás alakjai, a hagyomány számos zenei újítást és feltalálást kapcsol a nevükhöz.

³⁷ Jó néhány forrásból ismert híres auloszjátékos (Kr. e. 4. sz.), a forrásokat lásd Aspiotes 2006, No. 983 (a források felsorolásából itt kimaradt a *Tanítás*), vö. Philodémosz: *A zene* I 27, p. 15 Kemke (= Ritoók 1982, 337).

³⁸ Vö. Iamblikhosz: *Püthagorasz élete* 25 (113).

³⁹ A püthagoreusok zenével történő gyógyításához a fő források az újplatonikus Porphüriosz (*Püthagorasz élete*) és Iamblikhosz (*Püthagorasz élete*), forrásuk, akárcsak Boethiusé, feltehetően az újpüthagoreus Nikomakhosz (Porphüriosz többször hivatkozik is rá). Zenével való gyógyítás zenei traktátusban: AQ 2.16,

A zene hatalma a hajdani filozófusi életformára is olyan nagy hatással volt, hogy amikor a püthagoreusok napi gondjaikat letéve aludni tértek, olyasféle dallamokat énekeltek, amelyeknek köszönhetően könnyű és békés álmot lepte meg őket. Felébredve aztán másféle dallamokkal rázták le magukról az álmot kábulatát és kuszaságát, mivel pontosan tudták, hogy lelkünk és testünk egész alkotmányát zenei harmónia⁴⁰ kapcsolja egyggyé.⁴¹ Mert miként testi érzés hatással lehet a lélekre, ugyanúgy érzelem is előidézhethet akár szívdobogást is. Egyéb-ként ezt a tudást, mint mondják, Démokritosz adta át Hippokratésznek, amikor az orvos meglátogatta őt a fogságban, azért, hogy meggyógyítsa. Démokritoszt ugyanis a város valamennyi polgára örültnek tartotta.⁴²

De miért van mindez így? Ugyanis nem vitás, hogy a lelkünk és a testünk állapotai valamiképpen ugyanazon számarányok (*proportiones*)⁴³ szerint alakulnak, mint amelyek a zenei dallamokat (*modulationes*)⁴⁴ kapcsolják össze és forrasztják egyggyé, ahogy ez lejjebb majd ki-

de már évszázadokkal korábban Arisztoxenosz: 26. *töredék* (Wehrli). Az egész kérdéskörrel – fókuszban a zeneterápia és a vallási/mágikus megtisztulás/megtisztítás (*katharszisz*) közötti kapcsolattal – lásd: Provenza 2015.

⁴⁰ A latin *coaptatio* a görög *harmonia* megfelelőjeként (utóbbiról lásd följebb a 12. és 14. jegyzetet) valószínűleg Szent Ágoston fordítása (*A Szentháromságról* 4.2.4, *Isten városáról* 22.24.4). Boethius számára Ágoston volt a mérce (vö. Boethius: *De Trinitate [A Szentháromságról]*, Prooem., illetve lásd a bevezető tanulmányt).

⁴¹ A zene lelki gyógyító, illetve az álmokra gyakorolt hatásáról (Iamblikhosz előtt): Dión Khrüszosztomosz: *Alexandria népéhez* (32. beszéd) 57; Plutarkhosz: *Izisz és Ozirisz* 80 (384a), ahol egy tizenhat alkotórészből álló mixtúra kipárolgó illatának lélekre és álomra gyakorolt hatását hasonlítja a zenéhez.

⁴² A *Hippokratészi Gyűjteménybe* (*Corpus Hippocraticum*) tartozó fiktív levelek (10–23) őrizték meg a történetet, amely szerint Abdéra városa Hippokratészt hívta meg, hogy gyógyítsa ki Démokritoszt a feltételezett örültségéből.

⁴³ Mivel a *proportio* (gör. *logosz*) kulcsfogalom a püthagoreus elméletben, és mivel Boethius a későbbiekben végig ‘számarány’ jelentésben használja (definíciója: 2.12), így az első előfordulásakor is indokoltnak tűnik a számarány.

⁴⁴ A *modus* (főnév), *modulor* (ige) és *modulatio* (főnév) fordításának problémájához mindenekelőtt lásd alább 61. jegyzet. Ha a *modulatio* fordítása ‘dallam’, akkor elvész a *modus*, ha ‘mérték’, akkor kimarad a *zene*, ha ‘moduláció’, akkor

derül. Ez ad magyarázatot arra, hogy az édes dallam elandalítja még a csecsemőket is, ellenben bármiféle durva vagy kellemetlen hangzás véget vet a hallás gyönyörének. Ez ráadásul érvényes egyaránt mindegyik életkorra, illetve mindkét nemre: mert a zene élvezete összeköti őket, még akkor is, ha különböző dolgokkal foglalkoznak, illetve ha eltérő az érdeklődésük. Hiszen mi is történik valójában, mikor a síró ember a fájdalmát zenében fejezi ki? Az asszonyokra jellemző leginkább, hogy ami okot ad a sírásra, az az énekléssel együtt valamiféleképpen megédesedik. Már a régieknél szokásban volt, hogy auloszene előzte meg a síratóéneket, miként ezt Papinius Statius sorai is tanúsítják:

... mély hangon felbúg a görbeszarvú tibia,⁴⁵ mely az ifjan meghaltakat szokta kísélni...⁴⁶

félreérthető (mert itt a jelentés nem az, ami a modern zeneelméleti terminusé). A latin nyelvű zeneelméletekben például a *musica* bevett definíciója: *musica est scientia/sollertia bene modulandi* (pl. Szent Ágoston: *A zene* 1.2, Censorinus: *A születésnap* 10.3, Martianus Capella 9.930). Bower a 'set/arrangement of pitches' körülírást választja. Még ha nem is a legjobb, de a körülírásnál jobbnak tűnt magyarul a *modulatióra* a 'dallam'.

⁴⁵ A római *tibia* (lényegében) a görög auloszal azonos, vö. följebb 34. jegyzet.

⁴⁶ ... *cum signum luctus cornu grave mugit adunco / tibia, cui teneros suetum producere manes / lege Phrygum maesta*. „...mikor jelt adva a síratásra mély hangon felbúg a görbeszarvú tibia, mely az ifjan meghaltakat szokta kísélni phrüg gyászszokás szerint...” (Statius: *Thebais* 6.120–121) A sorok a temetési menetet írják le (vö. Servius: *Kommentár az Aeneis* 5.138 és 9.615-höz, ill. Ovidius: *Átváltozások* 3.533: *adunco tibia cornu*). Boethius utalásszerűen idéz, közönségre feltehetően jól ismerte a kontextust: a gyermek Opheltész halála és temetése, a tiszteletére rendezett halotti játékok, ami a nemeai játékok (egyik *aitionja*). Miért görbe szarvú az aulosz/tibia? Fríg szokás, mondja a szöveg, hogy ha a halott, mint Opheltész, gyermek, akkor a mély hangú fríg aulosz kíséri a halotti menetet. A fríg aulosz is két csőből áll, mint a standard görög-római aulosz/tibia, de az egyik cső hosszabb a másiknál, és szarvhoz hasonló markáns görbületben végződik (hangtölcsér). Fríg auloszal görög ábrázoláson elvéve találkozunk, jobbra római (császárkori) domborműveken, festményen és mozaikon tűnik fel. Szép magyarországi példák a fríg auloszra (további elnevezései: *elümosz* vagy *tibia Berecynt[h]ia*): a Szépművészeti Múzeum Antik Gyűjteményében őrzött egyik Campana-relief töredékén kecskelábú Pán játszik fríg auloszon (Kr. u. 50–150 között, lelt. sz.: T.582), vagy Aquincumból egy reliefdíszes márványkratéren mai-

Még aki nem tud szépen énekelni, saját magának az is énekel. Nem mintha gyönyörűséggel töltené el, amit énekel, hanem mert örömet okoz valamiképpen felhozni a velünk született szépséget a lélek mélyéből. Így hát nincs mit csodálkozni azon sem, hogy háború idején a trombitahang szítja fel a harci kedvet a csatába menőkben. Mert ha az igaz lehet, hogy az ember békés lelkiállapotából őrzöngő dühre lobbantható, akkor aligha vitatható, hogy a visszafogottabb zene viszont képes csillapítani a zavarodott lélek haragját vagy túlzott vágyát. Miért is van az, hogy amikor valaki füllel és lélekkel egyaránt szívesen fogad be egy dallamot, ez a testét is önkéntelenül e dallamhoz hasonló mozgásra készíti? Vagy az, hogy a lélek egyáltalán képes arra, hogy emlékezetből felismerjen egy korábban hallott melódiát? Mindebből tisztán és minden kétséget kizáróan kiviláglik, hogy a zene bennünk van természettől fogva, olyannyira, hogy még ha akarnánk, se tudnánk megelni zene nélkül. Ezért kell tehát latba vetnünk minden szellemi képességünket, hogy, már amennyire lehetséges, tudással is képesek legyünk megragadni azt, ami természettől fogva bennünk van.⁴⁷ Mert amiként a tanult ember nem éri be csupán annyival, hogy látja a színeket és az alakzatokat, hanem vizsgálni kívánja ezek tulajdonságait is, ugyanígy a *musicus*⁴⁸ sem elégszik meg azzal, hogy csupán gyönyörködik a dallamokban, hanem meg akarja tudni azt is, hogy milyen számarányok (*proportio*) vannak az egyes hangok (*vox*)⁴⁹ között.

nasz játszik ezen a hangszeren (Kr. u. 2. sz. vége – 3. sz. eleje, Magyar Nemzeti Múzeum, lelt. sz.: 117.1873 és 3.1935.3). A fríg aulosról lásd pl. Hagel 2009, 412, 107. jegyzet, Scoditti 2010, 136–137, Kárpáti 2021a (további irodalommal).

⁴⁷ Itt tér vissza a gondolatmenet (a sorok között) a *moralitasra* (lásd följebb 9. jegyzet): a lélekben benne lakozó zene hatalmát és erejét, melyet a *zene dicséretében* eddig is számos példával igazolt, végső soron az elméleti tudás segítségével lehet kordában tartani, és a Jó szolgálatába állítani.

⁴⁸ Vö. 1.34.

⁴⁹ A *vox* szót Boethius három jelentésben használja. 1. zenei hang, a *sonus* (gör. *phthongosz*) szinonimájaként; 2. hang általában (pl. emberi hang: *vox humana*, gör. *phóné*); 3. hangmagasság (gör. *taszisz*, etim. *teínó*: feszíteni).

2.⁵⁰ Háromféle muzsika van – a muzsika hatalma⁵¹

Először is helyesnek látszik, ha a muzsikáról (*musica*: zene) értekezvén egylőre azt mondjuk el, hogy vajon a muzsikának – a vele foglalkozók szerint – hány fajtája (*genus*) van. A muzsikának mármost három fajtája van. Éspedig az első a világmindenségé (*musica mundana*),⁵² a második az emberé (*musica humana*), a harmadik pedig az, amely egyes dallamjátékra alkalmas hangszerekben jön létre, mint amilyen a kithara vagy az aulosz (*tibia*)⁵³ és más hangszerek.

Közülük az első, amely a világmindenségé, leginkább az égi jelenségekben, az elemek összetételének egymásra hatásában, vagy az év-

⁵⁰ Az 1.2 fejezetet Vikárius László fordításában közöljük, jelölve (tipográfiai-
lag is), hogy melyek az ő jegyzetei. A fordító-szerkesztő itt is köszönetet mond
Vikárius Lászlónak a szíves engedélyért, hogy a 2. fejezet fordítását rendelkezé-
sünkre bocsátotta, továbbá igen értékes tanácsaiért.

⁵¹ BOETHIUS E FEJEZETÉNEK KÉSEI UTÓDA GIOSEFFO ZARLINO ÖSSZEFOG-
LALÓ ZENEELMÉLETI MŰVÉBŐL, AZ ISTITUTIONI HARMONICHÉBŐL (1558) A
MUZSIKA FELOSZTÁSÁRÓL, A MUSICA MUNDANÁRÓL ÉS A MUSICA HUMANÁRÓL
SZÓLÓ I. RÉSZ 5–7. FEJEZET. E RÉSZLETEK JEGYZETELT MAGYAR FORDÍTÁSÁHOZ
LÁSD PANNONHALMI SZEMLE VII/4. (1999), 26–42. (VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE)
A *musica* (zene) szó fordításáról lásd Kárpáti 2021b, 410, 1. jegyzet.

⁵² A MUSICA MUNDANA SZÓ SZERINT „VILÁGI ZENE”-KÉNT IS FORDÍTHATÓ,
BÁR A JELZŐS SZERKEZET AZ „EGYHÁZI ZENE” FOGALMÁNAK ELLENTÉTEKÉNT
MÁR FOGLALT. ÍGY ADÓDHNATNA HELYETTE A „VILÁG ZENÉJE” FORDÍTÁS. MÉGSEM
EZT HASZNÁLOM, MÉGPEDIG A KÖVETKEZŐ OKOKBÓL: A MUNDUS SZÓ, MELYNEK
MELLÉKNÉVI ALAKJA A MUNDANUS, NEM EGYSZERŰEN A VILÁGOT JELENTI, HA-
NEM – A GÖRÖG KOSZMOSZHOZ HASONLÓAN – A „RENDEZETT VILÁGEGÉSZ”-ET,
MELYET TALÁN LEGINKÁBB A „VILÁGMINDENSÉG” FEJEZ KI. A BIRTOKOS JELZŐS
SZERKEZETET (A VILÁGMINDENSÉG MUZSIKÁJA) INDOKOLJA AZ IS, HOGY BOE-
THIUS MAGA IS HASZNÁLJA ÍGY (MUNDI MUSICA), LÁSD ALÁBB. (VIKÁRIUS LÁSZLÓ
JEGYZETE) A *musica mundana* kifejezés először Macrobiusnál bukkan fel (más
értelemben): *Kommentár a Scipio álmához* 2.4.13.

⁵³ NOHA A TIBIAE SZÓ ESETLEG VONATKOZHAT ÁLTALÁBAN FÚVÓS HANGSZE-
REKRE, AMINT NÉMELY KÖZÉPKORI KOMMENTÁTOR ÉRTETTE (VÖ. „CORNU AERE
ET RELIQUA”), DE BOETHIUS MINDENHOL A GÖRÖG AULOSZ FORDÍTÁSAKÉNT AL-
KALMAZZA. (VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE)

szakok⁵⁴ változatos egymásutánjában figyelhető meg.⁵⁵ Hisz hogyan is volna lehetséges, hogy az ég rendkívül gyors gépezete néma csendben⁵⁶ tegye meg útját? Jóllehet ez a hang különféle okokból szükségszerűen nem hatol el a mi fülünkhöz,⁵⁷ mégsem lehetséges, hogy ily nagy tesztek ilyen rendkívül gyors mozgása egyáltalán semmi hangot ne keltsen, kiváltképp mivel a bolygók⁵⁸ pályái oly erős illesztéssel⁵⁹ kapcsolódnak össze, hogy semmi ehhez foghatóan megszerkesztettet, semmi hasonló tökéletességgel összeillesztettet elképzelni sem lehet. Ugyanis némelyi-

⁵⁴ Elemek és évszakok zenei harmóniájához vö. pl. Platón: *Lakoma* 188a; *Orphikus himnusz Apollónhoz* (34.16–23).

⁵⁵ Vö. 1.27, ill. bevezető tanulmány, valamint alább 159. jegyzet. A világmindenség muzsikája, a kozmikus *harmonia*, a szférák zenéje néven ismert különféle formákban és kontextusokban megjelenő elképzeléshez néhány fontosabb (nagyobbrészt magyar fordításban is elérhető) forrás: Philolaosz: *6. töredék* (Diels-Kranz 44 B6, magyarul: Ritoók 1982, 57, 73), Hérakleitosz: *51. töredék* (Diels-Kranz 22 B51, a Kerényi Károly-féle Stemma-fordításban LXXXVIII számon; értelmezéséhez – a már az *Íliászban* (22.255) megtalálható *harmonié* szó jelentéseit megvilágítva – lásd pl. Kahn 1979, 195–200), Platón: *Kratülosz* 405c-d, *Állam* 616c-617c, Arisztotelész: *Az égbolt* 2.9, Cicero: *Az állam* 6.18-19 (= *Scipio álma*), Macrobius: *Kommentár a Scipio álmahoz* (1.19, 2.1-4). Zeneelméleti műben pl. Nikomakhosz: *Kézikönyv* 3, Ptolemaiosz: *Harmonika* 3.8-16, Censorinus: *A születésnap* 12-13, AQ 3.9, 3.20. A nagyjából Boethius-kortárs (vagy valamivel fiatalabb) keresztény újplatonikus filozófus Philoponosz is értelmezi (*In Nic. Arithm.* I, 41) az égitestek mozgásaiban megtalálható zenei hangközöket, talán közös szellemi hatásra.

⁵⁶ HOGY TUDNIILLIK SEM A GÉPEZET NEM AD HANGOT (TACITO), SEM NEM OKOZ MOZGÁSA KÖZBEN ZAJT (SILENTI). (*VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE*)

⁵⁷ Például: Arkhütasz: *B1 töredék* (DK): mert a hang túlságosan nagy; Cicero: *Az állam* 6.18 (= *Scipio álma* 18): mert a fülünk hozzászokott, ahogyan a vizesés mellett lakók se hallják a vizesés hangját.

⁵⁸ ITT A STELLA ELSŐSORBAN A BOLYGÓKRA VONATKOZIK, NEM PEDIG AZ „ÁL-LÓCSILLAGOK”-RA. (*VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE*)

⁵⁹ MONDHATNÁNK: HARMÓNIAIVAL. A GÖRÖG HARMOTTÓ IGE ELSŐDLEGES JELENTÉSE „ÖSSZEILLESZT”. MINDKÉT FORDÍTÓ NYÍLTÁ IS TESZI MUNKÁJÁBAN EZT AZ ÖSSZEFÜGGÉST. PAUL SZERINT: „DIE BAHNEN DER GESTIRNE DURCH EINE SO GROSSE HARMONIE VERBUNDEN SIND”, BOWER KÉSŐBBI FORDÍTÁSA SZERINT PEDIG: „THE COURSES OF THE STARS ARE JOINED BY SUCH HARMONIOUS UNION.” (*VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE*) Vö. följebb 14. jegyzet.

kük magasabban, némelyikük pedig alacsonyabban mozog, és mind oly módon kering egyenlő lendülettel, hogy különböző egyenlőtlenések révén pályáik szabályos⁶⁰ rendet alkossanak. Ezért az ég eme forgásából nem hiányozhat a dallam⁶¹ (*modulatio*) szabályos rendje. Másrészt pedig hogyan volna lehetséges, hogy a négy elem⁶² különbözőségei és ellentétes képességei egyetlen testben vagy egyetlen szerkezetben (*machina*) egymáshoz illeszkedjenek, ha valamiféle *harmonia*⁶³ nem kapcsolná ezeket egymáshoz. Ám ez a különbözőség úgy hozza létre mind az évszakok, mind a termések változatosságát, hogy az év ugyanakkor mégiscsak egységes egésszé áll össze. Ezért, ha a gondolkodás vagy a képzelet⁶⁴ erejével valamit elvennénk azok közül, amik a dolgok ilyen

⁶⁰ A RATUS JELZŐ TULAJDONKÉPPENI JELENTÉSE „KISZÁMÍTOTT”, HISZEN A SZÓ A REOR IGE (VÖ. RATIO) SZÁRMAZÉKA. (*VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE*)

⁶¹ A MODULATIO (MELYET A SZERENCSES NÉMET ÉS ANGOL FORDÍTÓK MINDEN TOVÁBBI NÉLKÜL ÁTVEHETNEK) ITT LEGINKÁBB A HANGMAGASSÁG SZABÁLYOZOTT MOZGÁSÁRA (VAGYIS ÉPPEEN „DALLAM”-RA) VONATKOZHAT. MEGJEGYZENDŐ UGYANAKKOR, HOGY A MODULATIO A RITMIKÁT IS JELENTHETI, UGYANIS ALAPJELENTÉSE MÉRTÉKES (MÉRHETŐ) MOZGÁS. (*VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE*) VÖ. FÖLJEBB 44. JEGYZET.

⁶² ITT TERMÉSZETESEN A FÖLDRE (TERRA), LEVEGŐRE (AER), VÍZRE (AQUA) ÉS TŰZRE (IGNIS) KELL GONDOLNUNK. EZEKHEZ KAPCSOLÓDIK A NÉGYFÉLE ALAPTULAJDONSÁG, A SZÁRAZSÁG (ARIDITAS), MELY A FÖLDHÖZ TARTOZIK, A NEDVESÉG (HUMIDITAS), MELY A LEVEGŐHÖZ, A HIDEGSÉG (FRIGIDITAS), MELY A VÍZHEZ ÉS A MELEGSÉG (CALIDITAS), MELY A TŰZHÖZ. (*VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE*)

⁶³ VÖ. FÖLJEBB 59. ÉS 14. JEGYZET. A GONDOLAT A *Filozófia vizsgálásában* bukkan fel újra: „Négy elemét oly arányban társítod (*numeris ligas*), hogy a száraz | És a folyékony, a láng s a hideg megfér, a merő tűz | Légbe nem illan, a földet nem süllyeszti le súlya” (3m9.10–12, ford. Hegyi György). McCluskey (2012, 58–59) szerint Boethius három magyarázatot ad arra, hogy a harmónia (*harmonia*) miért, miképpen tartja össze az ellentéteket: 1) tisztán számokkal indokolva Platón *Timaiosza* nyomán; 2) az arisztotelészi (közismert) négy alapvető minőséggel (hideg, meleg, nedves, száraz); 3) a késő ókori újplatonikus kommentárokból kifejtett ellentétpárokkal. Vö. Rimple 2012, 448–451.

⁶⁴ A KÉT ROKON ÉRTELMŰ SZÓ (ANIMO ET COGITATIONE) HASZNÁLATÁNAK OKA, ILLETVE JELENTÉSBELI KÜLÖNBSÉGÜK SZÁMOMRA NEM TELJESEN VILÁGOS. PAUL FORDÍTÁSA – „WENN MAN [...] MIT DEM VERSTANDE UND DENKVERMÖGEN ETWAS WEGNEHMEN WOLLTE” (HA VALAKI ÉRTELEMMEL ÉS GONDOLKODÁSI KÉPESSÉGGEL VALAMIT EL AKARNA VENNI) –, BÁR SZOROSAN KÖVETI AZ EREDETIT,

különbségeit meghatározzák, az egész tönkremenne, és benne, hogy úgy mondjam, már semmiféle összhang nem maradna. És amiként a mély húroknál a hangnak csak annyira szabad mélynek lennie, hogy el ne némuljon, a magasaknál pedig arra ügyelünk, hogy a magasság csak olyan mértékű legyen, hogy a túlságosan megfeszített húrok a hang magassága miatt el ne szakadjanak, hanem az egész önmagával koherens és megfelelő legyen, úgy belátható, hogy a világmindenség muzsikájában sem lehet semmi olyan mértéktelen, hogy másvalamit önnön mértéktelenségével tönkretegyen. Bizony a dolgok mindenike olyan, hogy vagy maga hoz termést, vagy másnak segít abban, hogy teremjen. Mármost amit a tél összehúz, kilazítja azt a tavasz, megaszalja azt a nyár, s megérleli azt az ős. Az évszakok egymást váltva vagy maguk hozzák saját termésüket, vagy segítenek a többinek teremni. Ezt a későbbiekben behatóbban kell megtárgyalnunk.⁶⁵

Hogy pedig mi az ember muzsikája (*musica*: zene), azt mindenki megérti, aki magába száll.⁶⁶ Hiszen mi az, ami az értelem ama testetlen elevenségét a testtel összevegyíti, ha nem valamiféle összeillesztés

MINTHA TULÉRTÉKELNÉ A KIFEJEZÉS SÚLYÁT. BOWER SZERINT EGYSZERŰEN: „IF YOU IMAGINE... (HA ELKÉPZELJÜK, HOGY...). MEYERNÉL („PAR L'ESPRIT OU PAR LE RÉFLEXION”) TALÁN A L'ESPRIT-VEL VALÓ PÁRHUZAM INDKOLHATJA A LA RÉFLEXION-NAK MINTEGY A HATÁROZOTT NÉVELŐ ÁLTALI FOGALOMMÁ EMELÉSÉT, VAGYIS A MŰVELETET HANGSÚLYOZVA (AKÁRCSAK A COGITATIO). (VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE)

⁶⁵ A kérdésre nem tér vissza (a *De institutione musica* befejezetlenségéről lásd a bevezető tanulmányt).

⁶⁶ A *musica humana* boethiusi elképzeléséhez – lélek és test, lélekrészek és testrészek közötti jól rendezett kapcsolat – a legfontosabb források: Platón: *Phaidón* 86, *Állam* 442–3, *Törvények* 653b, Arisztotelész: *Nikomakhoszi etika* 1.13, *Buzdítás a filozófiára* (*Protreptikosz*) 6. töredék, Cicero: *Tusculumi eszmecsere* 1.10, PM 1140b, PH 3.5–7. Az újabb kutatás (Restani 2016, korábbi irodalommal) amellett érvel, meggyőzően, hogy a boethiusi *musica humana* egyfajta „gondolkodási stílus”, melyben zene és tudomány kapcsolatban áll egymással, közös értelmezési modellekkel, metaforákkal, képekkel.” (163). A gondolat újraformálásában – ami Boethius érdeme, ahogyan az elnevezés is (Macrobiusnál csak a *musica mundana* van meg) – fontos szerepet kaptak nemcsak bizonyos, a püthagoreus hagyományt kiaknázó újplatonikus művek (Macrobius: *Kommentár...*, Censorinus: *A születésnap*, Proklosz: *Kommentár Platón Timaioszához*), hanem ezek mellett akkoriban

(*coaptatio*),⁶⁷ akár a mély és magas hangok összehangolása (*temperatio*), mely mintegy egyetlen összhangot hoz létre? Mi más kötné össze a lélek különböző részeit, mely – Arisztotelész szerint – értelmes és értelmetlen nélküli részből áll?⁶⁸ S ugyan mi az, ami összevegyíti a test elemeit, vagy mi tartja össze a részeit önmaga számára szabályos illesztéssel? De később erről is írok majd.⁶⁹

A harmadik fajta muzsika az, amely, mint mondják, bizonyos hangszerek révén jön létre. Ezt pedig vagy feszítés (mint húrok esetén), vagy fúvás (mint a kettős sípoknál) segítségével hozzák létre, vagy olyanokkal, melyeket víz működtet, vagy pedig valamiféle ütéssel, mint azoknál, melyeknél egy homorított ércet vernek. Ily módon pedig különböző hangok jönnek létre. Helyesnek látszik, ha először erről: a hangszerek⁷⁰ muzsikájáról beszélünk.

De elég a bevezetésből. Most magukról a zene elemeiről kell értekezniük.

3. A hangokról és a muzsika alapelemeiről

Konsonancia, vagyis ami minden zenei formációban meghatározza a dallamot (*modulatio*),⁷¹ nem létezhet hang nélkül. Hang nem keletkezhet valamilyen lökés vagy ütés nélkül, lökés vagy ütés pedig nem jöhet létre, ha nem előzte meg mozgás.⁷² Ha ugyanis minden dolog mozdu-

latin fordításban terjedő hippokratészi (a püthagoreus tanokat az embriológiára alkalmazó) értekezések is, vö. Panti 2017 és 2020.

⁶⁷ *Coaptatio*: lásd följebb 12. és 40. jegyzet.

⁶⁸ A lélek részeiről vö. pl. Platon: *Phaidrosz* 253–4, *Állam* 439d–441c, Arisztotelész: *Nikomakhoszi etika* 1.12, *A lélekről* 3.9.

⁶⁹ Erre a kérdésre sem tér vissza később.

⁷⁰ AZ INSTRUMENTUM SZÓ, MELY NAGYJÁBÓL A GÖRÖG ORGANON FORDÍTÁSÁNAK TEKINTHETŐ, MINDENFÉLE ESZKÖZT, SZERSZÁMOT JELENTHET. A SZÓ SAJÁTOS „HANGSZER” JELENTÉSE ANNYIBAN ADÓDIK MAGÁBÓL A SZÓBÓL, HOGY AZ INSTRUMENTUM OLYAN ESZKÖZ, MELYNEK HASZNÁLATA FELKÉSZÜLÉST IGÉNYEL (VÖ. INSTRUO). (VIKÁRIUS LÁSZLÓ JEGYZETE)

⁷¹ Lásd följebb 61. jegyzet.

⁷² Ugyanígy kezdődik az Eukleidész neve alatt fennmaradt *Sectio canonis* (*Katatomé kanónosz, A kanón beosztása*), és a gondolatmenet is párhuzamos (Boethius forrásairól lásd a bevezető tanulmányt). Látszólag jelentéktelen különbség: Boe-

latlan, akkor egyik a másikkal nem ütközhet össze, és így nem is lökheti meg egyik a másikat, vagyis mivel minden nyugalomban van és mozdatlan, ebből következően semmilyen hang sem keletkezik. A hang meghatározása tehát a következő: a levegőnek egészen a fülünkig töretlenül terjedő lökése.⁷³ E lökőmozgások közül pedig némelyek gyorsabbak, mások lassabbak, illetve ugyanezen lökőmozgások közül némelyek ritkábbak, mások sűrűbbek.⁷⁴ Ha ugyanis valaki megvizsgál egy folytonos mozgást, megkülönböztethet benne gyorsaságot és lassúságot. Sőt, ha valaki a kezét mozgatja, ezt vagy sűrű vagy ritka mozgással teszi. Ha a mozgás lassú és ritkább, akkor éppenséggel a lökés lassúsága és ritkasága következtében jön létre mély hang. Am ha a mozgás gyors és sűrű, akkor magas hang keletkezik. Ha tehát egy húrt erősebben feszítünk ki, akkor magas hangon szólal meg, ha pedig ugyanezt a húrt meglazítjuk, akkor mély hangon. Amikor ugyanis erősebben van kifeszítve, gyorsabb lökést kelt, és ez hamarabb ismétlődik meg, így a levegőt sűrűbben és gyakrabban üti meg. Ha viszont lazábban, akkor lassú és ritka ütések eredményez – éppen az ütés gyengeségénél fogva –, és így rövidebb ideig rezeg. Nem szabad ugyanis azt gondolnunk, hogy ahányszor

thiusnál a konszonancia a kiindulópont, és ez ad alkalmat arra, hogy hangokról beszéljen, hiszen hangok nélkül nincs konszonancia. A *Sectio*ban a konszonancia csupán a 10. fejezetben kerül elő.

⁷³ A hang definíciója: vö. lejjebb 1.8, illetve pl. NE 2. Az ütés, lökés, pendítés szinonimái: levegő (*aer*) mellett inkább *percutio* vagy *ferio*, húr mellett (*chorda*) inkább a *pello* (*pulsus*). A hang mint a levegő ütése/rezgése: lásd pl. AQ 1.4. A lökés (*percussio*) azonosítódik a következő mondatban a mozgással (*motus*).

⁷⁴ A szmürnai Theón (2. sz.) szerint (aki a valószínűleg 1. századi aphrodisziaszi Adrasztozra hivatkozik) már Laszosz (Kr. e. 500 körül), illetve a püthagoreus Hipaszosz (Kr. e. 5. sz., lásd 2. könyv 55. jegyzet) is a gyorsabb és a lassabb mozgásokból eredeztették az összhangokat (*Expositio* p. 59, 7–10 Hiller). A Szuda-lexikon szerint Laszosz (költő-zeneszerző, nem köthető a püthagoreusokhoz) írta az első zeneelméleti művet. A hang keletkezéséről, terjedéséről és a fül érzékeléséről szóló elmélet Kr. e. 4. századi és későbbi források alapján közkeletű felfogás lehetett, lásd Platón: *Timaios* 67a–b; Arisztotelész: *A lélekről* 419–422; Psz.-Arisztotelész: *Természettudományi kérdések* XI 19; *A hallható dolgokról* 800a; *Sectio* Pr.

megpendítünk egy húrt, mindig csupán egyetlenegy hang szólal meg, sem azt, hogy egyetlen hangban csak egyetlen ütés van. Valójában a levegő mindannyiszor megütődik, ahányszor a rezgő húr meglöki. De mivel a hangok sebességei összekapcsolódnak egymással, a fülünk semmilyen megszakitást nem érzékel, és így az érzékelést egyetlen hang üti meg, legyen az mély vagy magas, annak ellenére, hogy mindkettő valójában sok hangból áll.⁷⁵ A mély hang lassabbakból és ritkábbakból, a magas pedig gyorsabbakból és sűrűbbekből. Mint amikor például valaki gondosan elkészít egy olyan kúpot, amelyet pörgettyűnek hívnak, és pirossal vagy más színnel ráfest egy csíkot, majd a kúpot gyorsan megpörgeti, akkor úgy tűnik, mintha az egész kúp pirosra lenne festve. Valójában persze az egész kúp nem piros, de mert a piros csík a pörgetés sebességének köszönhetően magába olvasztja a be nem festett részeket is, így ezeket nem engedi látszódnia. De erről majd később.⁷⁶ Tehát mivel a magas hangokat sűrűbb és gyorsabb mozgások keltik, a mélyeket viszont ritkább és lassabb mozgások, ezért magától értődő, hogy a mély hangból mozgások valamikénti hozzáadásával lehet magasabbat *feszíteni*, magasból pedig mozgások elvételével mélyebbet *lazítani*.⁷⁷ A magas hang ugyanis több mozgásból áll, mint a mély. Az olyasféle dolgok pedig, amelyekben a különbséget az adja, hogy bennük valami több vagy kevesebb, nyilvánvaló, hogy megragadhatók számokkal is. Márpedig bármi, ami kevés, úgy viszonyul a sokhoz, ahogyan egyik szám hasonlítható egy másik számhoz. A számok révén összemérhető dolgok pedig vagy egyenlők, vagy nem egyenlők.⁷⁸ Így tehát a hangok is vagy egyenlők, vagy nemegyenlőségük alapján bizonyos távolságra vannak egymástól. A semmiféle nemegyenlőséggel nem összhangzó hangma-

⁷⁵ A gondolat fontos logikai lépés a hangoktól a *bennük levő* számokhoz, vagyis a püthagoreus zenei számarányelmélethez. Vö. NE 4.

⁷⁶ Lásd 1.31 és 4.1.

⁷⁷ A görög zeneelmélet a hangmagasság változtatását nem térben képzelettel (*félelemel, leszállít*), hanem húros hangszereken: *feszít* (gör. *epiteinein*, lat. *intendere*) és *leenged* (gör. *aniemi*, lat. *remittere*). A fordításban igyekeztünk megőrizni a hangszerközeli terminusokat.

⁷⁸ Vö. IA 1.2

gasságokban egyáltalán nincs konszonancia. A konszonancia ugyanis az egymástól különböző hangmagasságok egységet alkotó összhangja (*concordia*).⁷⁹

4. A nemegyenlőségek fajtái

A nem egyenlő dolgok ötféleképpen hordozzák magukban a nemegyenlőség ismérveit. Egyik a másikat ugyanis meghaladhatja (i) többszörösséggel, (ii) csupán egyetlen résszel, (iii) több résszel, (iv) többszörösséggel és még egy résszel, vagy (v) többszörösséggel és még több résszel.⁸⁰ A nemegyenlőség első fajtája a *többszörös*. A többszörös az,

⁷⁹ A konszonancia (*szümphónia*) püthagoreus definíciója: *Sectio Pr.*, NE 12, Kleoneidész 5. Lásd még: 1.31, 2.20 és 4.1, illetve alább 84. jegyzet, ill. bevezető tanulmány 42. jegyzet.

⁸⁰ Vö. NA 1.17. A rövidesen a hangközökre alkalmazandó püthagoreus arányelmélet két különböző („nem-egyenlő”) pozitív egész szám egymáshoz való viszonyát öt osztályba sorolja. (1) többszörös (lat. *multiplex*, gör. *pollaplasziosz*): a kisebb szám (maradék nélkül) osztója a nagyobbak ($M = k \times N$, például a 6 és a 3 nemegyenlőségi viszonya: többszörös); (2) többletrészes (lat. *superparticularis*, gör. *epimoriosz*): a nagyobb szám pontosan 1-gyel nagyobb a kisebbnél ($M = N + 1$, például a 4 és a 3 vagy a 7 és 6 nemegyenlőségi viszonya többletrészes); (3) többlethányados (lat. *superpartiens*, gör. *epimerész*): a nagyobb szám 1-nél nagyobb számmal nagyobb a kisebbnél, de kisebb a kisebb szám kétszeresénél, például az 5:3 többletkettőshányados (*superbipartiens*); (4) többszörös többletrészes (lat. *multiplex superparticularis*, gör. *pollaplasziepimoriosz*: a nagyobb szám nagyobb a kisebb kétszeresénél és maradékos osztással a maradék pontosan 1 ($M \bmod N = 1$, ahol $M > 2N$, például a 7 és a 3 ($2 \times 3 + 1 = 7$) nemegyenlőségi viszonya pl. dupla többletrészes (*duplex sesqu(i)alter*) vagy a 10 és a 3 ($3 \times 3 + 1 = 10$) nemegyenlőségi viszonya tripla többletrészes (*triplex sesquitercius*); (5) többszörös többlethányados (lat. *multiplex superpartiens*, gör. *pollaplasziepimerész*): a nagyobb szám nagyobb a kisebb kétszeresénél és maradékos osztással a maradék nagyobb, mint 1 ($M \bmod N > 1$, ahol $M > 2N$), például a 8 és a 3 ($2 \times 3 + 2 = 8$) nemegyenlőségi viszonya dupla többlethányados (*duplex superbipartiens*) vagy a 11 és a 3 ($3 \times 3 + 2 = 11$) nemegyenlőségi viszonya tripla többlethányados (*triplex superbipartiens*). Az arányfajtákat ugyanezekbe a kategóriákba sorolja a Nikomakhosz-kortárs peripatetikus filozófus, Adrasztoz (2. sz.) is (= Theón: *Expositio* p. 76, 1–7 Hiller). A szöveg az öt fajta közül csak hármat nevez meg, a fajta gyűjtőneve kikövetkeztethető. A püthagoreus arányelméletben (és így a konszonanciamagyarázatban is, lásd pl. lejjebb 1.6) fontos tényező, hogy az egyes

amelyben a nagyobb szám a kisebb számot egészében foglalja magában: vagy kétszer vagy háromszor vagy négyszer és így tovább, anélkül, hogy hiány vagy többlet keletkezne. Ezeket duplának, triplának vagy négyszeresnek hívjuk, és így sorjában egészen a végtelenig. A nem-egyenlőség második fajtája, amelyet *többletrészesnek* nevezünk, nem más, mint amikor a nagyobb szám a kisebb számot egészében magában foglalja és még egyetlen részét: például még a felét, mint a 3:2, amit többletfeles aránynak (*proportio*)⁸¹ nevezünk, vagy még egy harmadot, mint a 4:3, amit többletharmadosnak. A többi szám is ugyanígy a kisebb szám egészén kívül még egyetlen részét tartalmazza. A harmadik fajta nemegyenlőségben [*többlethányados*] a nagyobb szám egészében tartalmazza a kisebbet, és ezen felül még valamekkora részét, amely az egyetlen részénél több. Ha például az egészen felül még két részét tartalmazza, akkor többletkettőhányados aránynak nevezzük, ilyen például az 5:3. Ha három részét foglalja magában még az egészen felül, akkor többletháromhányadosnak, mint amilyen a 7:4, illetve ugyanígy más számok esetében is ugyanez a helyzet. A nemegyenlőség negyedik fajtája a többszörös és a többletrészeset egyesíti [*többszörös többletrészes*]. Vagyis amikor a nagyobb szám magában foglalja a kisebb számot, akár kétszer vagy háromszor vagy akárhányszor, és még annak, vagyis a kisebbnek egyetlen részét. Ha kétszer foglalja magában és még a felét, akkor duplatöbbletfelesnek nevezzük, ilyen például az 5:2. Ha pedig, tegyük fel, kétszer foglalja magában a kisebbet és még utóbbinak a harmadrészét, akkor ez lesz duplatöbbletharmados, mint amilyen a 7:3. Ha pedig háromszor tartalmazza és még a kisebbik felét, akkor triplatöbbletfeles a neve, mint amilyen a 7:2. Ugyanígy alakul a többi esetben is az elnevezés: az első tagban a többszöröséget, a másodikban a többletrészeséget jelöljük. A nemegyenlőség ötödik fajtája a *többszörös-többlethányados*. Ez az eset az, amikor a nagyobb szám a kisebb

arányfajták egyes példányai *egyetlen* névvel megnevezhetők, vagyis van szóképzési „szabály”, amellyel mindegyik példány neve kimondható (erről lásd még a bevezető tanulmányt).

⁸¹ A *proportio* már a Bevezetőben felbukkan (1.1, vö. följebb 43. jegyzet), itt két különböző szám „nemegyenlőségi viszonya”.

számot egynél többször foglalja magában egészében, és még ezen felül egyetlenél több részét. Ha a nagyobb szám a kisebbet kétszer foglalja magában egészében és még utóbbinak két részét, akkor dupla-többszörösségnek nevezzük, mint például a 8:3. Tripla-többszörösségnek például a 11:3. Ezt a kérdést azért tárgyaltuk itt most csupán röviden és érintőleg, mert az aritmetikáról szóló könyvekben mindezt már részletesen kifejtettük.⁸²

5. Mely nemegyenlőségfajták feleltethetők meg a konszonanciáknak?
A nemegyenlőség két utóbbi fajtáját, mivel ezek az előbbieket keverékei, itt most nem tárgyaljuk. Az első hármat viszont muszáj végiggondolnunk. A többszörös, úgy tűnik, fokozottabb érvénnyel van jelen a konszonanciákban, és a többletrészes csak ezek után következik. A többlethányadosról viszont Ptolemaiosz kivételével mindenki úgy tartja, hogy ez a nemegyenlőségfajta idegen⁸³ a harmonikus összecsengéstől.⁸⁴

6. Miért éppen a többszörösség és a többletrészesesség feleltethető meg a konszonanciáknak?

Azért, mert összeillesztés tekintetében azokat a dolgokat tartjuk egymáshoz alkalmazkodónak, amelyek természetüknél fogva egyszerűek. Mivel pedig a hang mélysége és magassága mennyiségekből áll, éppen azokról a dolgokról mondható majd el leginkább, hogy megőrzik az összecsengés természetét, amelyek képesek megtartani a diszkrét mennyiségre jellemző tulajdonságot. Ami ugyanis diszkrét mennyiség – mivelhogy a mennyiségek egyik fajtája diszkrét, a másik pedig foly-

⁸² Lásd IA 1.21–31, illetve lejjebb 2.4.

⁸³ Lásd *Sectio* 1. Ptolemaiosz szerint a 8:3 (oktáv+kvart) is konszonancia: PH 1.6–7, illetve itt 5.9.

⁸⁴ A latin szövegben *armoniae concinentia*. A görög *harmonia* szó latin alakjának (*armonia*) használata erősíti itt az eredeti jelentést: jól illesztett (zenei) rendszer (vö. följebb, ill. 12. és 40. jegyzet). A *concentia* gyakran a *consonantia* szinonimája, itt azonban (talán) több: az összecsengés fogalmát általánosítja. Az *armoniae concinentia* fordításban elhomályosuló jelentése tehát: a többlethányados aránynak megfelelő hangköz még ha („önmagában”) összecsengőnek hallatszik is, zenei rendszerben a (püthagoreusok szerint!) nem számít konszonanciának.

tonos –, az a legkisebb egységében véges, ámde képes végtelenül egyre nagyobbra növekedni. Ebben ugyanis az egység a legkisebb, mármint ez véges. A sokaság mértéke viszont a végtelenig növekszik, mint amilyen a szám, amely bár a véges egységből indul, növekedésének nincs vége.⁸⁵ Ezzel szemben a folytonos mennyiség ugyan egészében véges, de végtelenül csökkenthető. Egy folytonos szakasz ugyanis felosztással végtelenül mindig tovább osztható, legyen akár egy lábnyi vagy bármilyen más véges hosszúságú. Így tehát a szám mindig a végtelenig növekszik, a folytonos mennyiség viszont végtelenül csökken. A többszörösség őrzi meg tehát leginkább a szám természetét, mivel növekedésének nincs vége. A többletrészesség pedig a folytonos mennyiségre jellemző tulajdonságot hordozza, mivel a kisebb részt végtelenül csökkenti. Éspedig azáltal csökkenti a kisebbet, hogy mindig tartalmazza azt és még annak vagy felét, vagy harmadát, negyedét vagy ötödét, minthogy rendre éppen a nagyobb számról elnevezett⁸⁶ rész csökken. Mivel ugyanis a harmad a háromról van elnevezve, a negyed pedig a négyről, így a negyed, jóllehet a négy meghaladja a hármat, kisebbnek bizonyul, mint a harmad. A többlethányados viszont valamiképpen már szakít az egyszerűséggel. Ez ugyanis kettő, három vagy négy (vagy akárhány) részt is tartalmazhat többletként, tehát az egyszerűséggel szakítva akárhány rész lehet feleslegben. Továbbá minden többszörös önmagát pontosan egészében tartalmazza. A dupla ugyanis pontosan kétszer foglalja magába a kisebbet egészében, a tripla ugyanígy pontosan háromszor tartalmazza a kisebbet egészében, és hasonlóképpen a többi. A többletrészes viszont semmit sem foglal magában pontosan egészében, hanem azt még vagy egy féllal, vagy egy harmaddal, vagy egy negyeddal, vagy egy ötöddel túllépi, ugyanakkor ezt a részekre osztást mindig csupán egyetlen és egyszerű résszel valósítja meg. A több-

⁸⁵ Az egyes szám, az egység (lat. *unitas*, gör. *monasz*) mint fogalom és az ebből levezetett számfogalom: IA *passim*. A diszkrét és folytonos mennyiségről lásd lejjebb 2.3, illetve IA 1.1, ill. vö. Arisztotelész: *Kategóriák* 6 (4b).

⁸⁶ Az egyszerűségfogalom nyelvi alapú (vö. följebb 80. jegyzet): az arányfajta egyszerű, mert reprezentánsai megnevezhetők: létezik nyelvi „algoritmus” vagy szóalkotási „szabály” a megnevezésére (lásd még a bevezető tanulmányban).

lethányados nemegyenlőség viszont se nem pontosan tartalmazza az egészet, és nem is egyetlen résszel lépi azt túl, és éppen ezért a püthagoreusok egyáltalán nem sorolják a zenei konszonzanciák közé. Ptolemaiosz viszont ezt az arányt is a konszonzanciák között tartja számon, miként majd látni fogjuk.⁸⁷

7. Melyik arány melyik zenei konszonzanciához tartozik?

Tudnunk kell mármost a következőt: az összes zenei konszonzanciát vagy a kétszeres vagy a háromszoros vagy a négyszeres vagy a többletfeles vagy a többletharmados arány alkotja. Mármost, ami a számoknál a többletharmados, azt a hangoknál kvartnak nevezzük; ami a számoknál a többletfeles, azt kvintnek hívjuk a hangoknál.⁸⁸ Ami pedig a dupla az arányoknál, azt oktávnak a konszonzanciáknál, a triplát pedig kvint+oktávnak, míg a négyszerest kettősoktávnak.⁸⁹ Erről itt most csupán általánosságban és érintőleg szóltunk, később az egész arányelmélet részleteiben is világossá válik.

8. Mi a hang, mi a hangköz és mi a konszonzancia?

Zenei hangnak (*vox*) nevezzük a dallami (*emmeles*),⁹⁰ vagyis énekléskor alkalmazott egyetlen megtartott hangmagasságra eső hangot (*sonus*).⁹¹ A hangot tehát itt nem általánosságban akarjuk meghatározni, hanem

⁸⁷ Vö. 2.20, 5.6, illetve PH 1.7.15, vö. följebb 83. jegyzet.

⁸⁸ A kvart esetében a *sonus*, a kvintében a *vox* szó szerepel a latin szövegben, vagyis a kettő szinonimaként is használható azonos jelentéssel, de lásd följebb 49. jegyzet, vö. még 4. könyv 42. jegyzet.

⁸⁹ A latin szöveg a konszonzanciák görögből átvett elnevezéseit használja: kvart = *diatessaron* (gör. *dia tessarón*: „négyen [t.i. húron] át”), kvint = *diapente* („ötön át”), oktáv = *diapason* (gör. *dia paszón*: „mindegyiken át”), kvint+oktáv = *diapente ac diapason*, kettősoktáv = *bis diapason*. A középkori latin zeneelméleti traktátusokban is rendre a konszonzanciák görög elnevezéseit találjuk.

⁹⁰ A latin szövegben itt is görög terminus szerepel: *emmelész* (dallamba illeszkedő).

⁹¹ Itt a hang általánosságban a *vox*, a zenei hang a *sonus*, vö. följebb 88. jegyzetet. A következő mondatban a görög *phthongosz*nak felel meg a *sonus* (φθέγγεσθαι a kéziratokban is görög betűkkel). A zenei hang definíciója: vö. pl. NE 13. és AH 15.

csakis azt a hangot, ami a görög *phthongosz*, vagyis ami a φθέγγεσθαι [*phthengeszthai*, beszélni] igéből származik. A hangköz pedig egy magasabb és egy mélyebb hang közötti távolság. A konzonancia az, amikor két különböző magasságú hang kellemesen és egységbe vegyülve érkezik a fülhöz.⁹² A diszkonancia pedig, amikor két, egymással összekeveredett hang durva és kellemetlen ütessel jut el a fülhöz. Miközben ugyanis nem akarnak egymással keveredni, és mindketten valamiképp egymástól elhatárolódva törekszenek előre jutni, eközben mindvégig zavarják egymást, így mindketten kellemetlen hatással vannak az érzékelésre.

9. Az ítéletalkotás nem bízható rá az érzékelésre, sokkal inkább az értelemre; az emberi érzékelés nem tévedhetetlen

Ezzel kapcsolatban mármost azt ajánljuk, hogy ne bízunk minden ítéletet rá az érzékeinkre, még ha e tudomány alapja teljes egészében a hallásra épül is.⁹³ Ha ugyanis nem lenne hallás, akkor egyáltalán nem folyna semmiféle vita a zenei hangokról. Ám a hallás valamiféle kiindulópont, és ez egyszersmind eligazításul is szolgál. Az értelem rendelkezik azonban azzal a végső, tökéletes és teljes megismerésre való képességgel, ami magát biztos szabályokhoz⁹⁴ tartva soha nem esik semmilyen tévedésbe. Ugyan miért kellene bővebben szólnunk az érzékeink megtéveszthetőségéről? Hiszen egyrészt nem azonos mindenkinek az érzékelési képessége, ráadásul még ugyanabban az emberben sem mindig egyforma. Hasztalan bízik tehát bárki a változékony ítéletben, amennyiben az illető arra törekszik, hogy a vizsgálódása hiteles legyen. Ezért járnak a püthagoreusok úgymond középúton. Ők ugyanis amellet, hogy az ítéletet nem bízák rá teljes egészében a fülre, bizo-

⁹² A konzonancia definíciója: 1.28, 1.30, 5.1. Vö. följebb 79. és 84. jegyzet.

⁹³ Lásd ehhez a fejezethez Heilmann (2007, 352–353) kommentárját.

⁹⁴ A *regula* itt szabályt jelent, akárcsak a második könyvben (2.4, 2.6, 2.8), ahol aritmetikai, vagy a harmadikban (3.10), ahol zeneelméleti szabályt. A *regula* másik jelentése a *kanón*, vagyis a mérőlécés monokhord (1.10, 1.11, 1.17, 5.3, továbbá végig a negyedik könyvben), vö. alább 107. jegyzet, 5. könyv 8. jegyzet.

nyos dolgokat mégis kizárólag a füllel kutatnak.⁹⁵ Magukat a konzonanciákat például hallással ítélik meg, de hogy ezek milyen távolságokkal térnek el egymástól, azt már nem bízzák rá a fülre, mert ebben már bizonytalanabb a fül ítélőképessége. Ebben a kérdésben szabályokra és az értelemre hagyatkoznak, mégpedig úgy, hogy az érzékelés mint szolga engedelmeskedjen, míg az értelem mint parancsnok hozza meg a döntést.⁹⁶ Jóllehet szinte az összes szaktudomány,⁹⁷ sőt, minden, ami az életre vonatkozik, érzékelések közvetítésével formálódott, az érzékelések mégsem hoznak soha biztos ítéletet, és nem ragadják meg az igazságot, ha nélkülözik az értelem végső döntését. Az érzékelés ugyanis, ha egyedül magára van utalva, elveszíti az erejét, úgy a túlságosan nagy, mint a túlságosan kicsi dolgokban. A túlságosan kicsi dolgokat ugyanis még érzékelni sem tudja pontosan az érzékelendő dolgok kicsinysége miatt, a nagyobbak viszont gyakran megzavarják. Ugyanez a helyzet a zenei hangok esetében is: ha túl kicsik, a hallás csak igen nehezen fogja fel őket, ha viszont túl nagyok, akkor meg a hallás süketességgé válik éppenséggel a hangzás intenzitása miatt.

10. Hogyan talált rá Püthagorasz a konzonanciák arányaira?⁹⁸

Püthagorasz tehát elsősorban a fentiek miatt állt ki amellett, hogy az elméleti szabályok a lényegesek, és ezért szorította háttérbe a fül ítéletét. Nem bízott meg ugyanis a hallásban, mert az úgy a természet, mint külső véletlenek hatására megváltozhat, sőt, még az életkor előre-

⁹⁵ Vö. 3.10. Ezzel szemben lásd az 5.3 fejezetet, továbbá PM 1144f: „A fenséges Püthagorasz pedig elvetette a zenének (*musziké*) az érzéklés (*aiszthészisz*) alapján való megítélését, mert azt mondta, hogy annak jelenségét csak értelemmel (*nusz*) lehet megragadni. Ezért aztán nem is ítélte meg a hallás alapján a zenét, hanem az arányok *harmonijá* alapján, s úgy tartotta, hogy elegendő, ha a zenére vonatkozó ismereteket az oktávnál megállítjuk.” (ford. Ritoók Zsigmond)

⁹⁶ Vö. 1.34, 5.2, illetve lásd még a bevezető tanulmányban.

⁹⁷ A kivétel: *arithmeticá*.

⁹⁸ Vö. NE 6 és Macrobius: *Kommentár a Scipio álmához* 2.1.8–24. A Püthagorasz-legenda forrásait lásd lejjebb 105. jegyzet, és vö. bevezető tanulmány 94. jegyzet; a középkori recepciójáról, illetve itteni funkciójáról és boethiusi megformálásáról lásd Heilman 2007, 202–222.

haladtával is módosul. Ugyanígy a hangszereknek sem adott hitelt, hiszen ezekkel kapcsolatban számos bizonytalanság és következtelenség merülhet fel. Például: ha jobban megvizsgáljuk, tegyük fel, a húrokat, belátható, hogy a nedvesebb levegő gyengítheti az ütés erősségét, míg a szárazabb felerősítheti. Vagy például egy vastagabb húr a hangmagasságot leszállíthatja, egy vékonyabb megemelheti. Vagy bármely más tényező is megváltoztathatja a konszonancia eredeti állapotát. Ezért hát, mivel ugyanez a többi hangszerre is fennáll, Püthagorasz megbízhatatlannak tartotta mindegyiket, és mivel a vizsgálódást illetően kétségekbe vonta ezek megbízhatóságát, hosszasan és kitartóan kutatta, milyen magyarázattal ragadható meg szilárdan és megingathatatlanul a konszonanciák mibenléte. Eközben isteni indíttatásból egy kovácsműhely előtt sétált el, mikor egyszer csak meghallotta, hogy kalapácsütések különböző hangjai valamiképpen egyetlen összhangzó hangot szólaltatnak meg.⁹⁹ Így hát igencsak meglepődve, hiszen éppen *ezt* kutatta immár hosszú ideje, közelebb lépett a munkásokhoz. Hosszas töprengés után arra jutott, hogy az ütés erősségén múlhat, hogy a megszólaló hangok különbözők. Hogy minden kétséget kizáróan bizonyítsa ezt a sejtését, megkérte a munkásokat, cseréljék ki egymással a kalapácsaikat. Ám kiderült: a különböző hangok magassága nem azon múlott, mekkora izomerővel ütnek a kalapácsokkal, ugyanis a kalapácsok cseréjével együtt a hangmagasság is megváltozott.¹⁰⁰ Mihelyt rájött erre, megvizsgálta a kalapácsok súlyát. Mivel véletlenségből éppen öt kalapács volt kéznél, azt tapasztalta, hogy az oktávkonsonanciát megszólaltató két kalapács egymáshoz képest a dupla súlyarányt adja. Másfelől ugyanarról a kalapácsról, amelyik a másíknak a duplája volt,

⁹⁹ A 2:1, 3:2 és 4:3 tömegarányú kalapácsok hangjai (természetesen) nem az oktáv, kvint, kvartkonsonanciát adják.

¹⁰⁰ A kalapácsok cseréje és a karok izomereje Nikomakhosznál nem szerepel, Macrobiusnál igen (Boethius: *Sed sonorum proprietates non in lacertis haerebat*; Macrobius: *...sonos, qui de singulorum lacertis conficiebantur*). Hogy Boethius Macrobius művét ismerhette és felhasználhatta, arra utal az egyik középkori Macrobius-kézirat adata, amely szerint Boethius apósa, Symmachus (a híres Symmachus leszármazottja), Macrobius leszármazottjával együtt dolgozott Ravennában a *Kommentár* kéziratán (vö. Chadwick 1981, 6).

azt is megállapította, hogy éppen többletharmados arányban áll egy harmadikkal, amelyekkel együtt a kvartot szólaltatták meg. Arról a kettőről pedig, melyekről megállapította, hogy velük az előbbi dupla súlyú többletharmados, illetve többletfeles súlyarányt ad, azt tapasztalta, hogy egymással többletnyolcados arányt alkotnak. Az ötödiket pedig, amelyik egyikkel sem volt összhangzó,¹⁰¹ figyelmen kívül hagyta.

Jóllehet már Püthagorasz előtt is *diapaszón*nak, *diapenté*nek nevezték a zenei konzonanciákat, a legkisebb konzonanciát pedig *diatesszarón*nak,¹⁰² ő volt az első, aki ilyen módon rájött arra, hogy milyen aránnyal kapcsolódik egygyé a hangok összhangja. De hogy világosabb legyen, amit elmondtunk, legyen a négy kalapács súlya 12, 9, 8 és 6. A 12 és a 6 súlyú kalapács kétszeres arányt ad, és az oktávkonzonanciává cseng össze. A 12 súlyú kalapács a 9 súlyúval és a 8 súlyú kalapács a 6 súlyú kalapáccsal *epitritus*¹⁰³ arányuknak megfelelően kvartkonzonanciát alkot. A 9 és a 6, valamint a 12 és a 8 súlyú pedig kvintkonzonanciává vegyül. A 9 a 8-cal többletnyolcados arányt alkotva az egészhangközt szólaltatja meg.

11. Milyen módszerekkel vizsgálták a püthagoreusok a konzonanciák különböző arányait?

Hazatérve aztán tovább kutatta különféle vizsgálatokat elvégezve, vajon valóban ezeken a számarányokon alapszik-e a konzonanciák teljes elmélete.¹⁰⁴ Előbb megfelelő súlyokat akasztott húrokra, és hallás alapján mérlegelte az így keletkező konzonanciák közötti különbségeket.

¹⁰¹ Figyelemre méltó, hogy Boethius itt nem a szokásos *dissonans*, hanem az *inconsonans* szót használja (ezen kívül csupán még egyetlen helyen: 1.20).

¹⁰² Ezen a ponton a magyar fordításban jobbnak tűnt megtartani a görögből „latinisított” elnevezéseket (vö. följebb 89. jegyzet), a szokásos görög átírás helyett latin szóalakban.

¹⁰³ Egyedül ebben a fejezetben fordul elő a *sesquitertia* (*proportio*) görög megfelelője (latin írásmóddal).

¹⁰⁴ *Consonantia* helyett itt fordul elő először a *symphonia* – azonos jelentéssel. A továbbiakban Boethius váltakozva használja hol az egyiket, hol a másikat. A *symphonia* latin szövegben zeneelméleti terminusként már Vitruviusnál felbukkan (*Az építészetről* 1.1.9, 1.1.16, 5.5.5–6).

Ezután különböző hosszúságú nádsípokból készített dupla és közép-arányosokat, és ezekből a többi arányt is összerakva próbált meg különféle kísérletek révén teljes bizonyosságot szerezni. Megfelelő súlyú merőkanalégységeket többszöri méregetéssel üvegedényekbe töltött, és ezeket az üvegedényeket különböző súlyú réz- és vasbottal többször is megütve örömmel állapította meg, hogy semmilyen eltérés nem tapasztalható.¹⁰⁵ Ezután arra jutott, hogy megvizsgálja a húrok hosszúságát és vastagságát is. Így találta fel Püthagorasz a *kanónt*, amelyről később még szó lesz.¹⁰⁶ A kanón a nevét nem onnan kapta, hogy ez a húrok nagyságának és hangjának mérésére szolgáló, fából készült segédeszköz, hanem mert a kánon olyan szilárd és biztos támpont, amely a kutatót nem vezeti félre oly módon, hogy netán kétes bizonyosságot szolgáltat.¹⁰⁷

¹⁰⁵ Püthagorasz, illetve a püthagoreusok akusztikai felfedezései és kísérletezései visszatérő, olykor mesés motívum az antik értekezésekben Arkhütasztól (Kr. e. 4. század, lásd 3. könyv 36. jegyzet) Boethiusig, lásd pl. Arkhütasz B1 töredék, Arisztoxenosz 90. töredék, NE 6, Adrasztoz (= szmürnai Theón: *Expositio* p. 57,1–10 Hiller), Iamblikhosz: *Püthagorasz élete* 26 (116), Gaudentiosz: *Harmonikai bevezetés* 11, Macrobius *Kommentár a Scipio álmához* 2.1.9–14. További források és szakirodalom: Creese 2010, 82, 6. jegyzet. A „kísérletek” többségében a súlyok, méretek számarányai a valóságban nem adnak oktávot, kvintet vagy kvartot. Áttekintés a püthagoreus akusztikai kísérletekről pl. Panti 2020, Zhmud 2012, 303–314.

¹⁰⁶ Lásd 4.5–12.

¹⁰⁷ A *regula* (lásd még följebb 94. jegyzet) egyik jelentése: beosztásokkal, jelölésekkel ellátott mérőrúd, a másik: szabály. Boethius a szó jelentéseit aknázza ki. Ez a fajta szemantikai alapú nyelvi érvelés rokon azzal, amikor azt mondja, hogy a többletrészes arány azért lehet konzonancia, mert az egyes példányai egyetlen szóval (szóalkotási szabállyal) megnevezhetők (lásd följebb 1.6, illetve a bevezető tanulmányban). A *regula* mint a kanón (monokhord) megfelelője: mérőléc fölött kifeszített egyetlen húr, amelyen a püthagoreusok hangközök számarányait kutatták, lásd pl. PH 1.2, Iamblikhosz: *Püthagorasz élete* 26 (119). Monografikus igényű áttekintés: Creese 2010.

12. A hangfajták és magyarázatuk¹⁰⁸

Egyelőre legyen itt elég ennyi ezekről a dolgokról! Most tekintsük át a hangfajtaikat! A hang vagy *szünekhsz*, azaz folytonos, vagy diasztématikus (*diasztématikosz*), azaz elnevezésének megfelelően hangköz-zel megtartott.¹⁰⁹ Folytonos hangfajta a prózaszöveg felolvasása, vagy amikor beszéd közben mintegy átfutunk a szavakon. Ilyenkor a hang sem magas, sem mély hangokon (*sonus*) nem igyekszik megállapodni, hanem gyorsan átfut az egyes szavakon, hiszen a folytonos hang az értelem kifejezésére és a tiszta kiejtésre törekszik. A *diasztématikus* pedig az a fajta hangképzés, melyet énekléskor alkalmazunk. Ennél nem a kiejtésre ügyelünk, hanem sokkal inkább a dallamlépésekre,¹¹⁰ és így a hang maga is tagoltabb lesz, a hangmagasságbeli különbségek kiéneklésével pedig valamiféle intervallumokat képez. Ám ezek nem a csend intervallumai, hanem a megtartott és inkább tagolt éneklésé. Emellett a kettő mellett – legalábbis Albinus szerint¹¹¹ – van még egy harmadik hangfajta is. Idesorolhatók a köztes hangfajták, például amikor hőskölteményt olvasunk fel, akkor nem folytonos hangot képezünk, mint prózaolvasáskor, de nem is a hang megtartott és tagoltabb fajtáját, mint énekléskor.¹¹²

¹⁰⁸ Ebben a fejezetben (és a következőben) a *vox* mindig a hangképzés módja felől jelöli az (emberi) hangot, míg a *sonus*, ami általában zenei hang, itt rendre hangmagasságot jelent. Máshol éppen a *vox* felel meg inkább a hangmagasságnak. Vö. följebb 49. és 88. jegyzet.

¹⁰⁹ A *diasztéma* alapjelentése (távolság, hangköz) alapján. Vö. NE 2. A latin terminusok: *vox continua* és *suspensa*, utóbbi a hang megtartását, kitarását, lebegtetését jelenti. A folytonos beszédhang és a hangközlépésekben megtartott (*diasztématiké*) éneklés megkülönböztetése megvan már Arisztósznál (AH 8.13–11.1).

¹¹⁰ A latin szövegben a *moduli* (plur.) fordítása nem egyértelmű, máshol nem fordul elő.

¹¹¹ Caeconius Rufus Albinus (4. sz.) tudós, filozófus, politikus (a 335. év consula). Dialektikáról, metrikáról, geometriáról és zenéről írt művei elvesztek, utóbbira Cassiodorus is hivatkozik (*Inst.* 2.5.10).

¹¹² Martianus Capella is említi a köztes hangfajta (9.937), nála nem *suspensa* (*vox*), hanem *divisa*, a *diasztématiké* latin megfelelőjeként.

13. A hangok végtelenségének az emberi természet maga szab határt
A folytonos hang mármost, és ugyanígy az énekhang is, természete szerint határtalan.¹¹³ Ezt a vélekedést magunkévá téve sem a beszéd-folyamnak, sem [énekléskor] a hangmagasság emelésének és leengedésének nincs határa. Az emberi természet azonban mindkettőnek határt szab. A folytonos hang elé ugyanis korlátot állít az emberi lélegzés, és ezt sehogyan sem képes átlépni. Az ember ugyanis csakis addig beszélhet folytonos hangképzéssel, amíg ezt a természetes levegővétel megengedi. A diasztématikus hang számára szintén az emberi természet állít korlátot azzal, hogy behatárolja az emberi hang magasságát és mélységét. Az ember ugyanis csakis annyira képes felvinni magasra a hangot vagy mélyre leszállítani, amennyire természetes hangterjedelme engedi.

14. Hogyan működik a hallás?

Vizsgáljuk most meg, hogyan működik a hallás. A hangokkal rendszerint valami olyasmi történik, mint amikor egy elhajított kavics beleesik egy pocsolyába vagy tóba.¹¹⁴ Először igen kis körben kelt hullámot, majd egyre nagyobb hullámkötegekké terül szét, egészen addig, míg végül a mozgás a hullámok előidézésétől ellankadva megszűnik. A későbbi és szélesebb hullám fokozatosan egyre erőtlenebb lökessel terjed tovább. Ha pedig történetesen valami útját állja a hullámok terjedésének, a mozgás rögvest a visszájára fordul, és ugyanolyan hullámkörökkel halad éppen oda mintegy középpont felé, ahonnan korábban kiindult. Így hát a levegő, ha ütés éri, hangot kelt, és megüti a közvetlenül mellette lévő levegőt, és így tulajdonképpen körkörösén levegőhullám keletkezik, és ez terjed szét. Ezért jut el a hang egyszerre a füléhez mindenkinek, aki körülötte áll. Aki viszont messzebb áll, azért hallja halkabbnak, mert őhozá a megütött levegőből már csak erőtlenebb hullám jut el.

¹¹³ Vö. NE 2.

¹¹⁴ A vízbe dobott kavics által keltett növekvő körhullámok hasonlata Arisztotelész Quintilianusnál az égitestek mozgásának magyarázatánál jelenik meg (AQ 3.20).

15. A további tételek sorrendje és a gondolatmenet felépítése

Miután mindezt átgondoltuk, nézzük most meg, hány genoszt tart számon a harmóniatan tudománya. Ezekből a genoszokból szövődik minden zene, ezek a következők: a diatonikus, a kromatikus és enharmonikus.¹¹⁵ De csak akkor tárgyaljuk majd ezeket, ha már szóltunk tetrakhordokról, illetve arról, hogy mely húrok hozzáadásával lett éppen annyi a húrok száma, amennyit ma számon tartunk. Erre viszont akkor kerül majd sor, ha már megnéztük, milyen arányok alkotják a zenei összhangokat.¹¹⁶

16. A konszonanciák arányai, valamint az egészhangköz és a félhangköz¹¹⁷

Ha egy hang kétszer olyan magas vagy mély, mint egy másik hang, akkor oktávkonszonancia keletkezik. Ha egy hang többletfeles, többletharmados vagy többletnyolcados arány szerint magasabb vagy mélyebb egy másik hangnál, akkor ezek rendre kvintet, kvartot, illetve egészhangköz adnak. Ugyanígy, ha egy oktáv, mint a 4:2, és egy kvint, mint a 6:4, összekapcsolódik, együtt a háromszoros arányú (3:1) kvint+oktáv összhangzatot adják. Ha pedig kétszer vesszük az oktávot, mint a 4:2 és a 8:4, akkor a négyszeres arányú kettősoktávot kapjuk. Ha pedig egy többletfeles és egy többletharmados arány, vagyis a kvint és a kvart, mint a 3:2 és a 4:3, kapcsolódik össze, akkor a dupla arány áll elő, amely nyilvánvaló, hogy az oktáv összhangot hozza létre. A 4 a 3-mal ugyanis többletharmados arányt alkot, a 3 pedig többletfeles

¹¹⁵ Egyedül itt szerepelnek főnévi alakban (*diatonum, chroma, armonia*), más-hol rendre melléknévként *diatonicum, chromaticum, enarmonium* [ti. *genus*]. A genoszok megnevezései latin zenei szövegben először Vitruviusnál fordulnak elő: *Az építészetről* 5.5.3. Görög zeneelméleti szövegben a Kr. e. 4. századtól: Arisztó-nosz: 84. töredék (Wehrli) = Alexandriai Kelemen: *Stromata* 6.11.88.

¹¹⁶ A genoszok 1.21-től; a tetrakhordok és húrok hozzáadása: 1.20; a konszo-nanciák összetevői 1.16–19.

¹¹⁷ A kéziratok többségében a 16. fejezetet hét elemi állítás vezeti be (melyik hangköz melyik számaránynak felel meg), valamint hét egyszerű ábra, lásd Friedlein 1867, 201.

viszonnal¹¹⁸ kapcsolódik a 2-höz. Mármost ugyanezt a 4-et a 2 mellé állítva dupla arányt kapunk. Márpedig tudjuk, hogy a többletharmados arány kvartot, a többletfeles kvintet, a dupla pedig az oktávkonsonanciát adja. Következésképpen a kvart és a kvint együtt éppen egy oktáv összhangzatot alkot.¹¹⁹

Az egészhangközt ennél fogva nem lehet felosztani egyenlő részekre. Hogy miért nem, az a későbbiek során világos lesz.¹²⁰ Itt egyelőre elég annyit tudnunk, hogy az egészhangköz soha nem osztható fel két pontosan egyenlő részre. Hogy ezt a legegyszerűbben bebizonyítsuk, legyen a többletnyolcados arány a 9:8. A 8 és a 9 közé semmilyen szám nem esik természetes módon. Szorozzuk meg tehát őket kettővel. Így kétszer 8, azaz 16, és kétszer 9, azaz 18 lesz. Mármost a 16 és a 18 közé természetes módon egyetlen szám esik, mégpedig a 17. Ezek sorba rendezve: 16, 17, 18. A 16 és a 18 mármost egymással többletnyolcados arányban állnak, következésképpen ez egészhangköz. Ám ezt az arányt a köztük lévő szám, a 17, nem két egyenlő részre osztja fel. A 17-hez a 16-ot viszonyítva ugyanis a 17 magában foglalja a 16-ot egészében és még ennek a tizenhatod részét, ami az egység. Ha viszont a 17-et a harmadik számhoz viszonyítjuk, a 18-hoz, a 18 magában foglalja az egész 17-et és ennek még a tizenheted részét. A 17 tehát nem ugyanakkora résszel haladja meg a kisebb számot, mint amekkorával azt a nagyobb szám meghaladja. Az egytizenheted ugyanis kisebb rész, mint az egytizenhatod. Bár mindkettőt [ti. a 18:17-et és 17:18-at] félhangköznek nevezik, de nem azért, mintha pontosan egyenlő közép-félhangközök

¹¹⁸ A sűrűn használt *proportio* (számarány) terminust Boethius helyenként más főnévvel is helyettesíti: huszonegyszer fordul elő a *habitudo*, míg a *collatio* egyedül itt.

¹¹⁹ A hangközök arányok, vagyis a hangközök összeillesztése arányok „összerakása” (a püthagoreus zenematematikában nincs arányok *szorzása*). Mai jelölésekkel tehát ebben a bekezdésben a következő hangköz- és egyben arányműveletek levezetéseit kaptuk: oktáv+kvint = kvint+oktáv : $4:2 \times 3:2 = 3:1$; oktáv+oktáv = kettősoktáv : $4:2 \times 8:4 = 4:1$; kvint+kvart = oktáv : $3:2 \times 4:3 = 4:2 = 2:1$.

¹²⁰ Lásd 3.1–2.

lennének, hanem mert félnek szokás mondani azt, ami nem éri el az egészet. Az egyiket nagyobb félhangköznek nevezzük, a másikat kisebbnek.¹²¹

17. A félhangköz legkisebb számai¹²²

Most részletesen elmagyarázzuk, mi a teljes félhangköz,¹²³ és hogy melyek a félhangköz legkisebb számai. Nem azért hoztuk szóba ugyanis az egészhangköz felosztását, hogy megmutassuk, mekkora a félhangköz. Hanem sokkal inkább azért, hogy bebizonyítsuk: nem osztható fel két pontosan egyenlő részre. A kvartkonszonancia négy hang és három hangköz,¹²⁴ két egészhangközből és egy nem teljes félhangközből áll. Nézzük meg a következő felírást (ábrát):¹²⁵

¹²¹ A 9:8 felosztása két nem egyenlő félre (18:17 és 17:16): PH 1.10, AQ 3.1. A 17:16 és 18:17 mint *semitonium mediumok* (közép-félhangközök), illetve mint kisebb és nagyobb félhangközök (*semitonium minus/maius*, *hemitonium meizon/elatton*) rendre abban a (püthagoreus zenematematikában kulcsmozzanatok számító) bizonyításban kapnak szerepet, amely szerint a 9:8 egészhangköz (amely *per definitionem* a 3:2 kvint és 4:3 kvart különbsége) nem osztható fel két (számarányként) egyenlő félhangközre. Az itt csak röviden tárgyalt állítást Boethius később részletesen kifejti: 3.1–2.

¹²² Szó szerint: melyek az *első* számok (*primi numeri*), amelyek félhangközt adnak. A *primus numerus* aritmetikában használt jelentése: prímszám (lásd pl. IA 1.13ff).

¹²³ A teljes félhangköz (*integrum semitonium*) abban az értelemben *teljes*, hogy ez a teljes „maradékhangköz” (egyszersmind számarány), amennyi még ahhoz kell, hogy a két egymás utáni egészhangköz kiadja a kvartot. (Számarányokkal, vagyis törtszámok szorzásával: $9:8 \times 9:8 \times 256:243 = 4:3$.) A középkori szöveg-hagyományban zavart okozott, hogy éppen az előző fejezetben, ahol arról volt szó, hogy az egészhangköz nem osztható fel két pontosan egyenlő (vagyis azonos számokkal megadható) hangközre, más értelemben használta az *integer/integritas*-fogalmat: „...félnek (*semi-*) szokás mondani azt, ami nem éri el az egészet (*integritas*). Lásd Bower 1989, 27, 89. jegyzet.

¹²⁴ Vagyis itt a kvartkonszonancia valójában a kvart hangtávolságú tetrakhor-dot jelenti.

¹²⁵ A latin szövegben a *descriptio*, úgy tűnik, következetesen ábrát vagy valamiféle szövegből kiemelt ábrázolást jelent. A középkori kéziratok a számokat és viszonyait általában vonalakkal reprezentálják (különbözőféle-mód), lásd Bower 1989, 189–195.

192 – 216 – 243 – 256

Ha a 256-ot a 192-höz viszonyítjuk, többletharmados arány jön létre, és ez kvart összhangzatot ad. Mármint, ha a 216-ot a 192-höz viszonyítjuk, többletnyolcados arányt kapunk, különbségük ugyanis 24, ami a 192 nyolcadrésze, vagyis ez [a 216:192] egészhangköz. Ha pedig a 243-at a 216-hoz viszonyítjuk, újabb többletnyolcados arányt kapunk. Különbségük ugyanis 27, ami a 216 nyolcadrésze. Hátravan még a 256 és a 243 viszonya: különbségük 13, ami nyolcszor véve nem éri el a 243 felét. Tehát nem félhangköz, hanem kisebb félhangköznel. Abban az esetben gondolhatnánk ugyanis joggal teljes félhangköznek, ha a különbségük, ami a 13, nyolcszor véve egyenlő lenne a 243 felével. A 256 és a 243 viszonya tehát kisebb a félhangköznel.¹²⁶

18. A kvart és a kvint különbsége egészhangköz

A kvintkonszonancia öt hangból és négy hangközből áll, és a hangközei: három egészhangköz és egy kisebb félhangköz. Vegyük ismét a 192-t és a vele többletfeles arányt alkotó számot, a 288-at, amellyel kvintkonszonanciát ad. A 288 és a 192 között vegyük a következő számokat: 216, 243, 256; az így felállított sor látható az ábrán:

192 – 216 – 243 – 256 – 288

Az előző ábrán megmutattuk, hogy a 256:192 két egészhangközt és egy félhangközt foglal magában. Vagyis hátravan még a 256 és a 288 viszonya, ami többletnyolcados, vagyis ez egészhangköz, a két szám különbsége pedig 32, amely a 256 nyolcadrésze. Így megmutattuk, hogy

¹²⁶ Az indirekt bizonyítás gondolatmenete a következő. Tetszőleges 9:8 arányban álló számpárra igaz (természetesen), hogy a különbségük nyolcszorosa egyenlő a kisebbik számmal. Vagyis ha egy *teljes* egészhangközt adó számarányra igaz, hogy határszámok különbségének nyolcszorosa egyenlő a kisebbik számmal, akkor egy számarány akkor adna *teljes* félhangközt, ha a határszámok különbségének nyolcszorosa egyenlő lenne a kisebbik szám felével, a konkrét esetben a 13-nak (=256-243) kellene egyenlőnek lenni a 243 felével. Mivel ez nem teljesül ($8 \times 13 = 104 < 243/2 = 121,5$), így a 256:243 nem lehet *teljes* félhangköz.

a kvintkonszonancia három egészhangközből és egy félhangközből áll. Feljebb láttuk, hogy a kvartkonszonancia a 192-től a 256-ig tart. Most viszont látjuk, hogy a kvint ugyanettől a 192-től tart a 288-ig. A kvartkonszonanciát tehát a kvint azzal az aránnyal haladja meg, amely a 288 és a 256 között van, amiről pedig már tudjuk, hogy egészhangköz. Vagyis a kvart összhangzatnál a kvint éppen egy egészhangközzel nagyobb.

19. Az oktáv öt egészhangközből és két félhangközből áll

Az oktávkonszonancia öt egészhangközből és két félhangközből áll, de a két félhangköz együtt nem ad ki egy egészhangközt. Mivel már bebizonyítottuk, hogy az oktáv a kvartból és a kvintből áll, és már azt is igazoltuk, hogy a kvart két egészhangközből és egy félhangközből, a kvint pedig három egészhangközből és egy félhangközből, így ezeket egymáshoz illesztve lesz öt egészhangköz, de mivel egyik félhangköz sem pontosan fél, kettejük együttese nem adja ki a teljes egészhangközt: a felét ugyan meghaladja, de a teljeshez valamennyi hibádzik.¹²⁷ Ezzel levezettük, hogy az oktáv öt egészhangközből és két félhangközből áll, és utóbbiak, bár nem adják ki a teljes egészhangközt, a teljes félhangközt meghaladják. De hogy mi az értelme mindennek, és hogy ezek a zenei konszonanciák hogyan ismerhetők fel, azt később fejtjük majd ki részletesebben.¹²⁸ Addig azonban, még ha ez most csak nagyjából érthető is, megelőlegezve a bizalmat fogadjuk el, hogy így van. De megalapozottan csakis akkor használhatjuk majd fel, amikor már mindezekre bizonyítást adtunk.¹²⁹ Miután ezt leszögeztük, ejtsünk most még röviden szót a kithara húrjairól, a húrok elnevezéseiről, illetve arról, hogy milyen módon adták hozzá a húrokat a hangszerhez. Ez ugyanis magyarázatot ad a húrok elnevezésére, márpedig a későbbieket csakis akkor fogjuk könnyen megérteni, ha előtte ezt is tisztáztuk.

¹²⁷ A 'teljes fél' itt *integra medietas* (vö. följebb 123. jegyzet).

¹²⁸ Lásd a 3. könyvben, ill. vö. 1.33.

¹²⁹ Ezzel és a megelőző két mondattal a szerző az első könyv propedeutikus funkciójára kívánja emlékeztetni az olvasót.

20. A húrok hozzáadása és a húrok nevei

Nikomakhosz szerint¹³⁰ a muzsika (*musica*: zene)¹³¹ kezdetben annyira egyszerű volt, hogy négy húrból állt, és ez így volt egészen Orpheuszig. Az első és a negyedik húr oktávkonzonanciát alkotott, a középsők pedig a szélsőkkel rendre kvintet, illetve kvartot. Ebben egyáltalán nem volt nem összhangzó elem – a négy elemből álló világmindenség zenéjének hasonlatosságára (*musica mundana*).¹³² Ezt a négyhúros¹³³ hang-

¹³⁰ Nikomakhoszról lásd a bevezető tanulmányt. Az itt hivatkozott Nikomakhosz-szöveg nem maradt fenn, és se a *Kézikönyv (Enkheiridion)* se a *Nikomakhosz-kivonatok (Excerpta ex Nicomacho)* nem tartalmaz ezzel közelebbről összevethető passzust. Nikomakhosz azonban egy helyen (NE 11) ígéretet tesz arra, hogy később részletesen kifejti, a tetrakhordból hogyan növekedett hangonként a zenei rendszer, melyik hangot/húrt ki találta fel, és mikor. Ez lehetett Boethius forrása, mindenesetre erről a témáról (a húrok bővítése, a hangrendszer létrejötte) ez a legrészletesebb beszámoló az antik zenei irodalomban. A hangszeres feltalálásáról, a hangszeres és zenei-formai újítások kezdeményezőiről szóló mítoszok és hagyományelemek a görög gondolkodásra jellemző *prótosz heuretész-történetek* sorába illeszkednek. Így például a pszeudo-plutarkhoszi fikatív *szümposzion* házigazdája, Onészikratész is ezzel a költői felkiáltással indítja útjára a beszélgetést a zenéről: „Rajta tehát, a zenének rajongó avatottjai (*muszikész thiaszótai*), emlékeztessétek barátaitokat, ki volt az első (*prótosz*), aki a zenét használta, mit talált ki (*ti heure*) ennek gyarapítására az idő, kik lettek híresekké a zene tudományával foglalkozók közül, de még arra is, hogy mennyi és miféle szempontból hasznos ez a foglalatosság.” (PM 1131d, ford. Ritoók Zsigmond) Ezek után az elsőként megszólaló Lüsziász végig ebből a szempontból tekinti át a görög zene történetét (1131d–1135e), és az őt követő felszólaló, Szótérikhosz is ehhez fűzi hozzá a zenei feltalálásokat az istenekhez, mitológiai történetekhez kapcsoló hagyományt, illetve az ezt támogató érveket (1135e–1136b), ezekkel a szavakkal zárva beszédének ezt a részét: „Mindenképpen fenséges dolog a muzsika, hiszen istenek találmánya.” (ford. Ritoók Zsigmond) A teljes mű magyar fordítással: Ritoók 1982, 371–419.

¹³¹ Lásd följebb 51. jegyzet.

¹³² Lásd 1.2 (Vikárius László jegyzetével, följebb 52.), továbbá a bevezető tanulmányt.

¹³³ A latin szövegben *quadrichordum* áll, ami egyedül itt fordul elő. Talán ezzel is meg akarja különböztetni a mitikus őshangszert a hangrendszert alkotó zeneelméleti fogalomtól, a tetrakhordtól.

szert állítólag Mercurius találta fel.¹³⁴ Ehhez az ötödik húrt később illesztette hozzá Toroibosz, Atüsz lüd király fia.¹³⁵ A phrüg Hüagnisz pedig egy hatodik húrt tett hozzá ezekhez.¹³⁶ A hetedik húrt a leszbo-szi Terpandrosz illesztette a többihez a hét bolygó hasonlatosságára.¹³⁷ A húrok közül a legmélyebbet *hüpaténak* nevezték, minthogy nagyobb és tekintélyesebb, és ugyanezért hívták Iuppitert is *hüpatosznak*,¹³⁸ és a

¹³⁴ Lásd a homéroszi *Hermész-himnuszt*, ahol a Hermész által feltalált hangszer, természetesen, héthúros. Nincs más forrás, amely a Hermész által feltalált hangszert négyhúrosként említené. Négyhúros, oktáv ambitusú (kvart-, egészhangköz-, kvart-lépésekkel) *első* hangszerről szóló antik hagyomány több forrásból ismert püthagoreus elképzelés (vö. pl. Philolaosz 6. töredék, lásd följebb 55. jegyzet), és egybecseng a konzonanciák számairól szóló feltalálás-történetekkel. A minószí, a mükénéi és a geometrikus korból ismert korai húroshangszer-ábrázolásokon a húrok száma változó. A homéroszi eposzok nem szólnak az epikus húros hangszer, a *phorminx* húrjainak a számáról, lásd pl. Maas-Snyder 1989, vö. Kárpáti 2020.

¹³⁵ Néhány kézirat a Coroebus, a többség a Toroebus névalakot hozza. A pseudo-plutarkhoszi szöveg a lüd hangsor (*harmonia*) feltalálójaként nevez meg egy bizonyos Toréboszt (PM 1136c).

¹³⁶ Hüagnisz – más phrüg mitikus alakokkal, Marszüasszal és Olümposzsal együtt – az aulosz feltalálójaként és virtuóznaként tartja számon a hagyomány (pl. PM 1132f), illetve a phrüg hangsor (*harmonia*) feltalálójaként (Athénaiosz 14.624b, Arisztoksenosra hivatkozva). Az antik irodalomban egyedül itt kapcsolódik Hüagnisz neve húros hangszerhez, vagyis Nikomahosznál (már ha ehhez a közléshez is Nikomakhosz elveszett műve a forrás).

¹³⁷ A hét bolygó a világmindenség harmóniája, a szférák zenéje: lásd alább 159. jegyzet, illetve a bevezető tanulmányban. Terpandrosz: lásd följebb 36. jegyzet. A hagyomány (egy része) az ő nevéhez kötötte a héthúros hangszerváltozat feltalálását (vagy általában, vagy a négy-, illetve a hathúros változat bővítésével), lásd pl. Szuda-lexikon: ‘Terpandrosz’, [Arisztotelész]: *Természettudományi kérdések* 32, NEx 1, Plutarkhosz: *Spártai intézmények* 238c, Sztrabón: *Földrajz* 13.2.4 (C 618), valamint a Sztrabón (uo.), Kleoneidész (*Bevezetés* 12), alexandriai Anatóliosz (*A tízes számról...* p.12,21 Heiberg), és a bizánci Manuél Brüenniosz (*Harmonika* 1.8) által is idézett, Terpandrosznak tulajdonított, de minden bizonnyal jóval későbbi kétsoros hexameter (frg. 5 Edmonds): „Négyhangos daltól elhidegülve héthúros *phorminxon* fogunk új énekeket zengeni neked.”

¹³⁸ *Hüpatosz*: magas, legmagasabb, legfelső, vagyis ami (a fizikai térben) a legmagasabb, az *hangmagasságát* tekintve a legmélyebb. A húrok – hangrendszerbe rendezett hangok – elnevezésében a latin szöveg megtartja a görög alakokat: a

consult is ezzel a névvel illetik kiemelkedő méltósága folytán. Ezt a húrt Saturnusnak tulajdonították lassú mozgása és mély hangja miatt.¹³⁹ A második húr a *parhüpaté*, minthogy közvetlenül a *hüpaté* mellé kerül, vagyis itt helyezkedik el. A harmadik a *likhanosz*, mert *likhanosz*-nak hívják azt az ujjat, amelyet mi mutatóujjnak mondunk. A görögök a nyalogatásról (*leikhein*) nevezték el a mutatóujjat (*likhanosz*). Mivel hangszerjáték közben a mutatóujj, vagyis a *likhanosz* pengeti ezt a *hüpatétól* számított harmadik húrt, a húrt magát is *likhanosz*nak mondják. A negyediket *meszé*nek nevezik, mivel a hét közül mindig ez a középső. Az ötödik a *parameszé*, minthogy közvetlenül a középső mellett helyezkedik el. A hetedik neve a *nété*, mivel *neaté*, vagyis *alsó*.¹⁴⁰ A *nété* és a *parameszé* között van a hatodik, amelyet *paranété*nek neveznek, mivel közvetlenül a *nété* mellett van. A *parameszét* ugyanakkor, mivel ez a *nététől* számítva a harmadik, *trité* elnevezéssel is illetik. Ez látható a következő ábrán:

————— *hüpaté*
 ————— *parhüpaté*
 ————— *likhanosz*
 ————— *meszé*
 ————— *parameszé vagy trité*
 ————— *paranété*
 ————— *nété*

húrok/hangok pozíciója alapján a *kbordé* (nőnemű) főnévvel egyeztetett melléknévvel: *hüpaté* (ti. *kbordé*) = legmagasabb; *meszé* = középső; *neaté/nété* = legalsó, szélső; *trité* = harmadik (*para* = mellett). Kivételt képez a *likhanosz* mint húr- és hangnév.

¹³⁹ Lásd 1.27.

¹⁴⁰ A legmagasabb hangolású húr van legtávolabb, „kint a szélén”: *neaté/nété*.

A nyolcadik húrt a szamoszi Lükaón tette hozzá,¹⁴¹ mégpedig a *parameszé* (vagy másik nevén a *tritét*) és a *paranété* közé illesztett egy köztes húrt úgy, hogy ez a *nététől* a harmadik legyen, és így a *parameszének* mint a középső mellettinek, a *tritét* elvesztve, ez maradt az egyedüli neve, miután még egy húrt illesztettek a *nététől* számított harmadik helyre, amely így jogosan vette fel a *tritét* nevet. Lükaón kiegészítése után tehát következőképpen nézett ki az oktakhord:

————— *hüpaté*
 ————— *parhüpaté*
 ————— *likhanosz*
 ————— *meszé*
 ————— *parameszé*
 ————— *tritét*
 ————— *paranété*
 ————— *nété*

A heptakhord és az oktakhord imént látott kétféle felépítése miatt a heptakhordot *szünémmenónnak* nevezik, vagyis *összekapcsoltnak*, az oktakhordot pedig *diezeugmenónnak*, vagyis *elválasztottnak*.¹⁴² A heptakhordban ugyanis az egyik tetrakhordot a *hüpaté*, *parhüpaté*, *likhanosz* és *meszé*

¹⁴¹ Nikomakhosznál a szamoszi (?) Püthagoraszé a nyolcadik húr újítása, a szamoszi Lükaón nevével ebben a vonatkozásban egyedül itt találkozunk (Szimónidészt említi Plinius és a Szuda-lexikon). A szamoszi Lükaón Bower szerint (1989, 32, 107. jegyzet) Püthagoraszot jelenti, az érdekes fejtegetés nem teljesen meggyőző.

¹⁴² Itt vezeti be Boethius (majd az 1.24–25-ben részletezi, a görög zeneelméletben ezek a hangrendszer alkotóelemei) a kvart hangtávolságú, négy hangból álló tetrakhord-kapcsolás két módját. 1. *diazeuxisz* (lat. *disiunctio*): két tetrakhord úgy kapcsolódik egymáshoz, hogy egészhangköz távolság van közöttük, vagyis a mélyebb tetrakhord legmagasabb hangja egészhangköz távolságra van a magasabb tetrakhord legmélyebb hangjától. A két *kata diazeuxin* vagyis „elválasztva kapcsolt” (*diazeugnümi* = elválaszt) tetrakhord nyolcfokú skálát ad, melynek hangtávolsága oktáv. 2. *szünaphé* (lat. *coniunctio*): két tetrakhord úgy kapcsolódik egymáshoz, hogy a mélyebb legmagasabb hangja egyben a magasabb tetrakhord legmélyebb hangja. Így két *kata szünaphén* összekapcsolt (*szünaptó* = összeköt, összeilleszt) tetrakhord hétfokú skálát ad, melynek hangtávolsága szeptim.

alkotja, a másikat a *meszé*, *parameszé*, *paranété* és *nété*. Látható, hogy így a *meszé* húrt kétszer vettük számításba. Vagyis a két tetrakhord a *meszén* keresztül *összekapcsolódik*. Az oktakhordban viszont, mivel ebben nyolc húr van, a felső négy, a *hüpaté*, a *parhüpaté*, a *likhanosz* és a *meszé* alkot egy tetrakhordot, és tőle *elválasztva* különálló tetrakhord kezdődik a *parameszénél*, áthalad a *tritén* és a *paranétén*, majd a *néténél* ér véget. Van tehát egy elválasztás, amelyet *diazeuxis*znak hívnak, és ez egészhangköz távolság a *meszé* és a *parameszé* között. Itt tehát a *meszé* már csak a névét tartotta meg, hiszen itt már nem ő a középső, mivel az oktakhordban középen mindig két húr van, és nincs egyetlen középső húr. A pieriai Prophrasztosz még egy további húrt illesztett hozzá a mély oldalhoz, hogy az egészet teljes enneakhorddá tegye. Ezt a húrt, mivel a *hüpaté* fölött tette hozzá, *hüperhüpaté*nek nevezték el.¹⁴³ De csak addig hívták *hüperhüpaté*nek, amíg a kitharának legfeljebb kilenc húrja volt. Manapság viszont, miután újabb húrokat adtak hozzá, *likhanosz hüpató*nnak hívják. Ebben az elrendezésben és felépítésben pedig azért nevezik *likhanosz*znak, mert a mutatój újra esik. Később majd ez is világos lesz, most azonban lásuk az enneakhord (kilenchúros) elrendezését:

————— *hüperhüpaté*
 ————— *hüpaté*
 ————— *parhüpaté*
 ————— *likhanosz*
 ————— *meszé*
 ————— *parameszé*
 ————— *trité*
 ————— *paranété*
 ————— *nété*

¹⁴³ Prophrasztosz, csakúgy, mint a kilenchúros hangszer, az enneakhord, valamint a *hüperhüpaté* húr és skálahang úgyszólván ismeretlen, vö. NEx 4 (Prophrasztosz). Athénaiosz tud *enneakhordon* nevű ritka hangszerről (pl. 4.182f, 14.636f és másutt), a *hüperhüpaté* hangot a szmürnai Theón többször (*Expositio, passim*), Ariszteidész Quintilianus egy alkalommal említi (AQ 1.6). A kilencedik húr feltalálójának, az egyébiránt obskúrus Prophrasztosznak ugyanúgy Pieria a lakhelye, mint a kilenc Múzsának.

A kolophóni Hisztiaiosz még egy tizedik hűrt tett hozzá a mély oldalhoz,¹⁴⁴ a milétoszi Timotheosz pedig egy tizenegyediket,¹⁴⁵ amelyet, mivel a *hüpaté* és a *parhüpaté* fölé illesztett, *hüpaté hüpatónnak* neveztek el, minthogy a *nagyok* között ő a legnagyobb, a *mélyek* között a legmélyebb és a *távoliak* között a legtávolabbi.¹⁴⁶ A tizenegy közül tehát az elsőt *hüpaté hüpatónnak* hívják, a másodikat *parhüpaté hüpatónnak*, mivel a *hüpaté hüpatón* mellett helyezkedik el. A harmadikat, amelyet korábban az enneakhordban *hüperhüpaténak* hívtak, most *likhanosz hüpatónnak* nevezték el. A negyedik a *hüpaté*, amely így tehát őrzi a régi nevét, az ötödik a *parhüpaté*, a hatodik a *likhanosz* szintén megtartotta a régi elnevezését, a hetedik a *meszé*, a nyolcadik a *parameszé*, a kilencedik a *trité*, a tizedik a *paranété*, a tizenegyedik a *nété*. Az egyik tetrakhord tehát: *hüpaté hüpatón*, *parhüpaté hüpatón*, *likhanosz hüpatón* és *hüpaté*, a második a *hüpaté*, *parhüpaté*, *likhanosz* és *meszé*, és ez a kettő összekapcsolt.¹⁴⁷ A harmadik tetrakhord pedig a *parameszé*, *trité*, *paranété* és *nété*. De mivel a felső tetrakhord (*hüpaté hüpatón*, *parhüpaté hüpatón*, *likhanosz hüpatón* és *hüpaté*) és az alsó (*parameszé*, *trité*, *paranété* és *nété*) között így az egyik tetrakhord (*hüpaté*, *parhüpaté*, *likhanosz* és *meszé*) középpozícióba kerül, ezért ezt az egész középső húrok alkotta tetrakhordot *meszón* tetrakhordnak nevezik az alábbi névbővítménnyel ellátva: *hüpaté meszón*, *parhüpaté meszón*, *likhanosz meszón* és *meszé*. És mivel eme *meszón*-tetrakhord, illetve az alsó, azaz a legalsó húrok alkotta tetrakhord között *elválasztás* van – tudniillik a *meszé* és a *parameszé* között –, ezért az egész *elválasztott* alsó tetrakhordot, vagyis azt, amelyik *diezeugmenón*, ezzel a névbővítménnyel nevezik meg: *parameszé diezeugmenón*,¹⁴⁸ *trité diezeugmenón*, *paranété diezeugmenón* és *nété diezeugmenón*. Az alábbi ábra mutatja ezt az elrendezést:

¹⁴⁴ A kolophóni Hisztiaioszról semmit nem tudunk, egyedül a Nikomakhosz-kivonat említi (NEx 4).

¹⁴⁵ Timotheosz: lásd: 1.1 (a 24–28. jegyzetekkel).

¹⁴⁶ A három felsőfok: nagy (*magnus*) = húr hossza; mély (*gravis*) = hangmagasság; távoli (*excellens*) = térbeli elhelyezkedés.

¹⁴⁷ Lásd följebb 142. jegyzet.

¹⁴⁸ A *parameszé* (akárcsak a *meszé*) a zeneelméleti szövegekben sehol nem kap tetrakhord-azonosítót. Boethius valószínűleg azért teszi mellé a *diezeugmenón*

- hüpaté hüpatón
- parhüpaté hüpatón
- likhanosz hüpatón
- hüpaté meszón
- parhüpaté meszón
- likhanosz meszón
- meszé
- parameszé diezeugmenón
- trité diezeugmenón
- paranété diezeugmenón
- nété diezeugmenón

A *parameszé* és a *meszé* között tehát *elválasztás* van, ezért ezt a tetrakhordot *diezeugmenón*nak hívják. Ha viszont a *parameszét* kivesszük, és csak a *meszé*, *trité*, *paranété* és *nété* marad, akkor *összekapcsolt* lesz, vagyis *szünémmenón* mindhárom tetrakhord, és az utolsó tetrakhordot nevezik *szünémmenón*nak, az alábbiak szerint:

- hüpaté hüpatón
- parhüpaté hüpatón
- likhanosz hüpatón
- hüpaté meszón
- parhüpaté meszón
- likhanosz meszón
- meszé szünémmenón
- trité szünémmenón
- paranété szünémmenón
- nété szünémmenón

tetrakhord-azonosítót, hogy még inkább hangsúlyozza a pozícióját a *meszé*hez képest ebben a tizenegyfokú (vagyis három tetrakhordból álló) hangrendszerben. (Ennek lesz a konzekvenciája, hogy a következő tízfokú rendszerben már a *meszé* is kap tetrakhord-azonosítót.)

Mivel azonban ebben, valamint az endekakhord (tizenegyhúros) fenti felépítésében a *meszé*, amelyet középső elhelyezkedése miatt neveztek el így, közelebb került a *nété*hez, a szélső *hüpatétól* viszont távol van, vagyis nem tartotta meg a neki megfelelő *középső* helyet, ezért a *nété diezeugmenón* fölé hozzáillesztettek még egy tetrakhordot. És mivel ezek a húrok magasabb hangot adtak, mint az addig legfőbb *nété*, ezért ezt az egész tetrakhordot *hüperbolaión*nak nevezték el, az alábbi ábra szerint:

—————	<i>hüpaté hüpatón</i>
—————	<i>parhüpaté hüpatón</i>
—————	<i>likhanosz hüpatón</i>
—————	<i>hüpaté meszón</i>
—————	<i>parhüpaté meszón</i>
—————	<i>likhanosz meszón</i>
—————	<i>meszé</i>
—————	<i>parameszé diezeugmenón</i>
—————	<i>trité diezeugmenón</i>
—————	<i>paranété diezeugmenón</i>
—————	<i>nété diezeugmenón</i>
—————	<i>trité hüperbolaión</i>
—————	<i>paranété hüperbolaión</i>
—————	<i>nété hüperbolaión</i>

Mivel azonban a *meszé* még így sem került középre, ugyanis valamivel közelebb volt a *hüpatéhoz*, ezért a *hüpaté hüpatón* mögé, tőle egészhangköz távolságra hozzátettek még egy húrt, amelyet *proszlambanomenosznak*, mások *proszmelodosznak* neveznek.¹⁴⁹ Ez a húr, vagyis a *proszlambanomenosz* a *meszétől* a nyolcadik, és így vele együtt oktáv összhangzatban szólal meg. Ugyanez a húr a *likhanosz hüpatón*nal, amely tőle természetesen a negyedik húr, kvartban szólal meg. Ez a *likhanosz hüpatón* a *meszé*vel, amely tőle az ötödik, kvint összhangzatot

¹⁴⁹ Az elnevezés jelentése: ‘hozzávet’. A *proszmelodosz* egyedül itt fordul elő a ránk maradt zeneelméleti szövegekben.

ad. Másfelől a *meszé* a *parameszétől* egészhangköz távolságra áll, ugyanaz a *meszé* a tőle ötödik *nété diezeugmenón*nal kvintkonszonanciát alkot. Ez a *nété diezeugmenón* pedig a tőle negyedik *nété hüperbolaión*nal kvartkonszonanciát alkot. A *proszlambanomenosz* a *nété hüperbolaión*nal kettősoktávkonsonanciát ad.

- *proszlambanomenosz* vagy *proszmelodosz*
- *hüpaté hüpatón*
- *parhüpaté hüpatón*
- *likhanosz hüpatón*
- *hüpaté meszón*
- *parhüpaté meszón*
- *likhanosz meszón*
- *meszé*
- *parameszé diezeugmenón*
- *trité diezeugmenón*
- *paranété diezeugmenón*
- *nété diezeugmenón*
- *trité hüperbolaión*
- *paranété hüperbolaión*
- *nété hüperbolaión*

21. A dallamok genoszai

Miután mindezt sorban végigvettük, most a dallamok (*melosz*)¹⁵⁰ genoszairól kell szót ejtenünk. Három genosz van: a diatonikus, a kromatikus¹⁵¹ és az enharmonikus. A diatonikus valamivel keményebb és természetesebb, a kromatikus lágyabban hajlik, mintha valamiképpen

¹⁵⁰ A címben és lejjebb a görög *melosz* és a latin *cantilena* váltakozik, nehéz fordítani, talán legközelebb van a dallam, vö. 1.1.

¹⁵¹ A bevezetőben a *kbróma* melléknévi alakját használja, itt a főnévit, a jelentés azonos. A fordításban a melléknévi formát használjuk, vagyis nem a görög átírás szerint (*kbróma*), hanem a magyar zenei szaknyelvben bevett formában: kromatikus.

eltérne az előbbi természetes hangolástól.¹⁵² Az enharmonikus pedig a legjobban és a legmegfelelőbben összeillesztett genosz.¹⁵³ Minthogy öt tetrakhord van – a *hüpatón*, a *meszón*, a *szünémmonón*, a *diezeugmenón* és a *hüperbolaión* – diatonikus genoszban a dallamlépések egymás után félhangköz, egészhangköz, egészhangköz, úgy az egyik tetrakhordban, mint a rákövetkezőben, ahol szintén félhangköz, egészhangköz és egészhangköz a dallamlépés, és ugyanígy a többi tetrakhordban. És ezért nevezik *dia-tonikus*nak, mivel egészhangközön és még egy egészhangközön (*tonosz*) át lépked. A kromatikus genosz a *szín szóról* (*khróma*) kapta a nevét mint ami a diatonikus hangoláshoz képest az első módosulás. Ez félhangköz, félhangköz és másfélhangköz lépésekben énekelhető. A teljes kvartkonszonzancia ugyanis két egészhangközből és egy félhangközből áll, de az utóbbi nem teljes félhangköz. A kromatikus az elnevezését azokról a felületekről kapta, amelyek más színárnyalatot öltenek magukra, amikor elmozdulnak. Az enharmonikus genoszt pedig, vagyis a legmegfelelőbben összeillesztettet, minden tetrakhordban dieszisz–dieszisz–ditónus lépésekben énekeljük. A dieszisz a félhangköz fele.¹⁵⁴ A három genoszt (mindegyik tetrakhordot beleértve) így ábrázoljuk:

diatonikus:	félhangköz – egészhangköz – egészhangköz
kromatikus:	félhangköz – félhangköz – másfélhangköz
enharmonikus:	dieszisz – dieszisz – ditónus

¹⁵² A *durus* és a *mollis* itt zeneelméleti terminológiaként érthető, vö. 1.1 (valamint ott 15. jegyzet).

¹⁵³ A görög zeneelméletben hagyományosan a zeneelmélet kialakulása táján már nagyrészt eltűnőfélben levő enharmonikus genoszt tartották a legnagyobb becsben (vö. AH 2.7ff, PM 1144e, Vitruvius: *Az építészetről* 5.5.3, Philón: *Leg. alleg.* i–iii 1.14, utóbbihoz lásd alább 160. jegyzet).

¹⁵⁴ A püthagoreus ún. nem-összetett ditónusról van szó (lásd lejjebb 1.23). A *dieszisz* a „nem teljes” félhangköz (256:243) fele („negyedhangköz”) – Boethius itt pontos definíció nélkül használja, később megadja egyrészt a püthagoreus definíciót (4.6), másrészt az arisztoksenoszit is (5.16). Máshol viszont a félhangközt nevezi *dieszisz*nek (2.28, 3.5 és 8), mindkét használat összhangban van a görög forrásokkal.

22. A húrok elrendezése és elnevezéseik (mindhárom genoszban)

Ezután meg kell adjuk a húrok elrendezését, részint egytől-egyig azokét a húrokét, amelyek a három genoszban változók, részint azokét, amelyek elrendezése változatlan. Az első a *proszlambanomenosz*, amelyet *proszmelodosznak* is neveznek. A második a *hüpaté hüpatón*, a harmadik a *parhüpaté hüpatón*. A negyediket általában *likhanosz*nak hívják, de ha a diatonikus genoszban van, akkor diatonikus *likhanosz hüpatón*nak; ha kromatikusban, akkor kromatikus *diatonosz*nak vagy kromatikus *likhanosz hüpatón*nak nevezik; ha pedig enharmonikusban, akkor enharmonikus *likhanosz hüpatón*nak vagy enharmonikus *diatonosz hüpatón*nak hívják.¹⁵⁵ A következőt *hüpaté meszón*nak hívják, az ezt követőt *parhüpaté meszón*nak, az ez utánit *likhanosz meszón*nak, a diatonikus genoszban viszont egyszerűen diatonikus *meszón*nak, a kromatikusban kromatikus *likhanosz meszón*nak vagy kromatikus *diatonosz meszón*nak, az enharmonikusban enharmonikus *diatonosz meszón*nak vagy enharmonikus *likhanosz meszón*nak. Ezeket követi a *meszé*. Ezután két tetrakhord jön: vagy a *szünémmenón*, vagy a *diezeugmenón*. Ha a *szünémmenón*, akkor a *meszé* után álló húr a *trité szünémmenón*; aztán a *likhanosz szünémmenón* következik, amely a diatonikus genoszban diatonikus *szünémmenón*, a kromatikusban kromatikus *diatonosz szünémmenón* vagy kromatikus *likhanosz szünémmenón*, az enharmonikusban pedig enharmonikus *diatonosz szünémmenón* vagy enharmonikus *likhanosz szünémmenón*. Ezek után jön a *nété szünémmenón*. De ha a *meszé* húrhoz nem a *szünémmenón* tetrakhord kapcsolódik, hanem a *diezeugmenón*, akkor a *meszé* után a *parameszé* áll; ezután a *trité diezeugmenón*, azután a *likhanosz diezeugmenón*, amely a diatonikus genoszban diatonikus *diezeugmenón*, a kromatikusban kromatikus *diatonosz diezeugmenón* vagy kromatikus *likhanosz diezeugmenón*, az enharmonikusban pedig enharmonikus *diatonosz diezeugmenón* vagy enharmonikus *likhanosz diezeugmenón*. Ugyanezt *paranétének* is nevezik a diatonikus, a kromatikus vagy az enharmonikus szót hozzátéve. Ezek után jön a

¹⁵⁵ A hangok neveit illetően több inkonzisztencia tapasztalható, a kódexek is több ponton eltérnek egymástól, de ezek a lényegét nem érintik, bővebben lásd Bower 1989, 41–42, 120–121. jegyzetek.

nété diezeugmenón, a *trité hüperbolaión* és a *paranété hüperbolaión*, utóbbi a diatonikus genoszban diatonikus *hüperbolaión*, a kromatikusban kromatikus *hüperbolaión*, az enharmonikusban pedig enharmonikus *hüperbolaión*. A legutolsó a *nété hüperbolaión*. Az alábbi ábra mind a három genosz felépítését tartalmazza. Láthatók benne a megegyező és az eltérő elnevezések. Ha megegyező húrokhoz a különbözőket hozzáadjuk: a húrok száma összesen 28. Az egészet együtt lásd az alábbi ábrán.¹⁵⁶

diatonikus	kromatikus	enharmonikus
proszlambanomenosz	proszlambanomenosz	proszlambanomenosz
hüpaté hüpatón	hüpaté hüpatón	hüpaté hüpatón
parhüpaté hüpatón	parhüpaté hüpatón	parhüpaté hüpatón
<i>likhanosz hüpatón diatonosz</i>	<i>likhanosz hüpatón khrómatiké</i>	<i>likhanosz hüpatón enarmoniosz</i>
hüpaté meszón	hüpaté meszón	hüpaté meszón
parhüpaté meszón	parhüpaté meszón	parhüpaté meszón
<i>likhanosz meszón diatonosz</i>	<i>likhanosz meszón khrómatiké</i>	<i>likhanosz meszón enarmoniosz</i>
meszé	meszé	meszé
trité szünémmenón	trité szünémmenón	trité szünémmenón
<i>paranété szünémmenón diatonosz</i>	<i>paranété szünémmenón khrómatiké</i>	<i>paranété szünémmenón enarmoniosz</i>
nété szünémmenón	nété szünémmenón	nété szünémmenón
parameszé	parameszé	parameszé
trité diezeugmenón	trité diezeugmenón	trité diezeugmenón
<i>paranété diezeugmenón diatonosz</i>	<i>paranété diezeugmenón khrómatiké</i>	<i>paranété diezeugmenón enarmoniosz</i>
nété diezeugmenón	nété diezeugmenón	nété diezeugmenón
trité hüperbolaión	trité hüperbolaión	trité hüperbolaión
<i>paranété hüperbolaión diatonosz</i>	<i>paranété hüperbolaión khrómatiké</i>	<i>paranété hüperbolaión enarmoniosz</i>
nété hüperbolaión	nété hüperbolaión	nété hüperbolaión

¹⁵⁶ A dölt betűs húrnevek: genoszonként változók.

23. A hangok közötti viszonyok az egyes genoszokban

Az előbb mindegyik tetrakhordban az egyes genoszok sajátosságának megfelelően úgy végeztük el a felosztást, hogy a diatonikus genoszban mind az öt tetrakhordot két egészhangközre és egy félhangközre osztottuk. Ebben a genoszban az egészhangköz nem-összetett hangköz, mivel itt önmagában fordul elő, vagyis nem más hangközzel összeillesztve, hanem az egészhangköz teljes egészében fordul elő minden hangközben. A kromatikus genosz felosztása pedig a következő: félhangköz, félhangköz és egy nem-összetett másfélhangköz. Ebben a genoszban ez a másfélhangköz azért nem-összetett, mert itt egyetlen hangközként szerepel, míg a diatonikus genoszban a félhangköz és egészhangköz együtt ugyan másfélhangköz, de itt ez nem nem-összetett, mert itt két hangközlépésből áll. Ugyanez a helyzet az enharmonikus genoszban, amelyik dieszisz, dieszisz és még egy nem-összetett ditónus hangközből áll, és ezt az utóbbi hangközt természetesen ugyanemiat nevezük itt nem-összetettnek, mert itt ez egyetlen hangközként szerepel.

24. A *szünaphé*

Az így elrendezett és összeállított tetrakhordokban *szünaphé* – latinul: *coniunctio* – van akkor, ha a középső húr mint egyetlen közös határ kapcsol és köt össze két tetrakhordot, ahogyan az alábbi tetrakhordban:¹⁵⁷

————— *hüpaté hüpatón*
 ————— *parhüpaté hüpatón*
 ————— *likhanosz hüpatón*

¹⁵⁷ Itt egyetlen 'kvázi-tetrakhordnak' (vagyis 'négyhúros'-nak) nevez egy szemmel láthatóan héthúros rendszert, míg a következő fejezetben, a *diazeuxis*snél már nyugodtan szólhat két tetrakhordról. Boethius döntése logikus: azért hagyja figyelmen kívül az ábrát bevezető mondatban a *tetrakhord* szó jelentését, mert éppen azt fogja bizonyítani, hogy a héthúros rendszer valójában két tetrakhord. Ha itt is eleve két tetrakhorddal vezetné be a héthúros ábrát, akkor súlytalanabb lenne a bizonyítás.

————— hüpaté meszón
 ————— parhüpaté meszón
 ————— likhanosz meszón
 ————— meszé

Itt tehát az első tetrakhord a *hüpaté, parhüpaté, likhanosz, hüpaté meszón*, a másik a *hüpaté meszón, parhüpaté meszón, likhanosz meszón* és *meszé*. Mindkét tetrakhordba beleszámítjuk a *hüpaté meszónt*, ami a legmagasabb húr a felső tetrakhordban, és a legmélyebb az alsóban. Az összekapcsolódás tehát a következőt jelenti: egy és ugyanaz a húr. Mivel a *hüpaté meszón* összekapcsolja a két tetrakhordot, ezért egy és ugyanaz a húr köti össze a *hüpatón* és a *meszón* tetrakhordot, ahogy a fenti ábrán is látható. A *szünaphé* tehát, amelyet összekapcsolódásnak (*coniunctio*) mondunk, két tetrakhord közös hangja, amely a felsőben a legmagasabb, az alsóban pedig a legmélyebb.

25. A diazeuxisz

*Diazeuxisz*nek – latinul *disiunctio* – nevezzük, amikor két tetrakhordot középén választ el egy egészhangköz, mint az alábbi két tetrakhordban:

————— hüpaté meszón
 ————— parhüpaté meszón
 ————— likhanosz meszón
 ————— meszé
 ————— parameszé
 ————— trité diezeugmenón
 ————— paranété diezeugmenón
 ————— nété diezeugmenón

Jól látható, hogy itt két tetrakhord van, mivel a húrok száma nyolc. A *diazeuxisz*, azaz az elválasztás a *meszé* és a *parameszé* között található, amelyek egymástól egy teljes egészhangköz távolságra vannak. Mindezt részletesebben is kifejtjük majd, mivel később alaposan a végére járunk mindennek, ami felmerül. A figyelmesebb olvasó számára azonban már most világos, hogy mindösszesen öt tetrakhord van: a *hüpatón*, a *meszón*, a *szünémnenón*, a *diezeugmenón* és a *hüperbolaión*.

26. Albinus húrelnevezései

Albinus¹⁵⁸ latin nyelvre is átültette a húrok elnevezéseit: a *hüpatékat principales*-nak (legelsők) nevezte, a *meszéket mediae*-nek (középsők), a *szünémmenónokat coniunctae*-nak (*összekapcsoltak*), a *diezeugmenónokat disiunctae*-nak (elválasztottak), a *hüperbolaiónokat* pedig *excellentes*-nek (túlsók). De ennél többet nem érdemes foglalkoznunk ezzel a tárgykutól idegen értekezéssel.

27. Mely égitestekhez hasonlíthatók a húrok?¹⁵⁹

Érdekes még annyit hozzáfűzni a tetrakhordok fönti ismertetéséhez, hogy a *hüpaté meszón* és a *nété*¹⁶⁰ közötti rész olybá vehető, mintha va-

¹⁵⁸ Lásd följebb 111. jegyzet.

¹⁵⁹ Az ún. szférák zenéje elképzelésről (vö. 1.2, ill. följebb 55. jegyzet) lásd a bevezető tanulmányt, továbbá pl. Richter 2006; Ritoók 1982, 96, 213–218; Kárpáti 1986; Hagel 2005; O'Meara 2007.

¹⁶⁰ A következő mondatból derül ki, hogy a másik szélső hang a *szünémmenón* tetrakhord *nétéje* kell legyen. Vagyis a kozmikus világrend mintájára létrejött zenei rendszer *itt* hét hangból áll, hangtávolsága nem oktáv, hanem szeptim: a *hüpaté meszón*tól a *nété szünémmenón*ig. A hét égitestnek megfeleltetett hét hang dilemmája: a világmindenségben megnyilvánuló tökéletességet leképező elméleti héthúros hangszer hangtávolsága is „tökéletes” legyen-e, vagyis a legtökéletesebbnek tartott oktávkonsonancia? Avagy az csorbítaná a tökéletességet, ha kimaradna húr/hang az addigra stabilan rögzített tetrakhordokra épülő skálából, az ún. teljes rendszerből? (A *szüsztéma teleion*t lásd például Ritoók 1982, 558; vö. Kleoneidész 8). A héthúros hangszer tökéletessége utat talált a teológiai gondolkodásba is. Lásd pl. Alexandriai Philón egy megjegyzését: „A zenében pedig az összes hangszer közül a héthúrú lyra a legjobb, mivel ezen a hangszeren szólaltatható meg leginkább az enharmonikus genos, amely a zenében használt genosok közül a legnagyobb szerűbb.” (*Legum allegoriae* I 14, ford. Horváth Judit és Buzási Gábor, megjelenés előtt, köszönöm a fordítóknak a segítséget). A középső platonizmus irányzatához sorolható Philón hathatott a Boethius képzettségében kiemelt szerepet játszó újplatonikusokra is. (Iskoláiról, illetve arról, hogy az athéni vagy alexandriai újplatonikus körök voltak-e rá hatással, lásd Chadwick 1981, 16–22; Moorhead 2009, 22–32. Boethius mindenesetre fontosnak tartotta, hogy egy másik (valószínűleg szintén püthagoreus eredetű) rendszert is ismertessen, amelyben a skála hangjait reprezentáló égitestek száma nyolc (a kilencedik, a Föld, mint Cicerónál, lásd lejjebb 162. jegyzet, mozdulatlan, így ez nem ad hangot), és a *szüsztéma teleion* (az előbbtől eltérő) nyolchúros, oktáv hangtávolságú

lamifele mintapéldája lenne az égi rendnek vagy rendszernek. A *hüpaté* meszón ugyanis megfeleltethető a Saturnusnak, a *parhüpaté* helyzete pedig éppen olyan, mint a Iuppiter körpályájáé. A *likhanosz* meszón a Marshoz rendelhető, a *meszé* a Nap fennhatósága alatt áll, a *trité szünémmenón* a Venusé, a *paranété szünémmenónt* a Mercurius irányítja, és végül a *nété* a Hold pályáját követi.¹⁶¹ Marcus Tullius [Cicero] ellenben fordított sorrendről ír. Az *Állam* hatodik könyvében ugyanis így fogalmaz: „(...) a természetből következik, hogy a szélsők az egyik felén mély, a másik felén magas hangot adjanak. Ezért a legfelső, csillaghordozó Égbolt pályája, amelynek forgása gyorsabb, magas és erős hanggal mozog, a legmélyebb hanggal pedig ez a legalsó, a holdpálya. Mert a kilencedik, a Föld mozdulatlan és mindig ugyanazon a helyen marad.”¹⁶² Így hát Tullius a Földet mintegy a csöndnek tekinti, mivelhogy mozdulatlan. A Holdnak adja a legmélyebb hangot, amely a Földhöz,

kivágata adja a kozmikus rend zeneelméleti mintapéldáját. Ptolemaiosz a teljes zenei *szüsztéma* két oktávjának felelteti meg a *szüsztéma kozmikum*ot a *Harmónika* 3. könyvének csonkán maradt záró (16.) fejezetében, illetve a valószínűleg általa (146-7-ben) Kanóposzban felállított, a csillagászati rendszer alapszámaint összefoglaló feliraton (*Inscriptio Canobi* p. 154 Heiberg). Arisztteidész Quintilianus a teljes rendszer különböző fokain kezdődő *harmoniókat* rendel hozzá az egyes égitestekhez (AQ 3.22). Nikomakhosz is hét égitestet feleltet meg a zenei rendszert alkotó hangoknak: *hüpaté* = Kronosz (Saturnus) – *parhüpaté* = Zeusz (Iuppiter) – *hüpermeszé* vagy *likhanosz* = Arész (Mars) – *meszé* = Nap – *parameszé* = Hermész (Mercurius) – *paranété* = Aphrodité (Venus) – *nété* = Hold (NE 3). A ránk maradt Nikomakhosz-műben és Boethiusnál a legalacsonyabb hang felel meg a legtávolabb égitestnek, a legmagasabb a legközelebbinek. Ebben a tekintetben ez a két elképzelés különbözik mindegyik másik leírástól. Ugyanakkor Boethius, bár a legközelebb áll Nikomakhoszhoz, a hangok elnevezésében vagy önálló, vagy másik hagyományt követ.

¹⁶¹ Stilisztikai teljesítmény: mindegyik égitest *saját* állítmányt kap: *attributa est, consimilis est, tradidere, obtinuit, habet, regit*.

¹⁶² Az *állam* (*De re publica*) 6.18 (Ritoók Zsigmond fordításának felhasználásával). Boethius számíthat arra, hogy olvasója érti, miért áll az idézett szövegben közelre mutató névmás ('ez a legalsó'): a *Scipio* álmában (= *De re publica* 6.9–26) Scipio Africanus szól unokájához Scipio Minorhoz, és az álomban rámutat a föntről látható legközelebbi égitest pályájára, miután feltárta neki a világminőség látványát.

vagyis a csöndhöz a legközelebbi, mégpedig olyképpen, hogy a Hold a *proszlambanomenosz*, a Mercurius a *hüpaté hüpatón*, a Venus a *parhüpaté hüpatón*, a Nap a *likhanosz hüpatón*, a Mars a *hüpaté meszón*, a Iuppiter a *parhüpaté meszón*, a Saturnus a *likhanosz meszón* és legfelül az Égbolt a *meszé*. Hogy melyek a mozdulatlanok közülük, melyek a teljes mértékben mozgó, illetve melyek helyezkednek el a mozdulatlanok és a mozgó között, erről célszerűbb lesz majd akkor szólni, amikor a mérőléces monokhord beosztását tárgyaljuk.¹⁶³

28. A konszonancia természete

Jóllehet a konszonancia fülhallással is felismerhető, ám végső soron mégis az értelem a döntő. Ha két kifeszített húr, egy mélyebb és egy magasabb, egyszerre megpendítve valamiképpen összekeveredve olyannyira kellemes hangot ad ki, hogy a két hang összekapcsolódva szinte már eggyé olvad, nos, ekkor jön létre az, amit konszonanciának nevezünk. Amikor viszont a húrokat egyszerre megpendítve mindkét hang önállóan próbál előre jutni, és a kettőből nem keveredik ki egyetlen, a fül számára kellemes hang, ekkor jön létre az, amit diszszonanciának nevezünk.¹⁶⁴

29. Milyen arányfajta lehet konszonancia?

Egy magasabb és egy mélyebb hang egymáshoz viszonyítva akkor konszonancia, ha a két hang összemérhető egymással, vagyis van közös mértékük.¹⁶⁵ A többszörös arányok között ilyen például a kétszeres, ahol pontosan akkora rész a közös mérték, mint amekkora a két tag különbsége, miként a 4:2 arány esetében mindkettőnek a 2 a mértéke. Vagy

¹⁶³ Lásd 4.13.

¹⁶⁴ Az antik görög zeneelmélet konszonanciadefinícióihoz a forrásokat lásd följebb: 79. jegyzet.

¹⁶⁵ Vö. 1.6, ahol elsősorban az arányfajta *egyszerűsége* volt a magyarázat arra, miért csakis a többszörös és a többletrészes arányok közül kerülhetnek ki a konszonanciák. Itt újabb, erősebben a számokra támaszkodó magyarázatot kapunk: a számpárt alkotó számoknak létezik közös mértéke (*communis mensura*). A többletrészeseknél azért lesz megfelelő közös mértéknek az egység, mert az arányt alkotó számok különbsége is egység, míg ez a többlethányadosokra nem teljesül.

mint a 6:2-nél, amely a tripla, és mindkettőnek mértéke a 2. A 9:8-nál ugyanezt jelenti az egység, amely mindkettőnek mértéke. A többletrészeseknél pedig, ha veszünk egy többletfeles arányt, mint a 6:4, akkor a 2 lesz az, amely mértéke mindkettőnek, ami egyben kettejük különbsége. Ha pedig egy többletharmados arányt veszünk, mint amikor a 8-at viszonyítjuk a 6-hoz, ugyanez a 2 lesz mindkettőnek a mértéke. Ez azonban a nemegyenlőségek többi, korábban már tárgyalt fajtájára nem teljesül, például a többlethányadosra sem. Ha ugyanis az 5-öt viszonyítjuk a 3-hoz, akkor egyiknek sem lesz mértéke a 2, ami kettejük különbsége. A 3-nál ugyanis kisebb (egyszer véve), megduplázva viszont meghaladja. Hasonlóképpen: megkétszerezve az 5-nél kisebb, megháromszorozva viszont túllépi. Ezért hát a nemegyenlőségnek ez a fajtája lesz az első, amelyik elűt a konszonancia természetétől. Továbbá: míg a konszonanciákat alkotó tagok között számos hasonlóság van, ez utóbbiak között semmi ilyesmi nincs. Ez a következőképpen igazolható. A dupla nem más, mint kétszer az egyszeres, és a tripla nem más, mint háromszor az egyszeres, a négyszeres pedig nem más, mint négyszer az egyszeres, a többletfeles kétszer fél, a többletharmados háromszor a harmadrész. De ilyesmi aligha található a nemegyenlőségek többi fajtájánál.¹⁶⁶

30. Platón szerint hogyan keletkezik a konszonancia?

Platón szerint a következőképpen keletkezik a fülben a konszonancia.¹⁶⁷ A magasabb hang szükségképpen gyorsabb, állítja, így megelőzi a mélyebb hangot, és hamarabb jut el a fülhöz. Mihelyt nekiütődik a testrészt legbenső részének, ez mintegy újra megülve fordított irányú mozgásba hozza. De mivel ekkor már lassabban halad, vagy legalábbis

¹⁶⁶ További magyarázat: a konszonanciák arányait alkotó számokban sok a hasonlóság (*multa similia*). Az itt ismertetett indoklás mai szemmel kissé erőltetettnek tűnhet, ám ezen nem kell fennakadnunk. Az 1.6 fejezetben előadottakkal együtt végső soron három, részben eltérő logikájú indoklás együtt világít rá a probléma hátterében rejlő gondolkodásbeli változásra: a legrégebb időkből eredő püthagoreus alapállítás az arányelméleti rendszer keretein belül is indoklásra érdemes.

¹⁶⁷ Vö. Platón: *Timaios* 80a–b.

nem olyan gyorsan, mint amikor az első lökés hatására elindult, ezért szükségképpen mélyebb lesz. Mármost amikor ez a már mélyebb hang visszafelé haladva találkozik a még csak most érkező, de immár hozzá hasonlító mély hanggal, összekeveredik vele, vagyis, ahogy Platón mondja, a kettő összeolvad egyetlen konzonanciává.

31. Nikomakhosz mit állít Platónnal szemben?

Nikomakhosz szerint azonban ez az elképzelés nem fedí a valóságot.¹⁶⁸ Szerinte ugyanis a konzonancia nem hasonló, hanem éppenséggel különböző hangokból jön létre, és pedig olyanokból, amelyek, ha találkoznak egymással, egységes összhangot alkotnak. Ha mély hang keveredik mélyvel, semmilyen konzonancia nem keletkezik, hiszen az éneklésben sem a hasonlóság, hanem a különbözőség hozza létre azt az összhangot, amely összekeveredve születik meg, annak ellenére, hogy az egyes hangokban nem volt meg. Nikomakhosz mármost úgy véli, hogy a konzonancia a következőképpen keletkezik. Azt állítja, hogy az ütés nem egyetlen, egyszeres hangmennyiséget adó valami, hanem egy egyszer megpendített húr a levegőt többször is megüti, és sok hangot kelt. Mivel azonban ezek az ütések olyan gyorsan történnek egymás után, hogy egyik hang majdhogynem összeér a másikkal, ezért nem érzékelhető a távolság, és az egész olyan, mintha egyetlen hang érkezne el a fülhöz. Ha tehát a mélyebb hangok ütései a magasabb hangok ütéseivel összemérhetők a fent említett arányok szerint, akkor világos, hogy éppen az összemérhetőség keveredik önmagával, így hozva létre a hangokból egyetlen konzonanciát.

32. Milyen elv alapján előrébb való egy konzonancia egy másiknál?

Ezután ítéletet kell alkotnunk valamennyi említett konzonanciáról. Nem csupán hallás, de értelem és meggondolás alapján is el kell tudjuk dönteni, hogy melyik a legtökéletesebb a konzonanciák közül. Ugyanúgy működik ugyanis a fül a hangoknál vagy a szem a látásnál, ahogyan az értelmi belátás a számoknál vagy a folytonos mennyiségeknél. Semmi sem könnyebb ugyanis, mint egy adott számnak vagy szakasznak

¹⁶⁸ Vö. 1.3, 2.20, 4.1. A hivatkozott Nikomakhosz-szöveg nem maradt fenn.

a dupláját elképzelni szemmel vagy értelemmel. A dupla elgondolása után ugyanilyen könnyű lesz elgondolni a felét, a fele után a háromszorosát, a háromszorosa után a harmadrészét. És mert a dupla meg-gondolása az egyszerűbb, Nikomakhosz ezért véli úgy, hogy a legjobb konszonancia az oktáv, majd ezután következik a kvint, amely magá-ban hordozza a felet, ezt követi a kvint+oktáv, vagyis a háromszoros, és ugyanezt az eljárást és logikát követve alkot ítéletet a többi konszo-nanciáról.¹⁶⁹ Ellenben Ptolemaiosz (a véleményét később részletezem) másképpen gondolkodik erről.¹⁷⁰

33. Hogyan értelmezzük az eddig elmondottakat?

Most megpróbáljuk röviden és csupán nagyvonalakban összefoglalni mindazt, amit a továbbiakban majd részletesebben kifejtünk. Ezt azért tesszük, hogy ez az összefoglalás felkészítse, legalábbis valamennyire, az olvasó elméjét arra, hogy a későbbi tárgyalás során még jobban elmélyedhessen majd ebben a tudományban.¹⁷¹ De addig, amíg ez megtörténik, járjunk el a püthagoreusok szokása szerint. Amikor ugyanis Püthagorasz, a Mester állított valamit, onnantól fogva senki sem bá-torkodott rákérdezni az érvelésre, hanem a tanító magyarázata hitelt adott a dolognak a szemükben mindaddig, amíg a tanuló az alaposabb tanulmányozástól immár megerősödve saját maga rá nem talált ugyan-ezekre az összefüggésekre anélkül, hogy ezeket bárki megmutatta volna neki. Így hát mi is most az olvasó belátására bízunk, elfogadja-e, amit itt állítunk: az oktávot a dupla, a kvintet a többletfeles, a kvartot a többletharmados, a kvint+oktávot pedig a tripla arány alkotja. Kés-sőbb részletesen is kifejtjük, mi a magyarázata ennek, illetve azt is, hogy

¹⁶⁹ Lásd 2.20.

¹⁷⁰ Lásd 5.7–12.

¹⁷¹ Itt kezdődik propedeutikus első könyv erősen didaktikus és brilliánsan ré-torikus lezárása, ugyanúgy két fejezet terjedelemben, ahogyan a könyv nagyívű bevezetője. A 33. fejezet: (i) emlékeztető az első könyv propedeutikus céljára; (ii) hivatkozás a legfőbb tekintélyre ebben a témában (*captatio benevolentiae*); (iii) a legalapvetőbb állítások újólagos összefoglalása. A 34. fejezet bizonyos ér-telemben az egész *Tanítás a zenéről* csúcspontja, amelyben filozófiai magasságba emelkedik: ki valójában a *musicus*, és mi az *igazi* feladata.

valamiképp a fül ítéletével is képesek vagyunk megállapítani a zenei konzonanciákat, továbbá minden mást, amiről korábban már szó volt. A részletesebb tárgyalás pedig alátámasztja majd, hogy a többletnyolcados arány egészhangközt alkot, és hogy ezt nem lehet felosztani két egyenlő részre, ahogyan semelyik ilyen fajta arányt sem lehet, tudniillik a többletrészest.¹⁷² Valamint azt is, hogy a kvarttkonzonancia két egészhangközből és egy félhangközből áll, és hogy kétféle félhangköz van: egy nagyobb és egy kisebb. A kvintet pedig három egészhangköz és egy félhangköz alkotja. Az oktáv öt egészhangközből és két kisebb félhangközből áll, vagyis nem pontosan akkora, mint amekkora hat egészhangköz. Mindezeket később igazoljuk majd egyrészt számok közötti összefüggések, másrészt a hallás segítségével is. Egyelőre itt legyen elég ennyi!

34. Mit jelent az, hogy valaki *musicus*?¹⁷³

Végző soron tehát számításba kell vegyük azt is, hogy minden művészetben és minden tudományban természettől fogva nagyobb a becsülete az értelemnek, mint a gyakorlati szaktudásnak. Utóbbi ugyanis a mesterember keze munkájának az eredménye. Sokkal nagyobb és értékesebb dolog értelemmel felfogni azt, amit csinálunk, mint olyasmit kivitelezni, amit tudunk. A mesterségbeli jártasság ugyanis csupán mint szolga engedelmeskedik, az értelem az úrnő, ő az, aki parancsol.¹⁷⁴ Vagyis a kéz hiábavalóan cselekszik, ha nem azt hajtja végre, amit az értelem parancsol meg neki. Mennyivel nagyszerűbb tehát a muzsikuszámára a tudás, mely a szellemi megismerésben nyilvánul meg, mint az eredmény, mely egy zenemű megkomponálásakor és előadásakor jön

¹⁷² Lásd 3.11

¹⁷³ Ebben a kontextusban a *musicus*, aki a *quadrivium* – aritmetika, geometria, asztronómia és zene(elmélet) – tudományainak útját járva elmélyült ismeretekre tett szert a *musicában*, vagyis a matematikai (arányelméleti) alapokra épülő antik görög zeneelméletben. Fordításként mind a muzsikusz, mind a zenetudós szóba jöhet, de ezek mai használata meglehetősen távol áll a latin szó itteni jelentésétől. A fejezet feltételezett újplatonikus forrásairól (vagy inkább fogantatásáról) lásd pl. Heilmann 2007, 355–58.

¹⁷⁴ Vö. 1.9, 5.2, illetve lásd még a bevezető tanulmányban.

létre!¹⁷⁵ Ugyanannyival nagyszerűbb, mint amennyivel a szellem felülmúlja a testet. A test tudniillik értelem nélkül és mint szolgálja tengődik csupán, míg a szellem vezet el ahhoz, ami a helyes. Mert értelem híján és annak nem engedelmességre a fáradozás is hiábavaló. Így hát az értelem vizsgálódásának semmilyen gyakorlati cselekvésre nincs szüksége, ellenben a kéz semmilyen mesterséget nem képes űzni, ha ebben nem vezeti őt az értelem. Hogy az értelemnek mekkora a dicsősége és érdeme, abból is látható, hogy a többi úgymond gyakorlati zenei szakember nem a *musica* tudományáról lett elnevezve, hanem nem egyébről, mint a hangszereikről: a *kitharódosz* a *kitharáról*, az *aulódosz* pedig a *tibiáról*,¹⁷⁶ és a többiek is, ki-ki a saját hangszeréről kapta a mestersege nevét.¹⁷⁷ Valójában tehát az a *musicus*, aki értelemmel mérlegelve tette magáévá a zene tudományát, vagyis nem munkavégzéssel mint valamiféle szolgálattal, hanem az értelem irányításával. Az épületek és a hadvezérek győzelmi emlékművei és triumphusai is ezt a fordított elnevezésmódot követik. Annak a nevét vésik fel az épületre, azét örökíti meg a diadalmenet, akinek hatalma és szellemi teljesítménye révén az lehetővé vált, nem pedig azokét, akik fáradozása és szolgálata révén megvalósult.

Három fajtája van tehát a múzsai művészettel (*ars musica*) való foglalatosságoknak.¹⁷⁸ Az egyik az, amelyik hangszeren játszik, a másik énekeket komponál, a harmadik ítéletet alkot a hangszeres előadásról és a

¹⁷⁵ A kissé elvont megfogalmazás minden bizonnyal a mű megírására, a zene-szerzésre (*in opere efficiendi*) és a zenemű előadására (*in actu*) vonatkozik, legáltalabban erre utal a zenészek három, lejjebb említett csoportja.

¹⁷⁶ Lásd följebb 34. jegyzet.

¹⁷⁷ A *kitharódosz* énekes előadó, saját magát kíséri a kitharán. Az *aulódoszt*, miközben énekel, aulosz-játékos (*aulétész*) kíséri. Az aulosz latin neve *tibia*, a zökkenőmentes váltás figyelemre méltó.

¹⁷⁸ A *musica instrumentalis* hármass felosztása – feltehetően Boethius invenciója – az 1.1–2-ben előadott hármass felosztás (*musica humana, mundana, instrumentalis*) pendant-ja. Az ‘egész’ *musica* hármass felosztása után az egyik elem további hármass felosztását illetően felvethető a kapcsolat Arisztotelész Quintilianusszal (hatása Martianus Capellánál kimutatható, hogy Boethius is ismerte, csupán valószínűsíthető). A *musica/musiké* Arisztotelész-féle felosztásáról, illetve a hármass felosztásról lásd a bevezető tanulmányt.

zeneművekről. Mármost azok, akik hangszeren játszanak, és akiknek a tevékenysége teljes egészében erre irányul, mint például a kitharajátékosok vagy akik orgonán vagy más hangszeren mutatják be művésztüköt, nos, ezek mind távol állnak a zene tudományának megértésétől, hiszen, ahogyan már említettük, ezek csupán szolgálatot teljesítenek, és az értelemmel mit sem törődve egyáltalán nem élnek a tudományos vizsgálódás módszerével. A zenével foglalkozó tevékenységek második csoportjába tartoznak a komponisták. Ők leginkább valamiféle természetből megadatott ihlettel, mintsem gondolkodással és értelemmel jutnak el a zeneművekhez. Így aztán ez a csoport sem lép a tulajdonképpeni *musica* mezsgyéjére. A harmadik csoporthoz tartozó zenész az ítéletalkotásban való jártasságát használja annak érdekében, hogy képessé váljon vizsgálat alá venni ritmusokat, dallamokat, illetve teljes zeneműveket. Őröla mondhatjuk el méltán, hogy a *musica* területén munkálkodik, mivel teljes egészében az értelemre és a gondolkodásra támaszkodik. Valójában az tehát a *musicus*, aki képes arra, hogy spekulatív elmélet révén, a *musica*-tudományhoz illeszkedő és ennek megfelelő gondolkodás mentén alkosson ítéletet hangsorokról, ritmusokról, dallamfajtaokról, hangkeveredésekről,¹⁷⁹ illetve minden egyébről, amiről később szó lesz, valamint a költők énekeiről.

¹⁷⁹ A zárómondat utalásszerűen villant fel néhány fontos zeneelméleti terminust. A 'hangsorokról' (*modus*) a 4.15–17-ben lesz szó. A 'dallamfajta' (*genera cantilenarum*) megnevezésen a zenét alapjaiban meghatározó genoszokat kell értsük, lásd 1,15, 4.3-tól, 5.16–19, valamint az 5. könyv hiányzó fejezetei. (A *cantilena* szó boethiusi használatáról lásd följebb 150. jegyzet.) A 'kombinációk' (*permixtiones*) – n.b. a mondatszerkezet is homályos – vagy a genoszok kombinációit, azaz a genosz-modulációt (vö. pl. AQ 1.11, 3.26) jelenti, vagy a genoszok keverését (vö. AH 1.7 és PM 1342b8–12), vagy – és erre utal a *de* prepozíció megismétlése – önmagában áll. A kérdés nem dönthető el egyértelműen egyedül azon az alapon, hogy a *permixtio* szó mindössze egyetlen további helyen, a konzonzonanciadefinícióban (2.20) fordul elő, ugyanis ebben a kontextusban a *permixtio* többes száma nehezen lenne értelmezhető.

MÁSODIK KÖNYV

1. Bevezetés
2. Mi a filozófia Püthagorasz felfogásában?
3. A mennyiségek közötti különbségek, melyik milyen tudományághoz köthető
4. A viszonyított mennyiségek közötti különbségek
5. Miért kitüntetett a többszörös a többi arányfajtaéhoz képest?
6. Mi a négyzetszám? (eszmeftuttatás róluk)
7. Mindegyik nemegyenlőség egyenlőségből jön létre (bizonyítással)
8. Tetszőleges számú, egymás után következő többszörös arány megtalálásának szabályai
9. Milyen arányt hoznak létre az osztással kapott számok?
10. Milyen arány származtatható többszöröséből és többszörös-többszöröséből?
11. Melyek a többszörösöket eredményező többszörözesek?
12. A számtani, a mértani és a harmonikus közép
13. A folytonos és a nem folytonos közép
14. Miért ez a nevük a fent tárgyalt közepeknek?
15. Hogyan származtathatók a fent említett közepek az egyenlőségből?
16. A harmonikus közép részletesebb tárgyalása
17. Hogyan helyezkednek el egymáshoz képest a fent említett közepek két határszám között?
18. A konszonanciák rangsora, avagy mértéke Nikomakhosz szerint
19. Ebulidész és Hipposzosz véleménye a konszonanciák sorrendjéről
20. Nikomakhosz szerint melyik konszonancia melyiknek az ellenpárja

21. Mit kell előrebocsátani ahhoz, hogy bizonyítsuk: az oktáv a többszörösök közé tartozik?
22. Az oktáv a többszörösök közé tartozik (lehetetlenségi bizonyítás)
23. A kvint, a kvart és az egészhangköz többletrészesek
24. A kvint és a kvart a legnagyobb többletrészesek
25. A kvint a többletfeles, a kvart a többletharmados, az egészhangköz a többletnyolcados arány
26. Az oktáv+kvint a háromszoros, a kettősoktáv a négyszeres arány
27. A püthagoreusok szerint az oktáv+kvart nem konzonancia
28. A félhangköz. Melyek a legkisebb számai?
29. A 256:243 nem az egészhangköz fele
30. Az egészhangköz nagyobbik része, illetve ennek legkisebb számai
31. Milyen arányokból áll a kvint és az oktáv? Miért nem állhat egy oktáv hat egészhangközből?

1. Bevezetés

Az előző könyv sorban felvetett minden olyan kérdést,¹ amelyről most azt javaslom: tárgyaljuk meg ezeket alaposabban. De mielőtt rátérek azokra a dolgokra, amelyeket saját logikájuknak megfelelően kell majd elsajátítanunk, előrebocsátok néhány tudnivalót, hogy a hallgató világsodottabb értelemmel juthasson el a tárgyalni kívánt anyag megértéséig.²

2. Mi a filozófia Püthagorasz felfogásában?

Mindenki közül elsőként Püthagorasz nevezte filozófiának a bölcsesség tanulmányozását. Úgy vélte, a filozófia azoknak a dolgoknak az ismerete és tudománya, amelyekről sajátlagosan és valójában elmondható, hogy *létező*.³ Ezek pedig, úgy vélte, pontosan azok a dolgok, amelyek sem növeléstől nem növekszenek, sem kisebbitéstől nem csökkennek, és amelyekkel nem történhet semmi olyan, amitől megváltoznának. Végő soron ezek az alakzatok, a nagyságok, a minőségek, a viszonyok,⁴ és minden más olyan dolog, amely önmagában vizsgálva változatlan, de más testhez kapcsolódva megváltozik, és változékony dolgokkal való összekapcsolódása következtében sokféle változatban átalakul.⁵

¹ Az első könyvről mint propedeutikumról lásd a bevezető tanulmányt.

² Amit Boethius itt 'előrebocsát' (*praemitto*): a 2.2–17 fejezetek (ez az anyag tárgya volt az IA-nak is). Az új anyag: 2.18–31. A két nagyobb egység belső tagolása a következő. Aritmetikai alapok: 2.2–5; 'axiómák': 2.6–17; a konszonanciák 'természete': 2.18–20; arányfajták és konszonanciák: 2.21–27; egészhangköz és ennél kisebb hangközök: 2.28–31. A második könyv utolsó négy fejezete egyfajta *tour de force*, célja, hogy ékesen demonstrálja a püthagoreus zenematematika erősségét: a zenematematikai alapokra építve még a 9:8-nál kisebb hangközök, a *dieszisz*, az *apotomé* és a *komma* 'extrém' számai is könnyedén meghatározhatók. (Az egyes fejezetek végén hivatkozom a megfelelő IA-fejezetekre.)

³ Vö. IA 1.1 és NA 1.1 (amelynek közel fordítása). A fejezet értelmezéséről és kapcsolatáról az arisztotelészi *katégoria*-tannal lásd Panti 2018, 71–72.

⁴ A viszony, a *habitudo* (gör. *szkbeszisz*) itt általánosan értendő, ugyanakkor a Boethius-féle arányelméletben (úgy a zenei, mint az aritmetikai traktátusban) a jelentése gyakran arány (vagynis a *proportio* helyett áll a *habitudo*).

⁵ Az arisztotelészi nyomán az újpüthagoreus kategóriák teljes felsorolását lásd IA 1.1 és NA 1.1: *qualitates/poiotétesz*, *quantitates/poszotétesz*, *formae/szkbé-*

3. A mennyiségek közötti különbségek, melyik milyen tudományághoz köthető

Püthagorasz szerint minden mennyiség vagy folytonos vagy diszkrét. A folytonos mennyiséget *nagyságnak* hívjuk, a diszkrét mennyiséget *sokaságnak*. Pontosan ez a megkülönböztető és úgyszólván ellentétes sajátosságuk. A sokaság ugyanis véges mennyiségből kiindulva és növekedve a végtelen felé halad úgy, hogy a növekedésnek semmilyen vég nem szab határt; a legkisebb irányában tehát határolt, a nagyobb irányában határtalan, kiindulópontja pedig az egység, amelynél nincs kisebb. A sokaság tehát a számok révén növekszik, és a végtelenig terjed, de egyetlen szám sem szab határt a növekedésének. A nagyság viszont méretét tekintve véges mennyiség, de végtelenül csökkenthető. Ha ugyanis például egy szakasz egy láb hosszú vagy bármilyen más mértékű, felosztható két egyenlő részre, majd ennek a fele is felezhető, utána ismét megfelelezhető úgy, hogy semmiféle határa sincs a nagyság feldarabolásának. Így a nagyság, amely a nagyobb mérték irányában határolt, amikor csökkenni kezd, végtelen. Ezzel szemben a szám, amely a kisebb mérték irányában véges, amikor növekszik, akkor már végtelen lesz. És bár ezek ilyenén módon végtelenek, a filozófia mégis véges dolgokként tárgyalja őket, és a végtelen dolgokban talál valamiféle határt, amire már jogosan tudja alkalmazni e tudomány vizsgálódására jellemző elmeélt. A nagyságok között ugyanis egyesek mozdulatlanok, mint a háromszög, a négyszög vagy a kör, mások pedig mozgóak, mint a világmindenség szférája, illetve bármi, ami abban meghatározott sebességgel forog. A diszkrét mennyiségek között vannak, amelyek önmagukban diszkrétnek, mint a három, a négy vagy a többi szám; és vannak, amelyek valamihez viszonyítottan azok, mint a kétszeres vagy a háromszoros és a továbbiak, amelyek összehasonlításból erednek. A mozdulatlan nagyságot a geometria vizsgálja, a mozgó nagyság tudományát az asztronómia műveli, az önmagukban

matiszmoi, magnitudines/megethé, parvitates/mikrotétesz, aequalitates/iszotétesz, habitudines/szkbeszeisz, actus/energeiai, dispositiones/diatheszeisz, loca/topoi, tempora/khronoi.

diszkrét mennyiségek az aritmetika hatáskörébe tartoznak, míg a valamihez viszonyított diszkrét mennyiségek ismerete a zenetudomány, a *musica*.⁶

4. A viszonyított mennyiségek közötti különbségek

Az önmagukban diszkrét mennyiségekről már kimerítően értekeztünk az aritmetikát tárgyaló műben. A valami máshoz viszonyított mennyiségnek három egyszerű fajtája van. Az egyik a *többszörös*, a második a *többletrészes*, a harmadik a *többlethányados*. Ha a többszörös az utóbbi kettővel vegyül, két újabb arányfajta jön létre: a *többszörös-többletrészes* és a *többszörös-többlethányados*.⁷ Ezekre a következő szabály érvényes: ha az egységet akarjuk mindegyikkel összehasonlítani természetes számsorrendben,⁸ a többszörösök rögzített sorozata képződik. A 2:1 ugyanis a kétszeres, a 3:1 a háromszoros, a 4:1 a négyszeres és a többi ugyanígy, ahogyan az alábbi ábrán látható:

1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7

Ha viszont többletrészes arányt keresünk, akkor egy természetes számot kell hasonlítani saját magához, az egységet levéve, mint a 3:2, ami többletfeles, a 4:3, ami többletharmados, az 5:4, ami többletnegyedes és a többi ugyanígy, ahogyan az alábbi ábra mutatja:

	többlet- feles	többlet- harmados	többlet- negyedes	többlet- ötödös	többlet- hatodos	
2	3	4	5	6	7	
	<i>sesqui- ter</i>	<i>sesqui- tertius</i>	<i>sesqui- quartus</i>	<i>sesqui- quintus</i>	<i>sesqui- sextus</i>	

⁶ Vö. IA 1.1, NA 1.3.

⁷ Vö. 1.4, illetve 1. könyv 80. jegyzet. Az aritmetikai műben (IA 1.22) a nem-egyenlőségek osztályozása valamivel bonyolultabb.

⁸ Itt az *in naturali numero* a természetes számok *természetes* sorrendjére utal, mint lejjebb is néhány alkalommal, vö. IA 1.23.

Többlethányados arányokat pedig a következőképpen kapunk: vegyük a természetes számok sorát 3-tól kezdve. Ha egyetlen számot hagyunk ki az összehasonlításnál, akkor látni fogjuk, hogy többletkettőhányados jön ki, ha kettőt, akkor többletháromhányados, ha hármat, akkor többletnégyhányados, és a többi ugyanígy.

többletkettőhányados (5:3)			többletnégyhányados (9:5)			
3	4	5	6	7	8	9
többletháromhányados (7:4)						

Ezt a szabályszerűséget szem előtt tartva a figyelmes olvasó már mind a többszörös-többletrészes, mind a többszörös-többlethányados arányok képzését ki fogja tudni találni. Mindezekről azonban már részletesebben szoltunk az aritmetikát tárgyaló műben.⁹

5. Miért kitüntetett a többszörös a többi arányfajtaéhoz képest?

Ezzel kapcsolatban érdemes felhívni a figyelmet arra, hogy a nem-egyenlőségfajták közül, úgy tűnik, a többszörös messze előrébb való a másik kettőnél. A számok természetes elrendezését a többszörös arányoknál az egységhez hasonlítjuk, ami az első, míg a többletrészes nem az egységgel való összehasonlításból jön létre, hanem valójában olyan számoknak az összehasonlításából, amelyek *között* van egy egység, mint a 3:2, a 4:3 és ugyanígy a többi. A többlethányados képzése pedig még nehezkesebb, ilyenkor még csak nem is a közvetlen mellette álló számokhoz hasonlítunk, hanem valamennyit ki kell hagyni, ráadásul nem is mindig ugyanannyit, hanem először egyet, azután kettőt, majd hármat, majd négyet hagyunk ki, és ez így növekszik a végtelenig. Továbbá, a többszörösség az egységgel kezdődik, a többletrészes a kettessel, a többlethányados arány pedig a hármassal veszi a kezdetét. De ezekről itt ennyi elég is. Most néhány olyan állítást kell előrebecsátanunk, ame-

⁹ Vö. IA 1.22, NA 1.17.

lyeket görögül axiómáknak hívhatnánk,¹⁰ és amelyekről akkor fogjuk látni, hogy mire vonatkoznak, amikor majd az egyes tételekkel foglalkozunk.¹¹

6. Mi a négyzetszám? (eszmefuttatás róluk)

Négyzetszám az, ami egy mérték ugyanakkorával való szorzásával növekszik, mint a kétszer 2, a háromszor 3, a négyszer 4, az ötször 5, a hatszor 6. Ábrázolásuk a következő:

2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	9	16	25	36	49	64	81	100

Mindegyik fölülre írt természetes szám az alájuk írt négyzetgyöke. Az alsó sorban a négyzetszámok természetes folytonos sorrendben következnek egymás után, mint a 4, 9, 16 stb. Ha tehát a kisebb négyzetszámot a szomszédos nagyobb négyzetszámból kivonom, a maradék annyi lesz, amennyi a két négyzetszám gyökeinek az összege. Például, ha a 4-et elveszem a 9-ből, 5 marad, ami a 2-nek és a 3-nak, a két négyzetszám gyökének az összege. Ugyanígy, ha a 9-et kivonom a 16-ból, 7 marad, ami éppen a 3-nak és a 4-nek az összege, melyek az előbb említett négyzetszámok gyökei; és ugyanígy a többi esetben is. Ha pedig nem szomszédos négyzetszámokat veszünk, hanem kihagyunk egyet, akkor a maradék fele lesz a két négyzetgyök összege. Például, ha a 4-et kivonom a 16-ból, 12 marad, a 12-nek a fele pedig az a szám, amely a két négyzetgyök összege. A két négyzetgyök ugyanis a 2 és a 4, amelyek összege 6. És a többire is áll ugyanez. Ha viszont kettőt hagyunk ki, akkor a harmadrésze lesz egyenlő a két négyzetgyök összegével. Például, ha a 4-et – két négyzetszámot kihagyva – kivonom a 25-ből, marad 21. E két négyzetnek a gyökei 2 és 5, melyek együtt 7-et tesznek ki, ami harmadrésze a 21-nek. És ez egyben a szabály: például, ha

¹⁰ Axiómák (= 2.6–17) abban az értelemben, hogy ez adja az elfogadottnak tekintett arányelméleti alapvetést, amit adottnak véve immár szigorú logikával építhető fel a második könyv további anyaga.

¹¹ Vö. IA 1.24, 28, NA 1.19–20.

hármat hagyok ki, a két szám négyzetgyökének összege negyede lesz a két négyzet különbségének; ha négyet ugrunk át, az ötöde lesz, tehát mindig eggyel nagyobb a hányados annál, mint amennyit kihagyunk a négyzetszámok között.¹²

7. Mindegyik nemegyenlőség egyenlőségből jön létre (bizonyítással)

Amiképpen a sokaság és a szám princípiuma az egység, úgy az arányoké az egyenlőség. A számokra érvényes hármas szabály szerint ugyanis, mint ahogyan az aritmetikát tárgyaló értekezésben erről már szó volt,¹³ a többszörös arányokat az egyenlőségből hozzuk létre, míg a fordított többszörösökből alkotjuk meg a többlétszemes viszonyokat. Hasonlóképpen, a fordított¹⁴ többlétszemesekből többléhányados arányokat kapunk. Írjunk fel egymás után három egyest, vagy három kettest, vagy három hármast, vagy bármilyen három egyenlő számot, és állítsuk össze a következő sort úgy, hogy abban az első legyen egyenlő az elsővel; a második az elsőnek és a másodiknak összegével; a harmadik pedig az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadiknak az összegével. Így a szám növelésével létrejön a kétszeres, vagyis az első többszörös arány, ahogyan az alábbi ábra mutatja:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{array}$$

A második sorba állított egyes ugyanis egyenlő a felső sorban elhelyezett első eggyessel. Hasonlóképpen, a 2 egyenlő az első és második egyesnek az összegével; a 4 egyenlő az első egyesnek, a második egyes kétszeresének és a harmadik egyesnek az összegével; az 1, 2, 4 pedig nem más, mint a kétszeres arány. Ha pedig ezekből kiindulva ugyanígy

¹² Homályban marad, hogy ezt a fejezetet milyen céllal illesztette Boethius az úgynevezett axiómák sorának élére, a négyzetszámok ugyanis nem kapnak szerepet a zenei arányelméletben, de vö. IA 2.12.

¹³ IA 1.32, NA 1.23.

¹⁴ A 'normál' többszörösénél, többlétszemesnél elől áll a nagyobb szám (4:2:1 vagy 4:3:2), míg a fordítottnál: 1:2:4 vagy 2:3:4.

járunk el, akkor a háromszoros viszony keletkezik, a háromszorosból a négyszeres, a négyszeresből az ötszörös, és így folytatható tovább az arányok létrehozása.¹⁵

Ugyanilyen hármasszabály szerint jönnek létre a többletrészesek is. Hogy egy példán bizonyítsuk, fordítsuk most meg a dolgot, és a nagyobb számot helyezzük előbbre: 4, 2, 1. Írjuk fel először az elsővel egyenlőt, vagyis a 4-et, másodikként az elsőnek és a másodiknak az összegével egyenlőt, azaz a 6-ot, harmadikként pedig azt, amelyik egyenlő az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadiknak az összegével, vagyis a 9-et. Miután ezeket egymás mellé helyeztük, megfigyelhetjük, hogy ez nem más, mint a többletfeles arány.

$$\begin{array}{ccc} 4 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 \end{array}$$

Ha pedig ugyanezt végezzük el a háromszorosokkal, akkor a többlet-harmados keletkezik, ha a négyszeresekkel, akkor a többletnegyedes. Vagyis, ha vesszük mindkét részről az egymással hasonló elnevezésű elemeket, a többletrészes arányosság¹⁶ a többszörösségből származik, a fordított többletrészesből pedig a többlethányados viszony vezethető le. Írjuk fel ugyanis fordítva a többletfeles viszonyt: 9, 6, 4. Majd írjuk fel elsőként az elsővel egyenlőt, azaz a 9-et; másodikként az elsőnek és a másodiknak az összegével egyenlőt, azaz a 15-öt; harmadikként az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadiknak az összegével egyenlőt, azaz a 25-öt, majd állítsuk őket sorba a következő módon:

$$\begin{array}{ccc} 9 & 6 & 4 \\ 9 & 15 & 25 \end{array}$$

¹⁵ Ebben a fejezetben Boethius szabályszerűségük miatt könnyen megjegyezhető, bármikor reprodukálható, vagyis lényegében ‘algorithmikus’ megközelítésű eljárásokat ír le. Például: $1, 1+2=3, 1+(2 \times 2)+4=9$, vagyis az 1, 2, 4 sorozatból lehetett előállítani ilyen *eljárás szabállyal* az 1, 3, 9-et, vagyis a kétszeresekből a háromszorosakat. Ugyanezzel a szabállyal megy a négyszeresek előállítása a háromszorosokból.

¹⁶ Ez az arányosság szó (*proportionalitas*) első előfordulása (vs. *proportio*), lásd 2.12, ill. alább 38. jegyzet.

A többlet-kettőhányados viszonyt a megfordított többletfelesből lehet létrehozni. Vagyis, ha valaki alaposan átgondolva alkalmazza ezt a gondolatmenetet, a megfordított többletharmadosból előállíthatja a többlet-háromhányados, sőt, rádöbben arra is, hogy a többletrészeségből mindegyik fajta többlethányados előállítható a neki megfelelő hasonló nevű többletrészes segítségével. A nem megfordított, hanem a többszöröséből képzett formájában maradó többletrészesekből pedig a többszörös többletrészesek képezhetők. A többletrészesekből képzés után változatlan formában maradó többlethányadosokból pedig nem más, mint többszörös többlethányadosok képezhetők. Na de ennyit erről! Az aritmetikai értekezésben ugyanis ezt a viszonyt már részletesen kifejtettük.¹⁷

8. Tetszőleges számú, egymás után következő többletrészes arány megtalálásának szabályai

Gyakran előfordul, hogy az embernek a zeneelméletről értekezve szűksége van három vagy négy vagy akárhány egyenlő többletrészes arányra. Hogy ezeket keresve ne hibázzon, véletlenül vagy hozzá nem értésből, most a többszörösségből kiindulva tetszőleges számú egyenlő arányt vezetünk le a következő szabály segítségével. Minden egyes többszörös, ha az egységtől számítjuk, éppen annyi többletrészes arány¹⁸ fölvezetője¹⁹ (persze a saját elnevezésének megfelelő ellentétes arányfajtaból²⁰), ahányadik ő maga az egységtől.²¹ Így például a kétszeres a többletfe-

¹⁷ IA 1.29, 31, NA 1.22–23.

¹⁸ Itt *habitus* szerepel a szövegben a szokásos *proportio* helyett, azonos jelentéssel.

¹⁹ Erre az ábrában demonstrált helyzetre Boethius felváltva használja a *praecedit* és az *antecedit* igét (mind a kettő: előtte megy, megelőz). A jelentést az ábrában a függőleges dimenzió világítja meg: az adott szám az alatta levőket ‘megelőzi’, ‘fölvezeti’, avagy ‘előttük áll’.

²⁰ Vagyis például a kétszeres arány a többletfelesek, a háromszoros arány a többletharmadosokat stb.

²¹ Azaz hogy a négyzetszámok sorában az 1-től számítva *hányadik*. Például a 2 hatványainak sorában a 4 a második, vagyis 2 távolságra van az 1-től, és így a 4 pontosan kettő többletfelest *vezet fel* (9:6, 6:4), és a 4 oszlopa *lefelé* nem folytatható, mert a 9-hez saját felét kellene hozzáadni, de ilyen szám (ti. egész szám)

lesek fölvezetője, a háromszoros a többletharmadosoké, a négyszeres a többletnegyedeseké és így tovább. Legyen a kétszeres ábrája a következő:

1	2	4	8	16
	3	6	12	24
		9	18	36
			27	54
				81

A fenti ábrán az első többszörös a 2, amelyhez egyedül a 3 tartozik úgy, hogy többletfeles arányt képez vele. A 3-hoz viszont már nem tartozik egyetlen egy sem, ami vele többletfeles arányt alkotna, mert a 3 nem felezhető. A következő kétszeres a 4. Ez két többletfeles fölvezetője, a 6-é és a 9-é,²² utóbbi viszont már nem felezhető, vagyis egyetlen szám sem viszonyul hozzá többletfeles arányban. És ugyanez a helyzet a többinél. A háromszorosok ugyanígy képezik a többletharmadosokat, és az ábra is hasonló a háromszorosok esetében:

1	3	9	27	81
	4	12	36	108
		16	48	144
			64	192
				256

A fenti ábrán tehát látható, hogy a többletharmados arányok úgy jöttek létre, hogy az első háromszoros egyetlen többletharmados fölvezetője, a második kettőé, a harmadik háromé, az utolsó szám esetében pedig mindig egyfajta természetes határ zárja le a harmadolást. Ha pedig a négyszerest állítjuk fel, a többletnegyedéseket találjuk meg ugyanígy, ha az ötszöröst, akkor a többletötödösöket és így tovább. Minden egyes

nem létezik, vagyis a függőleges képzési sor véget ér. Ugyanígy a 8 ebben a sorban a 3-ik, vagyis három többletfelest *vezet fel* (27:18, 18:12, 12:8).

²²Ti. a 6:4-et és a 9:6-ot. A többi leírásban ugyanígy: egy szám összesen mennyi *azonos típusú* arány fölvezetője.

többszörös annyi – a saját elnevezésével definiált – többletrészes fölvezetője, ahányadik helyen ő maga áll az egységtől számítva. Végül még egy sort állítsunk fel, a négyszeresekét, hogy ezen is – akárcsak a többin – élesíthesse az elméjét a figyelmes olvasó.

1	4	16	64	256
	5	20	80	320
		25	100	400
			125	500
				625

Látható, hogy ezt az eljárást arra találták ki, nehogy valamit elvétsen, aki négy vagy öt vagy akárhány többletfelest, többletharmadost, többletnyolcadost, vagy akárhány más arányt akar megkeresni, és ne olyan első számra akarjon ilyen arányokat ráilleszteni, amelyek nem képes fölvezetni és megelőzni annyit, amennyi a feladatban adott. Ehelyett írjon inkább fel sorban többszörösöket, gondolja át, mennyi többletrészesre van szüksége, majd pontosan azt a többszöröst vegye figyelembe, amelyik az egységhez képest éppen ennyiedik helyre esik. Például a fenti ábrákon ha, mondjuk, három többletfelest keres, akkor ne a 4-től kezdje a keresést, a 4 ugyanis, mivel ez a második kétszeres, csak kettőnek lehet a fölvezetője, harmadikat tehát nem tudunk hozzá illeszteni. Ehelyett a 8-tól kezdve próbáljon feleket odatenni, mert a 8, mivel ez a harmadik kétszeres, három többletfeles arányt ad, vagyis éppen annyit, amennyit keresünk. És ugyanígy a többinél.

Van azonban másik útja is az arányképzésnek, mégpedig a következő. Az arányok gyökerének nevezzük a legkisebb arányt az azonos összehasonlításokban. Írjuk fel – az egységet leahagyva – a számok természetes sorát: 2, 3, 4, 5, 6, 7. A legkisebb arányok tehát a többletfeles 3:2, a többletharmados 4:3, a többletnegyedes 5:4, és így tovább a végtelenig, az egységgel növelve. Legyen a feladat képezni két többletfeles arányt, melyek folytonosak egymáshoz képest.²³ Vezem a gyökér több-

²³ *Continua comparatione*, vagyis az egymás után következő azonos arányok megtalálásáról van szó. Két azonos arány akkor *folytonos* (egymás után következő),

letfelest: 3:2. Szorzom a 2-t 2-vel: az eredmény a 4. Hasonlóképpen a 3 is növekedjék a kétszeresére: ez a 6. Ezután szorozzuk meg a 3-at önmagával: 9, majd írjuk fel ezeket a következőképpen:

	2		3	
4		6		9

Így találjuk meg a két kívánt többletfeles arányt: a 6:4 és a 9:6. Legyen most a feladat három ilyen megtalálni. Felírom ugyanazokat a számokat, amelyeket a két többletfeles arány keresésekor már megadtam, illetve magukat a többletfeles arányokat is. Szorzom 2-vel a 4-et: az eredmény 8; a 6-ot is 2-vel: 12, majd a 9-et is 2-vel, ami 18; ezután a 9-et 3-mal: az eredmény 27. Írjuk fel mármost a következőképpen:

		2		3	
	4		6		9
8		12		18	27

És ugyanez lesz a módszer a többinél is. Például, ha a többletharmados arányokat szeretnénk bővíteni, vegyük a többletharmadosok gyökerét, vagyis a 4-et és a 3-at egymáshoz viszonyítva, majd szorozzuk őket ugyanígy.²⁴ Ha pedig a többletnegyedesek közül a gyökér többletnegyedes arányt írjuk fel, akkor ugyanezzel a szorzással akár mennyi többletnegyeddessel bővíthetjük a meglévőket. És hogy ezek a megfontolások mennyire hasznosak lesznek a számunkra, arra majd a következő fejezetek világitanak rá.²⁵

ha nincs olyan arány, amely azonos, és amelyet a kisebbnél nagyobb, a nagyobbánál pedig kisebb természetes számok alkotnak.

²⁴Mai műveletekkel fogalmazva: szorozd meg a 3-at 3-mal, az eredmény 9, a 3-at 4-gyel, ami 12, majd a 4-et 4-gyel, ami 16, így előáll a 9:12:16, vagyis a táblázat második sora. A harmadik sora pedig: a 9-et szorozd meg 3-mal, ami 27, majd a 12-t 3-mal, ami 36, a 16-ot 3-mal, ami 48, és végül 4-gyel: 27:36:48:64.

²⁵Lásd 2.28, 2.29, 2.31.

9. Milyen arányt hoznak létre az osztással kapott számok?

Ha két szám maradék nélkül osztható a különbségükkel,²⁶ akkor ugyanolyan arányban áll az a két szám, amelyeket elosztottunk a különbségükkel, mint amilyen arányban az a kettő, amelyeket az osztással kapunk.²⁷ Legyen a két szám 50 és 55. Ezek többlettizedes arányban állnak egymással, a különbségük pedig 5, ez ugyanis az 50 tizedrésze, vagyis tízszer van meg az 50-ben, tizenegyszer az 55-ben. Vagyis az 50-es és az 55-ös számban a saját különbségük, vagyis az 5, tízszer, illetve tizenegyszer van meg, azaz ezek ketten a 11:10 többlettizedes viszonyt alkotják. Ugyanolyan arányban állnak tehát azok a számok, amelyek maradék nélkül oszthatók a saját különbségükkel, mint azok, amelyeket az osztással kaptunk.

Ha pedig a számok úgy oszthatók saját különbségükkel, hogy ezzel elosztva őket maradék jelentkezik többletként, és a meghaladás mértéke mindkét esetben ugyanakkora, és az ugyanezzel a különbséggel maradék nélkül osztható számok kisebbek a többletmaradékkal rendelkező számoknál, akkor a számok egymáshoz viszonyított aránya az osztás utáni maradékot elvéve nagyobb lesz, mint amekkora akkor volt, amikor úgy végeztük el a különbségükkel való osztást, hogy nem vettük el a számokból a maradékot. Legyen a két szám például az 53 és az 58. Osszuk el ezeket a saját különbségükkel, vagyis az 5-tel. Az 53-ban az 5 tízszer van meg, de úgy, hogy az 50-en felül marad 3. Hasonlóképpen, az 58-ban tizenegyszer van meg, de úgy, hogy az 55-ön felül marad ismét csak 3. Vonjuk ki tehát a 3-at mindkettőből, ez 50 és 55 lesz, és ábrázoljuk a következőképpen:

53	58
50	55

²⁶ Az osztható szó szerint: egy szám „mér” (*metitur*) egy másik számot, vagy „mértéke” egy másiknak. Az oszthatóság definícióit Boethius az aritmetikai értékezésben közli (IA 1.14–16), a háttér a püthagoreus összetett (lat. *compositus*, gör. *szüntetosz*) és nem-összetett (lat. *incompositus*, gör. *aszüntetosz*) számok fogalma.

²⁷ Ha két számnak van (1-nél nagyobb) közös osztója, arányuk egyenlő az egyszerűsítés után kapott számok arányával.

A példában világosan látszik, hogy az 50 és az 55 egymáshoz viszonyított aránya nagyobb, mint az 53:58. A kisebb számok ugyanis mindig nagyobb arányt adnak, miként azt nemsokára bebizonyítjuk.²⁸ Ha pedig a számok úgy oszthatók a saját különbségükkel, hogy a maradék nélküli osztáshoz ki kellene egészíteni őket, méghozzá mindkettőt ugyanazzal a többlettel, akkor a számok között fennálló arány a többletként jelentkező összeget a számokhoz hozzáadva kisebb lesz, mint amekkora volt, mielőtt elosztottuk a saját különbségükkel. Legyen a két szám például a 48 és az 53. Ezek különbsége 5. A 48-ban úgy lenne meg az 5 tízszer, ha 50 lenne, az 50 tehát 2-vel haladja meg a 48-at. Hasonlóképpen, az 53-ban úgy lenne meg az 5 tizenegyszer, ha 55 lenne, amely ismét csak 2-vel haladja meg az 53-at. Adjuk hozzá mindkettőhöz a 2-t, és ábrázoljuk a következő módon:

48	53
50	55

Kisebb aránnyal viszonyul tehát az 50 az 55-höz (hozzáadtuk ugyanis a 2-t, amennyi a különbséggel történő osztás során többletként jelentkezett), mint a 48 az 53-hoz (melyeket ugyanazzal az 5 különbséggel osztottunk).

A nagyobb és kisebb arányok a következőképpen értelmezhetők: a fél rész nagyobb, mint a harmadrész, a harmadrész nagyobb, mint a negyedrés, a negyedrés nagyobb, mint az ötödrész és tovább ugyanígy. Ebből következik, hogy a többletfeles arány nagyobb, mint a többlet-harmados; a többletharmados pedig a többletnegyedest múlja felül. És a többinél is ugyanígy. Ebből adódik, hogy a többletrészesek számai közül azok adják a nagyobb arányt, amelyeknek a számai kisebbek. Ez a természetes sorban levő számok esetében nyilvánvaló. Írjuk fel ugyanis a számok természetes sorát: 1, 2, 3, 4, 5. A 2:1 kétszeres, a 3:2 többletfeles, a 4:3 pedig többletharmados. A 3 és a 4 nagyobb számok; a 3, a 2 és az 1 kisebbek. A nagyobbak tehát kisebb, a kisebbek pedig nagyobb

²⁸ Lásd lejjebb, a fejezet végén.

arányt alkotnak.²⁹ Ebből nyilvánvaló, hogy ha tetszőleges – többletrészes arányt alkotó – számokhoz ugyanakkora többletet adunk hozzá, nagyobb lesz az arányuk ennek az ugyanakkora többletnek a hozzávétele előtt, mint az után, hogy az ugyanakkora többletet hozzáadtuk.³⁰

10. Milyen arány származtatható többszörösből és többszörös-többletrészesből?

Helyesnek tűnik megelőlegezni itt olyasvalamit, amit nemsokára be is fogunk bizonyítani.³¹ Ha egy többszörös intervallumot³² megkétszerezünk, akkor az ebből a szorzásból létrejövő is többszörös lesz. Mert ha nem lenne többszörös, ami ilyen szorzásból jött létre, akkor az sem lehetne többszörös, ami meg lett kétszerezve.³³ Ha pedig többletrészes

²⁹ Ha $n < m$, akkor $(n+1):n > (m+1):m$.

³⁰ Vagyis: $(n+1):n > (n+1+d):(n+d)$, ahol $n, d > 0$. Az egyenlőtlenségen elvégzett műveletek és elemi ekvivalens átalakítások után a $d > 0$ triviális állítást kapjuk. A 2.9 fejezet szoros egyezést mutat Iamblikhosz Nikomakhosz *Arithmetikájához* írt kommentárjával (p. 54 Pistelli), ahol azonos a levezetés, és szintén az 50:55 és 53:58 számpárok adják a példát. Iamblikhosz közli (p. 52.29), hogy az ismertetett tétel és levezetés elsősorban a zeneelméleti (harmonikai) bevezetés számára lesz hasznos. Ez az utalás Nikomakhosz traktátusának címét jelöli, és egyben azt is indokolja, miért tartotta a Nikomakhoszból merítő Boethius fontosnak, hogy ilyen részletesen tárgyalja ezt a tisztán arányelméleti tételt a *Tanítás a zenéről* második könyvében.

³¹ Lásd 4.2

³² Itt fordul elő először a számarány-hangköz-fogalom jellegzetesen (korai) püthagoreus megközelítését tükröző elképzelés, amely szerint hangköz (*diasztéma, intervallum*) számarány, és emiatt lehet ilyesféle aritmetikai szövegben cseszszabatos fogalom az arány (*proportio*) és a hangköz (*intervallum*). A számokat és számok arányait tehát a püthagoreus zenei arányelmélet nem *megfelelteti* a hangközöknek, hanem a hangközök maguk a szám(arány)ok. Ez a korai, kvázi-ontológiai azonosítás később átadja a helyét a hangközök és számarányok közötti *megfelelésnek*, valamint az egyes hangközök megfelelő arányfajtába történő *besorolásának*, lásd alább 62. jegyzet.

³³ A *megkétszerezés* itt, legalábbis a következő állítás alapján erre lehet következtetni, nem úgy értendő, hogy az arányt alkotó számokat kettővel szorozzuk (pl. 3:1 helyett 6:2-t vizsgálva), hanem úgy, hogy pl. a háromszoros arányok sorából – 1:3:9:27... – dupla akkora szakaszt veszünk ki, például 1:3 helyett az 1:3:9-

arányt³⁴ kétszerezünk meg, ami létrejön, se nem többletrészes, se nem többszörös.³⁵ Mert ha se nem többszörös, se nem többletrészes, ami ilyen szorzásból jött létre, akkor, ami megkétszereződött, vagy többletrészes, vagy másik arányfajta, de nem többszörös.³⁶

11. Melyek a többszörösöket eredményező többletrészesek?

Az eddigieket még ki kell egészítsük azzal, hogy a két első többletrészes az első többszörös arányt hozza létre. Ha többletfeles és többletharmados arány kapcsolódik össze, dupla arányt alkotnak. Legyenek ugyanis a számok 2, 3, 4. A 3:2 többletfeles, a 4:3 többletharmados, a 4:2 kétszeres. Továbbá az első többszörös az első többletrészessel szorozva a második többszöröst eredményezi. Legyenek ugyanis a számok 2, 4, 6. A 4:2 kétszeres, ami ugyebár az első többszörös, a 6:4 pedig többletfeles, ami az első többletrészes, a 6:2 pedig a háromszoros, ami a második többszörös. Ha pedig a háromszorost megszorozzuk a többletharmadossal, az eredmény a négyszeres lesz, ha a négyszerest a többletnegyeddessel, az ötszörös, sőt, többszörösöket és többletrészeseket ily módon összekapcsolva további többszörösök kreálhatók a végtelenségig.³⁷

et, akkor valóban a *megkétszerezettként* előállt arány/intervallum – jelen esetben a 9:1 – is többszörös.

³⁴ Itt ismét a *proportio* szó szerepel, míg az előbbi állításban az *intervallum* (lásd följebb 32. jegyzet).

³⁵ Ezt a nehezen ért(elmez)hető fejezetet ezen a ponton a középkori kéziratok is számos *glósszával* (magyarázat, kérdés, ábra stb.) igyekeznek világosabbá tenni, lásd ezeket BB II 98–99.

³⁶ A megkétszerezés (*binario multiplicare*) itt is úgy értendő, ahogyan az előbb (lásd följebb 33. jegyzet): egy adott többletrészes sorból dupla hosszú szöveget vesz ki. (A *glósszák* példája a 4:6:9.) Valóban, ha az egyik lehetséges többletfeles arány-sorozatból a 4:6:9-ből a 4:6-hoz képest dupla hosszút, vagyis a 4:6:9-et veszem, akkor az így előállított 9:4 nem lesz többszörös, hanem – jelen esetben – a 9:4 például a többszörös többletrészes gyűjtőkategórián belül ‘duplatöbblet-negyedes’ ($9=2 \times 4 + 1$), vagyis valóban valamelyik másik arányfajtába tartozik.

³⁷ Lásd IA 2.3, NA 2.5.

12. A számtani, a mértani és a harmonikus közép

Miután ismertettük az arányokkal kapcsolatos tudnivalót, most szólnunk kell még a közepekről. Az **arány** két határszám valamiféle viszonya egymáshoz. A határszám az egyes számok értékét jelenti. Az **arányosság** pedig azonos arányok összekapcsolása, vagyis az arányosság legalább három határszámból áll.³⁸ Ha az első határszám a másodikkal ugyanolyan arányt alkot, mint a második a harmadikkal, akkor ezt nevezük arányosságnak, hiszen ilyenkor van egy középső szám a három határszám között, mégpedig a második. Arányokat összekötő középszám háromféle van.

1) A legkisebb és a középső határszám közötti különbség egyenlő a középső és a legnagyobb közötti különbséggel, de az arányok ebben az esetben nem egyenlők. Például a következő számok: 1, 2, 3, ahol az 1 és a 2 között, illetve a 2 és a 3 között a különbség egyaránt 1, de a két arány nem egyenlő, hiszen a 2:1 kétszeres, míg a 3:2 többletfeles.

(ii) Egyenlő a határszámok közötti két arány, de a határszámok különbségei nem egyenlők. Például a következő számok: 1, 2, 4, ahol a 2:1 ugyanúgy kétszeres, mint a 4:2, de míg a 4 és a 2 között a különbség 2, addig a 2 és az 1 között 1.

(iii) A harmadik fajta középnél sem az arányok, sem a különbségek, nem egyenlők, hanem a következő a helyzet. A legnagyobb határszám úgy viszonyul a legkisebbhez, ahogyan a nagyobb számok különbsége a kisebb számok különbségéhez. Például a következő számok: 3, 4, 6,

³⁸ ARÁNY (*proportio*, gör. *logos*) például az 1:2, vele egyenlő arány a 2:4. Az arányok egyenlőségét mai matematikai elnevezéssel ARÁNYOSSÁGNAK vagy kettő esetén ARÁNYPÁRNAK (*proportionalitas*, gör. *analogia*) nevezzük: 1:2 = 2:4, ahol az 1 és a 4 az aránypár két kültagja, a 2 és a 2 az aránypár/arányosság két beltagja. Az aránypárban a kültagok és beltagok szorzata azonos (olyan esetben is így van, amikor nem azonos szám alkotja a két beltagot). Amikor az aránypárban/arányosságban a két beltag azonos szám – mint Boethius példájában: 1:2 = 2:4 – ezt nevezi a szerző folytonos arányosságnak (így jelölve: 1:2:4), ellenkező esetben az arányosság nem folytonos (lásd a következő fejezetet). A *proportionalitas* fordításakor azért döntöttünk az 'arányosság' mellett, mert a 13. fejezetben azt az esetet is szóba hozza, amikor nem négy (vagy három) szám alkotja a folytonos geometriai arányosságot, hanem négyenél több, és ebben az esetben zavaró lehet a 'pár'.

ahol a 6:3 kétszeres, a 6 és a 4 közötti különbség 2, a 4 és a 3 közötti 1, és a 2 az 1-hez viszonyítva szintén kétszeres. Vagyis úgy aránylik a legnagyobb szám a legkisebbhez, ahogy a nagyobb számok különbsége a kisebbek különbségéhez.

A közepet, amelyben a különbségek egyenlők, *számtani középnek* nevezik, amelyikben az arányok az egyenlők, *mértani középnek*, végül azt, amelyet harmadikként írtunk le, *harmonikus középnek*. A következő példákat adhatjuk rájuk.³⁹

számtani	mértani	harmonikus
1:2:3	1:2:4	3:4:6

Ismeretes azonban, hogy léteznek az arányokhoz más közepek is, ezekről az aritmetikáról szóló könyvekben volt szó, ennyi most elegendő lesz az itt tárgyalt témához. De a három közép közül végső soron a mértani az, amelyik tulajdonképpen, illetve leginkább arányosságnak nevezhető, mivel ez teljes egészében egyenlő arányokból tevődik össze. Ennek ellenére ugyanazt az elnevezést használjuk egyformán mind-egyikre, és a többit is arányosságnak mondjuk.⁴⁰

13. A folytonos és a nem folytonos közép

A fentiek között van olyan arányosság, amelyik folytonos, míg mások nem folytonosak. Az imént tárgyaltak folytonosak, mivel egy és ugyanaz a középszám illeszthető be a nagyobb szám mögé, illetve a kisebb szám elé. Viszont ha két középszám van, akkor nem folytonos arányosságról beszélünk. Ilyen például a következőképpen felírt mértani arányosság: 1, 2, 3, 6. Itt ugyanis úgy aránylik a 2 az 1-hez, ahogy a 6 a

³⁹ Számtani közép: két szám összegének a fele $(a+b)/2$ $[(3+1)/2=2]$. Mértani közép: két szám szorzatának a négyzetgyöke: \sqrt{ab} $[\sqrt{4 \times 1}=2]$. Harmonikus közép: két szám reciprokból számított számtani közép reciproka: $1/[(1/a + 1/b)]/2$ átalakítva: $2ab/(a+b)$ $[2 \times 3 \times 6 / (3+6) = 36/9 = 4]$. A *középek elmélete* Arkhütasz nevéhez köthető, a 2. *töredék* (DK) alapján, amely Porphüriosz Ptolemaiosz *Harmonikájához* írt kommentárjában maradt fenn (p. 93,6–17 Düring), vö. a bevezető tanulmányt, ill. Burnyeat 2000, 49–51, Barker 1989, 42–43.

⁴⁰ Lásd IA 2.40, NA 2.21.

3-hoz. Az ilyet nevezik nem folytonos arányosságnak. Ez alapján tehát belátható, hogy folytonos arányosság már akár három számmal kifejezhető, míg nem folytonos minimum négygyel. De persze négy vagy akár több szám is alkothat folytonos arányosságot, például így: 1, 2, 4, 8, 16. De ez már nemcsak két arányt tartalmaz, hanem többet, ám mindig eggyel kevesebbet, mint amennyi számot felírunk.⁴¹

14. Miért ez a nevük a fent tárgyalt közepeknek?

Az egyiket közülük azért nevezzük számtani középnek, mert a határszámok közötti különbség szám szerint egyenlő. A másodikat azért mértani középnek mondjuk, mert az arány jellege a hasonló. A harmonikus középnek pedig azért ez a neve, mert úgy épül fel, hogy arányegyenlőség van a különbségekben ugyanúgy, mint a határszámokban. Az aritmetikáról szóló műben mindezeket már részletesebben megtárgyaltuk,⁴² itt most csak mintegy emlékeztetőleg gyorsan átfutottunk rajtuk.

15. Hogyan származtathatók a fent említett közepek az egyenlőségből?⁴³

Röviden szólunk kell még arról, hogyan keletkeznek ezek az arányosságok az egyenlőségből.⁴⁴ Korábban már említettük, hogy ami az egy-

⁴¹ Lásd IA 2.40, NA 2.21.

⁴² A részletes tárgyalás: IA 2.40–53 (vö. NA 2.21–29)

⁴³ A cél: az egyenlőségből, vagyis (tetszőleges) három egyenlő számból milyen algoritmikus leírásra (lásd a következő jegyzetet) emlékeztető kvázi-szabályokkal (vagyis számítási utasításokkal) lehet megkapni a számtani, mértani és harmonikus közepet. Olyasféle segédeszköznek tekinthetők ezek a szabályok, mint manapság a matematikai változók és képletek. Ha például a feladat olyan természetes számok harmonikus közepét megadni, melyek közül a nagyobbik a kisebb kétszerese, akkor manapság ez a $2ab/(a+b)$ képlettel könnyen megoldható. Ilyesféle segédeszközt kínálnak a fejezetben részletesen leírt szabályok.

⁴⁴ Az 'egyenlőségből képzés' szabálya az alábbiakban végig azt jelenti, hogy az egyes közepeket – ez két szám között megfelelő harmadik megtalálását jelenti – hogyan kell három egyenlő számból levezetni. A számtani középre az első *előállítási* szabály: a három egyenlő szám legyen: n, n, n . A három előállított pedig: $n, 2n, 3n$, vagyis n és $3n$ számtani közepe $(n + 3n) / 2 = 4n / 2 = 2n$ (ahol

ség szerepe a számok között, ugyanaz az egyenlőség az arányokban. Vagyis ahogyan a számnak a kezdete az egység, ugyanúgy az arányoknak a kiindulópontja az egyenlőség. Ezért a számtani közép a következőképpen származtatható az egyenlőségből. Ha felírunk három egyenlő határszámot, akkor két módszerrel állítható elő ez az arány. Legyen az első szám egyenlő az elsővel, a második az első és a második összegével, a harmadik az első, a második és a harmadik összegével, ahogyan a következő példában látható. Vegyünk három egyest. Írjuk fel elsőként az elsővel egyenlő számot, azaz az 1-et, másodikként az első és a második összegével egyenlőt, azaz a 2-t, harmadikként az első, a második és a harmadik összegével egyenlőt, azaz 3-at. Így a következő ábrát kapjuk:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Hasonlóképpen, vegyünk három egyenlő kettest: 2, 2, 2. Írjuk fel először az elsővel egyenlő számot, azaz a 2-t, másodsor az első és a második összegével egyenlőt, azaz a 4-et, harmadszor pedig az első, a második és a harmadik összegével egyenlőt, azaz a 6-ot. Az alábbi ábrát kapjuk:

$$\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{array}$$

Végül ugyanez a hármassal:

$$\begin{array}{ccc} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{array}$$

Ezekben a példákban megfigyelhető, hogy ha az 1-et írjuk fel mint az egyenlőség alapját, akkor a számok különbsége is 1 lesz, és a határszámok között nem marad ki semennyi. Ha viszont a 2-re épül az

n tetszőleges természetes szám). A számtani közép egyenlőségből előállításának másik szabálya: a három egyenlő szám legyen: n, n, n . A három előállított: $n+n, n+2n, n+2n+3$ vagyis $2n, 3n, 4n$, és persze $2n$ és $4n$ számtani közepe $3n$.

egyenlőség, akkor a különbség 2 lesz, és egy szám mindig kimarad a határszámok között. Ha pedig a 3-ra épül, akkor a különbség ugyanennyi, és természetesen két szám marad ki a határszámok között és tovább ugyanígy.

Másik úton is képezhető számtani arányosság. Írjunk fel három egyenlő határszámot, és állítsunk fel hármat úgy, hogy az első az elsőnek és a másodiknak az összegével legyen egyenlő; a második az elsőnek és a második kétszeresének az összegével; a harmadik az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadiknak az összegével. Legyen például három 1-es. Az első határszám legyen az elsővel egyenlő, azaz 1; a második az elsőnek és a második kétszeresének az összegével, azaz 3; a harmadik az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadiknak összegével, azaz 4.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{array}$$

Itt tehát a határszámok különbsége 1, hiszen a 2 és az 1, illetve a 3 és a 2 különbsége is 1. És a természetes sorrendet illetően egyetlen szám sem marad ki. Az 1 után közvetlenül jön ugyanis a 2, a 2 után pedig a 3 a számok természetes sorában. Ugyanez a helyzet a 2-vel: legyen három darab 2, majd legyen az első az elsőnek és a másodiknak összegével egyenlő, azaz 4; a második az elsőnek és a második kétszeresének az összegével, azaz 6; a harmadik az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadiknak az összegével, azaz 8.

$$\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 2 \\ 4 & 6 & 8 \end{array}$$

A határszámok különbsége itt is 2, és a természetes sorrendet nézve rendre egy marad ki. Az 5 áll ugyanis a 4 és a 6 között a számok természetes sorában, a 6 és a 8 között pedig a 7. Ha mármost az egyenlőség kiindulópontja a 3, akkor a különbség is 3 lesz, és eggyel kevesebb lesz a határszámok között kihagyott számok darabszáma. Ugyanez figyelhető meg a 4 és az 5 esetében is, de ezeket most terjedelmi okok miatt itt

nem tárgyaljuk, a figyelmes olvasó, ha figyel ezekre a szabályokra, saját maga is beláthatja.⁴⁵

Hogy hogyan lehet megkapni az egyenlőségből a mértani arányosságot, azt már megvilágítottuk akkor, amikor bemutattuk: hogyan származik minden nemegyenlőség az egyenlőségből.⁴⁶ De talán nem árt röviden átismételni. Adjunk előbb meg három egyenlő határszámot, majd az első szám legyen egyenlő az elsővel, a második az elsőnek és a második kétszeresének az összegével, a harmadik az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadiknak az összegével. Ez folytatható ugyanígy bármедdig. Vagyis belátható, hogy a geometriai arányosság az egyenlőségből veszi a kiindulópontját. Az arányosságok e tulajdonságairól már igen részletesen szóltunk az aritmetikáról szóló műben.⁴⁷ Vagyis ha az olvasó az *Aritmetikát* áttanulmányozva vág bele az itt következőkbe, semmiféle bizonytalanságból eredő tévedés nem fogja összezavarni.

Ezután valamivel részletesebben kell megtárgyalnunk a harmonikus közepet. Ez a következő megfontolás alapján képezhető.⁴⁸ Ha kétszereseket akarunk kreálni, akkor a három egyenlő határszám felírása után az első legyen egyenlő az elsőnek és a második kétszeresének az összegével; a második az első kétszeresének és a második kétszeresé-

⁴⁵ Ha netán fennakadunk azon, miért kellett részletesen levezetni ilyesféle – mai szemmel triviálisnak tűnő – műveleteket, érdemes ebben a kvázi-szabály-leírásban is észrevenni a modern algoritmikus gondolkodást: melyek azok az elemi lépések, utasítások, amelyeket végrehajtva adott *input*-ból mindig (vagyis a tévedést kizárva) előáll a kívánt specifikációjú *output*.

⁴⁶ Lásd 2.7.

⁴⁷ Vö. IA 2.44.

⁴⁸ Ti. az egyenlőségből, lásd följebb 43. jegyzet. A harmonikus középre leírt eljárás a következő: legyen a három egyenlő szám n , n , n ($n > 0$). Az előállítási utasítással megadott három másik szám (növekvő sorrendben): $n+2n$, $2n+2n$, $n+2n+3n$. Az első és a harmadik harmonikus közepe a képlet $(2ab)/(a+b)$, lásd följebb 39. jegyzet) alapján $2(n+2n)(n+2n+3n)/[(n+2n)+(n+2n+3n)] = 36n^2/9n = 4n = 2n+2n$ (vagyis éppen a középső szám). Iamblikhosz alapján (*In Nicomachi arithmetica introductionem* p. 111 Pistelli) itt is az elveszett Nikomakhosz-féle zeneelméleti munka lehetett a közvetlen forrás.

nek az összegével; a harmadik pedig az első egyszeresének, a második kétszeresének és a harmadik háromszorosának az összegével. Vegyük például az 1-et:

1 1 1

Adjuk meg először az első és a második kétszeresének az összegével egyenlőt, azaz a 3-at. Másodikként az első kétszeresének és a második kétszeresének az összegével egyenlőt, azaz 4-et. Harmadikként az elsőnek, a második kétszeresének és a harmadik háromszorosának az összegével egyenlőt, azaz a 6-ot. Ha pedig a 2-esen alapul az egyenlőség vagy, mondjuk, a 3-ason, akkor is ugyanez a szabályosság mutatkozik, mégpedig úgy, hogy a határszámok közötti különbségek is kétszeres mértékben térnek el egymástól, ahogyan az alábbi ábrák mutatják:

1	1	1	2	2	2	3	3	3
3	4	6	6	8	12	9	12	18

Ha pedig a szélső tagok között kell létrehozunk a háromszoros arányt, akkor a három egyenlő határszám felállítása után az elsőt az első és a második összegéből, a másodikat az első és a második kétszeresének az összegéből, a harmadikat az első, a második kétszeresének és a harmadik háromszorosának az összegéből kell képezni, amint azt az alábbi ábra mutatja:

1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	3	6	4	6	12	6	9	18

16. A harmonikus közép részletesebb tárgyalása

Mivel már belekezdünk a harmonikus közép megtárgyalásába, úgy gondolom, nem hagyható itt ki mindaz, ami részletesebben is elmondható erről. Írjunk tehát fel egy harmonikus arányosságot, és az alábbi ábrán írjuk a határszámok közötti különbségeket a számok fölé:

	különbségek			
	1		2	
3		4		6
	határszámok			

Látható, hogy a 4:3 kvarttkonzonanciát ad, a 6:4 kvintet, a 6:3 pedig az oktávot alkotja, és hogy a határszámok különbségei is ugyanezt a konzonanciát adják. A 2:1 ugyanis a kétszeres, ami az oktávkonzonancia. Ha pedig a külső határszámokat szorozzuk össze egymással, és a közepet önmagával szorozva növeljük meg, akkor, ha összehasonlítjuk ezeket a számokat, látjuk, hogy megtartják az egészhangközre jellemző viszonyt és összecsengést. Valóban: háromszor 6 eredménye 18, négyszer 4 pedig 16. Márpedig a 18 a 16-nál a kisebbik szám nyolcadrészével több. Hasonlóképpen: a legkisebb határszám önmagával megszorozva 9-et ad, ha pedig a nagyobb határszámot növeljük úgy, hogy önmagával szorozzuk, akkor 36 lesz. Ezek viszont összehasonlítva a négyszeres arányt, vagyis a kettősoktávkonzonanciát adják. Ha alaposabban megnézzük ezeket a számokat, látható, hogy mindegyik szám vagy a különbségek vagy a határszámok önmagával, illetve egymással való szorzataként állt elő. Szorozzuk ugyanis össze a legkisebb határszámot a középpel, ez a 12 lesz. Azután szorozzuk a legkisebb határszámot a legnagyobbval, ez a 18 lesz. Szorozzuk meg a középpel a legnagyobb határszámot, ez a 24 lesz, majd újra szorozzuk meg önmagával a legkisebb határszámot, ez a 9 lesz, illetve ugyanígy a közepet, ami a 16 lesz. A 6 pedig – a legnagyobb határszám – önmagával megszorozva 36-ot ad. Végül írjuk fel ezeket ebben a sorrendben:

36 24 18 16 12 9

Látható, hogy a 24:18 és a 12:9 a kvarttkonzonanciát szólaltatja meg; a kvintet a 18:12, a 24:16 és a 36:24; a háromszorost pedig, azaz

kvint+oktávot a 36:12; a négyszerest, azaz a kettősoktávot a 36:9; és az *epogdooszt* (a többletnyolcadost), azaz az egészhangközöt a 18 és a 16 viszonya adja.⁴⁹

17. Hogyan helyezkednek el egymáshoz képest a fent említett közepek két határszám között?

Szokás mármost megadni és felírni két határszámot úgy, hogy közéjük egyszer számtani, másszor mértani, harmadszor harmonikus közepet kell beillesztünk. Ezekről egyébként az aritmetikát tárgyaló műben is szóltunk,⁵⁰ de itt is vegyük át, röviden. Ha a számtani közepet keressük, a megadott határszámok különbségét kell venni, majd ezt elfelezni és a kisebb határszámhoz hozzáadni. Legyen például a 10 és a 40 a két felírt határszám, és keressük a közepüket a számtani arányosság szerint. Előbb veszem a kettő különbségét, ami 30. Ezt felezem, 15 lesz, és ezt hozzáadom a kisebb határszámhoz, azaz a 10-hez, vagyis 25 lesz. Ha tehát ezt illesztjük be mint közepet a 10 és a 30 közé, akkor számtani arányosságot kapunk, a következőképpen: 10, 25, 40.

Ezután illesszünk ugyanezek közé a határszámok közé mértani közepet. A külső határszámokat összeszorozom, ez a 10 és a 40 esetében például a 400 lesz. Ebből négyzetgyököt vonok, az eredmény a 20, ugyanis húszszor 20 az 400. Ha tehát ezt a közepet, a 20-at a 10 és a 40 közé helyezem, az alábbi felírás szerint képződik a mértani arányosság: 10, 20, 40.

Ha pedig a harmonikus közepet keressük, akkor összeadjuk a határszámokat, 10 meg 40 például egyenlő 50-nel. A különbségüket, azaz a 30-at először a kisebb határszámmal, tudniillik a 10-zel megszorozzuk úgy, hogy tízszer 30, azaz 300 legyen. Ezt elosztjuk 50-nel: 6 lesz, amit

⁴⁹ Vö. IA 2.48, NA 2.26, Iamblikhosz: *In Nicomachi arithmetica...* p. 108 (Pistelli)

⁵⁰ Vö. IA 2.50, ahol a matematikai eljárást azzal vezeti be, hogy a tétel akkor alkalmazható, ha fűvóhangszeren két lyuk közötti lyuk helyét, vagy kettő között egy harmadik húr hangolását kell megadni. Vö. NA 2.27 (ugyanezekkel a zenei példákkal bevezetve).

ha hozzáadunk a kisebb határszámhoz, 16 lesz az eredmény. Ha tehát ezt a számot helyezzük a 10 és 40 közé középként, akkor a harmonikus arányosság jön ki: 10, 16, 40.

18. A konzonanciák rangsora, avagy mértéke

Nikomakhosz szerint⁵¹

De legyen itt ennyi elég erről! Helyesnek látszik még kiegészíteni az eddigieket azzal, hogyan bizonyítják a püthagoreusok, hogy a zenei konzonanciák éppen az előbb említett arányokban találhatóak. Ebben a kérdésben egyébként, úgy tűnik, Ptolemaiosz nem ért velük egyet, de erről kicsit később lesz majd szó.⁵² Feltételezhető ugyanis, hogy pontosan az a leginkább elsőrendű és kellemes konzonancia, amelynek a minőségét könnyebben ragadja meg az érzékelés.⁵³ Amilyen ugyanis mindegyik önmagában, olyanképp fogja fel azt az érzékelés. Vagyis ha a legkönnyebben felismerhető konzonancia az, amelyet a kétszeres [arány] alkot, akkor aligha lehet kétséges, hogy az összes konzonancia közül az első az oktáv, és méltán emelkedik ki a többi közül, mivel észlelhetőség tekintetében lefelől áll. A többi pedig abban a sorrendben kell következzenek, legalábbis a püthagoreusok szerint, amelyet a többszörös viszony növekedése, illetve a többlétrezéses viszony csökkenése határoz meg. Megmutattuk ugyanis, hogy a többszörös nemegyenlőség előrébb való a többlétrezéses arányfajtnál.⁵⁴ Írjuk fel hát a számokat természetes sorrendben 1-től 4-ig: 1, 2, 3, 4. A 2:1 a kétszeres, és ez alkotja az oktávkonzonanciát, amelyik a legjobb és egyszerűségénél fogva a leginkább felismerhető. A 3:1 a kvint+oktávkonzonanciát szólaltatja

⁵¹ Vö. 1.32

⁵² Lásd 5.8–12

⁵³ *Sensus comprehendit*, vö. 1.9 és 1.28. Bár a püthagoreusok annak eldöntését, hogy valami konzonancia-e vagy sem, nem a hallás érzékére (*sensus*), hanem az észre (*ratio*) bízják (1.9), mégis ellentmondás az 1.9 és a fenti szöveghely között. Itt a konzonanciák rangsoráról van szó (melyik a *legjobb* vagyis a *leginkább* konzonancia, pontosabban: az oktáv miért „inkább konzonancia”, mint a többi), és ebben már mérvadó lehet a hallásérzék (ahogy az 1.28-ban is olvasható).

⁵⁴ Lásd 2.5

meg, a 4:1 pedig a négyszerest, tudniillik a kettősoktáv konszonzanciát eredményezi. A 3:2 a kvintet, a 4:3 pedig a kvartot hozza létre. Így alakul tehát a sorrendjük akkor, ha az egyiket a másikkal hasonlítjuk össze.

Hátravan egy további összehasonlítás. Ha a 4-et a 2-höz hasonlítjuk, az arány a kétszeres lesz, ami a 2:1. Vagyis a hangok a kettősoktávban vannak a legtávolabb egymástól, amikor a távolságuk négyszeres intervallum. Másfelől a legkisebb egymással konszonzáns hangok azok lesznek, amikor a magasabb a mélyebbet a mélyebb harmadával múlja felül. Ebben áll tehát a konszonzanciák mértéke: a négyszeresnél nagyobbra nem terjedhet ki, a többletharmadosnál kisebbre pedig nem csökkenhet. Így hát Nikomakhosz szerint a hangközök sorrendje a következő: első az oktáv, második a kvint+oktáv, harmadik a kettősoktáv, negyedik a kvint, ötödik a kvart.

19. Eubulidész és Hipaszosz véleménye a konszonzanciák sorrendjéről

Eubulidész és Hipaszosz ezzel szemben más konszonzancia-sorrendet állít fel.⁵⁵ Azt állítják ugyanis, hogy a többszörös arány növekedése szabályos rendben megfelel a többletrészes csökkenésének. Így szerintük a kétszeres nem létezhet a fél nélkül, és a háromszoros sem a harmadrész nélkül. Mert vegyük például a kétszerest, ez adja az oktávconszonzanciát. Vegyük ezután a felet, ebből mintegy ellentétes felosztással jön ki a többletfeles arány, vagyis a kvint. És ezek egymással keverve, mármint az oktáv és a kvint, együtt a háromszoros arányt adják, amely mindkét összhangzatot magában foglalja. Majd megint a háromszorost ellentétesen felosztva jön ki az egyharmad, amiből a kvart összhangzat szü-

⁵⁵ A milétoszi Eubulidész (Kr. e. 4. sz.) a szókratikus iskolák közül a megarai – mások szerint nem a megarai, hanem az ún. dialektikus – iskola egyik képviselője, nevéhez kapcsolódik az ún. hazugság-paradoxon. Hipaszosz dél-itáliai püthagoreus (Kr. e. 5. század első fele), őt tartják a püthagoreizmuson belül az ún. *matematikai* irányzat alapítójának (a másik az *akusztatikai*). A hagyomány az ő nevéhez kapcsolja (egyebek mellett) a konszonzanciák számait kutató kísérletek közül a különböző mennyiségű vízzel megtöltött edényekkel és a különböző vastagságú bronzkorongokkal végzett kísérletezéseket.

letik meg. A háromszoros és a többletharmados viszont összekapcsolódva a négyszeres arányviszonyt eredményezi. Ebből következik, hogy az oktáv+kvint (mint egyetlen konszonancia) és a kvart együtteséből is összecsengés jön létre, amely a négyszeres arány, és a neve: kettősoktáv. Ebulidész és Hipaszosz szerint tehát a sorrend a következő: oktáv, kvint, oktáv+kvint, kvart, kettősoktáv.

20. Nikomakhosz szerint melyik konszonancia melyiknek az ellenpárja

Nikomakhosz viszont nem ugyanazokat a konszonanciákat tartja ellenpároknak, mint amelyeket Ebulidész és Hipaszosz, hanem a következőt állítja.⁵⁶ Miként az aritmetikában az egység a kiindulópontja a növekedésnek és a csökkenésnek, úgy a konszonanciáknál a kiindulópont az oktáv, és ebből egymással ellentétes irányú felosztással lehet meghatározni a konszonanciákat. De könnyebben lesz érthető, ha előbb számokkal nézzük végig. Írjuk fel tehát az egységet, és húzzunk ebből két ágat: az egyik a többszörözése, a másik a felosztása. Így az alábbi ábrát kapjuk:

	1	
	fél 1/2	2 kétszeres
	harmad 1/3	3 háromszoros
	negyed 1/4	4 négyszeres
	ötöd 1/5	5 ötszörös

És ez így haladhat tovább egészen a végtelenig. A 2 ugyanis az egység kétszerese. Az ellentétes oldalon ugyanennek az egységnek a fele látható. A 3 az egység háromszorosa, az ellentétes oldalon van az egyharmad. A 4, azaz az egység négyszerese, az ellentétes oldalon az egy-

⁵⁶ Vö. 2.5. A közvetlen forrásként feltételezhető Nikomakhosz-szöveg nem maradt fenn. A számokkal definiált konszonanciák sorrendje a püthagoreus zenematematikában természetes módon kötődik az arányok és arányfajták 'kiválósági' sorrendjéhez: természetűl a legelső és legnemesebb (*prótiszton kai progeneszteron phüszzei*) a többszörös, utána következik a többletrészes stb. (lásd NA 1.18–19).

negyed, vagyis így a növekedés és a csökkenés kiindulópontja egész egyszerűen nem más, mint maga az egység. Ugyanezt fordítsuk át most a konszonzanciákra. Az oktáv, amely a kétszeres, a kiindulópontot megillető legmagasabb helyen helyezkedik el, a többi pedig egymással ellentétes oldalra helyezve, éspedig a következőképpen. A többletfeles a háromszorossal, a többletharmados a négyszeressel szemben foglal helyet. Mindez a következő érveléssel bizonyítható. Ugyanaz a szám lesz az első többletfeles, mint amelyik az első háromszoros, legalábbis az egységhez viszonyítva. A hármas, ha az 1-hez viszonyítjuk, az első háromszoros, illetve az első többletfeles, ha a 2-höz viszonyítjuk. Továbbá ugyanaz a hármas szám lesz éppen a háromszorosa annak a különbségnek, amelyet ő maga a kettessel képez (amiről viszont már láttuk, hogy ő a természetes harmadfelese). Így hát mivel joggal állítható szembe a többletfeles a háromszorossal, ésszerű az elgondolás, hogy az oktáv-konzonancia az oktáv+kvintkonzonanciával áll szemben. Tovább lépve: a négyszeres a többletharmadossal ellentétes helyet foglalja el. Mert amelyik az első négyszeres, egyszersmind ugyanilyen módon az első többletharmados. A 4 ugyanis az egységhez hasonlítva az első négyszeres, míg a 3-hoz hasonlítva az első többletfeles. Hasonlóképpen: a 4 a 3-mal vett különbségéhez viszonyítva saját maga is négyszeres. Ebből következően a többletharmados arány, azaz a kvart, a négyszeres aránnyal állítható szembe, azaz a kettősoktávval. A kétszeres azonban, mivel nincs övele szembeállítható arány és ő maga egyetlen számnak sem többletfelese, továbbá mert nincs olyan szám, amellyel a 2, vagyis az első kétszeres, összekapcsolható lenne többletrészes aránnyá, ezért az ilyen fajta szembeállíthatóságot tekintve ez kivételes helyzetű. Nikomakhosz szerint tehát ezért lesz az oktáv a konszonzanciák kiindulópontja, mégpedig a következőképpen:

	oktáv	
	kvint+oktáv	kvint
kettősoktáv		kvart

De akárhogy is, mondja Nikomakhosz, az a jobb, ha a konszonzanciák sorában inkább az összes többszörös arány elől áll, és csak utá-

nuk következnek a többletrészesek, ahogyan nem sokkal feljebb már leírtuk.⁵⁷

Minthogy tehát a konszonancia két hangmagasság meghatározott arányú keveredése, a hang pedig a hangmagasság-változással együtt járó emelkedés vagy esés megtartása egyetlen feszítésen, valójában pedig lüktetésen alapszik, a lüktetés pedig valójában mozgás, a mozgások egy része viszont egyenlő, mások meg nem-egyenlők, és a nem-egyenlők közül vannak inkább nem-egyenlők és vannak kevésbé azok, továbbá vannak közepesen nem-egyenlők, így hát az egyenlőség a hangok között is az egyenlőségből származik. Nyilvánvaló módon az elsődleges és a legegyszerűbb arányok a kis mértékben nem-egyenlő távolságokat magukba foglaló nemegyenlőségből jönnek létre, vagyis a többszörös, a többletrészes arányok, azaz a kétszeres, a háromszoros, a négyszeres, a többletfeles és a többletharmados arányok konszonanciái. Azokból az arányfajtákból viszont, amelyek a többi – sokféle, nem tiszta, avagy egymástól túlságosan távoli arányokkal nem-egyenlők – a disszonanciák jönnek létre, és ezekből nem képződik semmilyen hangzásbeli konszonancia.⁵⁸

21. Mit kell előrebocsátani ahhoz, hogy bizonyítsuk: az oktáv a többszörösök közé tartozik?

Miután ezt így tisztáztuk, most bebizonyítjuk, hogy az oktáv, amely a legjobb az összes konszonancia közül, a többszörös nemegyenlőségek közé tartozik, és pedig ezen belül az oktáv a kétszeres arány. Először azonban azt kell megmutassuk, miről ismerhető fel, hogy az oktáv-konszonancia a többszörösök közé tartozik. Ehhez viszont röviden előre kell vetnünk még valamit, aminek előzetes belátásával könnyebb lesz a

⁵⁷ Lásd 2.18

⁵⁸ A többszörösen alárendelt, hosszú mondat lényegében a püthagoreus zene-matematika elvi alapozásának sűrített összefoglalását adja – visszafelé haladva. (i) A konszonancia két különböző hangmagasság keveredése. (ii) A hangmagasság húr feszítés vagy elengedés, ami (iii) levegőlüktetést gerjeszt, ami viszont (iv) mozgás, ami pedig (v) kvantitatív, vagyis: szám. Minderről volt már szó az 1.3 és az 1.8 fejezetben, illetve tárgya lesz a 4.1 fejezetnek, ami lényegében az Eukleidész-féle *A kanón beosztása* (*Sectio canonis*) bevezetőjére épül.

bizonyítás. Ha egy tetszőleges többletrészesből kivonunk egy vele folytonos többletrészeset, amelyik ugyebár kisebb nála, a maradék annak az aráynak a felénél kisebb lesz, amelyet kivontunk.⁵⁹ Vegyük például a többletfelest és a többletharmadost. Mivel a többletfeles a nagyobb, a többletharmadost vegyük el a többletfelesből: a maradék a többletnyolcados arány lesz, melyet ha megkétszerezünk, egy félhangköznyi távolság híján lesz kisebb a teljes többletharmados aránynál. Vagyis ha a kétszerezett többletnyolcados viszony nem teljes többletharmados, akkor az egyszeres többletnyolcados sem lehet az egyszeres többletharmados arány teljes fele. Vagyis ha a többletnegyedest vesszük el a többletharmadosból, a hányados nem lehet annyi, mint amennyi a többletnegyedes fele. És így tovább.

22. Az oktáv a többszörösök közé tartozik (lehetetlenség bizonyítás)⁶⁰

Térjünk tehát most vissza az oktávkonsonanciához! Tétélezzük fel, hogy nem a többszörös nemegyenlőségek közé tartozik. Ez esetben a többletrészes nemegyenlőségek közé kell soroljuk. Legyen tehát az oktávkonsonancia többletrészes arány. Vegyük el belőle a vele folytonos konsonanciát, azaz a kvintet: marad a kvart. Így a kvart duplája kisebb egy kvintnél, egyetlen kvart pedig önmagában véve nem éri el a kvintkonsonancia felét. Márpedig ez lehetetlenségre vezet. Be fogjuk ugyanis bizonyítani, hogy a kvart duplája egy egészhangközzel és egy félhangközzel haladja meg a kvintkonsonanciát.⁶¹ Beláttuk tehát: az oktáv nem sorolható a többletrészes nemegyenlőségek közé.

⁵⁹ A görög zeneelméleti szövegekben előzmény nélküli állítás a 2:1 arány esetében felmerülő bizonytalanságot oszlatja el: a többszörösök közé tartozik, és nem a többletrészesek közé. *Folytonos*: 3:2, 4:3 (mint a példában), vö. a 2.8-ban tárgyalt szabályleírást. *Kisebb nála*: lásd 2.9.

⁶⁰ A 2.22–28 tétel sor együttesének, akárcsak a 4. könyv első fejezetének előzménye az eukleidészi *A kanón beosztása*, de az eltérés lényegi: Boethius itt a hangsoroktól és a genoszoktól független, vagyis tisztán matematikai alapú levezetést ad, a második könyv tulajdonképpeni céljának megfelelően.

⁶¹ Önálló bizonyításként a ránk maradt szövegben nem szerepel.

23. A kvint, a kvart és az egészhangköz többletrészesek⁶²

Hátravan még, hogy bebizonyítsuk: a kvint, a kvart és az egészhangköz a többletrészesességhez sorolható. Mert bár az előbbi bizonyításból, amelyben megmutattuk, hogy az oktáv nem helyezhető el a többletrészesek sorában, bizonyos értelemben már ez is következik, mégis tárgyaljuk meg ezt külön is, alaposabban. Ha ugyanis, tegyük fel, valaki azt állítja, hogy ezek a viszonyok nem a többletrészesek közé sorolhatók, akkor ezzel azt állítja, hogy a többszörösök közé sorolhatók. Azt ugyanis, hogy miért nem sorolhatók a többlethányadosok vagy egyéb kevert arányfajták közé, feljebb már, úgy vélem, megindokoltuk.⁶³ Helyezzük el tehát őket a többszörösök csoportjába azzal a feltételezéssel élve, hogy ez lehetséges. Mivel a kvartkonszonzancia a kisebb, a kvint pedig a nagyobb, a többszörösökön belül a kvart legyen a kétszeres arány, a kvint a háromszoros. Valószínű ugyanis, hogy miképpen a kvartkonszonzancia a kvintkonszonzanciával folytonos,⁶⁴ úgy – már ha a kvart a kétszeres és a kvint a kétszeressel folytonos – ő lesz a háromszoros. Az egészhangköz viszont, mivel a zenei viszonyokban a kvart mögött helyezkedik el, olyan arányban kell legyen megadható, amely kisebb a kétszeresnél. Ilyen viszont a többszörös arányfajtában nem található.

Így hát csakis az a lehetőség marad, hogy a többletrészesek közé tartozik. Legyen az első többletrészes arány, vagyis a többletfeles, az egészhangközé. Ha ugyanis a kétszerest elvesszük a háromszorosból, az eredmény a többletfeles lesz. Ha tehát így a kvart a kétszeres, a kvint

⁶² A fejezet három lehetetlenségi bizonyítást tartalmaz: sem a kvint és a kvart együtt nem lehet többszörös arány, sem *külön* se az egyik, se a másik. Mai gondolkodással furcsállható, ha egyszer a kvint a 3:2 és a kvart a 4:3, akkor miért kell bizonyítani, ami nyilvánvaló, vagyis azt, hogy sem a 3:2, sem a 4:3 nem többszörös, hanem többletrészes. Az újpüthagoreus matematikai zeneelméletben a kérdés releváns: ha egyszer konszonzancia elméletileg csakis vagy a többszörös, vagy a többletrészes arányfajták közé sorolható, akkor elviekben is bizonyítandó: miért az egyik arányfajtába tartozik, és nem a másikba. Az egészhangközre vonatkozóan, mivel ez nem konszonzancia, a bizonyításigény valóban indokolatlan, ugyanakkor ez az itt levezetett bizonyítások afféle korolláriumának tekinthető.

⁶³ Lásd 1.5–6 és 2.20.

⁶⁴ Két konszonzancia folytonos, ha arányaik folytonosak, lásd följebb 23. jegyzet.

pedig a háromszoros, és a kvartot a kvintből elvéve egészhangköz marad, akkor az egészhangköz kétségtelenül többletfeles arány. Két többletfeles viszont meghaladja a kétszerest, amint azt bárki beláthatja, aki eléggé járatos az aritmetikában. Vagyis ez esetben a két egészhangköz nagyobb a kvartnál, ami viszont értelmetlenség. A kvart ugyanis a két egészhangközt félhangköznyi távolsággal haladja meg. Nem lehetséges tehát, hogy a kvart és a kvint ne a többszörös nemegyenlőségek közé tartozzon. Végül, ha valaki azt feltételezi, hogy az egészhangköz is a többszörösök közé tartozik, akkor – mivelhogy az egészhangköz kisebb, mint a kvart, a kvart viszont kisebb, mint a kvint – a kvint legyen a négyszeres, a kvart a háromszoros, az egészhangköz a kétszeres. Ámde a kvint egy kvartból és egy egészhangközből áll, a négyszeres tehát a gondolatmenet szerint egy háromszorosból és egy egészhangközből kellene álljon, ami nem lehetséges. Adjuk meg mármost a kvartot a háromszorossal, a kvintet a négyszeressel. Ha a háromszorost elveszszük a négyszeresből, többletharmadost kapunk. Hasonlóképpen, ha a kvintből elvesszük a kvartot, egészhangközt kapunk. Ebben a gondolatmenetben tehát az egészhangköz a többletharmados arány. Így viszont három többletharmados kisebb egy háromszorosnál, ennél fogva három egészhangköz nem tesz ki egy kvartot, ez viszont hamis állítás. Két egészhangköz és egy kisebb félhangköz alkot ugyanis egy kvartkonszonanciát. Ezzel bebizonyítottuk, hogy a kvartkonszonancia nem többszörös.

Sőt, még azt is állítom, hogy a kvintkonszonancia sem sorolható a többszörösök csoportjába. Mert ha ebbe tartozna, akkor – minthogy a vele folytonos [konszonancia], azaz a kvart kisebb nála – a kvint nem lesz elhelyezhető a legkisebb többszörösben, azaz a duplában, minthogy csakis ez lehet az a hely, ahova beilleszthető a kvartkonszonancia. Márpedig a kvartkonszonancia nem tartozik a többszörösök csoportjába, ezért a kvint sem köthető a többszörösökön belül nagyobb számviszonyhoz, mint a kétszereshez, ami viszont a legkisebb. Legyen tehát ez esetben a kvint a legkisebb, vagyis a dupla. Ámde ekkor meg a kvart, amely kisebb, nem köthető semelyik többszöröshöz, nincs ugyanis a kétszeresnél kisebb többszörös. Legyen akkor a kvart többletfeles, az egészhangköz pedig többletharmados, hiszen ez folytonos (vagyis sor-

rendben a következő⁶⁵) arány mentén fog elhelyezkedni. Két többletharmados azonban nagyobb egy többletfelesnél. Így két egészhangköz túltesz egy kvartont, de ez nem fordulhat elő. Ezzel tehát bebizonyítottuk, hogy a kvint és a kvart nem sorolható a többszörösök közé. Joggal helyezhetők tehát el a többletrészes nemegyenlőségek fajtájában.

24. A kvint és a kvart a legnagyobb többletrészesek

A fentieket a következővel kell még kiegészítenünk. Ha a kvint és a kvart többletrészes arányok, akkor ezek a legnagyobb többletrészes arányok. Márpedig a legnagyobb többletrészesek a többletfeles és a többletharmados. Ez mármost a következőképpen bizonyítható.⁶⁶ Ha a kvint- és a kvartkonzonanciákat a többletfelesnél, illetve a többletharmadosnál kisebb arányokba lehetne besorolni, akkor ebből minden kétséget kizáróan az következne, hogy, miképpen a többletrészes arányok egymáshoz kapcsolva nem tesznek ki egy kétszerest (kivéve a többletfeles és a többletharmados együttesét), úgy a konzonanciák együtt sem alkothatnak egy oktávot (kivéve a kvint és a kvart együttesét). Minthogy ugyanis már bebizonyítottuk, hogy az oktáv a kétszeres arány,⁶⁷ a kétszeres arány összetevői pedig a többletfeles és a többletharmados, az oktáv pedig a kvint és a kvart együttese, így nem kétséges, hogy ha egy egész oktávot kétszeresként írunk fel, akkor a kvintet és a kvartot többletfelesként, illetve többletharmadosként kell hogy megadjuk. Másképpen ugyanis nem eredményezhetnének összekapcsolódva egy oktávot (amely konzonancia a kétszeres arány), csakis ha éppen ebben a két arányban állnak, tudniillik a többletfelesben és a többletharmadosban. Más többletrészes arányok ugyanis semmiképp sem kapcsolódhatnak össze oktávva.

⁶⁵ Az egészhangköz bevonása a *reductio ad absurdum* típusú bizonyítás gondolatmenetébe annyiban következtelen, hogy az egészhangköz nem konzonancia, lásd még följebb 62. jegyzet.

⁶⁶ A bizonyítás – közvetett vagy közvetlen – forrása: *Sectio* 12.

⁶⁷ Lásd 2.22 (az oktáv többszörös) és 2.20 (az oktáv az első), vagyis végső soron egzakt módon nincs bizonyítva, hogy az oktáv a legkisebb többszörös.

25. A kvint a többletfeles, a kvart a többletharmados, az egészhangköz a többletnyolcados arány

Azt állítom továbbá, hogy a kvint a többletfeles, a kvart pedig a többletharmados arány. Mivel ugyanis a két arány – tudniillik a többletfeles és a többletharmados – közül a többletfeles a nagyobb, a többletharmados pedig a kisebb, és mivel a konszonanciákon belül a kvint a nagyobb és a kvart a kisebb, ebből nyilvánvalóan következik, hogy a nagyobb arány a nagyobb, a kisebb arány a kisebb konszonanciának felel meg. Ezért hát a kvint a többletfeles, a kvart pedig a többletharmados aránnyal fejezhető ki. Ha pedig a kvintból elveszünk egy kvartot, a távolságot, ami megmarad, egészhangköznek hívjuk. Ha pedig a többletfelesből elveszük a többletharmadost, akkor a többletnyolcados arány marad. Ebből következik, hogy az egészhangköz nem más, mint a többletnyolcados viszony.⁶⁸

26. Az oktáv+kvint a háromszoros, a kettősoktáv a négyszeres arány

Másfelől, mivel már bebizonyítottuk, hogy az oktáv a kétszeres, a kvint pedig a többletfeles, illetve hogy a kétszeres és a többletfeles összekapcsolódva a háromszorost adja ki, ebből az is nyilvánvalóan következik, hogy az oktáv+kvint háromszoros arányként adható meg. Ha pedig a háromszoros arányt a többletharmados viszonytal kapcsoljuk össze, akkor a négyszerest kapjuk meg. Ha tehát az oktáv+kvintkonszonanciával összekapcsoljuk a kvartösszhangzatot, a hangmagasságok közötti távolság a négyszeres viszony lesz, márpedig erről feljebb már bebizonyítottuk, hogy ez a kettősoktáv.⁶⁹

27. A püthagoreusok szerint az oktáv+kvart nem konszonancia

Az eddigi fejtegetésekben a figyelmes olvasó felfigyelhetett arra, hogy az egymáshoz kapcsolt konszonanciák újabb konszonanciákat eredményeznek. Hiszen a kvint és a kvart összekapcsolódva, mint feljebb említettük, az oktávot hozza létre. Ha pedig ehhez, mármint az oktávhoz, ismét kvint összhangzat kapcsolódik, akkor olyan konszonancia kelet-

⁶⁸ Vö. *Sectio* 12–13.

⁶⁹ Lásd 2.19, vö. *Sectio* 12.

kezik, amely mindkét tag nevét viseli: az oktáv+kvint. Ha ehhez kvart-konszonanciát adunk hozzá, kettősoktáv keletkezik, amely a négyszeres arány.⁷⁰ Na de mi van akkor, ha a kvart- és az oktáv-konszonanciákat kapcsoljuk össze? Ez vajon konszonanciát eredményez-e a püthagoreusok szerint? Legkevésbé sem. Ez ugyanis a többlethányados nem-egyenlőségek közé tartozik, márpedig erre az arányfajtára nem jellemző sem a többszörösség rendezettsége, sem a többletrészesség egyszerűsége. Nosza, írjunk fel számokat, amelyekkel ez a lehető legkönnyebben bebizonyítható. Vegyük a 3-at, illetve a kétszeresét, a 6-ot, amely vele az oktáv-konszonanciát adó arányt alkotja. Ehhez kapcsoljunk hozzá 8-at többletharmadosként, amiről feljebb mondtuk, hogy kvart. Ez a 8 a 6-tal ugyanis a kvart arányát adja. Ugyanez a 8 a 3-hoz viszonyítva kétszer foglalja őt magába, ámde nem a többszöröse, mert még valahány részét is magában foglalja, és ez nem az egyszeres része. Hanem két egységgel haladja meg, ami a kétharmad része annak a 3-nak, amelyet első és legkisebb határszámként adtunk meg. Legyenek tehát ezek a határszámok: 3, 6, 8. Ez egyben az a hangköz, amely két, egymást folytonosan követő konszonancia közé esik. Ugyanakkor ez se nem teljes kétszeres, vagyis nem ad oktávot, se nem háromszoros, vagyis oktáv+kvint összhangzatot sem ad. Ha ehhez hozzáadnánk egy egészhangközt, ez a háromszoros mértékű arányt eredményezné. Mivel tehát az oktáv és a kvint egymással összekapcsolódva a háromszoros arányt, a kvart és az egészhangköz együtt pedig a kvint-konszonanciát adja, ezért ha az oktáv-konszonanciához a kvartot adjuk, akkor ez nem lesz konszonancia, mivel a kétszeres és a háromszoros közé nem illeszthető be természetes módon semmilyen többszörös arány. Ha mármost ehhez hozzáadom az egészhangközt, az eredmény az egészhangköz+kvart+oktáv lesz, ami nem más, mint az oktáv+kvint. A kvart és az egészhangköz ugyanis együtt a kvintet adják. Legyen tehát az oktáv a 6:3, a kvart a 8:6, az egészhangköz a 9:8, a kvint a 9:6, az oktáv+kvint a 9:3. Így jön tehát ki a háromszoros arány: 3, 6, 8, 9. Jóllehet minderről Nikomakhosz már sok mindent elmondott,⁷¹ ennek ellenére bebizonyított-

⁷⁰ Számarányokkal megalapozva a 2.11-ben.

⁷¹ A fennmaradt Nikomakhosz-szövegekben nem található.

tuk, amilyen tömören csak tudtuk – egyrészt a püthagoreusok tanítását ismertetve, másrészt ebből bizonyos következtetéseket levonva –, hogy ha a kvartkonszonanciához oktávot adunk, akkor ez a kettő nem kapcsolódhatik össze konszonanciává. Hogy Ptolemaiosz erről hogyan vélekedik, azt később fogom ismertetni.⁷² Egyelőre ennyit erről. Most térjünk rá a félhangközre!

28. A félhangköz. Melyek a legkisebb számai?

Úgy tűnik, a félhangköz nem arról kapta a nevét, hogy pontosan a fele az egészhangköznek, hanem arról, hogy nem teljes egészhangköz.⁷³ Ennek a nálunk mostanság félhangköznek, a régiek által *leimmának* vagy *dieszisznek* nevezett hangköznek a következő a mértéke.⁷⁴ Amikor két többletnyolcados viszonyt, vagyis egészhangközt veszünk el egy többletharmados arányból, azaz a kvartból, akkor kapjuk meg a félhangköznek nevezett távolságot. Keressünk tehát két folytonos elrendezésben felírt egészhangközt. Mivel ezek, mint már mondtuk, többletnyolcados arányok, két folytonos többletnyolcados arányt viszont csak akkor tudunk folytonosan egymáshoz kapcsolni, ha találunk hozzájuk olyan többszöröst, amelyből ezek levezethetők, ezért vegyünk először is az egységet, majd ennek az első nyolcszorosaként a 8-at. Ebből azonban csak egyetlen többletnyolcadost tudok levezetni. Mivel kettőt keresünk, vegyünk nyolcszor a 8-at: 64 jön ki. Ez lesz tehát a második nyolcszoros, amiből most már le tudunk vezetni két többletnyolcados

⁷² Lásd 5.9–10

⁷³ Lásd 1.17

⁷⁴ A görög *leimma* (lat. *limma*) elnevezés jelentése: maradék, maradvány, összhangban az itt szereplő definícióval. A *dieszisz* elnevezést a zeneelméletben többféle kicsi vagy legkisebb hangközre használták, így többek között az enharmonikus genosz negyedhangjára is, de a püthagoreus szövegekben többnyire ugyanazt jelenti, mint a *leimma* (kvart mínusz két egészhangköz), lásd pl. a már említett Philolaosz-töredéket (1. könyv 55. jegyzet). A *dieszisz* szó jelentése (nem zenei szövegben): áteresztés, kiengedés, zenei terminusként talán az auloszjátékból született, amikor a játékos a lyukakat lefógó ujjak észrevétlen arrébb tolásával lép a dallam következő hangjára, lásd Barker 2007, 269.

arányt.⁷⁵ Hiszen a 8, amely a 64 egység nyolcad része, ugyanehhez hozzáadva végösszegként 72-t ad. Ha mármost ehhez ennek a nyolcadát adjuk hozzá, azaz 9-et, akkor 81-et kapunk. Vagyis a következő elsődleges⁷⁶ számokkal adható meg két folytonos egészhangköz: 64:72:81. Keressük ezután meg a 64 egység többletharmadosát. Mivel rögtön látható, hogy a 64-nek nincs harmadrésze, ezért, ha mindegyik számot a hármassal többszörözzük, máris előállnak a harmadrészek, miközben továbbra is megtartják ugyanazt az arányt, amelyet a 3-mal többszörözés előtt alkottak. Vegyük tehát a háromszor 64-et, azaz a 192-t, és a harmadrészét hozzáadva az eredmény 256. Ez többletharmados arányt ad, vagyis ez kvartkonszonancia. Ezután helyezzünk el két, egyenként két számból álló többletnyolcadost a 192 mellé megfelelő sorrendben, vagyis vegyük a háromszor 72-t, azaz a 216-ot, majd a háromszor 81-et, azaz a 243-at. Illesszük ezeket a fent felírt két határszám közé a következőképpen: 192, 216, 243, 256. Az arányoknak ebben a felírásban az első szám az utolsóval kvartkonszonanciát alkot, az első a másodikkal és a második a harmadikkal pedig két azonos nagyságú folytonos egészhangközt. A maradék hangközt adja ki a 243:256 arány, következésképp ezek a félhangköz eme válfajának legkisebb számai.

29. A 256:243 nem az egészhangköz fele

Most pedig megmutatom, hogy a 256:243 intervallum a méretét tekintve nem pontosan a fele az egészhangköznek. A 256 és a 243 különbsége ugyanis csupán 13 egység, ami kisebb a 243 tizennyolcad részénél, de több a tizenkilenced részénél. Ugyanis ha 18-szor vesszük a 13-at, 234-et kapunk, ami nem éri el a 243-at, míg ha 19-szer többszörözzük, akkor már meghaladja. Márpedig bármely félhangköz, ha pontosan a fele lenne az egészhangköznek, szükségképpen a tizenhatod és a tizenheted rész közé esne, amint azt majd később bebizonyítjuk.⁷⁷ Egyelőre annyit tudunk, hogy egy ekkora félhangköznyi intervallum önmagával dupláz-

⁷⁵ Itt derül ki konkrétan, miért volt szükséges ismertetni a könyv korábbi részében (2.8) bemutatott eljárást.

⁷⁶ Elsődleges: legkisebb egész számokkal megadott.

⁷⁷ Lásd 3.1

va nem ad ki egy egészhangköznyi intervallumot. Írjunk fel ugyanis a feljebb leírt szabály alapján⁷⁸ két egymással folytonos arányt, amelyek mindegyike külön-külön is azonos arány a 256:243-mal. A 256-ot többszörözzük meg önmagával, és legyen ez a legnagyobb határszám: 65536. Hasonlóképpen: többszörözzük a 243-at is, és ennek az eredménye legyen a legkisebb határszám: 59049. Ezután növeljük a 256-ot a 243-szorosára, az eredmény 62208 lesz. A középarányos tehát így írható fel:

$$65536 : 62208 : 59049$$

A 256 és a 243 tehát ugyanaz az arány, mint a 65536 : 62208, illetve ugyanaz, mint a 62208 : 59049. Ámde a legnagyobb és a legkisebb határszám, vagyis a 65536 és az 59049 nem ad teljes egészhangközt. Márpedig ha az első számnak a másodikkal alkotott aránya, amely egyenlő a másodikkal a harmadikkal alkotott arányával, teljes félhangköznek bizonyulna, akkor a két felet összekapcsolva egy egészhangköznek kellene kijönnie. Mivel azonban a külső határszámok aránya nem többletnyolcados, ebből adódik, hogy e két távolság egyike sem lehet az egészhangköz fele. Ha ugyanis bárminek a felét megkétszerezzük, éppen azt adja, aminek ő a fele. De ha nem éri el ezt a számot, amelynek a fele, akkor a kétszerezett rész kisebb lesz a félnél, ha pedig meghaladja, akkor nagyobb a félnél. Tetejébe még az is világos lesz, hogy a 65536 nem alkot többletnyolcados arányt az 59049-cel, és az aritmetikai értekezésben tárgyalt szabályok alapján ugyanígy a nyolcadrésze sem az 59049 nyolcadrészével.⁷⁹ De mivel ez a nyolcadrész nem egész szám, inkább az olvasó szorgalmára bízunk, kiszámolja-e. Mindebből világos tehát, hogy a 256:243 alkotta arány nem adja ki az egészhangköz felét. Vagyis amit félhangköznek nevezünk, az valójában kisebb az egészhangköz felénél.

⁷⁸ Lásd 2.8

⁷⁹ Nem konkrét szöveghelyre utal, hanem általában: aki az aritmetikai művet áttanulmányozta, annak nem okozhat gondot annak kiszámítása, hogy egyrészt a 65536 és 59049 különbsége nem pontos nyolcadrésze az 59049-nek, másrészt az sem, hogy az 59049-hoz a nyolcadrészét (7381½) hozzáadva 66430%-ot kapunk (ami nagyobb, mint 65546).

30. Az egészhangköz nagyobbik része, illetve ennek legkisebb számai

A maradék részt, amely tehát a nagyobbik, a görögök *apotomé*nek nevezik, mi pedig nevezhetjük *levágott résznek* (*decisio*).⁸⁰ Természetes dolog, hogyha valamit nem egyenlő részekre osztunk fel, akkor amennyivel a kisebb rész kisebb a félnél, ugyanannyival nagyobb a nagyobb rész a félnél. Amilyen mértékben tehát kisebb a kisebbik félhangköz az egészhangköz felénél, ugyanannyival haladja meg az *apotomé* az egészhangköz pontos felét. És mivel megmutattuk, hogy a félhangköz elsődleges számokkal a 256:243 arányban adható meg, most meg fogjuk mutatni, hogy az *apotomé*nek nevezett rész hogyan adható meg a lehető legkisebb számokkal. Ha a 243-nak lenne maradék nélküli nyolcadrésze, akkor többszörösen képezve vele, majd a 256-ot ehhez a legkisebb számban megadott többszörözéshez hasonlítva szükségszerűen az *apotomé*t kapnánk. De mivel tudjuk, hogy nincs maradék nélküli nyolcadrésze, ezért mindkét számnak vegyük a nyolcszorosát. Így a 243 nyolccal többszörözve 1944 lesz, és ha ehhez hozzáadjuk a (saját) nyolcadát, az eredmény 2187 lesz. Hasonlóképpen, a 256-ot is növeljük a nyolcszorosára, ez 2048 lesz. Illesszük ezt a fent megadott határszámok közé.

1944 2048 2187

A harmadik határszámnak tehát az elsővel alkotott aránya továbbra is egészhangköz, a második viszont a kisebbik félhangközt alkotja az elsővel, így a harmadik és a második szám által képzett arány lesz az *apotomé*. Ráadásul ebből az is látható, hogy ezek a számok valóban az *apotomé* legkisebb számai, hiszen a 256-tal és a 243-mal tudtuk mint legkisebb számokkal megadni a félhangköz távolságát. Az 1944 és a 2048 pedig azért állnak ugyanabban az arányban, mint amelyben a 243:256, mert a 243-at és a 256-ot egyaránt nyolccal többszöröztük. Ha ugyanis két tetszőleges számot ugyanazzal a számmal többször-

⁸⁰ Az *apotomé* az a hangköz, amely akkor marad, ha az egészhangközből elvesszük a *leimmát* (lásd feljebb).

rözünk, akkor a többszörösök is ugyanazt az arányt alkotják, mint amelyet azok a számok alkottak, amelyeket az adott számmal többszöröztünk.

31. Milyen arányokból áll a kvint és az oktáv? Miért nem állhat egy oktáv hat egészhangközből?⁸¹

Mivel a kvartkonszonanciáról már bővebben szóltunk, itt most röviden és csak számokkal tárgyaljuk a kvint és az oktávkonsonanciát. A kvint ugyanis három egészhangközből és egy félhangközből áll, azaz egy kvartból és egy egészhangközből. Írjuk fel azokat a számokat, amelyek egy korábbi ábrán szerepeltek:⁸² 192, 216, 243, 256. Ebben az elrendezésben az első határszám a másodikkal, illetve a második a harmadikkal az egészhangköz arányát adja, viszont a harmadik a negyedikkel a kisebbik félhangközét, ahogy feljebb bizonyítottuk.⁸³ Ha tehát a 256 nyolcadrészét a 256-hoz (amelynek tehát a nyolcada) hozzáadjuk, az eredmény 288 lesz, ami a 192-vel összehasonlítva többletfeles hangközt alkot. Ennélfogva ha az elsőt a másodikhoz, a másodikat a harmadikhoz és az ötödiket a negyedikhez viszonyítjuk, ez három egészhangközt ad, a kisebbik félhangközt pedig a harmadiknak a negyedikkel vett aránya alkotja. Ha pedig a kvart két egészhangközből és egy kisebbik félhangközből áll, a kvint pedig három egészhangközből és egy kisebbik félhangközből, akkor a kvart és a kvint összekapcsolva nyilván oktávot fog adni, amely így öt egészhangköz lesz és még két olyan kisebb félhangköznyi intervallum, amelyek együtt, mint tudjuk, nem egyenlők egy [teljes] egészhangközzel. Vagyis az oktávkonsonancia nem hat egészhangközből áll, Arisztótenosz elképzelésével ellentétben.⁸⁴ Ugyanez számokkal felírva is világos. Írjunk fel ugyanis

⁸¹ A *constat* (áll, áll össze) jelentése itt: egy összetett hangköz szélső hangjaihoz, illetve belső hangközeit alkotó hangokhoz milyen számok rendelhetők hozzá. Máshol (például a 2.31-ben a *komma* számairól) a *constat* csupán annyit jelent, hogy ezek a számok *alkotják* az adott hangközt (ezekben a számokban 'áll' a hangköz, vagy egyszerűen: ezek a hangköz számai).

⁸² Lásd 2.28

⁸³ Lásd uo.

⁸⁴ AH 2.56–58

sorban hat egészhangközt, azaz többletnyolcados arányt. Hat többletnyolcados a hatodik nyolcszorostól⁸⁵ származtatható. Írjunk fel tehát hat nyolcszorost a következőképpen:

1 8 64 512 4096 32768 262144

Ettől az utolsó számtól kezdve helyezzünk el mármost hat olyan egészhangközt, amely egyszermind hat folytonos többletnyolcados arány, mégpedig úgy, hogy előbb mindig írjuk le a nyolcszoros határszámot, majd mindegyik mellé ennek a nyolcadrészét, az alábbi ábra szerint:

1	8	64	512	4096	32768	262144
		többletnyolcadosok	nyolcadrészek			
			262144	32768		
			294912	36864		
			331776	41472		
			373248	46656		
			419904	52488		
			472392	59049		
			531441			

A táblázat elve a következő. A folytonos (fölső) sorban vannak a nyolcszorosak. Ezt határnak (*limes*) nevezzük. A hatodik nyolcszorosból vezethetők le a többletnyolcados arányok. Ahol pedig feltüntettük, hogy 'nyolcadrészek', ott a mellettük lévő számok nyolcadai vannak. Ha mármost ezeket hozzáadjuk ugyanezekhez a számokhoz (vagyis azokhoz, amelyek mellett állnak), akkor rendre létrehozzák a soron következő számot. Például az első sorban a 262 144 nyolcada a 32768. Ha ezt a kettőt összeadjuk, az eredmény a soron következő szám: a 294 912. Ugyanez érvényes a többi számra is. Ha tehát az utolsó szám, az 531 441 a kétszerese lenne az első számnak, vagyis a 262 144-nek, valójában ez jelentené azt, hogy az oktáv éppen hat egészhangközből áll. Ha viszont ezek között megkeressük a legkisebb, vagyis az első szám kétszeresét,

⁸⁵ Vagyis a 86-ból.

akkor látjuk, hogy ez kisebb annál a számnál, amelyik itt a legnagyobb és egyben az utolsó. Hiszen a 262 144 kétszerese, vagyis az, ami vele oktávkonsonanciát alkot, az 524 288. Ez viszont kisebb annál a számnál, amelyik itt a hatodik egészhangközt képezi, vagyis az 531 441-nél. Így hát belátható, hogy az oktávkonsonancia kisebb hat egészhangköznél. Azt a hangközt pedig, amellyel a hat egészhangköz meghaladja az oktávot, *kommának* hívom, és ennek pedig a legkisebb számai a következők: 524 288 és 531 441.

Később szólok majd arról is, hogy Arisztoxenosz, aki a hallásérzékre bíz rá minden ítéletet, mit gondol ezekről a dolgokról.⁸⁶ De hogy ne legyek túlságosan kimerítő, most befejezem ezt a könyvet.

⁸⁶ Lásd 3.3 és 5.14.

HARMADIK KÖNYV

1. Bizonyítás (Arisztoxenosz ellenében): többletrészes arány nem osztható két egyenlő részre, és így az egészhangköz sem
2. Többletharmados arányból két egészhangközt elvéve a maradék nem az egészhangköz fele
3. Bizonyítás (Arisztoxenosz ellenében): a kvartkonszonancia nem két teljes egészhangköz plusz egy teljes félhangköz; az oktáv nem hat egészhangköz
4. Az oktávkonszonancia a *kommával* haladja meg a hat egészhangközt. Mi a *komma* legkisebb száma?
5. Hogyan osztja fel Philolaosz az egészhangközt?
6. Az egészhangköz két félhangköz és egy *komma*
7. Az egészhangköz egy *kommával* tér el két félhangköztől
8. Félhangköznél kisebb hangközök
9. Az egészhangköz konszonanciákkal előállítható részei
10. A félhangköz-képzés szabálya
11. Arkhütasz bizonyítása arra, hogy a többletrészes nem osztható fel két egyenlő részre, valamint a bizonyítás kritikája
12. A *komma* számaránya, valamint hogy ez nagyobb, mint 75:74, és kisebb, mint 74:73
13. A kisebbik félhangköz nagyobb, mint 20:19, de kisebb, mint $19\frac{1}{2}:18\frac{1}{2}$
14. A kisebbik félhangköz nagyobb három *kommánál*, de kisebb négynél
15. Az *apotomé* nagyobb három, de kisebb öt *kommánál*; az egészhangköz nagyobb nyolc, de kisebb kilenc *kommánál*
16. Az előbbi állítások bizonyítása számok segítségével

1. Bizonyítás (Arisztoksenosz ellenében): többletrészes arány nem osztható két egyenlő részre, és így az egészhangköz sem

Az előző könyvben megmutattuk, hogy a kvart két egészhangközből és egy félhangközből, a kvint pedig három egészhangközből és egy félhangközből áll, továbbá hogy ezek a félhangközök, ha önmagában vizsgáljuk őket, nem adják ki teljes egészében az egészhangköz felét, így hát egy oktáv biztosan nem tehet ki hat egészhangközt.¹ Arisztoksenosz viszont, a zenetudós,² mivel szerinte minden egyedül a fül ítéletén múlik,³ nem ért egyet azzal a püthagoreus állásponttal, amely szerint a félhangközök kisebbek az egészhangköz pontos felénél, hanem szemben velük azt állítja, hogy miként a nevük félhangköz, ténylegesen is egyenlők az egészhangköz felével.⁴ Érdemes tehát most újra megvizsgálni röviden ezt a problémát. De előbb célszerűnek tűnik rávilágítani arra, hogy nem létezik olyan középszám, amellyel két egyenlő félre lehetne felosztani bármely többletrészes viszonyt.

Két, többletrészes arányt adó határszám között ugyanis – függetlenül attól, hogy egymástól egység távolságban levő legelső határszámok, vagy későbbiek – nem található egyetlen olyan középszám sem, amely úgy aránylik a nagyobb számhoz, mint ahogyan a kisebb szám öhozá, vagyis pontosan úgy, ahogyan ez a mértani középarányos esetében fennáll.⁵ Hanem vagy egyenlő különbségeket hozhat létre a többletrészes arány, mégpedig úgy, hogy a számtani közép szerinti egyenlőséget eredményezi, vagy harmonikus közepet alkothat a két határszám közé helyezett középszám, vagy bármilyen másféle közepet, amelyet

¹ 2.29–31

² *Aristoxenus musicus*: a *musicus* meghatározása: 1.34 (jegyzetekkel), lásd még a bevezető tanulmányt.

³ AH 2.33

⁴ Uo. 2.57. Arisztoksenosz természetesen nem említi a püthagoreusokat, vagyis ő nem vitaként, valakivel ellentétes álláspontként tekint bármely hangközre. Az egészhangközt, mint minden hangközt intervallumként fogja fel, vagyis mint olyat, ami természetes módon osztható fel két egyenlő részre. (A két zeneelméleti felfogás közötti különbségről lásd a bevezető tanulmányt.)

⁵ Két szám („határszám”) mértani középarányosa („középszám”) úgy aránylik az egyik határszámhoz, mint a középarányos a másik határszámhoz.

az aritmetikai műben említettünk.⁶ Így ha ez igaznak bizonyul, akkor nem tartható az az állítás, mely szerint a többletnyolcados arányt, azaz az egészhangközt fel lehet két (egyenlő) félre osztani, hiszen minden többletnyolcados arány a nemegyenlőségek többletrészes fajtájához tartozik. Ennek igazolására a legjobb módszer az indukciós bizonyítás.

Ha ugyanis minden egyes arányt, mármint a többletrészeseket, külön-külön megvizsgálva egyikre sem teljesül, hogy bármely, a határszámok közé helyezett középszám egyenlő arányokra osztja fel, akkor ebből kétségtelül következik, hogy egyetlen többletrészes arányt sem lehet egyenlő részekre felosztani. Mert ha a fülünk netán úgy érzékeli, hogy valami konzonáns szólal meg olyankor, amikor egy tetszőleges hangot és egy tőle két egészhangköz plusz egy teljes félhangközre levő hangot hall egyszerre, még akkor is bizonyítható, hogy ez nem természet adta módon konzonáns. Ám mivel a legkisebb dolgokat az érzékek egyike sem képes felfogni, így a hallás sem képes érzékelni azt a különbséget, amellyel ez a hangzás meghaladja az összhangzót. Csak akkor képes ilyesmit felfogni, ha ez a kicsiny rész egyre nagyobbra növekszik, éppenséggel ezeknek a kicsi hibáknak a sűrű ismétlése révén. Mert amit bajos érzékelni a nagyon kicsi dolgokban, az, mikor már elkezd növekedni, összetett és egymáshoz illesztett állapotában érzékelhetővé válik.

Milyen arányból érdemes tehát kiindulnunk? Vajon lerövidítjük-e a válasz megkeresését, ha máris rátérünk a vizsgálatunk konkrét tárgyára, vagyis arra, hogy valóban nem lehet-e az egészhangközt két egyenlő részre osztani? A következő lépés tehát az kell legyen, hogy belátjuk és valamiképpen bebizonyítjuk, hogy az egészhangközt nem lehet két egyenlő részre felosztani. Ha valaki alkalmazza ezt a bizonyítást a többi többletrészes arányra, akkor ugyanígy bizonyosodhat majd meg arról is, hogy egyetlen többletrészes arányt sem lehet ismert egész számmal kettéosztani.⁷

Az egészhangköz elsődleges határszámai tehát a 8 és a 9. De mivel ezek természetüknél fogva úgy következnek egymás után, hogy nincsen

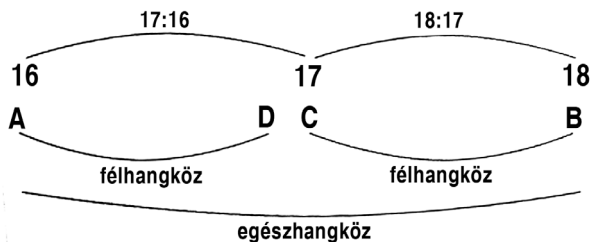
⁶ IA 2.56–57.

⁷ A feljebb említett indukciós bizonyítás logikája szerint.

közöttük szám, megszorozom őket kettővel, vagyis a lehető legkisebb számmal. Így 16-ot és 18-ot kapunk. Közöttük természetes módon egyetlen szám van, mégpedig a 17. A 18 a 16-tal tehát egészhangközt alkot, a 18 a 17-hez viszonyítva pedig tartalmazza őt magát egészében és még a tizenheted részét. A tizenheted rész pedig természettől fogva kisebb, mint a tizenhatod. Vagyis a 17:16 alkotta arány nagyobb a 18:17-nél. Jelöljük ezeket a számokat a következőképpen:⁸

16 A 17 C 18 B

Az egészhangköz teljes fele semmiképp sem eshet a C és a B közé, a B:C arány ugyanis kisebb a C:A aránynál. Így hát a feltételezett közeget mindenképpen a nagyobbik részen belül kell elhelyeznünk. Legyen ez a közép a D. Vagyis mivel a D:B arány, ami az egészhangköz fele, nagyobb a C:B aránynál, ami az egészhangköz kisebbik része, az A:C arány, ami az egészhangköz nagyobbik része, nagyobb az A:D aránynál, ami az egészhangköz fele. És mivel az A:C arány többlettizenhatodos, a C:B arány pedig többlettizenhetedes, így világos, hogy a teljes fél a többlettizenhatodos és a többlettizenhetedes közé esik. Ezt viszont nem lehet megadni egész számmal.



Mivel pedig a 17-es szám a 16-os számhoz viszonyítva többlettizenhatodos arányt ad, ezért, ha ugyanennek a 17-es számnak a tizenhatodát keressük, ez nem más, mint az egység plusz az egység egytizenhatod

⁸ A betűjelek bevonásáról a bizonyításba lásd alább 14. jegyzet.

része. Ha ezt adjuk hozzá a 17-hez, az eredmény 18 plusz egytizenhatod rész lesz. Ha tehát a 18 plusz egytizenhatod részt a 16-os számmal vetjük össze, akkor világosan látható, hogy meghaladja az egészhangköz mértékét, mivel a 16-tal egyedül a 18 ad többletnyolcados arányt. Ebből következik, hogy mivel a többlettizenhatodos arány megkettőzve nagyobb az egészhangköznel, így ő maga nem lehet az egészhangköz teljes fele. Ha ugyanis valami kettővel megszorozva nagyobb az egésznel, akkor erről a valamiről nyilvánvaló, hogy nagyobb annak az egésznek a felénél, amelynél nagyobb volt megkétszerezve. Ezért a többlettizenhatodos arány nem lehet az egészhangköz fele. Így hát semmilyen, nagyobb számokkal megadható többlettizenhatodos arány sem lesz az egészhangköz fele, mivel a többlettizenhatodos arány maga nagyobb, mint az egészhangköz fele.

De mivel a többlettizenhatodossal folytonos a többlettizenhetedes arány, nézzük meg, hogy ha ezt szorozzuk meg kettővel, nem ad-e ki éppen egy egészhangközt. A 17-es szám többlettizenhetedes részét foglalja magába a 18-as határszám. Ha ugyanezt az arányt megtartva egy másik számot hasonlítunk a 18-hoz, akkor ez 19 plusz egytizenheted rész lesz. Ha pedig a 17-es határszámhoz többletnyolcados arány szerint hasonlítunk egy másik számot, akkor ez 19 plusz egynyolcad rész lesz. A nyolcad rész viszont nagyobb a tizenheted résznel. Vagyis a 17-es szám és a 19 plusz egynyolcad szám aránya nagyobb, mint a 17-es szám és a 19 plusz egytizenheted szám aránya, márpedig ezek mindketten többlettizenhetedes arányok. Látható tehát, hogy két többlettizenhetedes arány nem ad ki egy egészhangközt. A többlettizenhetedes arány tehát nem az egészhangköz fele, mivel ami megduplázva nem ad ki egészet, az maga nem fél. Egy megkétszerezett fél ugyanis mindig egyenlő azzal, aminek ő a fele.

2. Többletharmados arányból két egészhangköz elvéve a maradék nem az egészhangköz fele

Ha mármost vesszük azokat a határszámokat, amelyek a többletharmados arányból két egészhangköz elvételével létrejött arányt alkotják, akkor ezek segítségével megvizsgálható, hogy az az arány, amely két egészhangköz elvétele után maradt, vajon egyenlő-e a teljes félhang-

közzel. Mert ha ez netán bebizonyosodik, akkor egyúttal az is megerősítést nyer, hogy a kvartkonszonancia két egészhangközből és egy teljes félhangközből áll. Korábban már láttuk,⁹ hogy a kisebbik határszám a 192, amellyel többletharmados arányban áll a 256. Mármost a kisebbik határszámmal a 216 alkot egészhangközt, a 216 pedig a 243-mal ad egészhangközt. Vagyis ami a teljes kvart arányból megmarad, az nem más, mint a 256 egység és a 243 egység viszonya. Vagyis ha erről derül ki, hogy fele a teljes egészhangköznek, akkor az is bizonyossá válik, hogy egy kvart két egészhangközből és egy teljes félhangközből áll. Minthogy pedig már megmutattuk,¹⁰ hogy az egészhangköz fele a többlettizenhatodos és a többlettizenhetedes arány között helyezhető el, így ezt az arányt is ebből a számviszonyból kell kimérni. Hogy a kérdést rövidere zárjuk: veszem a 243 egytizennyolcad részét, ez 13 és fél. Ha ezt hozzáadom ugyanahhoz, 256 és felet kapok. Világos tehát, hogy a 256:243 arány kisebb, mint a többlettizennyolcados számviszony. Ha pedig az egészhangköz fele kisebb a többlettizenhatodos aránynál, de nagyobb a többlettizenhetedesnél, ugyanakkor a többlettizennyolcados arány kisebb a többlettizenhetedes aránynál, és ha a kvartból két egészhangköz elvételével maradó 256:243-es viszony kisebb a többlettizennyolcadosnál, akkor kétség nem fér ahhoz, hogy e két szám aránya jóval kisebb, mint egy félhangköz.

3. Bizonyítás (Arisztoksenosz ellenében): a kvartkonszonancia nem két teljes egészhangköz plusz egy teljes félhangköz; az oktáv nem hat egészhangköz

Ha a kvartkonszonancia két egészhangközből és egy félhangközből áll, ahogyan Arisztoksenosz állítja,¹¹ akkor két kvartkonszonancia szükségképpen öt egészhangközt tesz ki, egy kvint és egy kvart pedig összekapcsolva, mivel ketten együtt oktávot alkotnak, hat egymás után álló (folytonos) egészhangközözzé kapcsolódik össze folytonos aránnyal.¹²

⁹ Lásd 1.22 és 2.28.

¹⁰ Az előző fejezetben.

¹¹ AH 2.57

¹² A folytonos arány meghatározása: 2.13

Mínthogy korábban már meghatároztuk a hat egészhangközt, és akkor a legkisebb határszám a 262 144 volt, a tőle hat egészhangköz távolságra levő legnagyobb határszámhoz pedig az 541 441-et rendeltük, az ötödik egészhangközhöz a 472 392-t,¹³ ezért most rendezzük el őket a következőképpen:

262 144	hat egészhangköz	531 441
262 144	öt egészhangköz	472 392

Ejtsünk előbb szót a kisebbik arányról, vagyis az öt egészhangközről. Ha egy kvart két egészhangközből és egy félhangközből áll, két kvart pedig öt egészhangközből, akkor – miután a 262 144-et kvarttal felemelem, és miután a 472 392-t egy másik kvarttal leengedem¹⁴ –, a két számból kiinduló felemeléssel és leengedéssel ugyanazt a számot kapjuk.¹⁵ Ez a következőképpen történik. A 262 144-et egy kvarttal, vagyis többlet-harmados aránnyal emelem fel, ami 349 525 plusz egyharmad.¹⁶ Más-

¹³ Lásd 2.31

¹⁴ Vegyük észre: a zeneelméleti érvelésmód ugyanolyan simán vált át arányok hozzáadásáról és elvételéről számokkal megadott hangmagasságokkal (azaz hangközökkel) végzett és térben függőleges dimenzióban értett műveletekre (*felemelem, leengedem*), mint amilyen simán váltott át korábban (3.1) az arányok határszámairól a geometriában használt, képzeletbeli vízszintes vonalon betűjellel ábrázolt számokra (A, B, C). Néhány mondattal lejjebb válik egységessé a (mai szemmel!) három különböző területről (geometria, arányelmélet, zeneelmélet) vett terminológia: a hangközök = számarányok, az arányt alkotó számok = pontok, ezek bármelyike mint hangmagasság a zenei térben emelhető vagy csökkenthető. Vö. következő jegyzet. Arról, hogy az 'arányok hozzáadása és elvétele' mai fogalmainkkal 'törtek szorzása és osztása' lásd 1. könyv 119. jegyzet.

¹⁵ Itt fordul elő először az *intendere* (megfeszít) és *remittere* (elenged) nem hangmagasságra, hanem számokra értve: egy számhoz egy másik szám hozzáadása a hangmagasságot emeli, levonása leengedi, vagyis a Boethius-szöveg számokat *feszít és enged lejjebb*, hiszen a hangmagasságváltozás, mondja már az eukleidészi *A kanón beosztása* bevezetője, mozgás/mennyiség (szám) hozzáadása vagy elvétele, vö. 1.3, ill. ott 77. jegyzet.

¹⁶ Mivel a zenematematikában nincs törtszám, a középkori kódexekben az *as* (súlymérték, pénzérme) négytizenkettedét (vagyis harmadot) szimbolizáló *triens*-jel szerepel. Akár Boethius is jelölhette így.

felől a 472 392-t többletharmados aránnyal leengedem, ami 354 294. Ezeket az arányokat szemléltessük a következőképpen: legyen az első szám az A, a második a B, a harmadik a C, a negyedik pedig a D.

A	B
262 144	349 525 1/3
C	D
354 294	472 392

Mivel tehát az A határszám a D határszámtól öt egészhangköz távolságra van, és mivel egy kvart, ahogy Arisztósz állítja, két egészhangközből és egy félhangközből áll, ezért az A és a B között a távolság kvart, illetve a C és a D között van egy másik kvart. A B és a C határszámok viszont nem lehetnének különbözők, hanem mindenképpen azonosak kellene legyenek ahhoz, hogy öt teljes egészhangköz pontosan két kvartkonsonanciát tegyen ki. De mivel a különbség közöttük 4768 és kétharmad, így bizonyítást nyert, hogy a kvart semmiképpen nem lehet két egészhangköz és egy (teljes) félhangköz együttese.

4. Az oktávkonsonancia a *kommával* haladja meg a hat egészhangközt. Mi a *komma* legkisebb száma?

Ha a fenti különbséget *egész* számmal is meg szeretnénk határozni, akkor a következőt kell végiggondolnunk.¹⁷ Ha kétharmadrészhez hozzá-

¹⁷ Az előző tételben kiszámított *komma* ugyanis nem egész szám. A 262 144 számból kiindulva a nála püthagoraszai kvarttal magasabb hang száma: 349 525 1/3, míg a 262 144-ből kiindulva öt püthagoraszai egészhangközzel (9:8) magasabb hang száma (472 392) és a nála kvarttal mélyebb hang száma (354 294) közötti különbség a 4768 2/3. Ebben a görög zenematematikának az a sajátossága ragadható meg, hogy amíg például a kvartról mindössze annyit mond, hogy az a 4:3, és a kvart hangközt alkotó magasabb hangot nem azonosítja a nagyobbik számmal, vagyis a 4-gyel, és ugyanígy az alacsonyabb hangot sem reprezentálja a 3-as szám. Ám amikor a teljes zenei rendszer felépítésekor összead (összszekapcsol) hangközöket, akkor szükségképpen egyre nagyobb számokat kell használnia. Így a hangközök szélső hangjai közötti távolságok a számegyenesre is leképeződnek, ahol szemléletesen meg is jelennek az arányok *határszám*ai (!) közötti távolságok, miközben a püthagoreus zenematematikában továbbra is a

adunk egyharmadrészt, akkor a teljes egységet kapjuk (a harmadrész ugyanennek a kétharmadrésznek a fele), vagyis ha a teljes különbség felét, ami 2384 plusz egyharmad, adom hozzá az előbbihez, akkor a teljes összeg 7153 lesz, és éppen ez volt a korábbiakban a *komma* aránya.¹⁸ A *komma* ugyanis akkora, amekkorával a hat egészhangköz az oktávkonzonanciát meghaladja, a legkisebb egész száma pedig a 7153. Ahogyan tehát a különbség felét hozzáadtuk azért, hogy 7153-ra növekedjen, ugyanúgy mindegyik határszámhoz, azaz az A-hoz, a B-hez, a C-hez és a D-hez adjuk hozzá saját feleiket, és így mindegyik arány azonos marad a korábbival [arányértékkel]. Továbbá ugyanakkora lesz az öt egészhangköz és a két kvart közötti különbség, mint a hat egészhangköz és az oktávkonzonancia különbsége, mégpedig 7153 egység. Ebből tehát megállapítható, hogy az öt egészhangköz a két kvartot, illetve a hat egészhangköz az oktávot éppen a *kommával* haladja meg, amelynek a legkisebb egész száma a 7153. Ez az alábbi ábrán is látható:

számarány marad az elsődleges. Ugyanakkor a meglehetősen nagy egész számokkal megadható püthagorasz *kommát* nem elég e két nagy szám *arányaként* meghatározni, hanem konkrét számértéket is kell kapjon, ami a püthagorasz *komma* határszámainak különbsége lesz: $531\,441 - 528\,288 = 7153$. Figyelemre méltó továbbá, hogy csupán a mikrohangközöknél merül fel az igény, hogy ezeket a kis hangközöket a határszámok különbségéből kiszámított egyetlen számmal is meg kell adni, nem csupán a határszámok arányával. (Ami persze természetes is, hiszen így mindegyik alapvető hangköz 1 lenne, mivel 2:1, 3:2, 4:3 és 9:8 határszámok közötti különbség egyaránt 1.)

¹⁸ 2.31. Ez természetesen nem a *komma* aránya, hanem a *komma* határ- vagy arányszámainak távolsága, de a szerző a *proportio* szót használja (vö. előző jegyzet).

A	B	C	D
←————— öt egészhangköz —————→			
←———— kvart ———→		←———— kvart ———→	
262 144	349 525 1/3	354 294	472 392
<i>a fenti számok fele</i>			
131 072	174 762 2/3	177 147	236 196
<i>az első sorban levő számok és a feleik összege</i>			
393 216	524 288	531 441	708 588
<i>az előző sorban közepén levő számok különbsége</i>			
7153			
←———— hat egészhangköz ———→		←———— oktáv (dupla) ———→	
531 441	261 144		524 288
<i>a szélsők különbsége</i>			
7153			

5. Hogyan osztja fel Philolaosz az egészhangközt?¹⁹

Ezzel szemben a püthagoreus Philolaosz az egészhangköz másfajta felosztásával kísérletezett.²⁰ Azt állította, hogy az egészhangköz visszavezethető arra a számra, amely a legkisebb páratlan szám elsődleges köbszámát adja, ugyanis ez a püthagoreusoknál különös tiszteletben állt. Mivel a 3 a legkisebb páratlan szám, ha a háromszor hármat megszorozzuk hárommal, nyilván 27-et kapunk. Ez pedig a 24-től egészhangköz távolságra van, a különbségük pedig 3. A 3 ugyanis a 24 nyolcadrésze, amely a 24-hez hozzáadva a 3 elsődleges köbszámát, a 27-et adja. Ezt bontotta szét tehát Philolaosz két részre: egy a félnél nagyobb részre, amelyet *apotoména*knak nevezett, illetve egy kisebbre, ami a maradék, és ezt *dieszisz*nek mondta. Később ezt nevezték kisebbik félhangköznek, a kettő különbségét pedig *kommána*knak.

¹⁹ A26 töredék (DK), vö. NE 9.

²⁰ Philolaosz: püthagoreus filozófus (Kr. e. 470–390, Krotón vagy Tarasz/Tarentum), természetfilozófiai munkájából maradt fenn néhány töredék. A hagyomány a tanítványai közé sorolja többek között Démokritoszt, Arkhütaszt, illetve a feljebb említett püthagoreus *matematikai* iskola képviselőit (2. könyv 55. jegyzet). Elterjedt ókori pletyka szerint Platón a *Timaios*szban az ő művét plagizálta.

Úgy vélte, hogy a kisebbik rész, a *dieszisz* 13 egységből áll, minthogy éppen ezt a különbséget találjuk a 256 és a 243 között,²¹ és mivel ugyanez a szám, vagyis a 13, a 9, a 3 és az egység összegéből áll, melyek közül az egység a ponthoz tartozik, a 3 az első páratlan szakaszhoz, a 9 pedig az első páratlan négyzethez.²² Ebből kifolyólag tehát, mivel a 13-hoz a *diesziszt* rendelte, amelyet félhangköznek nevezett, a 27 maradék részéről, vagyis a 14-ről pedig megállapította, hogy ez az *apotomé*. Mivel azonban a 13 és a 14 között a különbség egy egységnyi, úgy gondolta, hogy a *kommát* egy egységnek kell tekintenünk. A teljes egészhangközt pedig 27 egységnyinek tartotta, minthogy a 216 és a 243 között, amelyek egymástól egészhangköz távolságra vannak, éppen 27 a különbség.

6. Az egészhangköz két félhangköz és egy *komma*

Mindebből pedig világos lesz az is, hogy az egészhangköz két kisebb félhangközből és egy *kommából* áll. Ha ugyanis az egészhangköz az *apotomé*ből és egy félhangközből áll, a félhangköz pedig az *apotomé*től a *kommával* különbözik, akkor az *apotomé* nem más, mint egy kisebb félhangköz és a *komma*. Ha tehát valaki két kisebb félhangközt elvesz egy egészhangközből, a maradék a *komma*.

²¹ Felesleges fennakadnunk azon, hogy a hangközt alkotó kisebb rész-hangközöknek váratlanul számarányok helyett távolságokat felelt meg. A 256:243 úgy *jött ki*, hogy a kvartból (4:3) *ki vonunk* két egészhangközt (9:8), vagyis arányokban gondolkodva a 4:3-ot elosztjuk 9:8-cal, majd megint 9:8-cal. A kvart mint hangköz tehát az öt alkotó kisebb hangközöknek megfelelő arányok szorzataként áll elő. Az eddig arányként definiált egészhangköz (9:8 = 27:24) egyszer csak a 27-es számmal lesz azonos, amely valóban két nem egyenlő részre osztható (13 + 14), és az érvelést 'hitelesíti', hogy a kisebb félhangköz, a *dieszisz* arányának határszámai közötti távolság is éppen: 256 – 243 = 13. Walter Burkert (1962, 372–374, az angol fordításban: 1972, 394–397) ezt a Philolaoszra visszamenő érvelést matematikai abszurditásnak nevezve azzal veszi védelmébe, hogy Philolaosz számára a számok nem matematikai objektumok, hanem önmagukban létező entitások. Az arányokról számokra történő váltás megvan Plutarkhosznál, Adrasztoznál, Nikomakhosznál, Macrobiusnál is (hivatkozásokat lásd Burkert 1962, 375, 60. jegyzet).

²² A (négyzetszámokhoz képest) *lineáris* számokat Boethius az aritmetikai traktátusban (IA 2.5, vö. NA 2.6) tárgyalja (a 2.4-ben vezeti be geometriai alakzatoknak megfeleltethető számokat).

7. Bizonyítás: az egészhangköz egy *kommával* tér el két félhangköztől. Ezt be is bizonyítjuk, mégpedig a következőképpen.²³ Ha az oktáv öt egészhangközből és két kisebb félhangközből áll,²⁴ és ha hat egészhangköz egyetlen *kommával* haladja meg az oktávot,²⁵ akkor nyilvánvaló, hogy mindkét hangközből öt egészhangközt elvéve, az oktáv esetében a maradék két kisebbik félhangköz lesz, a hat egészhangköz esetében pedig egy egészhangköz. Ez utóbbi egészhangköz pedig a másik maradékot, a két félhangközt éppen a *kommával* haladja meg. Ha ugyanehhez a két félhangközhez hozzáillesztünk még egy *kommát*, ez eredmény az egészhangközzel lesz egyenlő. Egy egészhangköz tehát két kisebbik félhangközből és a *kommából* áll, melynek az elsődleges száma a 7153.

8. Félhangköznel kisebb hangközők²⁶

Philolaosz a következőképpen határozta meg ezeket a hangközőket, illetve az ezeknél kisebbeket. A *dieszisz*, mondta, az a hangköz, amellyel a többletharmados arány nagyobb két egészhangköznel. A *komma* pedig az a hangköz, amellyel a többletnyolcados arány nagyobb két *dieszisz*nel, vagyis két kisebb félhangköznel. A *szkhiszma* a *komma* fele, a *diaszkhiszma* pedig a *dieszisz*nek, vagyis a kisebb félhangköznek a fele. Mindebből megállapítható, hogy mivel az egészhangköz először is egy kisebb félhangközre és az *apotoméra* osztható fel, ezért felosztható két félhangközre és egy *kommára* is. Ebből pedig az következik, hogy felosztható négy *diaszkhiszmára* és egy *kommára* is. Az egészhangköz

²³ Az előzőt, úgy tűnik, a szerző csupán valamiféle korolláriumnak érzi, és talán ezért iktat be egy – korábban már igazolt tételekre épülő – bizonyítást is.

²⁴ Lásd 1.19

²⁵ Lásd 3.4

²⁶ A mikrohangközők számíthatása, úgy tűnik, külön szakterület volt, lásd pl. Platón *Allam* 531a (vö. *Phaidrosz* 268d). Az itt is némi malíciával említett szakemberek talán azonosak a magukat *harmonika*-szakértőknek (*harmonikoi*) nevezők csoportjával. Őket illeti erős kritikával az ún. Híbeh-beszéd (*PHíbeh* I 13r) valószínűleg Kr. e. 4. századi szerzője (lásd Pelosi 2017, West 1992b, Ritoók 1982, 111–113, magyar fordítással). További források: Theophrasztosz: 89. töredék (Wehrli), Arisztoxenosz (szintén némi kritikái éllel): AH 1.2, 7, 28, 2.37, Arisztotelész (az aritmetikai zeneelmélettel foglalkozókra érve): *Topika* 107a.

pontos fele pedig, vagyis a félhangköz, két *diaszkbiszma*ból áll, tehát egy kisebb félhangközből és a *szkbiszma*ból, azaz a *komma* feléből. Mivel ugyanis a teljes egészhangköz két félhangközből és a hozzájuk illesztett *kommából* áll, ha ezt egyenlően szeretnénk felosztani, akkor egy kisebb egészhangközre és egy fél-*kommára* kell felbontani. Ám egy kisebb félhangköz felosztható két *diaszkbiszma*ra is, a fél-*komma* pedig egy *szkbiszma*. Helyesen mondtuk tehát, hogy az egészhangköz felét pontosan két *diaszkbiszma*ra és egy *szkbiszma*ra lehet osztani, ebből pedig az következik, hogy a teljes félhangköz egy *szkbiszma*val tér el a kisebb félhangköztől. Az *apotomé* pedig a kisebb félhangköztől két *szkbiszma*val tér el, ugyanis éppen egy *kommával* tér el, márpedig két *szkbiszma* nem más, mint egy *komma*.²⁷

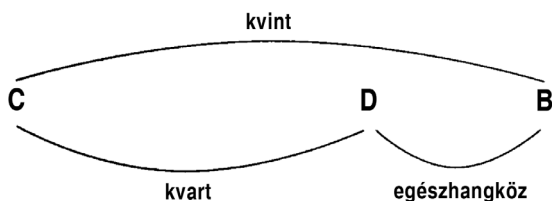
9. Az egészhangköz konszonanciákkal előállítható részei

Erről azonban elég itt ennyi! Most helyes lenne szólni még arról is, hogyan kaphatók meg bizonyos hangtávolságok konszonancia-lépések segítségével – a hangmagasságot illetően akár felfelé, akár lefelé. Ez vonalak segítségével ábrázolható, ahol a vonalak a hangokat jelölhetik.²⁸ De beszéljen maga az elmélet!

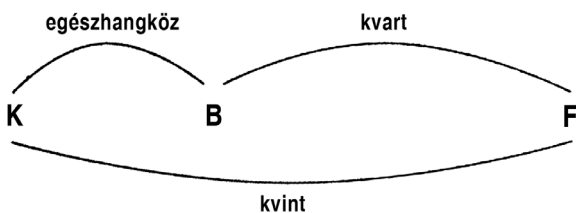
²⁷ A könnyebb érthetőség kedvéért (ugyanis a formalizált leírás számunkra ma érthetőbb, mint a szöveges) a fejezet a következő kilenc állítást mondja ki: (i) kvart = *dieszisz* + 2 x egészhangköz; (ii) egészhangköz = 2 x *dieszisz* + *komma*; (iii) *komma* = 2 x *szkbiszma*; (iv) *dieszisz* = 2 x *diaszkbiszma*; (v) egészhangköz = *dieszisz* + *apotomé* = 2 x *dieszisz* + *komma* = 4 x *diaszkbiszma* + *komma*; (vi) fél egészhangköz = 2 x *diaszkbiszma* = *dieszisz* + *szkbiszma* = *dieszisz* + fél *komma*; (vii) fél egészhangköz = *dieszisz* + *szkbiszma*; (viii) *apotomé* = *dieszisz* + 2 x *szkbiszma* = *dieszisz* + *komma*; vagyis (ix) a három „félhangköz” viszonya: *dieszisz* < fél egészhangköz („pontos” vagy „teljes” fele) < *apotomé*.

²⁸ Az eukleidészi geometriából ismert párhuzam az itt következő tétel sorhoz: hogyan lehet valamit elemi geometriai szerkesztési lépésekkel megszerkeszteni. További párhuzam, hogy geometriai alakzatok – vonalak, szakaszok, pontok távolságai – reprezentálják a hangközöket (míg a korábbiakban számok, számarányok, és számok különbségei). A zenei hangok közötti távolságok „megszerkesztésekor” a felfelé („konszonanciával felemelni”) és a lefelé („konszonanciával leengedni”) irány természetesen teoretikusan is különböző.

Legyen a feladat egy egészhangköznyi távolság megadása úgy, hogy konzonanciákat lépünk hangmagasságban felfelé vagy lefelé. Legyen a B egy hang. Ebből kiindulva emelem²⁹ a hangmagasságot egy másik hangig, amely tőle, vagyis a B-től kvint távolságra van. Legyen ez a C. Ebből lefelé engedek egy kvartkonzonanciát addig a pontig, amelyet D-vel jelöltem. Mivel a kvint és a kvart között egészhangköz a különbség, így az egészhangköz a DB szakasz lesz.



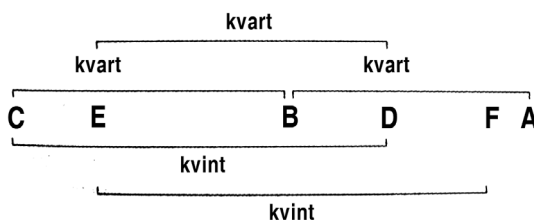
A mélyebb hangok irányában is megszólaltatjuk most az egészhangközt. Most a B-ből egy kvarttal emelem a hangmagasságot fel az F-ig, majd az F-ből kvintet engedek lefelé a K-ig. A KB egészhangköz lesz. A figyelmes olvasó látja, hogy a DB felfelé (a magasabb hangok felé) szólaltat meg egy egészhangközt, a KB lefelé.



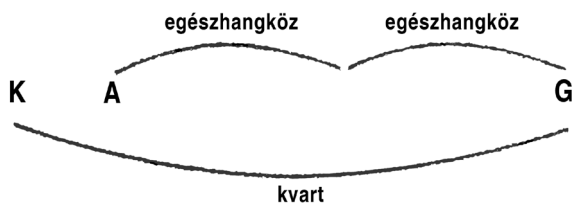
Legyen most a feladat az egészhangköz kisebbik felét megszerkeszteni úgy, hogy konzonanciákat felhasználva emeljük fel vagy engedjük le a hangmagasságot. Az egészhangköz kisebb fele az a távolság, amellyel a kvart meghaladja a két egészhangközt. Legyen A egy hang. Emelek

²⁹ Vö. 1. könyv 77. jegyzet.

egy kvartot az A-tól a B-ig. Még egy kvartot emelek, a B-től a C-ig. Ezután a C-től engedek lefelé egy kvintet a D-ig. A BD tehát egészhangköz. Ismét emelek egy kvartot, de most a D-től az E-ig. Majd megint engedek lefelé egy kvintet az E-től az F-ig. A DF is egészhangköz. A két egészhangköz tehát a BD és a DF. A BA lesz a teljes kvart, az FA pedig az egészhangköz kisebb része, amelyet félhangköznek nevezünk.

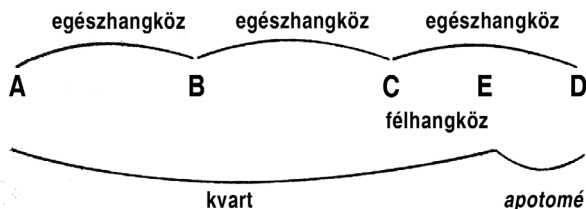


A mélyebb hangok irányában pedig ugyanez a következőképpen megy. Legyen A egy hang. Konzonanciát alkalmazva felfelé lépek hangmagasságban egymás után két egészhangközt a G-ig,³⁰ majd a G-ből kvartot lefelé a K-ig. Az AK így a kisebb rész, vagyis a félhangköz, és éppen ezt kellett előállítani.

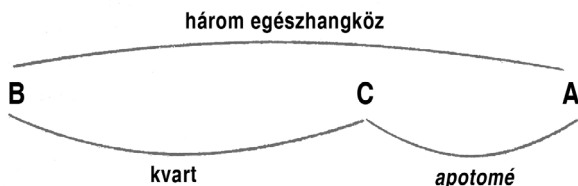


³⁰ Mivel az előzőkben már részletezte, hogy kell konzonanciákat felhasználva felfelé és lefelé megadni egy egészhangközt akár lefelé, akár lefelé, ezért itt már elegendő ennyi: „konzonanciát felhasználva emelek vagy engedek egy egészhangközt,” szép példa a bevezető tanulmányban (is) említett, a püthagoreusokkal kapcsolatba hozható deduktív – korábban már bizonyított állításokkal, megszerkesztett lépésekkel érvelő – matematikai eljárásra, amely jól ismert Eukleidész fő művéből az *Elemékből*.

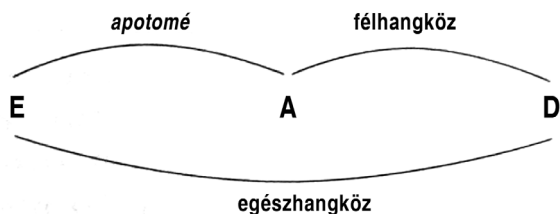
Ha három egészhangközből veszünk el egy kvartot, a maradék az *apotomé*. Legyen ugyanis a három egészhangköz az AB, a BC és a CD. Ebből vegyünk el egy kvartot, legyen ez az AE. Az EC a kisebbik félhangköz, ezért az *apotomé* az ED.



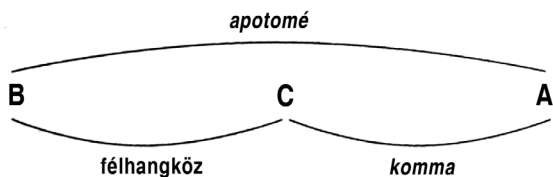
Ugyanezt az *apotomé*t a következőképpen is megkaphatjuk (ha netán így kényelmesebbnek tűnik), először hangmagasságban felfelé lépve. Felemelek három egészhangközt az A-ból, legyen ez az AB. Majd a B-ből leengedek egy kvartkonzonanciát, ez lesz a C, és így az AC lesz az *apotomé*.



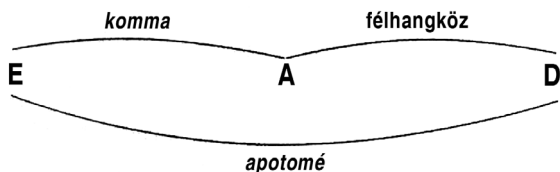
Ha ugyanezt a távolságot lefelé szeretnénk megszerkeszteni, akkor ez a következőképpen történik. Legyen egy hang az A. Ebből felemelek egy kisebb félhangközt, ez lesz az AD, majd leengedek D-ből egy egészhangközt, ez a DE. Így az AE lesz az, amit kerestünk, vagyis az *apotomé*.



Legyen most a feladat a *komma* megszerkesztése, hangmagasságban felfelé. Legyen A egy hang. Ebből felemelek egy *apotomé*t: AB. Leengedek egy kisebb félhangközt: BC. És mivel a kisebb félhangköz *komma*val kisebb az *apotomé*nál, a CA lesz a *komma*.



Most ugyanígy lefelé, a következőképpen. Az A hangból felemelek egy kisebb félhangközt, ez lesz az AD, majd a D-ből leengedek egy *apotomé*t, ami a DE lesz. Vagyis az EA lesz a *komma*.



10. A félhangköz-képzés szabálya³¹

Fontos, hogy mind a gondolkodás, mind a hallás hibátlanul ismerje fel az összes konszonanciát. Az ész és a tudomány hiába fogja fel ugyanis ezeket, ha a használat és a zenei gyakorlat nincs tökéletesen tisztában velük.³² De hogy ne csupán a zenében jártas olvasó veleszületett hallásérzékével legyen majd megítélhető mindaz, amire ebben a *Tanítás a zenéről* című³³ munkában vállalkoztunk, hanem elméleti meggondolás révén is, álljon itt egy példa egy olyan hangköz megtalálására, amely némileg nehezebbnek tűnik annál, mintsem hogy precíz módszerrel lehessen mindkét irányban megadni, vagyis hangmagaság szerint felfelé és lefelé.

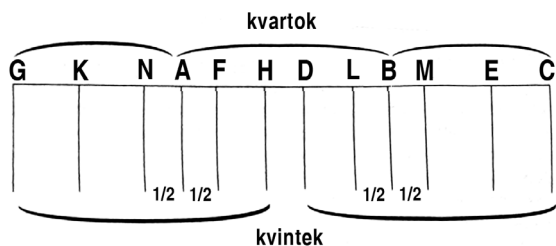
A kisebbik félhangközről van szó. Legyen egy kvart az AB. A feladat: levezetni a kisebbik félhangköz megszerkesztését az AB konszonancia mindkét oldalán a mélyebb és magasabb hangmagasság irányában. Felfelé emelek egy kvartot, ez a BC, majd lefelé egy kvintet, ez a CD. A BD egészhangköz lesz, ugyanis a kvintkonszonancia egészhangközzel haladja meg a kvartot. A CB intervallumot a DC intervallum pedig BD intervallummal. Most a D-ből emelek felfelé egy kvartot, ez a DE, majd lefelé engedek egy kvintet: EF. A DF tehát egészhangköz. De a BD is egészhangköz volt. Vagyis az AF a kisebbik félhangköz, ami az AB kvartból két egészhangköz, azaz az FD és a BD elvétele után marad. Most pedig lefelé engedek egy kvartot: AG. Innen felfelé emelek egy kvintet: GH. Az AH egészhangköz lesz. De az AF félhangköz volt, így hát az FH lesz az *apotomé*. Innen megint engedek lefelé egy kvartot, ez a HK, majd felfelé emelek egy kvintet: KL. A HL egészhangköz lesz. A HA is egészhangköz volt, vagyis az LB a kisebbik félhangköz.

³¹ Lásd Heilmann 2007, 358–9.

³² Erről a Boethius számára láthatóan fontos kérdésről (a hallásérzéktől független elmélet és zenei gyakorlat helyesnek gondolt viszonya) már szolt a Bevezetőben (1.1–2). Hogy erre itt visszatér, nem csupán önmagában érdemes a figyelemre, de abból a szempontból is, hogy lássuk: Boethius nem ‘szolgai’ módon veszi át a forrásokban olvasottakat, hanem alkotó módon szerkeszti, összefüggéseiben látja és látta a görög zeneelméletet. Vö. a bevezető tanulmányt, ill. ott 98. jegyzet.

³³ *Institutio musicae*: a szövegben itt fordul elő először a kézirati hagyományban rögzült cím, lásd még: 3.16 és 5.7.

A DB viszont egészhangköz volt, vagyis az LD az *apotomé*. Megint fel-emelek egy kvartot: FM. Így a BM félhangköz. Leengedek egy kvartot: LN. Így az NA félhangköz. Így konszonanciák felhasználásával állt elő két, az AB-t körülvevő félhangköz, mégpedig a BM felfelé a magasabb hang irányában, az NA pedig lefelé, a mélyebb hang irányában. A teljes MN pedig kisebb a kvintnél, mivel ez az intervallum öt félhangközből és két egyforma *apotomé*ből, vagyis két egészhangközből és három kisebb félhangközből áll. És mivel két kisebb félhangköz nem tesz ki egy teljes egészhangközt, hanem marad még egy *komma*, így a teljes MN intervallum egy *kommával* kisebb a kvintkonszonancia intervallumánál, ahogyan ez a figyelmes olvasó számára immár igen könnyen belátható.



Mivel korábban már röviden szóba került a *komma* kiszámítása, ne térjünk ki az elől, hogy megmutatjuk: melyik számarány alkotja magát a *kommát*.³⁴ Ez ugyanis a legkisebb hangköz, amit a fül érzékelni képes. És majd arról is szót kell ejtsünk, hogy a kisebb, illetve a nagyobb félhangköz külön-külön hány *kommából* áll, valamint hogy maga az egészhangköz hány *kommát* számlál. Előbb azonban keressünk ehhez megfelelő kiindulópontot.

³⁴ A második könyv éppen ezzel zárult: itt adta meg a *kommát* alkotó hangköz/arány számait: 531441:528288. Lásd lejjebb 3.12.

11. Arkhüasz bizonyítása arra, hogy a többletrészes nem osztható fel két egyenlő részre, valamint a bizonyítás kritikája

Többletrészes arányt nem lehet középárányos szám közbeiktatásával egyenlő részekre vágni.³⁵ Mivel Arkhüasz³⁶ bizonyítása meglehetősen zavaros, később ezt majd precízen is bebizonyítjuk.³⁷ Ez pedig a következő. Legyen, mondja, az AB többletrészes arány. Veszem az ilyen arányt alkotó legkisebb számokat, az egyik legyen a C, a másik a DE, ezek a számok tehát többletrészes arányt alkotnak. A DE szám saját maga bizonyos részével haladja meg a C számot. Legyen ez a rész a D. Azt állítom tehát, hogy a D nem szám, hanem az egység. Valóban, ha D szám,³⁸ és ha része a DE számnak, akkor a D szám mértéke³⁹ kell legyen a DE számnak. Ezért hát mértéke az E számnak is. Ebből következőleg a C-nek is mértéke. Vagyis így a D szám mindkét számnak mértéke lesz, a C és a DE számnak is, márpedig ez lehetetlen. Ezek a számok ugyanis bármely más számokhoz viszonyítva a legkisebbek azok közül, amelyek ugyanazt az arányt adják, ráadásul ezek egymáshoz viszonyítva is az elsők, és különbségük mindössze az egység. Így hát a D az egység, és a DE szám egységgel haladja meg a C számot.

³⁵ Az itt következő bizonyításra utalt az első könyv utolsó (1.34) fejezetében (a többletrészes arány definíciója pedig az 1.4-ben olvasható). A 3.11 állítása: ha o, p, q három egész szám, ahol $p > o$ és $q > p$ és $q : o = (n+1) : n$, akkor nem létezik olyan p , amelyre igaz lenne, hogy $p : o = q : p$. Vagyis az antik matematikai gondolkodás szerint bizonyítást igényel például a következő: a 9 : 8 többletrészes arányt alkotó 9 és 8 között természetes módon nincs semmilyen középszám, így olyan középárányos sem, amely megfelelné a feltételnek. De vajon ha a határszámokat „megnövelem” (értsd: megszorozom azonos számmal, például 8-cal), és a 9 „helyett” a 72-t veszem, a 8 helyett a 64-et, akkor vajon a 72 és a 64 közé eső számok közül tényleg egyikre sem lesz igaz, hogy úgy aránylik a 64-hez, mint ahogy a 72 öhozza? Ez a ma triviálisnak érzett állítás az antik gondolkodásban bizonyításra érdemes.

³⁶ Arkhüasz (Kr. e. 5. sz. vége – 4. század első fele) püthagoreus filozófus és államférfi, Taraszban (Tarentumban) a püthagoreus közösség vezetője, személyes kapcsolatban állt Platónnal, művei elvesztek, az itt hivatkozott bizonyítás sem maradt fenn.

³⁷ Lásd 4.2, a két bizonyítás nem sokban különbözik.

³⁸ Vagyis: nem az egység.

³⁹ Vagyis: osztható vele.

Ezért a kettő közé egyetlen középszám sem esik, amely ezt az arányt egyenlően osztaná fel. Ebből pedig az következik, hogy az ugyanilyen arányt alkotó többi szám közé sem lehet olyan középszámot illeszteni, amely egyenlően osztaná fel ugyanezt az arányt.

Vagyis Arkhüasz érvelése nyomán azért nincs a többletrészes arányhoz olyan középszám, amely az arányt egyenlő részkere osztja, mert a legkisebb ugyanilyen arányt alkotó számok különbsége csupán egyetlen egység. Mintha nem léteznének a többszörös arányfajtaban is olyan legkisebb számok, amelyek között szintén ugyanez az egység a különbség.⁴⁰ Holott látnunk kell, hogy a gyökérszámokkal megadottakat leszámítva számos olyan többszörös létezik, amelynél a határszámok közé beilleszthető olyan középszám, amely egyenlő részekre osztja fel az arányt. Ez könnyen belátható annak, aki figyelmesen áttanulmányozta az aritmetikáról szóló értekezést.⁴¹ Vagyis Arkhüasz levezetését ki kell egészíteni azzal, hogy ez egyedül a többletrészes arány esetében áll fenn, vagyis a tételt nem szabad általánosságban kimondani.⁴² Most viszont menjünk tovább!

12. A *komma* számaránya, valamint hogy ez nagyobb, mint 75:74, és kisebb, mint 74:73

Először is azt állítom, hogy a *kommát* alkotó számok aránya nagyobb, mint 75:74, és kisebb, mint 74:73.⁴³ Ez a következőképpen bizonyítható. Előbb azonban fel kell idézzük, hogy hat egészshangköz az oktávot

⁴⁰ A 2:1 arány miatt érzi Boethius (és forrása?) pontatlannak az Arkhüasz-féle bizonyítást?

⁴¹ IA 1.23

⁴² A bizonyítás kritikája tehát mindössze annyi, hogy Arkhüasz, ezek szerint, nem tért ki a nem túlságosan fontos körülményre, hogy mi a helyzet az ebből szempontból speciális esettel, a 2:1 aránnyal, amely ugyebár többszörös arány, jóllehet az Arkhüasz-féle feltétel megfogalmazása szerint, vagyis *formailag* többletrészes is lehetne, hiszen valóban igaz a 2:1-re is, hogy a határszámok között a különbség az egység (1).

⁴³ Az összehasonlítás a kisebb számok alkotta arányokkal szemléletesebbé teszi, hogy valójában *mekkora* arány az 531441:524288.

kommával haladja meg.⁴⁴ Legyen tehát az A 262 144, és a tőle oktav-konsonancia távolságban levő és vele dupla arányt alkotó B 524 288, a C pedig az A-tól hat egészhangközre levő 531 441. Ezek megtalálhatók a második könyvben az egészhangközök ábrázolásánál.⁴⁵ Vagyis a B és a C alkotja a *komma* számarányát. Kivonom a B számot a C számból, marad D, amely 7153 egységből áll, és ez a D szám kisebb, mint a B szám hetvenharmad része, de nagyobb, mint ugyanennek a hetvennegyed része. Mert ha ugyanezt a D számot, ami a 7153, hetvenháromszor veszem, az eredmény az E szám lesz, ami 522 169 egységből áll, ha pedig hetvennégyyszer veszem, akkor az F számot kapom, ami 529 322. Ezek közül a számok közül az E, ami hetvenháromszoros, kisebb, mint a B szám. Az F viszont, ami hetvennégyszeres, nagyobb, mint a B szám. Így hát jogos az az állítás, hogy a D kisebb, mint a B hetvenharmad része, és nagyobb, mint ugyanennek a hetvennegyed része. Vagyis az a rész, amellyel a C szám a B számot meghaladja, kisebb, mint a hetvenharmad része, de nagyobb, mint a hetvennegyed része. Ebből következik, hogy a C és B aránya nagyobb, mint a 75:74, és kisebb, mint a 74:73. Az első arányban ugyanis az egység a kisebbik szám hetvennegyed része, míg a másodikban ugyanez az egység [a kisebbik szám] hetvenharmad része.

A	B	C
262 144	524 288	531 441
D	E	F
7153	522 169	529 322

Ugyanez – a korábban már megelőlegezettekre alapozva – másképpen is indokolható.⁴⁶ Ha egy arányt alkotó két számhoz hozzáadjuk rendre ugyanezt a számot, mégpedig a különbségüket, akkor az így létrejövő arány az eredetinél kisebb lesz. Vegyük például a 6-ot és a 4-et. Ha

⁴⁴ Lásd 2.31.

⁴⁵ Lásd 2.31 (és a hozzá tartozó ábrát).

⁴⁶ Lásd 2.9.

mindkettőhöz hozzáadjuk a különbségüket, azaz a 2-t, akkor 8 és 6 lesz, ám a 6:4 arány többletfeles, míg a 8:6 többletharmados, márpedig a többletharmados arány kisebb a többletfelesnél. Miután ezt rögzítettük, alkalmazzuk most ugyanezt az előbbi számokra, amelyek a *komma* számarányát alkotják, vagyis az 531 441 legyen az A, a B pedig az 524 288. Legyen a C a különbségük: 7153. A C számot ezután mérjük hozzá hetvenötször a nagyobbik számhoz, az A-hoz. A C hetvenötszöröse tehát a D lesz, ami az 536 475. Vagyis az A számot a D szám az E számmal haladja meg, ami 5034. Másrészt a C számot a B számhoz is hozzá kell mérni hetvennégszer. A szorzás eredménye az F szám, az 529 322, ami nagyobb a B számnál, és pedig szintén az E számmal, vagyis 5034-gyel. Vagyis a D szám az A-t E számmal haladja meg, a B szám pedig ugyanennyivel kisebb az F-nél. Ha tehát az E számot hozzáadjuk az A számhoz, D lesz, ha pedig a B számhoz adjuk hozzá ugyanezt az E-t, az eredmény az F lesz. De a D számot hetvenötszörösként kaptuk meg, tudniillik C-vel szorozva, míg az F úgy jött ki, hogy hetvennégszer lett szorozva a C-vel. Vagyis a D és az F úgy aránylik egymáshoz, mint a 75 és a 74. De a D és az F, ha ugyanazt adjuk hozzájuk, egyenlő lesz az A-val és a B-vel. Ebből következik, hogy az A:B arány nagyobb, mint a D:F. Ugyanis az A és B számból azonos E szám hozzáadásával kaptuk meg a D és az F számot. Ezért kisebb a D és az F közötti arány, mint az A és a B közötti. Viszont a D és az F közötti arány ugyanaz, mint a 75 és a 74 közötti arány. Így hát az A és a B közötti arány nagyobb, mint a 75 és a 74 közötti. Márpedig az A és a B a *komma* arányszámai, vagyis a *komma* aránya nagyobb, mint a 75:74.

A	B	C
531 441	524 288	7153
D	E	F
536 475	5034	529 322

Miután megmutattuk, hogy a *komma* aránya nagyobb, mint a 75:74 arány, most meg kell még mutassuk azt is, hogy a *komma* intervallumát alkotó számok aránya miért kisebb, mint a 74:73. Ezt a következőkép-

pen bizonyítjuk. Előbb fel kell idézzük, amit a második könyvben tárgyaltunk, amikor a különbség mértékéről volt szó.⁴⁷ Ha egy tetszőleges arányt alkotó számokból kivonjuk a különbségüket, akkor az eredményként kapott számok nagyobb arányt alkotnak, mint amekkora a számok aránya volt, mielőtt levontuk belőlük a különbségüket. Legyen például a 8 és a 6. Ha ezekből levonjuk a különbségüket, azaz a 2-t, akkor 6 és 4 lesz. De míg az előbbiek aránya többletharmados, ezeké többletfeles. A többletfeles pedig nagyobb a többletharmadosnál. Legyenek tehát ugyanazok az A és a B számok, mint az előző ábrában, melyeknek a különbsége a C. Ennek a C különbségnek veszem a hetvennégyyszeresét, az eredmény az F lesz: 529 332. Ez az A számnál G számmal nagyobb, azaz 2119-cel. Most ugyanennek a C-nek veszem a hetvenháromszorosát, az eredmény a K, ami 522 169, ami a B számnál ugyanazzal a G számmal nagyobb, azaz 2119-cel. Vagyis ha G-t vonunk ki az A és a B számból, az eredmény az F és a K. Vagyis az A és a B kisebb arányt alkot, mint az F és a K. Viszont az F és a K azt az arányt alkotja, amelyet a 74 és a 73, ugyanis ezekkel szorozva kaptuk meg a C-t. Így hát a *komma* számainak aránya, vagyis az A:B kisebb, mint a 74:73. Nem sokkal följebb pedig már bebizonyítottuk, hogy a *komma* aránya nagyobb, mint a 75:74. Végülis tehát bebizonyítottuk, hogy a *komma* számainak egymáshoz viszonyított aránya nagyobb, mint a 75:74, de kisebb, mint a 74:73. Márpedig éppen ezt kellett bizonyítanunk.

A	B	C
531 441	524 288	7153
F	K	G
529 332	522 169	2119

⁴⁷ Lásd uo.

13. A kisebbik félhangköz nagyobb, mint 20:19, de kisebb, mint $19\frac{1}{2}:18\frac{1}{2}$

Ha mármost ugyanezt a gondolatmenetet a kisebbik félhangközre alkalmazzuk, akkor könnyű lesz megtalálni azt az arányt is, amely a 256 és a 243 között van. Legyen az A a 256, a B a 243, és a különbségük, a 13 a C. Azt állítom, hogy az A:B arány kisebb, mint a $18\frac{1}{2}:19\frac{1}{2}$. Mérjük hozzá a C-t az A-hoz tizenkilencszer és még félszer, vagyis szorozzuk meg a C-t $19\frac{1}{2}$ -l-el. Az eredmény $253\frac{1}{2}$ lesz. Legyen ez a D. A D-t összehasonlítva az A-val az A $2\frac{1}{2}$ -l-el haladja meg D-t. Legyen ez a különbség, tudniillik a $2\frac{1}{2}$, az F. Most mérjük hozzá ugyanazt a C különbséget a B számhoz tizennyolcszor és még félszer, vagyis szorozzuk meg C-t $18\frac{1}{2}$ -l-el. Az eredmény a $240\frac{1}{2}$ lesz, legyen ez az E. Az E-t összehasonlítva B-vel a B ugyanazzal az F-fel, vagyis $2\frac{1}{2}$ -l-el haladja meg az E-t. A D tehát attól, ami az A, illetve az E attól, ami a B, ugyanazzal az F-fel mint különbséggel kisebb. Ha tehát F-et vonunk ki az A-ból és a B-ből, D, illetve E lesz. Vagyis nagyobb arány a D-nek az E-hez viszonyított aránya, mint amekkora az A-nak az aránya a B-hez. D és E viszont ugyanazt az arányt adja, mint amit a $19\frac{1}{2}$ és a $18\frac{1}{2}$. Az A:B arány tehát kisebb, mint a $19\frac{1}{2}:18\frac{1}{2}$. Éppen ez kellett bizonyítanunk.

256	243	13	$253\frac{1}{2}$	$240\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
A	B	C	D	E	F

Mindamellettt belátható az is, hogy ugyanez az arány, vagyis a 256:243, nagyobb annál az aránynál, ami a 20 és a 19 között van. Legyen A, B és C azonos az előző ábrán adottakkal. Mérjük ezután hozzá a C különbséget az A határszámhoz hússzor, az eredmény 240 lesz, legyen ez a D. Ezt az A-val összehasonlítva azt 4-gyel haladja meg. Legyen ez az F. Most pedig mérjük hozzá ugyanezt a C-t a B-hez tizenkilencszer, az eredmény 247, legyen ez az E. Ezt összehasonlítva a B-vel, ugyanaz, vagyis az F lesz az a mennyiség, amennyivel meghaladja. A D szám tehát az A számot, illetve az E szám a B számot ugyanazzal az F-fel haladja meg. Vagyis ha hozzáadunk F-et az A-hoz és a B-hez, az eredmény a D, illetve az E lesz. Nagyobb tehát az A és a B közötti arány,

mint a D és az E közötti. Márpedig a C-t 20-szal, illetve 19-cel szorozva kapjuk meg a D-t, illetve az E-t. Vagyis nagyobb az A:B arány, amely a félhangközt alkotja, mint a 20:19 arány.

256	243	13	260	247	4
A	B	C	D	E	F

Bebizonyítottuk tehát, hogy a kisebbik félhangköz aránya nagyobb, mint a 20:19, és kisebb, mint $19\frac{1}{2}:18\frac{1}{2}$. Most hasonlítsuk ugyanezt a kisebbik félhangközt a *kommához*, ami a legvégső meghallható [hangköz] és a legvégső arány.

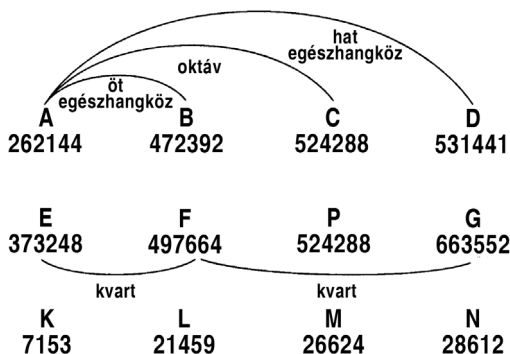
14. A kisebbik félhangköz nagyobb három *kommánál*, de kisebb *négy*nél

Tűzzük ezután ki annak bizonyítását, hogy a kisebbik félhangköz nagyobb, mint három *komma*, de kisebb, mint négy. Ez a következőképpen lesz igen könnyen belátható. Adjunk meg három számot úgy, hogy egyrészt az arányuk oktáv legyen, valamint az az arány, melyet a hat egészhangközzel megadott aránynak mondtunk. Legyen az A a 262 144. Emeljünk ebből felfelé öt folytonos egészhangközt,⁴⁸ és így a B legyen 472 392. A C jelölje az oktávkonsonanciát, és legyen a C az 524 288. Végül emeljünk fel a D-ig hat egészhangközt, és a D legyen 531 441. Ha így rendezzük el és adjuk meg a számokat, akkor világos, hogy a C és a D között *komma* van, és a különbségük 7153. Legyen ez a K. Ezután engedjünk le két egészhangközt a B-ből, legyen ez az E, és így az E a 373 248. Ezután az E-ből emelek egy kvartot, ez lesz az F, és pedig a 497 664. Minthogy az E és a B között két egészhangköz, illetve az E és az F között kvart van, ezért a B és az F közötti távolság a kisebb félhangköz. Ugyanis ha a kvartkonsonanciából kivonunk két egészhangközt, a maradék a kisebbik félhangköz, és, mint feljebb mondtuk, ennek legkisebb számai a 256:243. Ha mármost ugyanezeket a számokat 1994-gyel szorozzuk, akkor éppen a B és az F számot kap-

⁴⁸ Az öt vagy hat folytonos egészhangközzel való „emelés” eljárásának lépéseit a 2.31-ben ismertette.

juk meg. Az ezek közötti arány pedig szükségképpen azonos az előbbi számokéval (256:423), hiszen úgy kaptuk meg őket, hogy mindkettőt ugyanazzal a számmal szoroztuk, tudniillik az 1944-gyel. Továbbá az F-ből is emelek egy kvartot, ez lesz a G, vagyis a G a 663 552. Most pedig a G-ből engedek le két egészhangközt a P-ig, ez lesz a 524 288. Ez a P szükségképpen ugyanazt a hangot adja, mint amelyet a C szám. Valóban, az egyenlőséghez jutunk el a következő gondolatmenet alapján. Az AC, vagyis az oktávkonsonancia (ami öt egészhangközből és két kisebbik félhangközből áll) egy *kommával* kisebb hat egészhangköznél. A következő megfontolás alapján van ugyanis az A határszámtól a P öt egészhangköz és két félhangköz távolságra. Az A-tól a B-ig éppen öt egészhangköz sorakozik. A B-től az F-ig egy kisebb félhangközt jegyezhetünk fel. Végül az F és a P is kisebb félhangközre vannak egymástól. Így hát a távolság az A-tól a P-ig öt egészhangközt és két kisebb félhangközt ölel fel. Vagyis joggal rendeltük hozzá ugyanazt a számot a C-hez és a P-hez. De mivel az F és a C között a kisebbik félhangköz van, vizsgáljuk meg, mekkora a különbségük, és hasonlítsuk ezt a *kommához*. A különbségük 26624, legyen ez az M. A K tehát a *komma* különbsége, az M a kisebbik félhangközé. Ha a K *komma* számát háromszorosára növeljük, a 21459 számot kapjuk. Legyen ez az L. Ha pedig ugyanennek a K számnak a négyszeresét akarjuk megadni, ez a 28612 lesz. Legyen ez az N. Vagyis az M nagyobb az L-nél, ugyanakkor kisebb az N-nél. Márpedig az N a *komma* négyszerese, az L pedig a *komma* háromszorosa, az M pedig a kisebbik félhangköz különbségével egyenlő. Joggal állítottuk tehát, hogy a kisebbik félhangköz kisebb, mint négy *komma*, ugyanakkor nagyobb, mint három *komma*.⁴⁹

⁴⁹ A ma használatos matematikai műveletekkel – hangközök összeadása/ki-vonása a hangközt reprezentáló arányok szorzása/osztása – az állítás a következő. A kisebb félhangköz = $256:243 = 2^8:3^5$. A *komma* hat egészhangköz $[(9:8)^6 = 3^{12}:2^{18}]$ és az oktáv (2:1) „különbsége”, vagyis $3^{12}:2^{18}:2 = 3^{12}:2^{19}$. Három *komma* = $(3^{12}:2^{19})^3 = 3^{36}:2^{57}$; négy *komma* = $(3^{12}:2^{19})^4 = 3^{48}:2^{76}$. Az állítás tehát: $3^{36}:257 < 2^8:3^5 < 3^{48}:2^{76}$. Elvégezve a hatványozásokat, osztásokat, három tizedesjegyre kerekítve: $1,041 < 1,053 < 1,056$. A szakirodalom (Burkert 1962, 372–378 [1972, 394–400], Bower 1989, 110, 31. jegyzet, Heilman 2007, 223–229) matematikai hibaként vagy abszurditásként említi az itt és a további két fejezetben (illetve

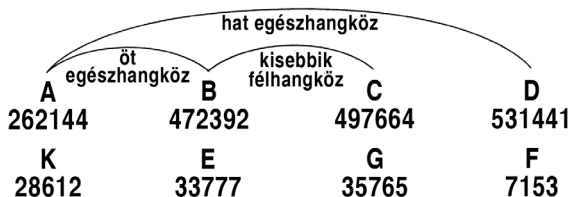


15. Az *apotomé* nagyobb három *kommánál*, de kisebb öt *kommánál*; az egészhangköz nagyobb nyolc *kommánál*, de kisebb kilenc *kommánál*. Hasonló gondolatmenettel deríthetjük ki, hogy a nagyobbik félhangköz, amelyről feljebb mondtuk, hogy a neve *apotomé*,⁵⁰ hány *kommát* tesz ki. Legyen az A a 262 144, tőle legyen öt egészhangközre a B, vagyis a 472 392, és a D pedig A-tól hat egészhangközre, vagyis 531 441. A B és a D között tehát egészhangköz van, a B pedig a C-től kisebb félhangköz távolságra helyezkedik el, vagyis a C a 497 664. A C és a D közötti maradék tehát az *apotomé*-arány. Az indoklás a következő: mivel a BD egészhangköz, ha elvesszük belőle a BC kisebb félhangközt, a maradék a CD, ami a nagyobb félhangköz, és amelyről feljebb mondtuk, hogy ez az *apotomé*. A D és a C között tehát a különbség 33777, legyen ez a szám az E. A *kommányi* különbség viszont 7153 volt, legyen ez a szám az F. Ha tehát az F, vagyis a *komma* ötszörösét veszem, akkor a 35765-öt kapjuk. Legyen ez a G. Ha viszont az F négyeszeresét

már korábban, lásd följebb 21. jegyzet) megfigyelhető eljárást: a bizonyításokban az érvelés gondolatmenete minden különösebb indoklás nélkül válthat át számok arányairól számok különbségeire. Így például a *komma* (hangköz) egyrészt a számarány (531441:524288), másrészt e két szám különbsége: 7153.

⁵⁰ Először a 2.30-ban, illetve a továbbiakban többször.

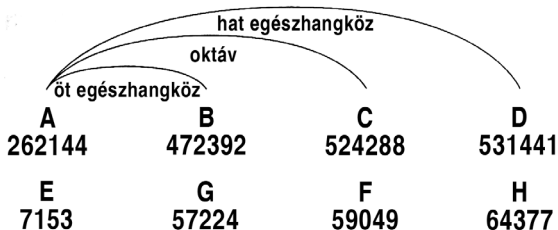
veszem, akkor a K számot kapom, ami a 28612. A G tehát nagyobb, mint az E, a K viszont kisebb. Márpedig a G a *komma* ötszöröse, míg a K a négyszerese. Az E pedig az *apotomé*-különbség. Joggal mondtuk tehát, hogy az *apotomé* kisebb öt *kommánál*, és nagyobb négyenél. Ezzel egyszersmind azt is igazoltuk, hogy az egészhangköz nagyobb nyolc *kommánál*, és kisebb kilencnél. Ugyanis ha a kisebbik félhangköz nagyobb három *kommánál*, de kisebb négyenél, az *apotomé* pedig nagyobb négy *kommánál*, de kisebb ötnél, akkor ha összekapcsoljuk a kisebb félhangközt és a nagyobbat, azaz az *apotomé*t, akkor az egész nagyobb lesz nyolc *kommánál*, de kisebb kilencnél. Az *apotomé* és a kisebbik félhangköz együtt viszont egy egészhangközt tesz ki. Vagyis az egészhangköz nagyobb nyolc *kommánál*, de kisebb kilencnél.



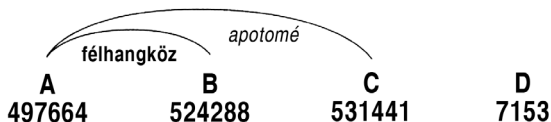
16. Az előbbi állítások bizonyítása számok segítségével

Jóllehet a fenti gondolatmenetben megmutattuk, milyen viszonyban áll az egészhangköz a *kommákkal*, megéri a fáradságot önmagában is rámutatni az egészhangköz és az egyes *kommák* viszonyára. Legyen hát az A a 262 144, a tőle öt egészhangköz távolságra levő B pedig a 473 392, és a tőle (azaz az A-tól) oktávra levő C pedig az 524 288, végül a tőle (azaz az A-tól) hat teljes egészhangköz távolságra levő D pedig az 531 441. A D tehát a C-től éppen *kommára* van, ami ugyebár a hatodik egészhangköz és az oktávkonsonancia különbsége. Legyen ez az E, ami 7153. Ugyanakkor a D a B-től egy teljes egészhangközre van, vagyis a hat és az öt egészhangköz különbségére. Legyen ez az F, vagyis 59049. Mármost ha az E-t kilencszer veszem, 64377-et kapok, ez lesz a H. Ha pedig nyolcszor, akkor 57224-et, ez lesz a G. Ha ezek után az F számot hasonlítom össze a H-val, az utóbbi lesz a nagyobb, ha pedig a

G vel, akkor az F lesz a nagyobb. A H viszont a *komma* kilencszerese, a G pedig a nyolcszorosa. Így hát bebizonyítottuk, hogy az egészhangköz kisebb kilenc *kommánál*, de nagyobb nyolcnál.



Mindezeket előre bocsátva, bár már megmutattuk, hogy a nagyobb félhangköz a kisebbtől egy *kommában* tér el, ennek ellenére most ezt önállóan is bebizonyítjuk a fenti számok segítségével, mégpedig a következőképpen. Legyen az A a 497 664-es szám, tőle kisebb félhangköz távolságra legyen a B szám, amit feljebb már megadtunk, az 524 288. Legyen az A-tól *apotomé* távolságra az a szám, amelyik 531 441 egy-ségből áll. Legyen ez a C. Mivel tehát az AB a kisebbik félhangköz, az AC pedig a nagyobbik, a különbségüket – ami a B és a C között van – kell megkeresni. Ez 7153. Legyen ez a D. Márpedig ez a szám jelölte imént a *kommát*. Vagyis a kisebbik és a nagyobbik félhangköz közötti különbség: *komma*.



Úgy gondolom, meg kell még mutassuk azt is, hogy az egészhangköz mindössze egyetlen *kommával* nagyobb, mint két kisebb félhangköz. Legyen az A szám a 472 392. Emeljünk innen egy egészhangközt: 531 441, legyen ez a D. Majd megint az A-tól emeljünk egy kisebb félhangközt, legyen ez a B, és pedig 497 664. Most a B-ből emeljünk még egy kisebb félhangközt, ez legyen a C, és pedig az 524 288. Mivel tehát az AD egészhangköz, az AC pedig két kisebb egészhangközt tartalmaz,

vizsgáljuk meg, mekkora különbség jött létre a C és a D számok között. Ez lesz az E, ami 7153 egység. Így hát bebizonyítottuk, hogy az egészhangköz *kommával* kisebb két kisebb félhangköznél.



Miután ez eddigiekben megfelelő okfejtéssel sikerült igazolnunk mindent, aminek a bizonyítását előzetesen célul tűztük ki, egyetlen dolog van még hátra a *Tanításról a zenéről* című munkánkból:⁵¹ a mérőléces monokhord beosztásának megszerkesztése.⁵² De mivel ez részletesebb tárgyalást igényel, úgy döntöttem, hogy erre a következő könyvben keríték sort.

⁵¹ *Musicae institutio* (a kézirati hagyományban rögzült címváltozat ezen kívül: 3.10 és 5.7). A megjegyzés mintha arra utalna, hogy az eredeti terv három könyvi volt, ami a 2–4. könyv tárgya, vagyis Boethius első nekifutásra talán csak az ezekben található anyagot kívánta részletesen kifejteni. Ennek logikus záróakkordja lenne a monokhord beosztásának teljes körű bemutatása. Ha így van, akkor a félbehagyott ötödik, illetve a talán tervezett, de el nem készült további könyvekben értekezett volna az *egész* görög zeneelméletéről (erről lásd a bevezető tanulmányt), vagyis sok minden másról, ami túlmutat a püthagoreus elméleten. Ez esetben idesorolható lenne az 5. könyv ránk maradt részében tárgyalt ptolemaioszi anyag is, amelyből néhány mozzanatot Boethius a Bevezetőben is kilátásba helyezett. És még ha az első könyv, vagyis a püthagoreus zeneelmélet elé iktatott propedeutikum része is volt netán már az eredeti tervnek, még akkor is elképzelhető, hogy az első könyv elé fűzött két bevezető fejezet (1.1–2) a bővített terv megszületése után készült csak el. Ebben ugyanis, mint láttuk, olyan témák kifejtését helyezte kilátásba, amelyek nemcsak hogy nem szerepelnek a ránk maradt műben, de a harmadik könyvet záró megjegyzés alapján („mindent elmondtunk, amit kítűztünk magunk elé, és már egyedül monokhordbeosztás van hátra”) nem tárgyai annak a püthagoreus zeneelméletnek, amelynek méltó végpontja és célja a monokhordbeosztás.

⁵² A negyedik könyv fő témája a mérőléces monokhord beosztása a püthagoreus zenematematika nagy teljesítménye. Ennek elsődleges forrása az Eukleidész neve alatt fennmaradt, valószínűleg Kr. e. 3. században keletkezett *A kanón beosztása* (*Sectio canonis*), bővebben lásd erről (is) a bevezető tanulmányt.

NEGYEDIK KÖNYV

1. A hangmagasságok különbségei mennyiségekből eredeztethetők
2. Néhány állítás a hangközökről
3. A zenei hangok elnevezései és görög betűjelek
4. A zenei hangok jeleinek táblázata (a hangok sorrendjében a három genoszban)
5. A mérőlécés monokhord beosztása diatonikus genoszban
6. A monokhord beosztása: a *nété hüperbolaiónok* a három genoszban
7. Az imént felvázolt ábra magyarázata
8. A monokhord beosztása: a *nété diezeugmenónok* a három genoszban
9. A monokhord beosztása: a *nété szünémmenónok* a három genoszban
10. A monokhord beosztása: a *meszón* a három genoszban
11. A monokhord beosztása: a *hüpatón* a három genoszban. A teljes rendszer ábrázolása
12. Az imént megszerkesztett ábra magyarázata
13. Állóhangok és mozgóhangok
14. Konzonanciafajták
15. A *modusok* származtatása, a *modusok* és a hangmagasságok jelölései
16. A *modusok* rendjét és különbségeit bemutató ábra
17. Az előbbi *modus*-ábra magyarázata
18. Hogyan lehet a fül segítségével minden kétséget kizáróan felismerni a zenei konzonanciákat?

1. A hangmagasságok különbségei mennyiségekből eredeztethetők¹

Jóllehet ez előző könyvben sorban bebizonyítottunk mindent, amit szükségesnek ítéltünk, mégsem lesz felesleges itt most emlékeztetőül újra összefoglalni az eddigieket, kicsit másképpen, hogy aztán ezzel a tudással felvértezve érkezzünk el végül a *kanón* felosztásához. Ez ugyanis értekezésünk kitűzött célja.²

Ha dolgok nyugalomban lennének, semmilyen hang nem gyakorolna ütést a hallásra. Emögött az a meggondolás áll, mely szerint ha megszűnik minden mozgás, akkor a dolgok nem idéznek elő semmiféle lökést (*pulsus*). Márpedig hang létrejöttéhez nélkülözhetetlen a lökés. Lökést pedig szükségképpen valamilyen mozgás kell, hogy megelőzzön. A hanghoz tehát léteznie kell mozgásnak. Mármost minden mozgás magában hordozza úgy a gyorsaságot, mint a lassúságot. Ha pedig egy ütés révén lassú mozgás jön létre, akkor mélyebb hang szóval meg. Hiszen miként a lassúság igen közel van a nyugalomhoz, a mélység a csend határát súrolja. Gyors mozgás ellenben magas hangot kelt. Mély hang tehát feljebb emelhető a középmagasság irányába feszítve, magas pedig lejjebb vihető a középmagasság felé leengedve.³ Ez arra enged következtetni, hogy a hang mindig valamiféle részekből álló dolog. A részeknek pedig bármiféle összekapcsolódása megfeleltethető valamely aránynak. Tehát a hangok összekapcsolódásait is arányok alkotják. Az arányok pedig leginkább számokkal ragadhatók meg. Az egyszerű számarányok a többszörösök, a többletrészesek vagy a több-

¹ A fejezet az Eukleidész neve alatt fennmaradt, valószínűleg Kr. e. 4. századi *Sectio canonis* (A kanón beosztása) 1. fejezetének gondolatmenetével viszonylag szoros párhuzamot mutat. Boethius meg nem nevezett közvetlen forrása az elvesztett Nikomakhosz-mű lehetett, de akár használhatta az eredeti *Sectiót* is (lásd a bevezető tanulmányban). Az akusztikai kérdéseket is tárgyaló görög zeneelméleti értekezések évszázadokra visszamenően egyetértenek abban, hogy a hangmagasság fizikai oka a levegő mozgása, a mozgásnak van sebessége, ami mérhető és számokkal megadható, vö. pl. Pöhlmann 2020a; Barker 1989, 1–11, ill. *passim*.

² A kanónról és kanón beosztásról mint püthagoreusok zeneelmélet csúcsteljesítményéről lásd a bevezető tanulmányt. A hangok/húrok neveit az 1.22 fejezet sorolta fel.

³ Lásd 1. könyv 77. jegyzet.

lethányadosok csoportjába tartoznak.⁴ A hangok pedig a többszörös és a többletrészes arányokra visszavezetve konzonánsoknak vagy disszonánsoknak hallhatók.⁵ Konzonánsak azok, amelyek egyszerre megütve kellemes és összekeveredett hanggá kapcsolódnak össze. Disszonánsak pedig azok, amelyek egyszerre megütve nem adnak kellemes és összekeveredett hangot.⁶ Mindezt előrebecsátva nézzük meg röviden még az arányokat!

2. Néhány állítás a hangközökről⁷

(1) Ha egy többszörös hangközt megkettőzünk, a megtöbbszörözött hangköz szintén többszörös lesz.

Legyen a többszörös hangköz a BC. Legyen a B a C többszöröse, és legyen a B és a D aránya azonos a C és a B közötti aránnyal. Mivel a B a C többszöröse, a C határszám osztója a B-nek, és megvan benne kétszer, háromszor vagy akárhányszor. A B viszont úgy aránylik a D-hez, mint a C a B-hez, a B tehát osztója a D határszámnak, vagyis a C határszám is osztója a D-nek. D tehát többszöröse a C-nek, a DC hangköz pedig az önmagával kétszer összeillesztett és egyesített, azaz a megkettőzött BC hangközből jött létre. Ugyanez számokkal is igazolható: legyen ugyanis a BC dupla, mint a 2:1, és álljon ugyanolyan arányban a B a D-vel, mint a C a B-vel. A D tehát 4 lesz. Mivel a B a C-nek, vagyis a 2 az egységnek többszöröse, így a D a C-nek, vagyis a 4 is többszöröse az egységnek. A 4 ugyanis négyszerese az egységnek és kétszerese a középnek, vagyis a BC hangköznek.

4	2	1
D	B	C

⁴ Az arányfajták definíciói: 1.4, 2.4.

⁵ Lásd 1.5, 2.20.

⁶ Vö. 1.3, ill. ott 79. jegyzet, 1.28, valamint az „egyszerre megütve” formulához 5. könyv 33. jegyzet.

⁷ Az itt sorakozó arányelméleti állítások szorosan követik a *Sectio* első kilenc fejezetét.

(2) *Ha egy hangközt megkettőzve többszörös hangközt kapunk, az eredeti hangköz is többszörös.*

Legyen a hangköz a BC, és a B és a D aránya legyen egyenlő a C és a B arányával, és legyen a D a C többszöröse. Azt állítom, hogy a B többszöröse a C-nek. Mivelhogy a D a C többszöröse, a C osztója a D-nek. Azt pedig tudjuk, hogy arányosságot⁸ alkotó számok természetes sorrendjében ha az elsőt az utolsóhoz viszonyítjuk, akkor, ha az első osztója az utolsónak, osztója lesz a középsőnek is.⁹ A C tehát osztója a B-nek, a B pedig többszöröse a C-nek. Ugyanez még egyszer, számokkal: legyen a C az egység, a D pedig legyen a BC arány megduplázásával 4, ami többszöröse a C-nek, mégpedig a négyszerese. Minthogy tehát ez a négyszeres szám a BC arány megduplázásával jött létre, a BC ennek a fele. A BC tehát dupla arány. A dupla pedig többszörös arány. BC tehát többszörös arány.

D	B	C
4	2	1

(3) *Többletrészes hangközhöz nem található sem egy, sem több középarányos szám*

Legyen ugyanis többletrészes arány a BC, és legyenek a legkisebb ugyanilyen arányú számok a DF és a G. Mivel a DF és a G a legkisebb ugyanilyen arányt alkotó számok, ennek az aránynak éppen ezek a legkisebb határszámai. Egyetlen közös osztójuk tehát az egység. Vegyük el a G-t a DF-ből, és legyen a maradék a D. A D tehát mindkettőnek közös osztója. Így hát az egység lesz, mivel semmilyen más szám sem esik az FD és a G közé, amely az F-nél kisebb, a G-nél viszont nagyobb. Ugyanis egyedül az egység esik közéjük. Márpedig amennyi szám esik az arányosságot megtartva egy többletrészes arány legkisebb számai közé, éppen annyi esik ugyanennek az aránynak a többi számai közé is.¹⁰ De az FD és a G, vagyis ugyanennek az arány-

⁸ Az arányosság definícióját lásd: 2.12 (továbbá ott 38. jegyzet).

⁹ Eukleidész: *Elemek* 8.7

¹⁰ Eukleidész: *Elemek* 8.8

nak a legkisebb számai közé egyetlen szám sem esik. Így hát a B és a C közé sem esik semmilyen középárányos szám. Ugyanez számokkal: vegyünk egy tetszőleges többletrészes arányt, például a többletfelest. Számai pedig legyenek a 15 és a 10. A legkisebb ugyanilyen arányú számok a 3 és a 2. Vegyük el a 3-ból a 2-t, így megmarad az egység, amely a közös osztójuk. A 2 és a 3 közé tehát semmilyen szám nem esik, amely a 2-nél nagyobb, a 3-nál viszont kisebb. Máskülönben az egység osztható lenne, ami viszont lehetetlen. Így hát a 10 és a 15 között nem található egyetlen olyan szám sem, amely ugyanúgy aránylana a 10-hez, mint a 15 öhozá.

		D		
		1		
B	C	F	G	
15	10	3	2	

(4) Ha egy nem-többszörös hangközt megkettőzünk, akkor az eredmény se nem többszörös, se nem többletrészes

Legyen ugyanis a nem-többszörös hangköz BC, és álljon ugyanolyan arányban a B a D-vel, mint a C a B-vel. Azt állítom, hogy a D a C-nek nem többszöröse, és nem is többletrészes. Tegyük fel, hogy a D mégis többszöröse a C-nek. De már tudjuk: ha egy hangközt megkettőzünk, és többszörös hangköz jön létre, akkor az, amit megkettőztünk, szintén többszörös,¹¹ vagyis így a BC is többszörös lenne. De nem az. A D tehát nem többszöröse a C-nek, és nem is többletrészes. Többletrészes arányhoz ugyanis nincs középárányos szám.¹² A D és a C között viszont található középárányos szám, mégpedig a B. B ugyanis úgy aránylik a D-hez, mint C a B-hez. Lehetetlen tehát, hogy D a C-nek akár többszöröse, akár többletrészes legyen, márpedig éppen ezt kellett megmutatnunk. Ugyanez számokkal: legyen a nem-többszörös hang-

¹¹ Lásd feljebb az (1) tételt.

¹² Lásd feljebb a (3) tételt.

köz 6:4, és álljon a 6 ugyanabban az arányban egy ismeretlen számmal, mint amilyen arányban áll a 4 a 6-tal. Az ismeretlen szám tehát a 9 lesz, amely pedig a 4-nek nem többszöröse és nem is többszöröse.

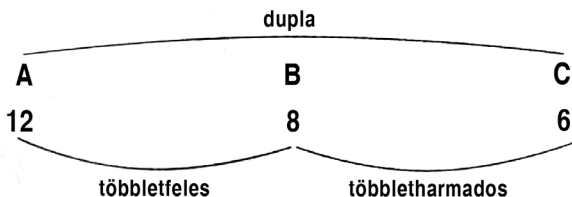
D	B	C
9	6	4

(5) Ha egy hangközt megkettőzünk, és ha az ebből többszörözéssel létrejött nem többszörös, akkor ő maga sem volt többszörös

Legyen ugyanis a hangköz a BC, és álljon olyan arányban a B a D-vel, mint amilyenben a C a B-vel, és a D a C-nek ne legyen a többszöröse. Azt állítom, hogy a B sem többszöröse a C-nek. Ha ugyanis többszöröse lenne, akkor a D is többszöröse lenne a C-nek.¹³ De nem az. A B tehát nem többszöröse a C-nek.

(6) A dupla hangköz a két legnagyobb többszörözésből áll, mégpedig a többszörözésből és a többszörözésből.

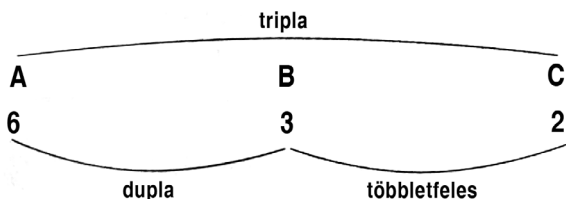
Legyen ugyanis az A a B többszöröse, a B pedig a C többszöröse. Azt állítom, hogy az A a C duplája. Mivel az A a B többszöröse, A magában foglalja a B-t egészében és még a felét. Két A tehát egyenlő három B-vel. Másfelől, minthogy a B a C többszöröse, így a B magában foglalja a C-t és még a harmadát. Három B tehát egyenlő négy C-vel. Márpedig három B két A-val is egyenlő. Két A tehát egyenlő négy C-vel. Egy A pedig két C-vel egyenlő. Az A tehát a C duplája. És számokkal: legyen a többszörözés arány 12:8, a többszörözés pedig 8:6. A 12 pedig duplája a 6-nak.



¹³ Lásd feljebb az (1) tételt.

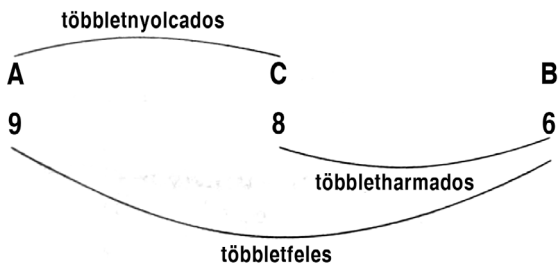
(7) *Egy dupla és egy többletfeles hangközből tripla hangköz keletkezik*

Legyen az A a B duplája, a B pedig a C többletfelese. Azt állítom, hogy az A a C triplája. Minthogy ugyanis az A a B duplája, így hát az A egyenlő két B-vel. Másfelől, minthogy a B a C többletfelese, így a B magában foglalja a C-t egészében és még a felét. Két B tehát egyenlő három C-vel. De két B egy A-val is egyenlő. Egy A tehát egyenlő három C-vel. Az A tehát a C triplája. Számokkal: legyen a dupla arány 6:3, a többletfeles pedig 3:2. A 6 pedig triplája a 2-nek.



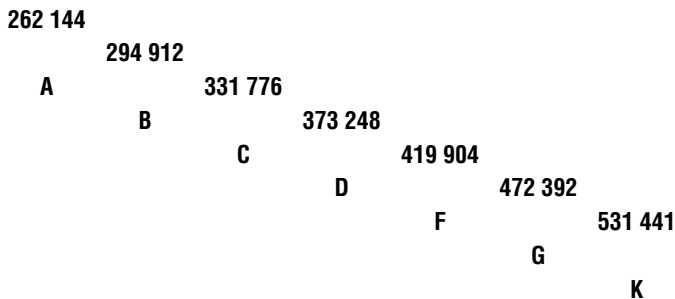
(8) *Ha egy többletfeles hangközből elveszünk egy többletharmados hangközt, a maradék a többletnyolcados hangköz*

Legyen ugyanis az A a B többletfelese, C pedig a B többletharmadosa. Azt állítom, hogy az A a C többletnyolcadosa. Minthogy az A a B többletfelese, így az A magában foglalja a B-t és még a felét. Nyolc A tehát egyenlő tizenkét B-vel. Másfelől, minthogy a C a B többletharmadosa, így a C magában foglalja a B-t és még a harmadrészét. Kilenc C tehát egyenlő tizenkét B-vel. Márpedig tizenkét B nyolc A-val is egyenlő. Nyolc A tehát egyenlő kilenc C-vel. Az A tehát egyenlő a C egészével és még a nyolcadrészével. Az A tehát a C többletnyolcadosa. Számokkal: legyen a többletfeles hangköz a 9:6, a többletharmados pedig a 8:6. A 9 a 8-cal pedig többletnyolcados arányban áll.



(9) Hat többletnyolcados arány nagyobb egy dupla hangköznél

Vegyük a tetszőleges A számot, és legyen a B az A többletnyolcadosa, a C a B többletnyolcadosa, a D a C többletnyolcadosa, az F a D többletnyolcadosa, a G az F többletnyolcadosa és a K a G többletnyolcadosa. Kövessük az aritmetikáról szóló műben leírt módszert! Vegyük az A, B, C, D, F, G és K számokat. Legyen az A a 262 144, a B pedig az A többletnyolcadosaként a 294 912, a C a B többletnyolcadosaként a 331 776, a D a C többletnyolcadosaként a 373 248, az F a D többletnyolcadosaként a 419 904, a G az F többletnyolcadosaként a 472 392, a K pedig a G többletnyolcadosaként az 531 441. Márpedig az 531 441, vagyis a K, nagyobb a 262 144-nek, vagyis az A-nak a duplájánál.¹⁴ Hat többletnyolcados arány tehát nagyobb egy dupla hangköznel.



¹⁴ Vagyis 524 288-nál, vö. 2.31.

3. A zenei hangok elnevezései és görög betűjelek¹⁵

Mivel a kitűzött célunk, hogy egy húron mérőléc segítségével adjuk meg a már ismertetett konzonanciáknak megfelelő osztópontokat, és mivel ez a beosztás produkálja majd a zene mindhárom genosza számára nélkülözhetetlen hangokat, ezért előbb be kell vezessük a zenében alkalmazott hangjeleket, annak érdekében, hogy egy-egy beosztott húrszakaszt ezekkel a jelölésekkel ellátva minél könnyebben ráismerjünk, melyik hangról van szó, és mi a neve.¹⁶ A lejegyzés rövidítése érdekében ugyanis a régi muzsikuskok,¹⁷ hogy ne kelljen minden alkalommal kiírniuk a hangok teljes nevét, egyszerű jelölésféléket találtak ki a húrok elnevezéseire, és ezeket genoszok és *modus*ok szerint csoportokra osztották. Vagyis amikor egy muzsikusk rövidsége törekedve akart lejegyezni egy dallamot valamely időmértékes verselésű sor fölé, akkor ezeket a hangjeleket használta fel.¹⁸ Ennek a bámulatra méltó eljárásnak köszönhetően képesek voltak megőrizni az emlékezet és az utókor számára egy költeménynek nem csupán a betűkkel leírható szövegét, hanem a jeleknek köszönhetően a dallamát is. Most hát az összes közül válasszunk ki egyetlen *modust*, mégpedig a lüdot, és adjuk meg ebben a hangjeleket, mindhárom genoszban.¹⁹ (Alkalomadtán majd

¹⁵ A fennmaradt görög zeneelméleti munkákban a *Tanítás a zenéről* negyedik könyvét leszámítva nincs példa arra, hogy a gyakorlati muzsikuskok által használt notációs jelek segítségével vezetik le és ábrázolják a jellegzetesen püthagoreus és elsősorban teoretikus jelentőségű kanónbeosztást (vö. Hagel 2009, 98).

¹⁶ Vagyis a notációs jeleket Boethius abból a praktikus okból sorolja fel, hogy a hosszú hangelnevezések ne tegyék áttekinthetetlenné a táblázatokat. Boethius itt megkülönbözteti a *nota* és a *notula* szót: a *nota* hangjel vagy notációs jel, a *notula* jelölés vagy szimbólum.

¹⁷ Lásd alább 4.15, ill. 58. jegyzet.

¹⁸ Jelenleg hatvanegynéhány zenei hangjeleket tartalmazó dokumentumot ismerünk, lásd Pöhlmann–West 2001. (Az azóta publikált további három, papiruszon fennmaradt zenei töredék: *P.Oxy.* 69.4710, *P.Louvre* inv. E 10534, *P.Vat. Gr.* 7.) A szakirodalom kételkedik abban, amit Boethius mond (néhány sorral lejjebb), miszerint a hanglejegyzést a költők találták ki, lásd pl. Pöhlmann 2020b, 115.

¹⁹ A hanglejegyzést hagyományozó görög traktátusok (Gaudentiosz, Alüpiosz) is a lüd tonosz jeleit részesítik előnyben, és a fennmaradt, többségükben császárkori zenei dokumentumokban is ez a leggyakoribb *modus/tonosz*.

a többi hangsorét is megadjuk.²⁰) Ennek hála, amikor majd a hangok táblázatát ismertetem görög betűnevekkel, akkor ebben már semmi zavaró újdonság nem lesz az olvasó számára. Ugyanis a jelek teljes táblázata görög betűket tartalmaz, némelyikük csonka valamilyen szempontból, vagy valamerre el van fordítva. Ügyelni fogunk arra is, hogy semmit ne változtassunk meg azon, amit a régi tekintélyes szerzőktől megörököltünk. Az első, vagyis a felső jelek mindig a szöveghez, illetve a szavakhoz tartoznak, a másodsorban megadottak, illetve az alsók a hangszerjátékhoz.²¹

A *proslambanomenosz*, latinul *adquisitus* („hozzávetv”²²): csonka ZÉTA (Ζ) és fekvő TAU (Τ)

A *hüpaté hüpatón* vagy *principalis principalium* („elsők elsője”): visszafordított²³ GAMMA (Γ) és szabályos GAMMA (Γ)

A *parhüpaté hüpatón* vagy *subprincipalis principalium* („elsők elsőmelletti”): csonka BÉTA (Β) és megfordított GAMMA (Λ)

A *hüpatón enarmoniosz*²⁴ vagy *principalium enarmonios* („elsők enharmonikusai”): megfordított ALFA (Α) és visszafordított GAMMA hátul kis vonással (Ϛ)

²⁰ Erre nem kerül sor.

²¹ A görög hanglejegyzési rendszerben külön jelkészlete volt az éneklésnek és külön a hangszerjátéknak (vokális és instrumentális notáció). A görög hanglejegyzésről új áttekintések: Martinelli 2020 (kulturális kontextus), Hagel 2020 (elméleti rendszer). A hangjelek szöveges leírásai, illetve maguk a jelek összehasonlíthatók a többi forrásban (Gaudentiosz, Alüpiosz, illetve az ún. Bellermann-féle III. Névtelen) talált jelekkel. A leírások és a jelek nagyrészt azonosak (néhány különbséggel, főleg a kromatikus genoszban).

²² Boethius a szó szerinti jelentéseket visszaadni kívánó latin fordításokat közül, ezért állnak itt zárójelben a magyar fordítások is. A görög hangelnevezések latin fordítása aligha Boethius újítása, hasonló fordítások találhatók Martianus Capellánál (*De nuptiis* 931), vö. Bower 1989, 123–124, 17–20. jegyzet.

²³ Az alfabétikus jelek transzformációit leíró latin kifejezések: *supinum*, *conversum*, *iacens*, illetve (egy alkalommal) *inversum*. A kiegészítő vonaljeleket leíró kifejezések: *virgula* (kis vonás), *linea* (vonás/vessző), *acuta* (ékezet).

²⁴ A három genoszban a *likhanosz*okat végig görög néven nevezi meg: *enarmoniosz*, *khrómatiké*, *diatonosz* (mindhárom melléknév nőnemű alakban szerepel, vagyis gondolatban a *khordéval* egyeztetve), és ezek a latin fordításszövegben is görögül vannak, kivéve az öt *diatonosz* közül négyet, amelyeknél a *diatonosz*t

A *hüpatón kbrómatiké* vagy *principalium chromatica* („első kromatikusa”): megfordított ALFA vonással (∇) és visszafordított GAMMA két vonással (⋈)

A *hüpatón diatonosz* vagy *principalium extenta* („első kifeszítettje”): görög PHI (Φ) és DIGAMMA (Ϝ)

A *hüpaté meszón* vagy *principalis mediarum* („középsők elsője”): SZIGMA (Σ) és SZIGMA (Σ)

A *parhüpaté meszón* vagy *subprincipalis mediarum* („középsők elsőmelléteje”): RHÓ (Ρ) és megfordított SZIGMA (⊖)

A *meszón enarmoniosz* vagy *mediarum enarmonios* („középsők enharmonikus”): görög PI (Π) és visszafordított SZIGMA (⊖)

A *meszón kbrómatiké* vagy *mediarum chromatica* („középsők kromatikusa”): görög PI kis vonással (⋈) és visszafordított SZIGMA középen kis vonással (⊖)

A *meszón diatonosz* vagy *mediarum extenta* („középsők kifeszítettje”): görög MŰ (Μ) és megrövidített görög PI (Ϸ)

A *meszé* vagy *media* („középső”): IÓTA (Ι) és fekvő LAMBDA (<)

A *trité szünémmenón* vagy *tertia coniunctorum* („összekapcsoltak harmadikja”): THÉTA (Θ) és megfordított LAMBDA (∇)

A *szünémmenón enarmoniosz* vagy *coniunctorum enarmonios* („összekapcsoltak enharmonikus”): görög ÉTA (Η) és megfordított fekvő LAMBDA közepén kis vonással (⇒)

A *szünémmenón kbrómatiké* vagy *coniunctorum chromatica* („összekapcsoltak kromatikusa”): görög ÉTA vonással (⋈) és megfordított LAMBDA vonással²⁵ (⇒)

A *szünémmenón diatonosz* vagy *coniunctorum extenta* („összekapcsoltak kifeszítettje”): GAMMA (Γ) és NŰ (Ν)

A *nété szünémmenón* vagy *ultima coniunctorum* („összekapcsoltak szélsője”): szögletes megfordított ÓMEGA (⋈) és ZÉTA (Ζ)

fordításban szó szerint adja vissza (kifeszíteni: gör. *diateinein*, lat. *extendere*, vö. *extenta*).

²⁵ Azonos jelet találunk a kéziratokban (a vokális notációban) az enharmonikus és a kromatikus *likhanosz szünémmenón* esetében. Itt így hagytuk, de lásd Bower javítását: 1989, 124, 27. jegyzet.

A *parameszosz* vagy *submedia* („középső melletti”): ZÉTA (Z) és fekvő görög PI (Π)

A *tritē diezeugmenón* vagy *tertia divisarum* („szétkapcsoltak harmadikja”): szögletes EPSZILON (E) és megfordított görög PI (Π)

A *diezeugmenón enarmoniosz* vagy *divisarum enarmonios* („szétkapcsoltak enharmonikusa”): DELTA (Δ) és visszafordított fekvő görög PI (Π)

A *diezeugmenón khrómatiké* vagy *divisarum chromatica* („szétkapcsoltak kromatikusa”): DELTA vonással (Δ) és megfordított fekvő görög PI ferde vonással (Π)

A *diezeugmenón diatonosz* vagy *divisarum diatonos*²⁶ („szétkapcsoltak diatonikus”): szögletes megfordított ÓMEGA (Ω) és ZÉTA (Z)

A *nété diezeugmenón* vagy *ultima divisarum* („szétkapcsoltak szélsője”): fekvő PHI (Φ) és megrövidített fordított NŰ (Ψ)

A *tritē hüperbolaión* vagy *tertia excellentium* („kimagaslók harmadikja”): jobbra lefelé néző ÜPSZILON (Λ) és balra felfelé néző fél-ALPHA (Α)

A *hüperbolaión enarmoniosz* vagy *excellentium enarmonios* („kimagaslók enharmonikusa”): megfordított TAU (Τ) és jobbra döntött fél-ALPHA (Α)

A *hüperbolaión khrómatiké* vagy *excellentium chromatica* („kimagaslók kromatikusa”): megfordított TAU vonással (Τ) és jobbra döntött fél-ALPHA hátul vonással (Α)

A *hüperbolaión diatonosz* vagy *excellentium extenta* („kimagaslók kifejlesztette”): görög MŰ ékezettel (Μ) és megrövidített PI ékezettel (Π)

A *nété hüperbolaión* [vagy *ultima excellentium*]²⁷ („kimagaslók szélsője”): IÓTA ékezettel (Ι) és fekvő LAMBDA ékezettel (Λ)

²⁶ Egyedül itt nem *extenta* a *diatonos* (vö. előző jegyzet).

²⁷ Egyedül itt hiányzik a hang nevének latin fordítása (legalábbis a kézirati hagyományban).

4. A zenei hangok jeleinek táblázata (a hangok sorrendjében a három genoszban)

7	𐌲	<i>proszlambanomenosz</i>
᠗	𐌲	<i>hüpaté hüpatón</i>
R	L	<i>parhüpaté hüpatón</i>
∨	᠗	<i>likhanosz hüpatón enarmoniosz</i>
∨	𐌲	<i>likhanosz hüpatón khrómatiké</i>
Φ	F	<i>likhanosz hüpatón diatonosz</i>
Σ	Σ	<i>hüpaté meszón</i>
P	∪	<i>parhüpaté meszón</i>
Π	∪	<i>likhanosz meszón enarmoniosz</i>
Π	Φ	<i>likhanosz meszón khrómatiké</i>
M	᠗	<i>likhanosz meszón diatonosz</i>
I	<	<i>meszé</i>
Θ	∨	<i>trité szünémmenón</i>
H	➤	<i>likhanosz szünémmenón enarmoniosz</i>
H	➤	<i>likhanosz szünémmenón khrómatiké</i>
Γ	N	<i>likhanosz szünémmenón diatonosz</i>
𐌲	Z	<i>nété szünémmenón</i>
Z	∩	<i>parameszosz</i>
E	∪	<i>trité diezeugmenón</i>
Δ	∩	<i>paranété diezeugmenón enarmoniosz</i>
Δ	∩	<i>paranété diezeugmenón khrómatiké</i>
𐌲	Z	<i>paranété diezeugmenón diatonosz</i>
ϵ	᠗	<i>nété diezeugmenón</i>
λ	∨	<i>trité hüperbolaión</i>
⊥	∨	<i>paranété hüperbolaión enarmoniosz</i>
⊥	∩	<i>paranété hüperbolaión khrómatiké</i>
M'	𐌲'	<i>paranété hüperbolaión diatonosz</i>
I'	∨'	<i>paranété nété hüperbolaión</i>

5. A mérőléces monokhord beosztása diatonikus genoszban²⁸

Itt az ideje tehát, hogy következzen a mérőléces monokhord felosztása. Fontos előrebocsátani, hogy – akár húrszakaszokra, akár számarányokra épül az éppen tárgyalt felosztás – a nagyobb húrszakasz és a szám nagyobb sokszorosossága hozza létre a mélyebb hangokat. Ellenben rövidebb hosszúságú húrszakasz és kisebb többszörösségű szám szükségképpen magasabb hangokat eredményez. Ez az összefüggés viszont arra világít rá, hogy minél hosszabb egy húrszakasz, vagy minél nagyobb egy szám, illetve rövidebb egy húrszakasz és kisebb egy szám, annál mélyebb, illetve magasabb hangot kapunk. És az sem szabad, hogy megzavarja az olvasót, hogy a hangmagasság emelésekor az aránytávolságokat²⁹ gyakran nagyobb számmal jelöltük, leengedéskor pedig kisebbel, mivel a feszítés magasat ad, a leengedés pedig mélyet. Eddig ugyanis rendre az arányok távolságát jelöltük csupán, figyelmen kívül hagyva az adott hangmélység vagy -magasság kérdését, és ezért gyakorta a nagyobb számokkal emeltünk a hangmagasságon, illetve a kisebbekkel engedünk lejjebb hangokat.³⁰ Most viszont ahol a húrok hosszát és a hangokat fogjuk méricskélni, mindig a dolgok természetéhez kell igazodnunk, és pedig úgy, hogy a húrok közül a hosszabbhoz rendeljük hozzá a nagyobb számokat, mivel ebből keletkezik a mélyebb

²⁸ Itt kezdődik a *Tanításnak* az a része (4.5–12), amely valamilyen értelemben felteszi a pontot az *i*-re (lásd még a bevezető tanulmányt), és amelyre Boethius már nem egy alkalommal utalt is (1.11, 1.27, 3.16, 4.1). A 4.5 ezen belül is önálló egység, mert ebben egyedül a diatonikus genoszt tárgyalja, valószínűleg a hagyományból átvéve. A 4.6–12 fejezetekben ehhez illeszti hozzá azt a részt, amely ebben a formában és ilyen teljességben sehol máshol nem található meg: mindhárom genosz együtt, ráadásul egyetlen, egyre bővülő ábrázolásba illesztve. Ez a mind szerkesztés, mind ábrázolás szempontjából nehéz (és nehézkes) rész érthető módon a kézírati hagyományban több ponton homályos (pl. inkonzisztencia a jelekben, ábrákban), ezekről lásd Bower (1989) jegyzetét a negyedik könyvhöz.

²⁹ *Spatia proportionum*: valószínűleg a *proportio* (arány) határszámainak (*termini*) különbségére kell gondolnunk, mint amikor például hat 9:8-ot „emel” (*intendere*, vö. pl. följjebb 4.1) egymás után: a bizonyítás csak úgy működik, ha egyre nagyobb számokkal adja meg ugyanazt az arányt.

³⁰ Lásd 2.28–31, 3.12–16, 4.2

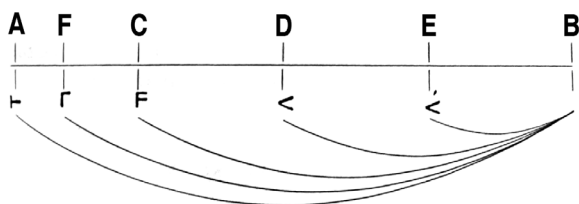
hang, és a rövidebbhez rendeljük nagyobb számokat, mivel ebből születik a magas hang.³¹

Legyen egy kifeszített húr az AB. Vegyünk egy pontosan ugyanilyen hosszú mérőlécet, melyet megfelelőképpen szakaszokra osztva bejelöltünk úgy, hogy a léc a húr mellé téve annak pontosan azokat a szakaszait jelölje be, amelyeket korábban a mérőlécen megjelöltünk. Így tehát úgy fogjuk tudni elvégezni a beosztásokat, mintha magát a húrt osztanánk részekre, és nem a mérőlécet. Osszuk fel tehát az AB-t három pont segítségével négy részre. Legyenek ezek a C, a D és az E. Az egész AB tehát duplája lesz a DB-nek és az AD-nek, az AD és a DB pedig külön-külön a duplája lesz az AC-nek, a CD-nek, a DE-nek és az EB-nek. Az AB lesz tehát a legmélyebb, vagyis a *proslambanomenosz*, a DB pedig a *meszé*. Ez ugyanis az egész húrnak a fele, és ahogyan az AB a DB-nek duplája hosszúságban, úgy a DB az AB-nek duplája hangmagasságban. Imént mondtuk ugyanis, hogy a hosszúság és a hangmagasság viszonya fordított. A húr tudniillik annál magasabb hangot ad, minél kisebb a hossza. Ezért az EB lesz a *nété hüperbolaión*, minthogy az EB a DB-nek hosszúságát tekintve a fele, de hangmagasságban a kétszerese. Másfelől, mivel ugyanez az EB az AB-nek hosszát tekintve a negyede, hangmagasságban viszont négyszerese. Vagyis, mint már említettük, a *nété hüperbolaión* hangmagasságban duplája a *meszének*, a *meszé* pedig duplája hangmagasságban a *proslambanomenosznak*. A *nété hüperbolaión* pedig négyszerese hangmagasságban a *proslambanomenosznak*.³² A *proslambanomenosz* a *meszé*vel tehát oktávkonsonanciát ad, a *meszé* a *nété hüperbolaiónnal* oktávot, a *proslambanomenosz* a *nété hüperbolaiónnal* kettősoktávot. Másfelől, minthogy az AC, a CD, a DE és az

³¹ A számok szóra vonatkozik a két középfokú jelző: nagyobb hosszúságú (*maior longitudo*) húrokat nagyobb (*ampliores*) számok jelölnek majd, kisebb hosszúságúakat (*minor longitudo*) pedig „rövidebbek” (*breuires*), ti. számok, bár a számok szó nem szerepel a latin szövegben.

³² Előkészítés nélküli (és később se kerül elő) a megfogalmazás egy hangmagasság (vagyis se nem szám, számarány, se nem szakasz) *valahányszorosáról*. Ha a hangmagasság frekvencia, akkor persze igaz, hogy negyedakkora rezgő húr szakasz frekvenciája (azonos feszítés mellett) a teljes húr négyszerese, vagyis így értve a negyed akkora húr szakaszhoz tartozó hangmagasság is lehet *négyszeres*.

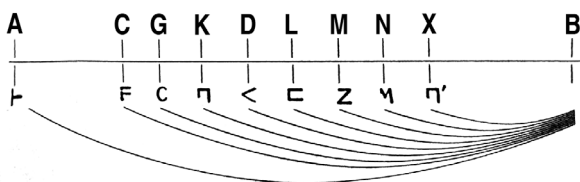
EB egyenlő húr-részek, és az AB éppen négy éppen akkora részből áll, a CB pedig háromból, ezért az AB többletharmados arányt alkot a CB-vel. Továbbá, minthogy a CB három egyenlő részből áll, a DB pedig kettőből, ezért a CB többletfeles arányban áll a DB-vel. És mivel a CB három éppen akkora egyenlő részből áll, mint amekkora az EB, így a CB háromszorosa az EB-nek. A CB tehát a diatonikus *hüpatón likhanosz*; a *proszlambanomenosz* a diatonikus *hüpatón likhanosszal* kvartkonzonanciát ad, ugyanez a diatonikus *hüpatón likhanosz* a *meszével* kvintkonzonanciát, és ugyanez a diatonikus *likhanosz* a *nété hüperbolaiónnal* kvint+oktávkonzonanciát. Továbbmenve, ha az egész AB-ből elveszek kilenced részt, vagyis az AF-et, a nyolcrésznyi maradék az FB lesz. Az FB lesz tehát a *hüpaté hüpatón*, amely többletnyolcados arányt, a zenében pedig egészhangközt alkot az AB-vel, vagyis a *proszlambanomenosszal*.



A fenti ábrán az imént bevezetett jelölésekkel illetjük a húrokat, hiszen igencsak hosszadalmas lett volna végig kiírni a húrok teljes elnevezéseit.

Továbbá, ha az AB-t három [egyenlő] szakaszra osztjuk fel, akkor az egyik harmadrész lesz az AG, a kétharmad rész a GB. Az AB, a *proszlambanomenosz* tehát a GB-vel, vagyis a *hüpaté meszónnal* kvintkonzonanciát ad, hiszen többletfeles arányban állnak. A CB a GB-vel pedig többletnyolcados arányt ad, és így egészhangközt alkotnak, és a sorban ez következik, a diatonikus *hüpatón likhanosz* ugyanis, vagyis a CB, a *hüpaté meszónnal*, vagyis a GB-vel egészhangközt alkot. Másfelől az AB, tehát a *proszlambanomenosz* a CB-vel, a diatonikus *hüpatón likhanosszal* kvartkonzonanciát ad. Az AB, vagyis a *proszlambanomenosz* pedig a GB-vel, a *hypaté meszónnal* kvint konzonanciát ad. Hasonlóképpen, a CB a DB-vel, vagyis a diatonikus *hüpatón likhanosz* a *me-*

szével kvintkonszonanciát alkot. A GB pedig a DB-vel, vagyis a *hüpaté meszón* a *meszével* kvartkonszonanciát. A *hüpatón likhanosz*, vagyis a CB a *hüpaté meszón*hoz, vagyis a GB-hez viszonyítva pedig egy egészhangköz távolságra van. Ha pedig a CB-nek veszem a negyedrésztét, megkapom a CK-t. A CB tehát a KB-vel többletharmados arányt alkot. A KB pedig a DB-től többletnyolcados arányban tér el. A KB lesz tehát a *diatonosz meszón*, és a CB, vagyis a *likhanosz hüpatón diatonosz* a KB-vel, vagyis a *meszón diatonosszal* kvartkonszonanciát alkot. Másfelől, ha a DB-nek veszem a kilenced részét, akkor megkapom a DL-t. Így az LB lesz a *parameszé*. Ha pedig a DB-nek veszem a negyedét, megkapom a DM-et. Az MB lesz a *nété szünémmenón*. Ha pedig a DB-nek veszem a harmadrészét, megkapom a DN-t. Az NB lesz tehát a *nété diezeugmenón*. Ha pedig a KB-t két egyenlő részre osztjuk, megkapjuk a KX-et, és az XB lesz a *paranété hüperbolaión*.³³



6. A monokhord beosztása: a *nété hüperbolaiónok* a három *genoszban*

Eddig a diatonikus *genosz* ábráját szerkesztettük meg, és pedig az első és legegyszerűbb *modusban*,³⁴ a *lüdben*. (A *modusok*at most nem szük-

³³ A diatonikus *parhüpaték* és *triték* megszerkesztését a kézirati hagyomány nem tartalmazza (vagyis a kvartokból hiányoznak a félhanglépések). Egy prágai kézirat (a Pr jelű, Národní knihovna IX.C.6) 10–11. században készült glósszájának kiegészítése (BB vol. III 234): „Vezem az XB nyolcadrésztét, hozzáadom saját magához, ez lesz a *trité hüperbolaión*, az MB nyolcadát [az MB-hez adva] lesz a *trité diezeugmenón*, a KB nyolcadából ugyanígy lesz a *parhüpaté meszón*, a CB nyolcadából a *parhüpaté hüpatón*.” Lásd még Bower (1989, 130) „rekonstrukcióját.”

³⁴ Boethius, ellentétben a görög szerzőkkel (lásd följebb 21. jegyzet) meg is indokolja meg, miért a *lüd tonosz* jeleit sorolja fel: ez az első és a legegyszerűbb.

séges tárgyalnunk.³⁵) De hogy az ábra is képes legyen mind a három genoszt egyidejűleg mutatni, és hogy megfelelően nagy számokat is lehessen ábrázolni (amelyek figyelembe veszik az egészhangközök és a *diesziszek* arányát is), kigondoltunk egy olyan számot, amely képes teljesíteni ezeket az elvárásokat: ez lesz a 9216, és jelölje ez a *proszlambanomenoszt*. A legkisebb szám pedig legyen a 2304.³⁶ Ezek közé fogjuk beilleszteni a többi hanghoz tartozó arányokat.

Alulról haladunk felfelé, az egyes húrokat³⁷ nem csupán a nevükkel, de a melléjük írt betűkkel is megjelöljük. De mivel három genosz felosztását kell elvégeznünk, ami miatt a húrok száma meghaladja a betűk számát, ezért ahova már nem jutnak betűk, onnantól megkettőzzük a betűket, vagyis a Z után előről kezdve dupla betűkkel jelöljük a további húrokat: kétszer írjuk le az A-t, vagyis AA-t írunk, kétszer a B-t, vagyis BB-t, kétszer a C-t vagyis CC-t.

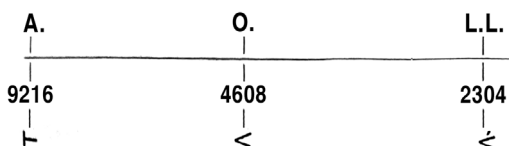
Legyen tehát az első és a legnagyobb szám, amely a *proszlambanomenosz* helyét mutatja meg, a 9216, és terjedjen ki a teljes húr mérete az A-tól az LL-ig.³⁸ Az A *proszlambanomenoszt*, azaz a 9216-ot az O-nál elfelezem, hogy az A a duplája legyen az O-nak. Az O pedig legyen ugyanígy a duplája az LL-nek. Az A lesz tehát a *proszlambanomenosz*, az O pedig a *meszé* és az LL a *nété hüperbolaión*. Az A tehát 9216, az O pedig a fele, vagyis 4608, és pedig úgy, hogy a *meszé* a *proszlambanomenosz*sal oktávkonsonanciát alkosson. Az LL pedig a *meszé* fele úgy, hogy a *proszlambanomenosz* a *nété hüperbolaiónnal* négyszeres aránnyá, vagyis kettősoktáv-konsonanciává csengjen össze. Legyen tehát az LL a 2304.

³⁵ Lásd 4.14–17.

³⁶ Ariszteidész Quintilianusnál található meg ugyanezek a számok a *proszlambanomenosz*ra és a *nété hüperbolaión*ra: AQ.3.2.

³⁷ A monokhord („egyhúros”) beosztását tárgyalva akár meglepőnek tűnhet, hogy Boethius innentől kezdve rendre húroknak (*nervus, chorda*) mondja az egyes hangokat. De itt ez a természetes szóhasználat, mivel a görög hangrendszemben a hangok a tetrakhordok húrjai alapján kapnak nevet.

³⁸ A mértéke (*modus*) jelentése: természetesen nem a teljes kifeszített húr hosszáról van szó, hanem arról a részéről, amely a méricskélésben szerepet kap. A *magadisz* (lásd 4.18) helyzetének mérését illetően a két szélső pont tehát az A (9216) és az LL (2304).



Ha ezek után a 2304-nek veszem még a nyolcadrészt, vagyis a 288-at, és ezt hozzáadom az előbbihez, akkor 2592-t kapok. Ez lesz a KK, a 2592, vagyis a *paranété hüperbolaión*, amely egészhangköz távolságra van a *nété hüperbolaióntól*. Másfelől a KK-nak, vagyis a 2592-nek veszem a nyolcadrészt, azaz a 324-et, és ezt hozzáadom ahhoz, aminek ő maga a nyolcadrésze. Így kapom meg a 2916-ot, ez az FF, a *trité hüperbolaión diatonosz*, mármint 2916 a diatonikus genoszban, amely egészhangközre van a *paranété hüperbolaión diatonosztól* és ditónusra a *nété hüperbolaióntól*. Ugyanez az FF lesz a kromatikus genoszban a *trité hüperbolaión khrómatiké*, az enharmonikusban pedig a *paranété hüperbolaión enarmoniosz*. És hogy miért, az igen könnyen érthető lesz, miután majd már felírtuk mindhárom genosz három első tetrakhordját a *nété hüperbolaióntól* kezdve.

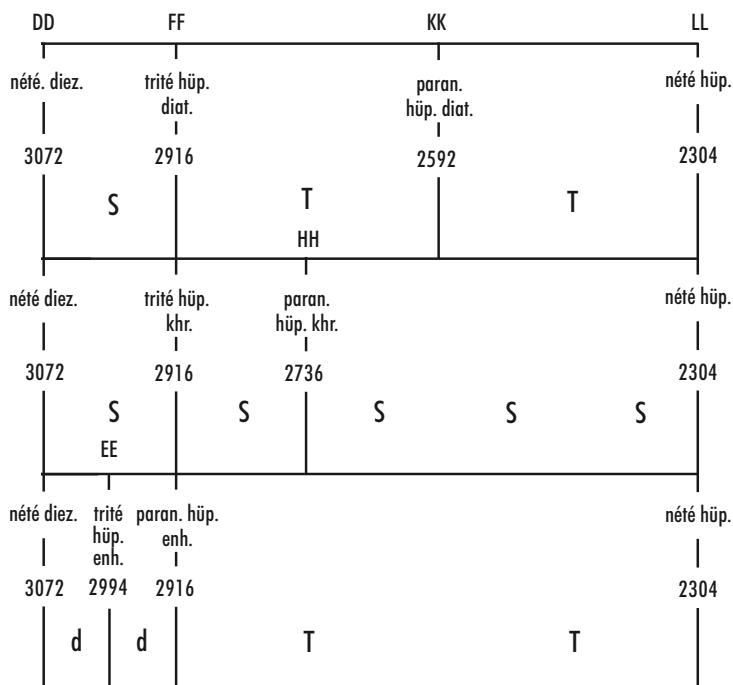
Mivel pedig két többletnyolcados arányt a többletharmadosból elvéve egy kisebb félhangköz marad, ezért az LL-hez, vagyis a *nété hüperbolaiónhoz* hozzáadva a harmadrészt, a 768-at, 3072-t kapok. Ez lesz a DD, a *nété diezeugmenón*, ami kisebb félhangköz távolságra van a *trité hüperbolaióntól*. Ugyanis mivel a *nété diezeugmenón* a *nété hüperbolaiónnal* kvartkonszonanciát alkot, a *trité hüperbolaión diatonosz* pedig ditónus távolságra van a *nété hüperbolaióntól*, így a *nété diezeugmenón* és a *trité hüperbolaión* között megmaradó távolság a kisebb félhangköz.

Miután levezettük a diatonikus genosz *hüperbolaión* tetrakhordját, ki kell ezt még egészíteni a kromatikus és az enharmonikus genosz tetrakhordjainak, és pedig a következőképpen. Mivel a *paranété hüperbolaión* a *nété hüperbolaióntól* egészhangköz távolságra van a diatonikus genoszban, a kromatikusban három félhangköznyire, az enharmonikusban pedig két egészhangköznyire, ezért, ha vesszük a *paranété hüperbolaión* és a *nété hüperbolaión* távolságát a diatonikus genoszban, és ezt a diatonikus genosz *paranété hüperbolaiónjának* a feléhez hozzáadjuk, akkor a *nété hüperbolaióntól* három félhangköz távolságra lévő számot

kapunk. Ez lesz a kromatikus genoszban a *paranété hüperbolaión*. Elveszem tehát a 2592-ből, vagyis a diatonikus genosz *paranété hüperbolaiónjából* a 2304-et, vagyis a *nété hüperbolaiónt*. Így a 288, ami marad. Ezt megfelezem, így 144-et kapok, és ezt hozzáadom a 2592-hez, így 2736-ot kapok, ez a HH, és ez lesz így a *paranété hüperbolaión khrómátiké*.³⁹ Másfelől, minthogy a *trité hüperbolaión* – úgy a diatonikus, mint a kromatikus – két egészhangköznyi távolságra van a *nété hüperbolaióntól*, az enharmonikus genoszban pedig a *paranété hüperbolaión* van két egészhangköznyi távolságra a *nété hüperbolaióntól*, ezért az enharmonikus genoszban a *paranété hüperbolaión* azonos lesz a diatonikus vagy a kromatikus genosz *trité hüperbolaiónjával*. Mivel pedig a diatonikus és a kromatikus genosz *trité hüperbolaiónja* kisebb félhangközt alkot a *nété diezeugmenónnal*, és mivel az enharmonikus genosz tetrakhordját egyetlen két teljes egészhangköznyi lépés és egy *dieszisz* és még egy *dieszisz* alkotja (melyek egyenként a kisebb félhangköz felével egyenlők), ezért veszem a *nété diezeugmenón* és a *paranété hüperbolaión enarmoniosz* közötti távolságot. Mármost mivel a *nété diezeugmenón* 3072, a *paranété hüperbolaión enarmoniosz* pedig 2916, a távolságuk 156 lesz. Veszem ennek a felét, vagyis a 78-at, és ezt adom hozzá a 2916-hoz, így 2994-et kapok. Ez lesz az EE, a *trité hüperbolaión enarmoniosz*.

Mindhárom genoszban felosztottuk tehát a *hüperbolaión* tetrakhordot. Ezt az alábbi ábra szemlélteti.

³⁹ A levezetésben rejlő „hibát” értelmezi Nowacki 2020, 56–59. A hiba (a részleteket mellőzve): a püthagoreus rendszerben nem lehet egy intervallumot (hangközt) pontosan *megfelelni*. Vagyis a szövegben alább kiemelt rész az ún. hiba: „Elveszem tehát a 2592-ből, vagyis a diatonikus genosz *paranété hüperbolaiónjából* a 2304-et, vagyis a *nété hüperbolaiónt*. Így a 288, ami marad. Ezt megfelezem, így 144-et kapok.” A püthagoreus elmélet alaptétele (lásd pl. *sectio* 3, illetve Boethius is jó néhányszor hivatkozik erre: 2.29, 3.1, 3.11): egy hangközt aritmetikai közép közbeiktatásával nem lehet pontosan megfelelni. A hibás lépés következménye: a kromatikus *paranété hüperbolaión* száma, a 2736 a püthagoreus elveknek nem felel meg. Ugyanakkor ami megfelelné, az irracionális szám ($\sqrt{2592}$) lenne, ami ebben a felfogásban nem létező szám. Lásd még Hicks 2016. A „hiba” lejjebb ismétlődik, de mivel a felezett hangközök kicsik, ezért hangmagasságot illetően kevesebb mint 2,5 cent az eltérés, ami az emberi hallás számára nem felfogható.



7. Az imént felvázolt ábra magyarázata

A következő gondolatmenet alapján osztottuk fel a három tetrakhordot. Tudjuk: minden tetrakhord kvarttkonzonanciát szóltat meg. A *nété hüperbolaión* és a *nété diezeugmenón* is kvarttkonzonanciát alkot tehát mind a három genoszban, vagyis a diatonikusban, a kromatikusban és az enharmonikusban. A kvarttkonzonancia pedig két egészhangközből és egy kisebb félhangközből áll. Ezt osztottuk fel a három genosz fent leírt tetrakhordjaiban, mégpedig a következőképpen. A diatonikus genoszban, amelyik az első, a *paranété hüperbolaión*, vagyis a 2592 a *nété hüperbolaióntól*, vagyis a 2304-től egészhangköz távolságra áll, amit ezzel a szimbólummal jelöltünk: T.

Másfelől a diatonikus genosz *trité hüperbolaiónja*, vagyis a 2916 a diatonikus genosz *paranété hüperbolaióinjától*, vagyis a 2592-től úgyszintén

egészhangköz távolságra áll, melyet hasonlóképpen jelöltünk: T. A *nété diezeugmenón* a *trité hüperbolaión*nal, vagyis a 3072 a 2916-tal félhangköz ad, amit így jelöltünk: S. A *nété diezeugmenón* és a *nété hüperbolaión* közötti teljes távolság tehát két egészhangköz és egy félhangköz. A kromatikus genoszban viszont ugyanezt a két egészhangköz plusz egy félhangköznyi távolságot a következőképpen osztottuk fel. A második genoszt, a kromatikus így írtuk fel: a *paranété kbrómatiké hüperbolaión*, vagyis a 2736 a *nété hüperbolaión*hoz, vagyis a 2304-hez viszonyítva tartalmazza egyrészt a diatonikus genosz *paranété hüperbolaión*ja és a *nété hüperbolaión*ja közötti távolságot, vagyis egy egészhangköz, azaz két félhangköz (egy nagyobbat és egy kisebbet) és még a diatonikus *paranété hüperbolaión* és a *nété hüperbolaión* közötti távolság egy részét. Így létrejött egy fél egészhangköz, amely azonban nem pontosan a fele, mivel, ahogyan azt korábban már részletesen megmutattuk, az egészhangköz nem lehet két egyenlő részre osztani.⁴⁰ Ezt a három félhangköznyi, azaz egy egészhangköznyi és egy félhangköznyi távolságot jelöltük a következőképpen: S S S .

Továbbá: a kromatikus *paranété hüperbolaión* a *trité hüperbolaión*hoz viszonyítva az egészhangköznek egy részét adja, azaz azt a félhangköz, amely abból a két egészhangközből maradt, melyek a diatonikus *trité hüperbolaión* és a *nété hüperbolaión* között vannak. A teljes tetrakhordból négy félhangköz elvéve marad még egy félhangköznyi távolság, amely a *nété diezeugmenón* és a *trité hüperbolaión* között van. Ezt a két egészhangközből és egy félhangközből álló tetrakhordot osztottuk fel három félhangköz nagyságú, ámde egyetlen távolságra, valamint két, egyenként félhangköznyi távolságra. A négy húr ugyanis három távolságot hoz létre.

Az enharmonikus genoszt a legkönnyebb átlátni. A *nété hüperbolaióntól*, vagyis a 2304-től ugyanis a *paranété hüperbolaión enarmoniosz*, azaz a 2916, két egészhangköz távolságra van. Ezeket az imént így jelöltük: T. A teljes két egészhangköz plusz egy félhangköznyi tetrakhordból egyetlen félhangköz marad, ami a *nété diezeugmenón* és a *paranété hüperbolaión enarmoniosz* között van, és amit az imént két *diesziszre*

⁴⁰ Lásd 1.17, 2.29.

osztottunk középen kettévágva a *tritè hyperboleón enarmonioszt*. A *die-szisz* távolságot pedig így jelöltük: d.

Készen vagyunk tehát a *hüperbolaión* tetrakhord felírásával. Miután ezzel végeztünk, áttérhetünk a *diezeugmenón* tetrakhordra, de a továbbiakban nem kell időt töltenünk azzal, hogy ugyanezeket újra felidéz-zük, mivel a fenti szerkesztés például szolgálhat a továbbiakhoz.

8. A monokhord beosztása: a *nété diezeugmenónok* a három genoszban

Ha a *nété diezeugmenón*nak, vagyis a 3072-nek veszem a felét, 1536-ot kapok. A kettő összege a 4608, ez lesz a *meszé*, amelyet az O betűvel jelöltünk. Ha ugyanennek a *nété diezeugmenón*nak, a DD-nek, azaz a 3072-nek veszem a harmadrészét, 1024-et kapok, és ha ezeket össze-adom, 4096-ot kapok, amelyet *parameszének* nevezünk, és az X betű-vel jelöltük. A *nété diezeugmenón* tehát, vagyis a 3072 a *meszé*vel, azaz a 4608-cal, minthogy többletfeles arányban áll, kvintkonszonanciává cseng össze. Ugyanez a *nété diezeugmenón*, vagyis a 3072 a *parameszé*-vel, a 4096-tal pedig, ami többletharmados arányban áll vele, kvartkonszonanciát szolgált meg. Ha pedig a *nété diezeugmenón*nak, vagyis a 3072-nek veszem a nyolcadrészét, a 384-et, és összeadom őket, 3456-ot kapok. Ez lesz a CC betűkkel jelölt *paranété diezeugmenón diatonosz*, amely egészhangközt alkot a *nété diezeugmenón*nal. A 3456-nak is a nyolcadrészét véve, ami 432, és őket összeadva 3888-at kapok. Ez lesz az Y, a *tritè diezeugmenón diatonosz*. De mivel a *nété diezeugmenón* a *parameszé*vel többletharmados arányt alkotott, ezért a *tritè diezeugme-nón diatonosz* a *nété diezeugmenón*tól két egészhangköz távolságra van, és a *tritè diezeugmenón* és a *parameszé* között a kisebbik félhangköz van. Elkészült tehát a diatonikus genosz ebben a tetrakhordban és a pentakhordban is, és így a *nété diezeugmenón*tól a *parameszé*ig tartó tet-rakhord kvartkonszonancia, a *nété diezeugmenón*tól a *meszé*ig tartó pen-takhord pedig kvintkonszonancia.

Az enharmonikus és a kromatikus tetrakhordot pedig a következő-képpen kapcsoljuk hozzá az eddigiekhez. Veszem a *nété* és a diatonikus *paranété diezeugmenón*nak, vagyis a 3072-nek és a 3456-nak a távolsá-gát. Ez a különbség 384. Ezt felezve 192-t kapok. Ha veszem ezt, és

a *paranété diezeugmenón diatonoszhoz*, vagyis a 3456-hoz hozzáadom, akkor 3648-at kapok. Ez lesz a BB kettősbetűvel jelölt kromatikus *paranété diezeugmenón*, amely egy egész-plusz-félhangköz, vagyis három félhangköz távolságra van a *nété diezeugmenóntól*, és az imént még a diatonikus, most viszont már a kromatikus *trité diezeugmenónnal*, vagyis a 3888-cal éppen azt a félhangközt alkotja, amelyik a *paranété diatonosz diezeugmenón* és a *trité diatonosz diezeugmenón* közötti egészhangköz maradéka. Előáll ebből a tetrakhordból egy másik maradék félhangköz is, mégpedig a kromatikus *trité diezeugmenón* és a *parameszé* között, és pedig az, amelyik abból a kvartkonszonanciából marad, amelyik a *nété diezeugmenón* és a *parameszé* között megmaradt, miután elvettük azt a két egészhangközt, amelyeket a *nété diezeugmenón* és a kromatikus *trité diezeugmenón* alkotott. Ami pedig a diatonikus genoszban a diatonikus *trité diezeugmenón*, a kromatikusban a kromatikus *trité diezeugmenón*, azt az enharmonikusban *paranété diezeugmenón enarmoniosznak* hívjuk – két teljes egészhangköz távolságra van a *nété diezeugmenóntól* –, és AA-val jelöljük. A *nété diezeugmenón* és a *paranété enarmoniosz diezeugmenón* között nincs egyetlen húr sem, és ezért kapja itt a *paranété*⁴¹ elnevezést. A félhangközt pedig, ami a *paranété enarmoniosz diezeugmenón* és a *parameszé* között van, vagyis az AA és az X között, a következőképpen osztjuk fel úgy, hogy két *dieszisz* jöjjön létre. Veszem a *paranété enarmoniosz diezeugmenón* és a *parameszé*, vagyis a 3888 és a 4096 különbségét: ez 208. Elfelezem, ez lesz a 104. Hozzáadom a 3888-hoz, így 3992-t kapok. Ez lesz a Z betűvel jelölt *trité enarmoniosz diezeugmenón*.

Az alábbi ábrán egyesítettük ennek a tetrakhordnak mind a három genoszban elvégzett felosztását a már korábban felosztott *hyperboleón* tetrakhordéval úgy, hogy a kettő közös ábrát kapjon, amely így majd fokozatosan bővülve apránként magába foglalja a teljes felosztást. Az ábrát lásd a külön mellékelt táblán.

⁴¹ A „*nété* melletti” húr.

O	X	Y	CC	DD	FF	KK	LL
meszé	parameszné	trité diez. diat.	paran. diez. diat.	nété diez.	trité hüp. diat.	paran. hüp. diat.	nété hüp.
4608	4096	3888	3456	3072	2916	2592	2304
	T	S	T	T	S	T	T
			BB			HH	
meszé	parameszné	trité diez. khr.	paran. diez. khr.	nété diez.	trité hüp. khr.	paran. hüp. khr.	nété hüp.
4608	4096	3888	3648	3072	2916	2736	2304
	T	S	S	S	S	S	S
		Z	AA		EE		
meszé	para- meszné	trité diez. enh.	paran. diez. enh.	nété diez.	trité paran. hüp. hüp. enh.		nété hüp.
4608	4096	3992	3888	3072	2994	2916	2304
	T	d	T	d	d	T	T

9. A monokhord beosztása: a *nété szünémmenónok* a három genoszban

A fenti ábra mind a három genoszban bemutatja, hogyan helyezkedik el a két egymással összekapcsolt, illetve a *meszé*vel elválasztott tetrakhord.⁴² Most rá kell térnünk az úgynevezett *szünémmenón* tetrakhordra, amelyik a *meszé*hez összekapcsolással csatlakozik. Mivel korábban már szóltunk arról, hogy a *nété diezeugmenón* és a *meszé* között kvintkonzonancia van, a kvintkonzonancia viszont három egészhangközből és egy félhangközből áll, ezért ebben a pentakhordban három egészhangköz van: egyik a *nété diezeugmenón* és a *paranété diezeugmenón diatonosz* között, másik a diatonikus *paranété diezeugmenón* és a diatonikus *trité diezeugmenón* között, a harmadik pedig a *parameszé* és a *meszé* között, a maradék félhangköz pedig a diatonikus *trité diezeugmenón* és a *parameszé* között van. Mármost mivel a *nété diezeugmenón* és a *parameszé* közötti tetrakhord azzal az egészhangközzel van elválasztva a *meszétől*, amelyik a *parameszé* és a *meszé* között található, ezért ha a *nété diezeugmenóntól* a *meszéig* tartó pentakhordból elvesszük azt az egészhangközt, amelyik a *nété diezeugmenón* és a diatonikus *paranété diezeugmenón* között van, akkor a *meszé*hez hozzá tudunk illeszteni egy másik tetrakhordot úgy, hogy így megkapjuk a *szünémmenón*, vagyis az összekapcsolt tetrakhordot, mégpedig a következőképpen. Mivel a diatonikus *paranété diezeugmenón*, vagyis a CC számértéke 3456, ezért a harmadát hozzáadva kapjuk meg a *meszét*. Ez a szám, amelyet a *diezeugmenón* tetrakhordban a CC jelöl, a diatonikus genoszban a *nété diezeugmenóntól* egészhangköz távolságra van és diatonikus *paranété diezeugmenón* a neve. Ám a *szünémmenón* tetrakhordban, vagyis az összekapcsoltban legyen a *nété szünémmenón* mindhárom genoszban a V betűvel jelölve. Vegyük a nyolcadrészt, vagyis a 432-t, majd adjuk hozzá. Így 3888-at kapunk, vagyis a T betűvel jelölt diatonikus *paranété szünémmenónt*. Vegyük a nyolcadrészt, tehát a 486-ot. Ha hozzáadjuk ahhoz, amelynek a nyolcadrésze, akkor 4374-et kapunk, ez pedig

⁴² *Szünaphé* és *diazeuszix* lásd 1.24–25. A *szünaphé* és *szünémmenón* etimológiája közös: *szünaptein* (összekapcsolni). A *szünémmenón* tetrakhord (a következő mondatban) ezért „összekapcsolással csatlakozik” a *meszé*hez.

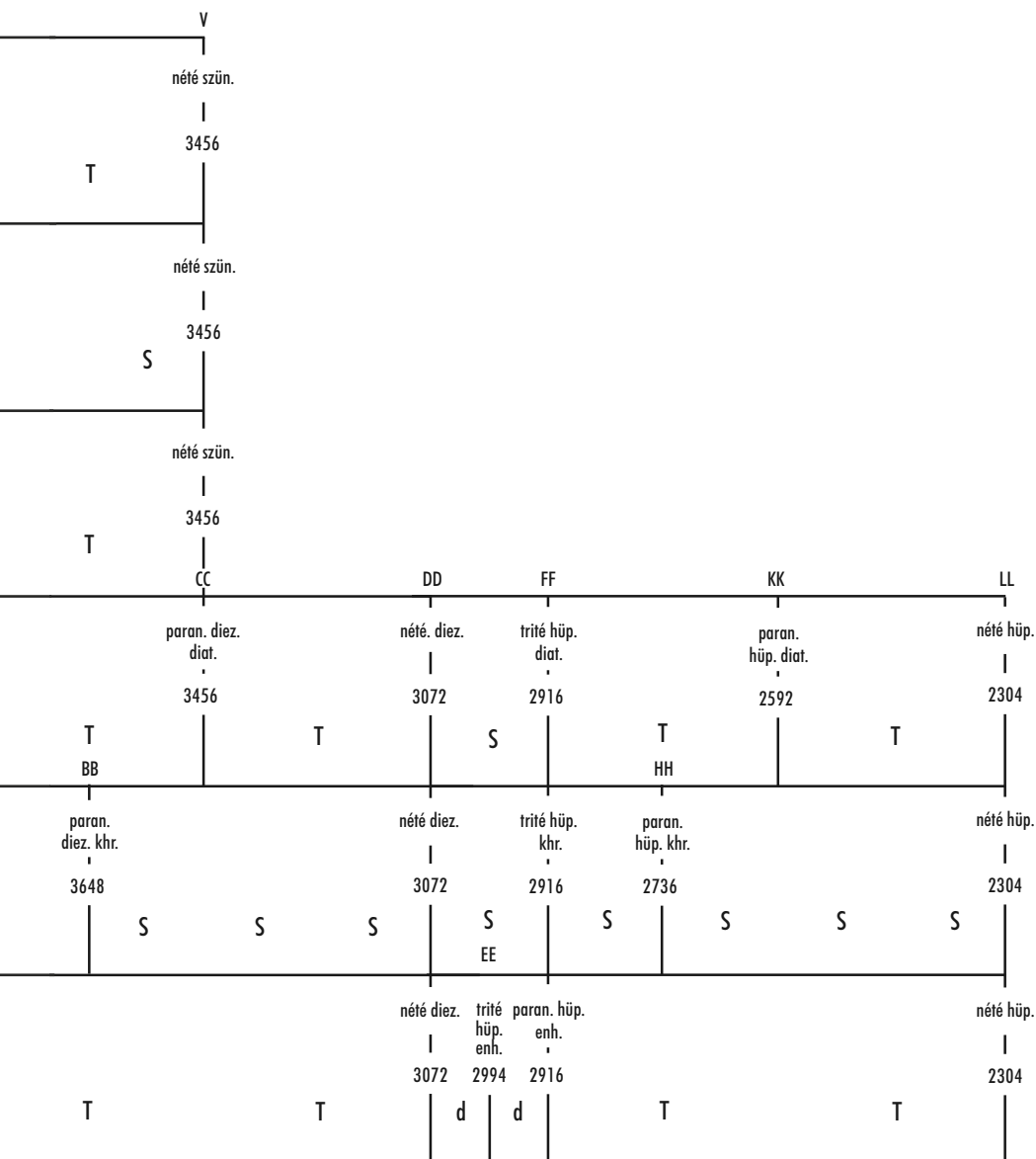
a Q-val jelölt *trité szünémmenón diatonosz*. Mivel pedig a *nété szünémmenón* a *meszével*, vagyis a 3456 a 4608-cal többletharmados arányt, vagyis kvartot alkot, a *trité szünémmenón* a *nété szünémmenónnal*, vagyis 4374 a 3456-tal pedig két egészhangköz arányát adja, a diatonikus *trité szünémmenónnak* a *meszével* éppen a félhangköz aránya marad, így hát sikerült összekapcsolni ezt a tetrakhordot a *meszével*, és ezért hívják *szünémmenónnak*, mintegy folytonosan összekapcsoltnak. Ezzel tehát végigvettük a diatonikus genosz arányait.

A kromatikus genosz felosztása a következő. Veszem a *nété szünémmenónnak* és a diatonikus *paranété szünémmenónnak*, vagyis a 3456-nak és a 3888-nak a különbségét, ami 432. Ezt kettéosztom úgy, hogy félhangközt kapjunk, 216 lesz. Ezt hozzáadom a 3888-hoz, hogy három félhangköz jöjjön létre, így 4104-et kapok, ami az S betűvel jelölt kromatikus *paranété szünémmenón*. A kromatikus *paranété szünémmenón* az imént diatonikus, most kromatikus *trité szünémmenón*tól félhangköz távolságra van, ez a kromatikus *szünémmenón* pedig a *meszétől* egy másik félhangközre. Mivel a *nété szünémmenón*tól a diatonikus és kromatikus *trité szünémmenón* két egészhangköz távolságra van, így a diatonikus és a kromatikus genosz diatonikus és kromatikus *trité szünémmenónja*, az enharmonikus genoszban az enharmonikus *paranété szünémmenón* lesz, vagyis 4374. Jelöljük ezt R-rel. Ettől a *meszéig* egy félhangköz van. Ezt két *diesziszre* osztom, mégpedig a következőképpen. Veszem az enharmonikus *paranété szünémmenónnak* és a *meszének*, vagyis a 4374-nek és a 4608-nak a különbségét. 234-et kapok. Ezt elfelezem, így 117-et kapok. Ezt hozzáadom az enharmonikus *paranété szünémmenónhoz*, vagyis a 4374-hez, így 4491-et kapok, amelyet jelöljünk P betűvel, és legyen ez az enharmonikus *trité szünémmenón*. Félhangköz lesz tehát az enharmonikus *paranété szünémmenón* és a *meszé*, vagyis a 4374 és a 4608 között, amit az enharmonikus *trité szünémmenón*nál osztottunk ketté, tudniillik a 4491-nél. Így hát ennek a tetrakhordnak a viszonyait is felfejtettük. Most pedig egy, az előbbi két tetrakhorddal, vagyis a *hüperbolaiónnal* és a *diezeugmenónnal* egyesített ábrát kell készítenünk, hogy a felosztás folyamatos bővítése fokozatosan fejlődjön. (Az ábrát lásd a külön mellékelt táblán.)

10. A monokhord beosztása: a *meszón* a három genoszban

Az eddig elmondottakból kiindulva, úgy vélem, szükségtelen hosszasan bajlódni azzal, ami még hátravan: a *meszón* és *hüpatón* tetrakhordok felosztása az előzők példájára összerakható. Először is a diatonikus genosz *meszón* tetrakhordját írjuk fel, és pedig a következők szerint. A *meszé*nek, vagyis a 4608-nak veszem a harmadrészét, ez az 1536. A kettőt összeadva 6144-et kapok. Legyen ez a H, a *hüpaté meszón*, ami kvartkonszonzanciát ad a *meszé*vel. Ez két egészhangközre és egy félhangközre osztható, mégpedig a következőképpen. Veszem a *meszé*nek, tehát a 4608-nak a nyolcadrészét, vagyis 576-ot, majd hozzáadva 5184-et kapok. Ez a *likhanosz meszón diatonosz*, és M-mel jelöljük. Ennek ismét veszem a nyolcadrészét, ami 648, majd ezt hozzáadva 5832-t kapok. Legyen ez az I, a *parhüpaté meszón diatonosz*, ami egészhangközt alkot a *likhanosz meszón diatonosszal* és két egészhangköz távolságra van a *meszétől*. Vagyis félhangköz maradt a *hüpaté meszón diatonosz* és a *parhüpaté meszón diatonosz*, vagyis a 6144 és az 5832 között. Ugyanezt, vagyis a *meszé* és a *hüpaté meszón* közötti tetrakhordot a kromatikus genoszban a következőképpen osztjuk fel. Veszem a *meszé*nek és a *likhanosz meszón diatonosznak*, vagyis a 4608-nak és az 5184-nek a különbségét, ami 576. Ennek veszem a felét, vagyis a 288-at. Ezt hozzáadom a nagyobbik számhoz, vagyis az 5184-hez, így 5472-t kapok, és legyen az N, a *likhanosz meszón khrómatiké*. Így marad még két félhangköz, egyik a *likhanosz meszón khrómatiké* és a *parhüpaté meszón khrómatiké*, vagyis az 5472 és az 5832 közötti, a másik pedig a *parhüpaté meszón khrómatiké* és a *hüpaté meszón*, vagyis az 5832 és a 6144 közötti. Az enharmonikus genoszt pedig a következőképpen osztjuk fel. Minthogy mind a *parhüpaté meszón diatonosz*, mind a *parhüpaté meszón khrómatiké*, mindketten az 5832 számmal, egyaránt két egészhangköz távolságra volt a *meszétől*, ez lesz az enharmonikus genoszban az L betűvel jelölt *likhanosz meszón enarmoniosz*, amelyik a *meszétől* szintén két egészhangközre van. A maradék félhangközt a *likhanosz meszón enarmoniosz* és a *hüpaté meszón*, vagyis az 5832 és a 6144 között a következőképpen osztjuk fel két *diesisz*re. Veszem az 5832-nek és a 6144-nek a különbségét, a 312-t. Ezt elfelezem, 156-ot kapok. Ezt az 5832-höz adva 5988-at kapok. Legyen a K a *parhüpaté meszón enarmoniosz*. Két

dieszisz van tehát, egyik a *likhanosz meszón enarmoniosz* és a *parhüpaté meszón enarmoniosz*, vagyis az 5832 és az 5988 között, illetve még egy a *parhüpaté meszón enarmoniosz* és a *hüpaté meszón*, vagyis az 5988 és a 6144 között. Miután felosztottuk a *meszón* tetrakhordot, ábrázoljuk együtt a már korábban felosztott tetrakhordokkal. (Az ábrát lásd a külön mellékelt táblán.)



11. A monokhord beosztása: a *hüpatón* a három genoszban.

A teljes rendszer ábrázolása

Most még a *hüpatón* tetrakhordot is be kell osztanunk mind a három genoszban. Veszem a *hüpaté meszónnak*, vagyis a 6144-nek a felét, ez a 3072, amit ha saját magához hozzáadok, 9216-ot kapok, vagyis a *proszlambanomenoszt*, ami kvintkonszonanciát alkot a *hüpaté meszónnal*. Ha pedig a *hüpaté meszónnak*, vagyis a 6144-hez adom a harmadát, azaz a 2048-at, akkor 8192-t kapok, ez a B lesz, vagyis a *hüpaté hüpatón*. A *hüpaté meszón* a *proszlambanomenosszal* tehát kvintkonszonanciát ad, a *hüpaté hüpatónnal* pedig kvarttot. Vegyük a *hüpaté meszónnak*, vagyis a 6144-nek a nyolcadrészét, ez a 768, és ha hozzáadjuk, akkor 6912-t kapunk, ez lesz az E, azaz a *likhanosz hüpatón diatonosz*, ami a *hüpaté meszónnal* az egészhangköz arányát adja. Hasonlóképpen a 6912-nek vegyük a nyolcadát, ez a 864, adjuk hozzá, így 7776-ot kapunk. Ez lesz a C, a *parhüpaté hüpatón diatonosz*, ami a *likhanosz hüpatón diatonosztól* egészhangköz, a *hüpaté meszóntól* pedig két egészhangköz távolságra van. Félhangköz maradt tehát a *parhüpaté hüpatón diatonosz* és a *hüpaté hüpatón*, vagyis a 7776 és a 8192 között. Ez tehát a *hüpatón* tetrakhord a diatonikus genoszban. A kromatikust pedig a következőképpen osztjuk be. Veszem a *hüpaté meszónnak* és a *likhanosz hüpatón diatonosznak*, azaz a 6144-nek és a 6912-nek a különbségét, ami 768. Ezt elfelezem úgy, hogy két félhangköz jöjjön létre, így 384-et kapok. Ezt hozzáadom a 6912-höz, hogy három félhangköznyi távolság jöjjön létre; így 7296-ot kapok. Ez lesz tehát az F, azaz a *likhanosz hüpatón khrómatiké*, amely három félhangköz távolságra van a *hüpaté meszóntól*. Így két félhangköz marad, egyik a *likhanosz hüpatón khrómatiké* és a *parhüpaté hüpatón khrómatiké*, azaz a 7296 és a 7776 között, és egy másik a *parhüpaté hüpatón khrómatiké* és a *hüpaté hüpatón*, tehát a 7776 és a 8192 között.

Hátravan még az enharmonikus genosz, melynek a beosztása az előbbi példa alapján a következő. Minthogy a *parhüpaté hüpatón diatonosz* csakúgy, mint a *parhüpaté hüpatón khrómatiké*, melyekhez egyaránt a 7776-ot rendeltük, két egészhangköz távolságra van a *hüpaté meszóntól*, így az enharmonikus genoszban ezekkel azonos lesz a *likhanosz hüpatón enarmoniosz*, ami két egészhangköz távolságra van a *hüpaté meszóntól*. Vagyis a kvartkonszonanciából egy félhangköz maradt, mégpe-

dig a *likhanosz hüpatón enarmoniosz* és a *hüpaté hüpatón*, azaz a 7776 és a 8192 között. Ezt a következőképpen osztjuk fel két *dieszisz*re. Veszem a *likhanosz hüpatón enarmoniosz* és a *hüpaté hüpatón*, vagyis a 7776 és a 8192 különbségét: 416-ot kapok. Veszem a felét: 208. Ezt hozzáadom a 7776-hoz, így 7984-et kapok, ez legyen a D, azaz a *parhüpaté hüpatón enarmoniosz*. Így tehát van két *dieszisz*, az egyik a *likhanosz hüpatón enarmoniosz* és a *parhüpaté hüpatón enarmoniosz*, azaz a 7776 és a 7984 között, a másik pedig a *parhüpaté hüpatón enarmoniosz* és a *hüpaté hüpatón*, vagyis a 7984 és a 8192 között. Az utolsó egészhangköz pedig a *proszlambanomenosz* és a *hüpaté hüpatón*, azaz a 9216 és a 8192 között található. Beosztottuk tehát a *hüpatón* tetrakhordot mind a három genosznak, a diatonikusnak, a kromatikusnak és az enharmonikusnak megfelelően. Ha ezzel még kiegészítjük a fenti tetrakhordokat, vagyis a *hüperbolaiónt*, a *diezeugmenónt*, a *szünémmenónt* és a *meszónt*, akkor lesz teljes és hiánytalan a mérőrléces monokhord felosztása mind a három genoszban. (Az ábrát lásd a külön mellékelte táblán.)

A	B	C	E	H	I	M
proszlamb. 9216	hüp. hüpat. 8192	parhüp. hüpat. diat. 7776	likhanosz hüpat. diat. 6912	hüp. mesz. 6144	parh. mesz. diat. 5832	likhanosz. mesz. diat. 5184
	T	S	T F	T	S	T N
proszlamb. 9216	hüp. hüpat. 8192	parhüp. hüpat. khr. 7776	likh. hüpat. khr. 7296	hüp. mesz. 6144	parhüp. mesz. khr. 5832	likhanosz mesz. khr. 5742
	T	S A	S	S	S	S S
proszlamb. 9216	hüp. hüpat. 8192	parhüp. hüp. enh. 7994	likh. hüp. enh. 7776	hüp. mesz. 6144	parh. mesz. enh. 5988	likh. mesz. enh. 5832
	T	d d	T	T	d d	T
						T

O		Q		T		V			
meszé	trité szün. diat.		paran. szün. diat.		nété szün.				
4608	4374		3888		3456				
	T		T		T				
			S						
meszé		trité szün. khr.		paran. szün. khr.		nété szün.			
4608	4374		4104		3456				
	S		S		S				
	P								
	R								
meszé		trité szün. enh.	paran. szün. enh.		nété szün.				
4608	4491	4374			3456				
	d	d							
			T		T				
			X		Y				
meszé		parameszé		trité diez. diat.	paran. diez. diat.	nété diez.	trité hüp. diat.	paran. hüp. diat.	nété hüp.
4608		4096		3888	3456	3072	2916	2592	2304
		T		S		T	S		T
					BB			HH	
meszé		parameszé		trité diez. khr.	paran. diez. khr.	nété diez.	trité hüp. khr.	paran. hüp. khr.	nété hüp.
4608		4096		3888	3648	3072	2916	2736	2304
		T		S	S	S	S	S	S
				Z	AA		EE		
meszé		parameszé		trité diez. enh.	paran. diez. enh.	nété diez.	trité hüp. enh.	paran. hüp. enh.	nété hüp.
4608		4096		3992	3888	3072	2994	2916	2304
		T		d	d			T	
						T			T

12. Az imént megszerkesztett ábra magyarázata

Az iménti ábrán a *proszlambanomenosz* a *meszé*vel, illetve a *meszé* a *nété hüperbolaió*nnal oktávkonzonanciát alkot, a *proszlambanomenosz* a *nété hüperbolaió*nnal pedig kettősoktávot. Másfelől kvartkonzonanciát ad – csupán a teljes tetrakhordokat említve – a *hüpaté hüpatón* a *hüpaté meszón*nal, a *hüpaté meszón* a *meszé*vel, a *meszé* a *nété szünémmenón*nal, a *parameszé* a *nété diezeugmenón*nal és a *nété diezeugmenón* a *nété hüperbolaió*nnal. És hogy minél könnyebben átlátható legyen a húrok teljes rendszere mind a három genoszban ábrázolva, felhívjuk a figyelmet arra, hogy összesen öt tetrakhord van. Az első és a legmélyebb a *hüpatón*, amelynek az első hangja a *hüpaté hüpatón*, az utolsó a *hüpaté meszón*. A második a *meszón*, amelynek az első hangja a *hüpaté meszón*, az utolsó a *meszé*. A harmadik a *szünémmenón*, amelynek az első hangja a *meszé*, az utolsó a *nété szünémmenón*. A negyedik a *diezeugmenón*, amelynek az első hangja a *parameszé*, az utolsó a *nété diezeugmenón*. Az ötödik pedig a *hüperbolaión*, amelynek az első hangja a *nété diezeugmenón*, és ezt utolsó húrként zárja le a *nété hüperbolaión*.

13. Állóhangok és mozgóhangok

Ezek közül a hangok⁴³ közül némelyek teljes egészében mozdulatlanok, mások teljes egészében mozgók, egyesek pedig részben mozdulatlanok, részben mozgók.⁴⁴ A *proszlambanomenosz*, a *hüpaté hüpatón*, a *hüpaté meszón*, a *meszé*, a *nété szünémmenón*, a *parameszé*, a *nété diezeugmenón* és a *nété hüperbolaión* mindegyike állóhang, mivel ezek mind a három genoszban azonosak, ugyanis sem a helyük, sem a nevük nem változik, tartozzanak bármelyik pentakhordhoz vagy tetrakhordhoz: pentakhord van a *proszlambanomenosztól* a *hüpaté meszón*ig és a *meszétől* a *nété diezeugmenón*ig, vagy tetrakhord a *hüpaté hüpatóntól* a *hüpaté meszón*ig és

⁴³ A hang (*vox*) itt hangmagasságot jelent, ami a hangrendszer leírásának kontextusában természetes. A *vox* és a *sonus* különbségéről lásd 1. könyv 49. és 88. jegyzet.

⁴⁴ Vö. 1.27. A ránk maradt zeneelméleti korpuszban Nikomakhosznál (NE 12) szerepel az álló- és mozgóhangok mellett a részben mozgó, részben álló hangok harmadik kategóriája.

a *hüpaté* meszóntól a *meszéig*. A mozgóhangok ellenben genoszonként változnak, mint például a diatonikus és a kromatikus genosz *paranétéje* és *likhanosza*, illetve az enharmonikus genosz *tritéje* és *parhüpatéja*. Más [hangmagasság] ugyanis a *paranété hüperbolaión diatonosz*, és más a *paranété hüperbolaión khrómatiké* és más a *trité [paranété hüperbolaión] enarmoniosz*.⁴⁵ Ugyanígy más a diatonikus és a kromatikus *paranété diezeugmenón* is, valamint az enharmonikus *trité diezeugmenón* sem azonos a többi genosz *tritéjével*. Hasonlóképpen a diatonikus és a kromatikus *paranété szünémmenón* sem azonos, ahogyan az enharmonikus *trité szünémmenón* sem azonos a többi genosz *tritéjével*. A diatonikus *likhanosz meszón* és a kromatikus *likhanosz meszón* is egymástól eltérők, és az enharmonikus *parhüpaté meszón* sem egyezik meg egyetlen másik genosz *parhüpatéjával* sem. És nem ugyanaz a hely és szám tartozik a diatonikus *likhanosz hüpatón*hoz és a kromatikus *likhanosz hüpatón*hoz sem. Az enharmonikus *parhüpaté hüpatón* szintén különbözik a többi genosz *parhüpatéjétől*.

A részben álló, részben mozgó hangok pedig azok, amelyek két genoszban, mégpedig a kromatikusban és a diatonikusban azonosak, de az enharmonikusban megváltoznak. Ez a következőkből látszik: a *trité hüperbolaión diatonosz*hoz és a *trité hüperbolaión khrómatiké*hez a fenti ábrán ugyanazt a számot rendeltük: a 2916-ot. Az enharmonikus genoszhoz érve viszont itt másik *tritét* találunk, mégpedig a 2994-et. Ez a hangmagasság tehát két genoszban közös volt, de a harmadikban megváltozott. Ugyanez érvényes a *diezeugmenón* tetrakhordban. A *tri-*

⁴⁵ Meglepő, hogy a hüperbolaión tetrakhord két *paranétéje* (a *diatonosz* és a *khrómatiké*) után nem a harmadik *paranété*, az *enarmoniosz* következik, hanem a *trité enarmoniosz*. Ha Boethius a két *paranété*t követően nem tartotta fontosnak, hogy a harmadik *paranété*ről is említést tegyen, hanem a *tritével* másik példát akart hozni mozgóhangra, akkor miért nem említ másik mozgó *tritét*? A következő mondatban a *triték* felsorolása inkább arra enged következtetni, hogy figyelmetlenségéből eredő tévedés, vagy Boethius részéről, vagy a kézirati hagyományban. Talán nem felesleges itt az ábra betűjeleire és számaira hivatkozva is megadni példaként valamelyik mozgóhangot, mondjuk, a *hüperbolaión* tetrakhord *paranété*t: a diatonikus a KK (2592), a kromatikus a HH (2736), az enharmonikus a GG (2916).

té diezeugmenón diatonosz és a trité diezeugmenón khrómatiké ugyanis azonosak és megegyeznek egymással, de a trité diezeugmenón enarmoniosz eltér tőlük. A szünémmenón tetrakhordban ugyanígy: a trité szünémmenón diatonosz és a trité szünémmenón khrómatiké azonosak, de a trité szünémmenón enarmoniosz különbözik tőlük. Továbbá ugyanígy: a parhüpaté meszón diatonosz és a parhüpaté meszón khrómatiké azonosak, ellenben az enharmonikus genoszban, ahogyan imént a trité, úgy itt most a hüpaté meszónok melletti parhüpaték – jellegben és hangmagasságban is – különböznek a többtől. Ugyanígy a parhüpaté hüpatón diatonosz és a parhüpaté hüpatón khrómatiké azonosak, de amikor már enharmonikus genoszban nézzük, akkor nem. Hogy világosabb legyen, miért nem teljes mértékben változók ezek a hangmagasságok, térjünk vissza a hüperbolaión tetrakhordhoz. Ebben a tetrakhordban ugyanis az a hangmagasság, amelyik a diatonikus és a kromatikus genoszban a trité hüperbolaión, az enharmonikusban megváltozik, és a paranété lesz. Hasonlóképpen, amelyik hangmagasságot a diatonikus és a kromatikus genoszban trité diezeugmenónnak neveztek, ugyanennek az enharmonikusban paranété a neve. A kromatikus és a diatonikus genosz trité szünémmenón hangmagassága pedig a paranétébe megy át az enharmonikus genoszban. A kromatikus és a diatonikus genosz parhüpaté meszón hangmagassága pedig likhanosz meszónnak bizonyul az enharmonikus genoszban. A diatonikus és a kromatikus genosz parhüpaté hüpatón hangmagasságát pedig likhanosz hüpatónnak nevezzük az enharmonikusban.

Az állóhangok tehát a proszlambanomenosz, a hüpaté hüpatón, a hüpaté meszón, a meszé, a nété szünémmenón, a parameszé, a nété diezeugmenón és a nété hüperbolaión. A mozgó hangok pedig a likhanoszok és a paranéték, akár diatonikusak, akár kromatikusak, akár enharmonikusak. Részben mozgóak a diatonikus és a kromatikus genosz parhüpaté és trité, valamint az enharmonikus genosz likhanoszai és paranétéi.

14. Konzsonanciafajták⁴⁶

Ezután a primér konzsonanciák fajtáiról (*species*) kell szólnunk. Primér konzsonancia az oktáv, a kvint és a kvart. Fajtának nevezzük a genoszra jellemző formát felvevő, az adott konzsonanciát felépítő arányok határszámaiban megragadható alakzatot, mint például a diatonikus genoszban. Ha a *diezeugmenón* tetrakhordot helyezzük a *hüperbolaión* tetrakhord és a *meszé* közé – vagyis a *szünémmenón* tetrakhordot figyelmen

⁴⁶ A monokhordbeosztást követő négy fejezet (4.14–17) a *Tanítás a zenéről* talán legtöbb fejtrést okozó szakasza (lásd pl. Hagel 2009, 98–101, Harmon 2006, 453–464, Bower 1989, 148, 66. jegyzet, korábbi irodalommal). Boethius *modus/tonosz*-rendszeréhez ugyanis nem ismert görög forrás, és a kutatók nemigen hajlanak arra, hogy Boethiust önálló zeneelméleti gondolkodónak lássák, legalább néhány kérdésben. Ptolemaiosz *tonosz*-rendszerét követi, mivel az ún. *oktáv*fajtákra épülnek a *modusok*, és így a számuk – első megközelítésben – Boethiusnál is csupán hét (és nem tizenhárom/tizenöt, mint az arisztoksenosi *tonosz*elméletben). Később azonban (4.17) bevezet egy nyolcadik *modust* is, a hüpermixolüdot, amiről ugyan az oktáv fajta alapján elismeri, hogy azonos az első modusszal, de az indoklást, hogy miért veszi mégis hozzá a rendszerhez, későbbre halasztja (4.17). Megfogalmazása („úgy tűnik, nem összeegyeztethetetlen ezzel, ha az eddigiekhez hozzávésszük még egy nyolcadikat”) Hagel szerint arra utal, hogy Boethius nem tulajdonított különösebb jelentőséget ennek a kérdésnek. Az indoklást félretéve elmagyarázza, hogyan olvashatók le az ábrákról a *tonoszok* hangtávolságai, és csak ezt követően indokolja meg a nyolcadik *tonosz* hozzáadását: a kettősoktáv hangtávolságú, négy tetrakhordból álló ún. nagyobbik teljes rendszerben pontosan hét álló hang vesz részt, és ezek pontosan nyolc oktávot definiálnak (fel is sorolja, melyek ezek). Az indoklás némileg esetlegesnek tűnik, mert nem derül ki, miért kap szerepet ebben a kérdésben a kettősoktáv. A *modus*-elméletet követő zárófejezetben ugyan hivatkozik arra, hogy Ptolemaiosz is ír nyolcadik *tonosz*ról, aki azonban egyedül azért hozza szóba (PH 2.10), hogy igazolja: a nyolcadik szükségtelen. Vagyis, úgy tűnik, a nyolcadik *modus* Boethiusnál amolyan kötelező gyakorlat lehetett, hiszen az ábra is hét *tonoszt* tartalmaz, és Ptolemaiosznál a 3. könyvben (PH 3.12) az égitestekkel kapcsolatba hozott *modusok* száma is hét. Hagel egy elveszett hellénisztikus kori zeneelméleti művet feltételez a sajátosan egyedi boethiusi *modus*-elmélet háttérében. Érvélesem nem igazán meggyőző, ahogyan a boethiusi *modus*-elmélet furcsaságaira adott hipotézise sem: „Boethius még nem elég alaposan tanulmányozta Ptolemaiosz *Harmonikáját*, amikor a 4. könyvön dolgozott”; vagy „talán az [elveszett! – K.A.] nikomakhoszi traktátus szövege volt ezen a helyen félreérthetően megfogalmazva” (Hagel 2009, 100).

kívül hagyva⁴⁷ –, akkor a húrok száma 15. Ha elhagyjuk a *proszlambanomenoszt*, 14 húr marad. Rendezzük el mármost ezeket a következőképpen. Az A legyen a *hüpaté hüpatón*, a B a *parhüpaté hüpatón*, a C a *hüpatón likhanosz*, a D a *hüpaté meszón*, az E a *parhüpaté meszón*, az F a *likhanosz meszón*, a G a *meszé*, a H a *parameszé*, az I a *trité diezeugmenón*, a K a *paranété diezeugmenón*, az L a *nété diezeugmenón*, az M a *trité hüperbolaión*, az N a *paranété hüperbolaión*, az O pedig a *nété hüperbolaión*. A *hüpatétól* a *parameszéig* tehát oktávkonsonancia van, ugyanettől a *parameszétől* a *hüpaté meszónig* kvint, a *meszétől* a *hüpaté meszónig* pedig kvart. Az oktáv tehát nyolc húr, a kvart négy, a kvint pedig öt. Ebből következik, hogy három kvartfajta lesz, négy kvintfajta és hét oktávfajta. A konsonanciafajták száma, mint látható, mindig eggyel kisebb, mint [konsonanciában foglalt] hangmagasságoké.⁴⁸

A felsorolást a *meszénél* kezdve a kvartkonsonancia három fajtája a következő lesz.⁴⁹ Az első kvartfajta a G-től a D-ig tart, a második az F-től a C-ig, a harmadik pedig az E-től a B-ig. Azért csupán eddig megy el a kvartfajták száma, mert éppen ennyi kvartfajtában van benne ugyanannak a kvartnak két húrja. Így a GD kvartban is benne van az E és a D, az FC kvartban is benne van az E-t és a D és az EB kvartban is benne van az E és a D.⁵⁰ Ha még a DA kvartot is hozzávennénk, akkor ez már eltér-

⁴⁷ Lásd 4.11. Ez a négy tetrakhordból álló, két oktáv hangtávolságú ún. nagyobbik teljes rendszer: *proszlambanomenosz* + két tetrakhord (a *szünaphéval* összekapcsolt *hüpatón* és *meszón*) + *diazeuxisz* (vagyis egészhangköznyi távolság) + két tetrakhord (a *szünaphéval* összekapcsolt *diezeugmenón* és *hüperbolaión*).

⁴⁸ Értsd: a kvart háromfokú, a kvint négyfokú, az oktáv hétfokú skálát határoz meg.

⁴⁹ Hogy Boethius a *meszénél* kezd a felsorolást, Bower szerint (1989, 149, 70. jegyzet) bizonyíték arra, hogy itt eltér a görög zeneelméleti hagyománytól. A kvart-, kvint- és oktávfajták felsorolásai (itt, illetve lejjebb) valóban nem teljesen konzekvensek: lejjebb máshol kezd, illetve abban sem egységes, hogy fentről lefelé vagy fordítva halad-e. A konsonanciafajták felsorolásának sorrendjében az eltéréseket részletesen nyomon követi Bower (1989) a 4. könyvhöz fűzött 70–80. jegyzeteiben.

⁵⁰ Ennél a mondatnál elengedhetetlen a szövegjavítás. A középkori kéziratok ugyanis mind úgy értelmezik a *continet* szót, mintha azt jelentené, hogy a GD, az FC és az EB kvart is tartalmaz („közre vesz”) két (más-más) hürt. Ez egyrészt trivialis (minden kvart négy hürből áll), másrészt, és ez a fontos: nem magyarázza

ne a GD-től, ugyanis a GD konzsonanciának csupán egyetlen húrja lesz benne, éspedig egyedül a D. Vagyis a DA túllép a GD konzsonancián.⁵¹ Ezért állítjuk, hogy három kvartfajta van. A többi konzsonancia esetében is ugyanez a helyzet. Vagyis négy kvintfajta van, éspedig a következők: egy a H-től a D-ig, egy másik a G-től a C-ig, egy újabb az F-től a B-ig, végül még egy az E-től az A-ig. Az oktávkonzsonanciának pedig, hasonlóan ez eddigiekhez, éppen hét fajtája van, éspedig a következők: az első az O-tól a G-ig, a második az N-től az F-ig, a harmadik az M-től az E-ig, a negyedik az L-től a D-ig, az ötödik a K-től a C-ig, a hatodik az I-től a B-i, a hetedik pedig a H-től az A-ig.⁵²

Az imént elmondottakból jól látható az is, hogy a kvartkonzsonanciának mindig csupán egyetlen fajtáját határolhatják mozdulatlan, vagyis állóhangok.⁵³ Ha ugyanis a *hüpaté hüpatónnal* kezdjük a felsorolást, akkor

meg, miért éppen három kvartfajta van a diatonikus genoszban. A három kvartfajta abban tér el egymástól, hogy a kvart távolságot felosztó két egész- és egy félhangközlépésből álló skálában hol helyezkednek el a félhangköz. A szokásos jelöléseket alkalmazva: STT, TST, TTS (ahol S = *semitonium*/félhangköz és T = *tonus*/egészhangköz), avagy mi-lá, ré-szó, dó-fá. A *meszéből* kiindulva a diatonikus genoszban ebben a három kvartfajtaban valóban *benne van* ugyanannak a kvartnak (ugyanaz a) két húrja. A „kvartfajtaban van benne ugyanannak a kvartnak két húrja” megfogalmazás tehát csakis az E és a D húrra utalhat, mert a D a *hüpaté meszón*, az E a *parbhüpaté meszón*, vagyis az ED nem más, mint egy félhangköz-lépés. És így valóban nincs több háromnál, mert például a *meszéből* kiindulva a GD kvartban a félhangközlépés (ED) alulról első hangközlépésként *van benne* (STT), az FC kvartban ugyanez a félhangközlépés (ED) középen van (TST), míg az EB kvartban ugyanez a félhangközlépés (ED) legfölül van (TTS). Így nyer értelmet az indoklás. A kéziratok nem az E-t és a D-t adják meg háromszor mint GD, FC és EB kvartban egyaránt „benne levő két hűrt”. Vö. Bower 1989, 149, 172.

⁵¹ Ez a rövid mondat ez előbbieik miatt (lásd előző jegyzet) középkori betoldásnak tűnik. A félreértés tisztázása után ugyanis nincs értelme az állításnak: a DA-val (*hüpaté meszón – hüpaté hüpatón*) nem az a „baj”, hogy „túllépi” (*excessit*) a GD-t (*meszé – hüpaté meszón*), hanem hogy a kettő azonos kvartfajta ad (lent-ről): STT.

⁵² A kvintfajták: TTTS, TTST, TSTT, STTT (vö. pl. NE 7). A hét oktáv-fajta: TTSTTST, TSTTSTT, STTSTTT, TTSTTTS, TSTTTST, STTTSTT, TTTSTTS.

⁵³ Ptolemaiosznál is lényeges, hogy melyek azok a konzsonanciafajták, amelyek álló hangok határolnak: PH 2.3

az AD, vagyis a *hüpaté hüpatón* és a *hüpaté meszón* közötti kvart lesz az első helyen, és a többi konszonanciát, a BE-t és a CF-et már nem állóhangok határolják. Láttuk ugyanis, hogy a *parhüpaté hüpatón* és a *parhüpaté meszón*, valamint a *likhanosz hüpatón* és a *likhanosz meszón* mozgóhangok. Ha pedig a *hüpaté meszón*nál kezdődik a kvartkonszonancia, akkor az első, azaz a DG, vagyis *hüpaté meszón* a *meszé*vel alkot állóhangok által határolt kvartfajtát, a többi, így az EH és az FI viszont nem. A *parhüpaté meszón*, a *likhanosz meszón* és a *trité diezeugmenón* ugyanis nem állóhangok. Továbbá, ha ugyanezt a kvartot a *parameszé*vel kezdjük, akkor a HL, vagyis *parameszé* a *nété diezeugmenón*nal alkot állóhangok által határolt kvartfajtát, és ez éppen az első kvartfajta. A többit, vagyis az IM-et és a KN-t mozgóhangok határolják. Láttuk ugyanis, hogy a *trité diezeugmenón*, a *paranété diezeugmenón* és a *trité hüperbolaión* mozgóhangok.

Ugyanígy, kvintkonszonanciából csak két olyan fajta van, melyeket állóhangok határolnak. Ha a *hüpaté meszón*nal kezdjük, akkor az egyik máris ilyen, ez az első, a DH lesz, vagyis a *hüpaté meszón* a *parameszé*vel, a másik pedig a GL, vagyis a *meszé* a *nété diezeugmenón*nal. Összesen négy kvintfajta van. Ami még kimaradt, az EI-t és FK-t, már nem állóhangok határolják. Tudjuk ugyanis, hogy a *parhüpaté*, a *likhanosz*, a *trité* és a *paranété* mozgóhangok. Hasonló lesz a magyarázat, ha a *nété diezeugmenón*tól lefelé, a mélyebb *meszé* felé nézzük végig ugyanennek a konszonanciának a fajtáit. Ezt ugyanis ugyanazok az állóhangok határolják, amelyeket az imént említettünk. Vagyis akár a *hüpaté meszón*tól, akár a *meszétől* vagy a *parameszétől* [felfelé], akár a *nété hüperbolaión*tól vesszük lefelé a mélyebb hang felé, kettőnél több, állóhangok által határolt kvintfajta nem jöhet létre.

Az oktávkonszonanciának pedig – akár a *hüpaté hüpatón*tól a *parameszé*ig, akár a *nété hüperbolaión*tól a *meszé*ig állapítjuk meg a sorrendet – mindössze három állóhangok által határolt fajtája lesz. A *hüpaté hüpatón*nál kezdődők közül ugyanis egyetlen egy van, ez az AH, és ez az első: a *hüpaté hüpatón*tól a *parameszé*ig. A második a DL, vagyis a negyedik, a *hüpaté meszón*tól a *nété diezeugmenón*ig tart, és van még egy, a GO (ez a hetedik) a *meszétől* a *nété hüperbolaión*ig. A többi oktáv fajta szélső hangjai nem állóhangok. A *parhüpaté*, a *likhanosz*, a *trité* és a *paranété* ugyanis, ahogy korábban már szó volt róla, mozgóhangok. Ha-

sonlóképpen alakul az oktávfajták sorrendje, ha a *nété hüperbolaióntól* kezdve megyünk végig ugyanezekben a hangmagasságokon. Az alábbi ábra segít megérteni az egész kérdést.

A	—————	<i>hüpaté hüpatón</i>
B	—————	<i>parhüpaté hüpatón</i>
C	—————	<i>hüpatón likhanosz</i>
D	—————	<i>hüpaté meszón</i>
E	—————	<i>parhüpaté meszón</i>
F	—————	<i>likhanosz meszón</i>
G	—————	<i>meszé</i>
H	—————	<i>parameszé</i>
I	—————	<i>trité diezeugmenón</i>
K	—————	<i>paranété diezeugmenón</i>
L	—————	<i>nété diezeugmenón</i>
M	—————	<i>trité hüperbolaión</i>
N	—————	<i>paranété hüperbolaión</i>
O	—————	<i>nété hüperbolaión</i>

15. A modusok származtatása, a modusok és a hangmagasságok jelölései⁵⁴

A modusok vagy más néven *troposzok* vagy *tonoszok* az oktávkonsonzancia fajtáiból vezethetők le.⁵⁵ A *troposzok* a hangsor minden fokán magasságban vagy mélységben különböző rendszerek.⁵⁶ Rendszernek a skála hangjaiból létrejövő, konsonzanciák egymáshoz kapcsolódásait – például oktávot, kvart+oktávot vagy a kettősoktávot – eredményező valamiféle egységes egészet nevezünk. Oktávrendszer például a *proszlambanomenosztól* a *meszéig* tartó szegmens, beleértve az összes köztes hangot, vagy a *meszétől* a *nété hüperbolaióniig* a közbülső hangokkal együtt, vagy akár a *hüpaté meszóntól* a *nété diezeugmenónig* a

⁵⁴ A 4.3-ben felsorolt notációs jelekről (*nota*) van szó.

⁵⁵ Az oktávfajtákból levezethető *modusok* a Ptolemaioszra támaszkodó, de azt (is) módosító boethiusi elképzelés kulcsmozzanata, lásd följebb 46. jegyzet.

⁵⁶ A latin szövegben *constitutio*, vagyis nem *systema*.

szélsők által közre zárt hangokkal együtt. A *szünémmenón* rendszer pedig a *proszlambanomenosztól* megy a *nété szünémmenónig* a közbülső hangokkal együtt. A kettősoktávét pedig a *proszlambanomenosztól* a *nété hüperbolaiónig* a közbevetett hangokkal együtt. Mármost ha ezek közül a rendszerek közül az imént tárgyalt oktavfajtákat figyelembe véve alkotjuk meg az összeset, akár felfelé a magasabb hang felé haladva, akár lefelé, a mélyebb felé, akkor éppen hét *modus* jön létre.⁵⁷ Ezek nevei a következők: hüpodór, hüpophrüg, hüpolüd, dór, phrüg, lüd és mixolüd. A sorrendjük pedig a következőképpen alakul. Vegyük a hangok sorát a diatonikus genoszban a *proszlambanomenosztól* a *nété hüperbolaiónig*: ez lesz a hüpodór *modus*. Ha pedig a *proszlambanomenoszt* egy egészhangközzel magasabbra emeljük, és ugyanezzel az egészhangközzel emeljük meg a *hüpaté hüpatónt*, továbbá az összes többi hangot, akkor az egész sor magasabb lesz annál, mint mielőtt egy egészhangközzel megemeltük. Így jön létre egy teljes, de már magasabb rendszer, a hüpophrüg *modus*. Ha viszont a hüpophrügben emeljük a hangokat egy egészhangközzel magasabbra, akkor a hüpolüd *modus* jön létre. Ha pedig a hüpolüdot emeljük félhangközzel, akkor a dórt hozzuk létre. Ugyanez a helyzet a többi *modusban*, ha a hangokat magasabbra emeljük. És hogy mindennek az elve ne csupán értelemmel legyen befogható, hanem a felépítése is szemmel látható legyen, ideillesztjük azt az ábrát is, amelyet a régi zenetudósoktól (*musicus*) vettünk át.⁵⁸ De mivel a régi zenetudósok minden egyes *modusban* különbözőképpen jelölték az egyes hangokat, célszerű előbb bemutatni ezt a jelölés-rendszert, hogy aztán majd ennek ismeretében a *modusok* ábrája könnyen áttekinthető legyen.

⁵⁷ A *modusok* számát illetően – itt hét, lejjebb nyolc – lásd följebb 46. jegyzet.

⁵⁸ *Antiqui musici*: bár a hangjegyzés és a hangok jelei kapcsán elsőre a gyakorlati muzsikusra gondolhatnánk, a notációs jelek a zeneelméleti traktátusokban is fontos szerepet kaptak, így már Arisztoksenosznál, aki csupán utal a hangjegyzésre, illetve például Ptolemaiosznál vagy Ariszteidész Quintilianusnál. Vagyis a muzsikuskok itt is inkább a zenetudósokat jelenthetik, mint az első könyv utolsó fejezetében (1.34). Továbbá a *régi muzsikuskok* nem általánosságban érthető a zeneelméleti hagyományra, hanem – Hagel (2009, 101) szerint – feltehetően konkrét nevek rejlenek a megfogalmazás mögött (vö. följebb a 46. jegyzet).

hüpermixolüd	mixolüd	lüd	phrüg	dór	hüpolüd	hüpophrüg	hüpodór	
Γ Δ	Δ	Γ	Λ	Ξ	Φ	Ω	Ρ	proszlambanomenosz
Φ	Γ Δ	Γ	Γ	Ε	Σ	Φ	Ω	hüpaté hüpatón
Υ	Υ	Ρ	Γ	Ε	Θ	Υ	Β	parhüpaté hüpatón
Π	Τ	Φ	Γ Δ	Δ	Γ	Λ	Κ	likhanosz hüpatón
Υ	Π	Σ	Φ	Γ Δ	Γ	Γ	Ε	hüpaté meszón
Δ	Ο	Ρ	Υ	Υ	Ρ	Γ	Ε	parhüpaté meszón
Υ	Κ	Δ	Υ	Π	Φ	Γ Δ	Δ	likhanosz meszón
Γ	Η	Ι	Υ	Π	Σ	Φ	Γ Δ	meszé
Β	Ζ	Θ	Δ	Ο	Ρ	Υ	Υ	trité szünémmenón
∗	Α	Γ	Η	Κ	Υ	Π	Τ	paranété szünémmenón
Ι	∗	Υ	Γ	Υ	Α	Υ	Π	nété szünémmenón
Υ	Γ	Ζ	Ι	Υ	Ο	Σ	Φ	parameszé
Υ	Β	Ε	Θ	Δ	Ξ	Ρ	Υ	trité diezeugmenón
Ι	∗	Υ	Γ	Υ	Α	Υ	Π	paranété diezeugmenón
Υ	Ι	Φ	Υ	Ζ	Π	Α	Υ	nété diezeugmenón
Δ	Κ	Λ	Υ	Β	Ε	Φ	Δ	trité hüperbolaión
Υ	Δ	Υ	Υ	∗	Υ	Ζ	Υ	paranété hüperbolaión
Ζ	Υ	Α	Υ	Υ	Υ	Ζ	Ζ	nété hüperbolaión

16. A *modusok* rendjét és különbségeit bemutató ábra

A fenti ábrán a húrokhoz tartozó nevek és mellettük a jeleik láthatók. Látható továbbá az összes *modus* elnevezése, legyen az a lüd, a phrüg vagy a dór. És mivel azt állítottuk, hogy a *modusok* az oktávkonsonancia fajtáiból származtathatók,⁵⁹ adjunk leírást is az ábrához, csupán a diatonikus genoszban. Így ha valaki akár csak rápillant erre az ábrára, máris érthető lesz a számára, miben is áll a *modusok* rendszere.

⁵⁹ Lásd 4.15.

17. Az előbbi *modus*-ábra magyarázata⁶⁰

Az imént azt állítottuk, hogy hét *modus* van, azonban, úgy tűnik, ezzel nem összeegyeztethetetlen, ha az eddigiekhez hozzáveszünk még egy nyolcadikat.⁶¹ Hogy miért tesszük, azt valamivel lejjebb majd kifejtjük,⁶² de előbb vegyük észre, hogy a rubrikák közül, amelyeket a függőleges vonalak szabályos rendje különböztet meg egymástól, némelyekben van zenei jel, másokban viszont egyáltalán nincs. Így például a hüpermixolüd *modus*ban az első rubrikában egy ω , a harmadikban egy Φ betűjel található, míg a másodikban nincs jelölés. A jelölések effajta megszakítása azt jelzi, hogy ott a távolság egészhangköz. Ezzel szemben az a tény, hogy a harmadik rubrikában a Φ jelet és a negyedikben az Υ jelet nem üres rubrika választja el, hanem csupán egy vonal, azt mutatja, hogy közöttük a távolság félhangköz. Ez a következőképpen bizonyítható: ha ugyanis az ω a *proszlambanomenosz*, a *hüpaté hüpatón* a Φ , a *parhüpaté hüpatón* pedig az Υ , akkor a *proszlambanomenosz*, vagyis az ω és a *hüpaté hüpatón*, tehát a Φ között a távolság szükségképpen egészhangköz; a *hüpaté hüpatón*, vagyis a Φ és a *parhüpaté hüpatón*, azaz az Υ között pedig félhangköz.

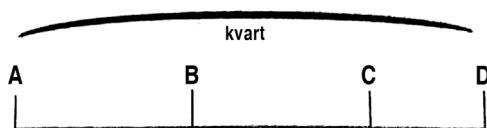
Ugyanez a helyzet az összes többi *modus*ban: ha a hangok jeleit egy teljes rubrika választja el, ez azt jelenti, hogy közöttük a távolság egészhangköz. Ha viszont a rubrika nem üres, hanem egy kis vonal választja el a jelöléseket, akkor a távolságuk félhangköz. Mindezt előrebozsátva, ha két, kettősoktáv-konszonanciával megadott rendszert hasonlítunk össze egymással annak érdekében, hogy megtudjuk, a kettő közül melyik a mélyebb, vajon az-e, amelyikben a *proszlambanomenosz* mélyebb

⁶⁰ A notációs jelekkel ellátott *modus/tonosz*-ábra előképe az a *tonosz*-ábra lehet, amelyet Ariszteidész Quintilianus szárnyhoz hasonlít (AQ 1.11). Az ábra nem maradt fenn a kézirat hagyományban, de lásd az angol fordításhoz mellékelt ábrákat: Barker (1989, 428–429), aki szerint a *tonosz*ok együttesének ábrázolása paralelogramma alakot rajzol ki, és ezt hasonlítja Ariszteidész szárnyhoz. Boethius hét *modus*ának ábrázolása feltehetően az Ariszteidész-féle (és Arisztozenoszra visszavezethető) tizenöt/tizenhárom *tonosz*-ábrázolás szűkített változata (vö. Hagel 2009, 101). A *tonosz*okhoz kitűnő bevezetés: Barker 1989, 17–27.

⁶¹ Lásd 4.15, illetve följebb 46. jegyzet.

⁶² Lásd a fejezet végén.

a másik *proszlambanomenosz*ánál, vagy netán az, amelyekben az egyik hangmagassághoz mélyebb hang jele tartozik, mint azonos pozícióban egy másik hangmagassághoz (persze végig ugyanabban a *genoszban* maradván), és ebből következőleg lesz mélyebb az egész sor. Ezt a középső hangtól, a *meszétől* célszerű megfogni. A kettősoktáv-konzonancia két hangsora közül ugyanis annak lesz a teljes sora mélyebb, amelyiknek a *meszéje* mélyebb. Ha ugyanis minden egyes hangot összehasonlítunk a neki megfelelővel, akkor azt találjuk, hogy mindegyik egyformán mélyebb. Így, ha az egyik középső hangot a másik középsőnél egy egészhangközzel vagy magasabbnak, vagy mélyebbnek találjuk, akkor ezeket összehasonlítva – már ha ugyanabban a *genoszban* vannak – az összes hangot egy egészhangközzel fogjuk magasabbnak vagy mélyebbnek találni. Ha adott négy középső hang, ahol az első a negyediktől kvart távolságra van, akkor az első a másodiktól egészhangközzel tér el, a második a harmadiktól ugyanúgy egészhangközzel, a harmadik a negyediktől pedig félhangköznyi távolságra van, mégpedig a következőképpen. Legyen a négy középső hang az A, a B, a C és a D, és az A a D-hez viszonyítva adjon többletharmados arányt, vagyis kvartot. Továbbá az A a B-től álljon egészhangköz távolságra, és a B a C-től szintén egészhangköz távolságra, így a maradék, vagyis a C és a D félhangköznyi távolságot kell adjon.



Ha pedig öt középső hang van, akkor is ugyanígy megy a dolog. Ha ugyanis az első az ötödiktől többletfeles arányban tér el, és az első a másodiktól, a második a harmadiktól és a harmadik a negyediktől egy-egy egészhangközzel különbözik, akkor a negyedik az ötödikkal félhangköznyi eltérést fog adni. Továbbá amelyikben a középső hang közelebb kerül a többi *modus proslambanomenosz*ához, az emezeknél mélyebb *modust* ad, amelyikben pedig a többi *modus nétéjéhez* kerül közelebb, az magasabbat. Minthogy tehát a fenti ábrán a *modusokat* úgy ábrá-

zoltuk, hogy az olvasónak balra helyezkednek el az első *proslambanomenoszok*, jobbra az utolsó *néték*, ezért látható, hogy mindegyiknél magasabb *modus* a hüpermixolüd, és mindegyiknél mélyebb a hüpodór. Tovább menve a többire is megmutatjuk, mégpedig a legmélyebbtől, vagyis a hüpodórtól kezdve, hogy mekkora különbséggel térnek el egymástól. A hüpodór *modus meszéje*, vagyis az ω a hüpophrüg *modus meszéjétől* egy egészhangközre van. Ez könnyen látható ezen az ábrán, ha a hüpophrüg *meszéjéhez*, vagyis a Φ -hez ugyanannak a hüpophrügnek az ω -ját hasonlítjuk, ami a hüpodórban a *meszé*, a hüpophrügben viszont a *likhanosz meszón*. A Φ és az ω ugyanis egy egészhangközben tér el, amint azt a köztük levő üres rubrika mutatja. Továbbá a hüpolüd *meszéje* a hüpophrüg *meszéjétől* egy egészhangközre van. A \mathbf{C} ugyanis, vagyis a hüpolüd *meszéje* egy egészhangköz távolságra van a Φ -től, ami a hüpolüdben a *likhanosz meszón*, a hüpophrügben viszont a *meszé*. Hasonlóképpen a hüpolüd *meszéje*, vagyis a \mathbf{C} , a dór *meszéjétől* félhangköz távolságra van. Ezt abból lehet észrevenni, hogy a hüpolüd *meszéje* fölé nyúló rovatot és a dór *meszé* rovatát kis vonal, és nem üres rubrika választja el egymástól.⁶³ Ebből pedig az következik, hogy a hüpodór *meszéje* a dór *meszéjétől* teljes kvartkonszonzancia távolságra van, ami a következőképpen igazolható: a hüpodór *meszé* (ω) azonos a dór *hüpaté meszónnal* (ω), és így a *meszétől* kvartkonszonzanciával tér el – bármelyik *modus* és bármelyik *genosz* esetében.

⁶³ A szövegahagyomány ezen a ponton a dór *meszé* táblázatbeli (lásd: Ábra 4.16) saját rovata (*ordo*) helyett ennél is a fölötte levő vagy „föleje kinyúló” (*in sursum prodeuntem* – sc. *ordinem*) rovatot nevezi meg. A két rovat közötti üres rubrika (*pagina*, *paginula*) vagy vonal (*versus*, *versiculus*) mint kritérium teljesülése – lásd feljebb a 4.17 elején – viszont világosabb, ha a két kérdéses rovat egymás mellé kerül, mert így lesz látható, vonal van-e közöttük, vagy üres rubrika. Ezért a fordításban leahagytuk a második [*in*] *sursum prodeuntem*-et (annál is inkább, mert az *in* prepozícióval bővült forma önmagában is nehezen értelmezhető). Mai gondolkodásunkkal aligha tennénk különbséget, ahogyan Boethius teszi, a 4.16 táblázat celláinak elnevezésében attól függően, hogy a cella üres-e (*pagina*, *paginula* = rubrika), vagy sem (*ordo* = rovat). A két fogalom konvergenciája abban is megnyilvánul, hogy amikor jelet tartalmazó cella *fölötti* celláról beszél – ennek a horizontális szomszédjával való viszonyát (egész- vagy félhang távolság) vizsgálva –, akkor a jelet tartalmazó rovat (*ordo*) fölötti üres cellát is *ordóként* nevezi meg.

Hasonlóképpen a dór *meszé*, a Π , a phrüg *meszjétől*, a M -tól⁶⁴ egészhangköz távolságra van. Ugyanis a *meszé* a dórban a Π , és ez azonos a phrügben a *likhanosz meszónnal*. A phrügben a *meszé*, a M , egészhangköz távolságra van a lüd *meszétől*, vagyis az I -tól. Valóban, a *meszé* a phrügben, a M , a *likhanosz meszón* a lüdben. Másfelől a lüd *modus meszéje*, az I , a mixolüd *meszétől*, az H -tól félhangköz távolságra van.

Ha ugyanis összevetjük a lüd *meszét* tartalmazó függőleges rovatot a mixolüd *meszét* magában foglaló függőleges rovattal, akkor látható: nem üres rubrika, hanem vonal választja el őket. A mixolüd *meszé*, vagyis az H úgyszintén egészhangköz távolságra van a hüpermixolüd *meszétől*, azaz a Γ -tól, mivel az az H , amelyik a *meszé* a mixolüdben, az a *likhanosz meszón* a hüpermixolüdben. Mindebből az következik, hogy a dór *meszé* a mixolüd *meszétől* kvartkonszonancia távolságra van. Ez a következőképpen igazolható: a dór *meszé* (Π) azonos a mixolüd *hüpaté meszónnal*, vagyis ez egyszersmind a Π , ami viszont bármelyik *modusban*⁶⁵ kvartkonszonanciát ad a *meszével*. Hasonlóképpen a dór *meszé*, vagyis a Π a hüpermixolüd *meszével*, tehát a Γ -val kvintkonszonanciát ad. A dór *meszé*, azaz a Π ugyanis a *likhanosz hüpatón* a hüpermixolüd hangsorban. A *likhanosz hüpatón* pedig a *meszével* összevetve a diatonikus genoszban kvintkonszonancia távolságra van a *meszétől* bármelyik *modusban*.

És hogy miért iktattunk be egy nyolcadik *modust*, a hüpermixolüdot, az világossá válik a következőből. Legyen az alábbi egy kettősoktáv-konszonancia:



Az A a H -val oktávkonsonanciát ad. Ugyanis nyolc hangmagasságból áll. Láttuk, hogy az oktávajták közül az első az AH , a második a BI , a harmadik a CK , a negyedik a DL , az ötödik az EM , a hatodik az FN , a

⁶⁴ Mivel görög betűkről van szó: ‘a *mütől*’, és nem ‘az M -tól’; ‘az *iótától*’, és nem ‘az I -tól’, ‘az *étától*’, és nem ‘a H -tól’.

⁶⁵ Vagyis a mixolüdben is. A bizonyítás logikája: két különböző *modus meszéjének* a távolságát a hangjelek azonossága alapján vezetjük vissza egy *moduson* belüli fokok ismert (fix) távolságára.

hetedik a GO. Marad ezeken felül még egy, a HP, amelyet azért tettek hozzá, hogy teljes legyen a sor. Ez hát a nyolcadik *modus*, amelyet Ptolemaiosz illesztett a többi fölé.⁶⁶

18. Hogyan lehet a fül segítségével minden kétséget kizáróan felismerni a zenei konszonzanciákat?⁶⁷

Hogy teljes bizonyossággal elsajátítsuk a konszonzanciák elméletét, a következő igen egyszerű kis eszköz lesz a segítségünkre. Vegyünk egy gondosan elhelyezett mérőlécezt, ez lesz az AD. Helyezzünk rá két, görögül *magadisznak*⁶⁸ nevezett félgömböt úgy, hogy az E görbületi pontból a B-be húzott szakasz mindkét végén⁶⁹ derékszögeket alkosson, és ugyanígy, az F görbületi pontból a C pontig húzott szakasz is mindkét végén derékszögeket alkosson.⁷⁰ A félgömbök legyenek mindenhol pontosan egybevágóra csiszolva, és készüljenek további ezekkel egyenlő félgömbök ugyanezre a célra. Feszítsünk ki ezeken a félgömbökön át egy mindenütt egyenes húrt, ez lesz az AEFD. Ha ezek után meg akarom tapasztalni, milyen a kvartkonszonzancia, akkor a következőképpen járok el. A távolságot az E ponttól (ahol a húr érinti a félgömböt) egészen az F pontig (ahol a húr a másik oldalon csatlakozik a húrhoz), azaz az EF-et felosztom hét részre, és a hétből négy részhez teszek egy pontot, mégpedig a K-t. Így az EK a KF-fel többlesharmados arányt ad. Vagyis, ha a K-hoz illeszték egy, a fentiekkel egyenlő félgömböt, majd

⁶⁶ Ezzel szemben Ptolemaiosznál az olvassuk (PH 2.10), hogy *egy* zeneelméletírók egy nyolcadik *tonoszt* is betesznek a többi fölé, de szerinte ez felesleges, mert ez azonos a hüpodórral. A nyolcadik *modus*, a beillesztés indoklása és a Ptolemaioszhoz való viszony kérdéséről lásd följebb a 46. jegyzetet.

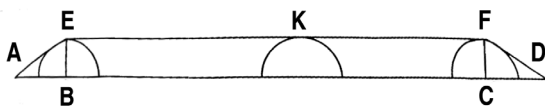
⁶⁷ A 4.18 és a PH 1.8 párhuzamai mellett az eltérések legalább annyira figyelemre méltók: (i) Ptolemaiosznál nincs „együtt megpendítés”; (ii) Boethiusnál nincs oktáv+kvart (ami a püthagoreus elméletben nem konszonzancia, lásd 1.5, 2.27, 5.4–11); (iii) a Ptolemaiosz által leírt kísérletek nem tesznek különbséget *együtt-* és *külön-külön-* (értsd: váltogatva) hangzás között (*simul* vs. *alterutra*). Az „egyszerre megpendítés”-hez lásd még 4.1 és ott 6. jegyzet, valamint 5. könyv 31. jegyzet.

⁶⁸ A görög forrásokban *magadisz*, Boethius szövegében *magadai* (plur.).

⁶⁹ Szó szerint: *circum se* (önmaga körül).

⁷⁰ A BE és a CF szakaszok derékszöveget zárnak be AD-vel és a közös érintővel az érintő és a félkörök metszéspontjában.

pengetővel megpendítem egyszer az EK-t, majd a KF-et, akkor a kvart-konzonancia hangtávolsága csendül fel. Ha pedig mind a kettőt megpendítem egyszerre, akkor a kvart összhangzatra ismerek rá. Ha a kvintet szeretnénk megkapni, akkor öt részre osztjuk a teljes húrt, három részt hagyva az egyik, kettőt a másik oldalon, és a félgömböt idehelyezve az előbb említett módszerrel vizsgáljuk a megpendített részek együtt, illetve külön-külön hangzását.⁷¹ Ha ezek után ugyanígy szeretnénk kísérletezni az oktávkonzonanciával, akkor három részre osztjuk fel a teljes húrt úgy, hogy a két rész a „kettő az egyhez” arányt adja, és ha ezután ezeket vagy egyszerre, vagy felváltva pendítjük meg, akkor hallható lesz, hogyan szól a két hang együtt, és hogyan csendülnek fel külön-külön. A konzonanciák egymáshoz illesztésével előálló tripla⁷² pedig úgy kapható meg, hogy négy részre osztom fel a teljes húrt, és a három részhez helyezett félgömb adja a tripla arány külön-, avagy együtt hangzását.



Ezzel a zenéről, azaz a harmóniatanról⁷³ szóló negyedik könyv végére értünk.

⁷¹ A szövegben *consonantias dissonantiasque*, ugyanakkor a kontextus arra enged következtetni, hogy (Bower fordításával ellentétben) nem a konzonanciákról és a diszonanciákról van szó, hanem itt a latin szövegben „szó szerint” kell érteni az együtt-hangzást és szét-(külön)hangzást, vagyis a kvintet határoló hangok együtthangzásáról lehet szó (ha egyszerre pendítjük meg a két húrszakaszt), illetve a kvintet alkotó hangok külön-külön felcsendülésről. Annál is inkább ez a valószínű, mert a boethiusi elképzelés szerint (lásd 5.2 és ott 6. jegyzet) éppen a mérőléccl és *magadiszekkel* felszerelt monokhordon (a kanónon) végrehajtott műveletek segítik hozzá a ráció nélkül bizonytalankodó hallást ahhoz, hogy *igazi* konzonanciákat halljon.

⁷² Oktáv+kvint (duodecima) konzonancia: $(2:1) \times (3:2) = 3:1$

⁷³ A negyedik könyvet lezáró mondatban ez az ártatlannak látszó pontosítás is arra látszik utalni, hogy Boethius tudatában van annak, hogy mást jelent a görög *musziké*, és mást a *harmonika* (bővebben erről a bevezető tanulmányban).

ÖTÖDIK KÖNYV

1. Előszó
2. A harmóniatani képesség: az ítéletalkotásban milyen eszközökkel rendelkezik, mennyire bízhatunk meg ezekben?
3. Mi a harmóniatani regula? Mi a harmóniatan tárgya a püthagoreusok szerint, mi Arisztoxenosz és mi Ptolemaiosz szerint?
4. Miből eredezteti a hang magasságát és mélységét Arisztoxenosz, a püthagoreusok és Ptolemaiosz?
5. Mit állít Ptolemaiosz a hangok különbségéről?
6. Melyek a harmóniatan keretében tárgyalható hangok?
7. Hányféle arány létezik a püthagoreusok szerint?
8. Miben vitatja Ptolemaiosz a püthagoreusok felfogását az arányok számát illetően?
9. Ptolemaiosz biztanyítása arra, hogy az oktáv+kvarnt konszonancia
10. Miért különleges az oktáv+konszonancia?
11. Hogyan határozza meg Ptolemaiosz a konszonanciákat?
12. Melyek a homofón hangok, melyek a konszonánsak és melyek a melodikusak?
13. Mi Arisztoxenosz felfogása a hangközökről?
14. Az oktakhord ábrázolása: az oktáv kisebb hat egészhangköznel
15. A tetrakhord hangtávolsága kvart+konszonancia
16. Hogyan osztja fel Arisztoxenosz az egészhangközt, illetve a genoszokat? (A felosztások ábrázolása)
17. Hogyan osztja fel Arkhütasz a tetrakhordokat? (A felosztás ábrázolása)
18. Mit kifogásol Ptolemaiosz Arisztoxenosz és Arkhütasz tetrakhordbeosztásaiban?

19. Hogyan kell Ptolemaiosz szerint beosztani a tetrakhordokat?
20. *Hogyan lesz az arányok egyenlőségéből nemegyenlőség?*
21. *Hogyan osztja fel Ptolemaiosz két részre a kvartot?*
22. *Melyek a sűrűsödéses genoszok és melyek nem ilyenek? Hogyan rendelhetők hozzájuk arányok, valamint az enharmonikus beosztása Ptolemaiosznál.*
23. *A lágy kromatikus beosztása Ptolemaiosznál*
24. *A feszes kromatikus beosztása Ptolemaiosznál*
25. *A sűrűsödéses genoszok Ptolemaiosz-féle beosztása számokkal és arányokkal*
26. *A lágy diatonikus beosztása Ptolemaiosznál*
27. *A feszes diatonikus beosztása Ptolemaiosznál*
28. *A toniaiosz diatonikus beosztása Ptolemaiosznál*
29. *Táblázat: a számokkal és arányokkal megadott genoszbeosztások*
30. *Az egyenlő diatonikus beosztása Ptolemaiosznál*

(A dőlt betűs címekhez tartozó fejezetek nem maradtak fenn.)

1. Előszó

A mérőléces monokhord beosztása után célszerűnek látszik az eddigieket kiegészíteni néhány dologgal, amiben vita volt a régi zenetudósok között. Így alapos megfontolás után alkothatunk róluk véleményt. Amire itt nem térünk ki, annak józan belátással bárki maga is utána járhat. Például másképpen is be lehet osztani a monokhordot, úgy, hogy ne csupán egyetlen húron végezzük el a megadott arányok szerint a beosztást, hanem nyolc húron, sőt, egy *kithara* is kialakítható olyasféle képpen, hogy rajta mintegy a szemünk elé tárulva legyen szemlélhető a teljes arányelmélet, sok húron, vagyis éppen annyin, amennyi ehhez szükséges.

2. A harmóniatani képesség: az ítéletalkotásban milyen eszközökkel rendelkezik, mennyire bízhatunk meg ezekben?¹

Később még szó lesz ezekről a kérdésekről.² Előbb azonban tisztáznunk kell, hogy valójában mi az a harmóniatani képesség (*vis*), aminek a megtárgyalását magunk elé célul tűzve teleírtunk már négy teljes könyvet. Erre az ötödik könyvre halasztottuk annak kifejtését, mi a harmóniatan természete (*natura*), illetve hogy mi is ez a képesség. A harmóniatan adottság (*facultas*), amely a mély és a magas hangok különbségeit mérlegeli érzékeléssel és gondolkodással egyaránt.³ Az ér-

¹ Lásd PH 1.1

² Lásd 5.14 (az oktakhordról).

³ Boethius két szóval (*vis, facultas*) fordítja a ptolemaioszi *harmoniké dűnamisz*t. A *Harmonika* 1. könyvének első mondata a *harmoniké dűnamisz* rövid meghatározása, az itt olvashatóval lényegében azonos. A különbség: Boethius a fogalom meghatározásába emeli be az érzékelés és értelem együttesét, Ptolemaiosz előbb a hang (*pszophosz*) mibenlétéről szól, és csak ezt követi a *harmonia* két *kritérion*-ja: a hallás (*akoé*) és az értelem (*logosz*). (A ptolemaioszi és boethiusi felfogás közötti árnyalatnyi különbségről lásd lejjebb a 6. jegyzetet.) Ptolemaiosz a kitűzött zeneelméleti anyag végére érve a *Harmonika* 3. könyvében tér vissza a *harmoniké dűnamisz* mibenlétére (3.3). „Aki tanulmányozta ezeket a dolgokat,” – mondja Ptolemaiosz – „annak számára természetes, hogy egyrészt rácsodálkozik a *harmoniké dűnamisz* mibenlétére, mint olyanra, mely a legracionálisabb és a legpontosabb módon feltárja és reprodukálja jellegzetes alakzatainak (*ta eidé*) különbözőségeit, másrészt hogy valamiféle isteni szenvedélyből vágyik vizsgálat

zékelés ugyanis, nemkülönben a gondolkodás, tulajdonképpen egyfajta eszközei a harmóniatani adottságnak.⁴ Az érzékelés ugyanis ráirányítja a figyelmet valami bizonytalan dologra,⁵ ami azonban csak majdnem olyan, mint amilyennek azt érzékeli. A gondolkodás viszont a dolgokat a maguk teljességében (*integritas*) ítéli meg, és a bennük levő csekély eltéréseknek is utánajár. Vagyis az érzékelés bizonytalan, így az igazsághoz legjobb esetben is csak közeli dolgokra talál rá, míg az Egész a gondolkodástól kapja. A gondolkodás viszont az Egészre ugyan saját maga rátalál, de az Igazságnak csupán közelítő, bizonytalan hasonlóságát fogja fel. Az érzékelés semmit nem fog fel az Egészből, de egyre közelebb jut hozzá, míg a gondolkodás ítéletet alkot róla. Mint amikor valaki szabad kézzel rajzol egy kört: szemre akár úgy is vélheti, hogy amit rajzolt, az valóban kör, de a gondolkodás jól tudja, hogy messze

alá venni a *harmonika* nemét (genosz), és kutatni, melyek azok a dolgok ebben a világmindenségben (*koszmosz*), amelyekhez a *harmonika* kapcsolódik.” Andrew Barker szép elemzését (2000, 259–263) felidézve: ha a *harmoniké dűnamisz*t harmóniatani erőnek értelmezzük (és fordítjuk), akkor valamiféle hatást gyakorolni képes fizikai valóságossággal ruházzuk fel, de, mint a fenti idézetből sejtethető, Ptolemaiosz nem erre gondolt. És nem is valami megmagyarázhatatlan természetfölöttire, hanem a tudósnak, a muzsikusnak, illetve általában az emberi lénynek arra a *képességére*, amelynek köszönhetően (ésszel és hallással) felfogja mindazt, ami a *harmonika* jelent. (A *harmonika* a *harmonia*kkkal kapcsolatos ‘dolgok’ összessége, mint pl. a *phüszika* vs. *phüszisz*.) Ennek a ‘harmonikai ‘képességnek a birtokában képes Ptolemaiosz a már a műve legelső mondatában exponált *harmoniké dűnamisz* definíciójától megtenni a hosszú és nehéz utat a művet lezáró fejezetekig, ahol e *dűnamisz* természetéről tesz fel kérdéseket (lásd PH 3.3–14, ill. Barker uo.).

⁴ Itt *instrumentum*, Ptolemaiosznál *kritérion*.

⁵ A mondat fordítása és értelmezése attól (is) függ, kapcsolatba hozzuk-e az itt előadottakkal a latin mögött álló ptolemaioszi fogalompárt – *confusum* (*szünkekhümenon*) ill. *distinctum* (*kekhóriszmenon*) – azzal, amiről Platón értekezik az *Allamban* (524c): „Az t mondtuk, a látás is nagyot és kicsinyt látott, de nem elválasztva, hanem összekeverve (*szünkekhümenon*). (...) Ennek a tisztázása céljából volt kénytelen a gondolkodás (*noészisz*) a nagyot és a kicsinyt szemügyre venni, de nem összekeverve (*szünkekhümenon*), hanem szétválasztva, éppen ellenkezőleg, mint a látás.” (ford. Steiger Kornél) Ebben a kontextusban túl erősnek tűnt a *confusum* szóra a magyarban némileg negatív konnotációjú *összekevert*.

nem azonos azzal, amire hasonlít. Ennek az az oka, hogy az érzékelés az anyagi dolgokra irányul, és ezekben ragadja meg az egyedi alakzatokat, vagyis olyasmit, ami szétfolyó, be nem fejezett, nem meghatározott és csak nagyjából megmunkált – mint amilyen maga az anyag. Így hát az érzékelés bizonytalansággal jár. A gondolkodás és az értelem viszont, minthogy egyik sem bajlódik az anyaggal, az egyedi dolgokat, amelyeket szemlél, tárgyi mivoltuk nélkül vizsgálja. Ezért a gondolkodás velejárója a teljesség és az igazság, de leginkább azért, mert a gondolkodás javítja, illetve kiegészíti azt, ami az érzékelésben hibás vagy hiányos. Meglehet, hogy egyenként csupán csekélyke tévedést tartalmaz az, amit az érzékelés, mint valami tapasztalatlan becsüs, nem a maga teljességében, hanem bizonytalanul, az igazságnak híjával értékelt. Ám ezek összeadódva megsokszorozódnak, és ez végül számottevő eltérést eredményez. Ha ugyanis az érzékelés úgy ítéli meg két hangról, hogy a távolságuk egészhangköz, holott nem az, majd egy harmadik hang távolságát valamelyikőjüktől ismét csak egészhangköznek véli, pedig az sem teljes és valódi egészhangköz, majd a harmadik és egy negyedik közötti távolságot újra csak egészhangköznek vél, de ebben is téved, mivel ez sem egészhangköz, és végül a negyedik és egy ötödik közötti távolságot félhangköznek vél, ám ezt sem helyesen és tökéletesen becsüli meg, akkor végül, bár a tévedések egyenként véve talán kevésbé feltűnők, ha egyesítjük és összesítjük mindet, amit az érzékelés elvétett az első egészhangköznel, és amit a másodiknál és a harmadiknál, valamint amit a negyedik félhangköznel hibázott, akkor ennek az lesz az eredménye, hogy az első és az ötödik hang között a hangtávolság nem a kvintkonszonancia lesz, holott az kellett volna legyen abban az esetben, ha az érzékelés helyesen ítélte volna meg a három egészhangközt és a félhangközt. Ami tehát az egészhangközöknél egyenként véve kevésbé feltűnő, ugyanaz, ha összeadódik, a konszonanciát illetően már nyilvánvaló lesz.

De hogy még világosabb legyen, hogy az érzékelés bizonytalanul működik, és hogy nem érhet fel az értelem teljességével, gondoljuk át a következőt. Az érzékelés számára semmi nehézséget nem jelent, hogy megmondja, két szakasz közül melyik a kisebb és melyik a nagyobb. De ha a feladat az, hogy ítélje meg, *mennyivel* nagyobb vagy kisebb az egyik

szakasz a másíknál, akkor ezt már nem az érzékelés fogja megoldani az első benyomás alapján, hanem a gondolkodásban meglévő biztos szakértelem. Vagy ha a feladat egy kétszer akkora vagy feleakkora szakasz megszerkesztése, még talán ezt is képes lesz az érzékelés ügyesen megoldani, jöllehet ezzel a feladattal már kissé nehezebben boldogul, mint azzal, hogy első ránézésre megtalálja két szakasz közül a nagyobbbat vagy a kisebbet. Ha azonban az utasítás az, hogy szerkessze meg egy adott szakasz háromszorosát, vagy vegye el belőle a harmadrészét, vagy határozza meg a négyszeresét, vagy vágja le a negyedrészt, akkor vajon megtudja-e oldani ezt az érzékelés úgy, hogy ne járulna hozzá a megoldáshoz a gondolkodás hitelesítő ereje? Látható tehát, hogy ha valamely műveletben megnő a gondolkodás szerepe, akkor az érzékelése csökken.

Ha valaki azt a feladatot kapja, hogy egy adott szakaszból vegye el a nyolcadrészt, vagy állítsa elő a nyolcszorosát, akkor kénytelen lesz előbb az egésznek venni a felét, majd annak a felét, azaz az egész negyedét, majd ennek a felét, azaz az egész nyolcadrészt. Vagy a másik esetben az egésznek a kétszeresét, a kétszeres kétszeresét, azaz a négyszeresét, és a négyszeres kétszeresét, azaz a nyolcszorosát. Vagyis ha ekkora számokról van szó, akkor az érzékelés már nem segít, ugyanis az ítéletalkotása, mivel rögtönző és felületes, nem jut el a hitelességig és a tökéletességig.

Ezért hát nem szabad mindent a hallásérzék ítéletére bízni, hanem a gondolkodást is be kell vonni, hogy ő irányítsa a tévesztésre hajlamos érzékelést, hogy a helyes mederbe terelje, és hogy a reszketeg lábú és erőtlen érzékelés órá támaszkodhasson, mint valami járóbokra. Ugyanis ahogyan az egyes mesterségek is használnak bizonyos szerszámokat, részint olyanokat, melyekkel valamit nagyjából formálnak meg, mint a kalapács, részint olyanokat, amelyekkel a tökéletességet érik el, mint a körző, ugyanígy a harmóniatani képesség is két összetevőre támaszkodhat az ítéletalkotásban. Az egyik az, amelyik az érzékelés segítségével felfogja az elébe kerülő hangok különbségeit, a másik, amellyel ezeknek a különbségeknek a pontos mértékét és méretét mérlegeli.⁶

⁶ A boethiusi *átiratban* mintha a Ptolemaiosznál leírtaknál egy árnyalattal nagyobb szerep jutna az érzékelésnek. Az érzékelés és a ráció itt félvillantott ideális

3. Mi a harmóniatani regula? Mi a harmóniatan tárgya a püthagoreusok szerint, mi Arisztoxenosz és mi Ptolemaiosz szerint?⁷ Harmóniatani regulának⁸ nevezzük azt az eszközt, amelynek segítségével elméleti elvek alapján vizsgáljuk a hangmagasságok különbségeit. Ebben a kérdésben komoly véleménykülönbség volt a tudósok között. Némelyek ugyanis, éspedig azok, akik elsősorban a püthagoreus tanokat tették magukévá, azt állították, hogy a harmóniatan mindent a gondolkodáshoz kíván igazítani.⁹ És hogy bár az érzékelés ülteti el valamiképpen a megismerés magjait, mégis a gondolkodás érleli meg. Arisztoxenosz ezzel szemben azt állította, hogy a gondolkodás csupán kísérő és másodlagos: minden dolog az érzékelés ítélete alapján határozható meg, és egyedül az érzékelés által megszabott mértékre¹⁰ és jóváhagyásra kell szorítkoznunk.¹¹ Ptolemaiosz ezzel szemben másképpen határozta meg a harmóniatan célkitűzését. Álláspontja szerint nem létezhet ellentét a fül és az értelem között. Vagyis Ptolemaiosz

„összjátéka” a példa erre (vö. alább 15. jegyzet). A gondolat eredetisége valószínűleg Ptolemaioszhoz köthető (lásd Barker 1989, 276, 5. jegyzet): az érzékelés önmagában gyenge, a ráció segítségére szorul, a szem és a fül a rációval és belátással bíró lélek szolgálói (PH 1.1), de a Ptolemaiosz követő gondolatmenet lezárása itt már nem él a szolgáló-hasonlattal (vö. 1.9, 1.34, illetve lásd még a bevezető tanulmányban). Az 5. könyvben Boethius nagyobb részét Ptolemaiosz zeneelméletét ismerteti (a *Harmonika* ránk maradt 1. könyve alapján), de szemlélete és anyagkezelése, úgy tűnik, nemegyszer önálló. Az érzékelés és ráció megfelelő összjátéka később is szerepet kap (5.4–9), amikor például – szintén Ptolemaioszt követve – megindokolja, hogy az oktáv+kvint (8:3) miért konszonzancia annak ellenére, hogy a püthagoreusok (mivel ennek a hangköznek az aránya se nem többszörös se nem többletrészes) nem tartják annak, vö. Barbera 1984b.

⁷ A fejezet forrása: PH 1.2

⁸ A *regula* a görög monokhord vagy kanón, a püthagoreus hangköz-arányelmélet egyhúros kísérleti eszköze a mellette vagy alatta elhelyezett vonalzóval (mérőléc)el, leírását lásd a 4.18-ban. Boethius a *kanónt regulának* (pl. 1.10) vagy *regulare monochordumnak* fordítja (1.27, 3.16, 4.5). Vö. 1. könyv 107. jegyzet. A görög monokhordot tárgyaló monográfia: Creese 2010.

⁹ Lásd pl. PM 1144a.

¹⁰ *Modulatio*: lásd följebb Vikárius László jegyzetét: 1. könyv 61. jegyzet. Ehhez a passzushoz sincs közvetlen ptolemaioszi háttérzöveg.

¹¹ PH 2.33–34.

szerint a harmóniatudós¹² azt a célt kell kitűzze, hogy amit az érzékelés állít, annak igazságtartalmát a gondolkodás mérlegelje, és hogy a gondolkodásnak kell olyan számarányokat találnia, amelyek ellen még az érzékelés sem berzenkedik, vagyis hogy a harmóniatudós feladata, hogy értelem és érzékelés egyetértésre jutva egyesüljön.¹³ Elsősorban Arisztozenoszt korholta emiatt, de a püthagoreusokat is. Úgy vélte, Arisztozenosz semmilyen tekintetben nem ad hitelt a rációnak, egyedül az érzékelésnek.¹⁴ A püthagoreusokat pedig azért feddte meg, mert az érzékeléssel egyáltalán nem törődnek, kizárólag a gondolkodással kapott arányszámokkal.

4. Miből eredezteti a hang magasságát és mélységét Arisztozenosz, a püthagoreusok és Ptolemaiosz?¹⁵

Abban mind egyetértenek, hogy a hang levegőütés,¹⁶ de Arisztozenosz másképpen magyarázza a mélység és a magasság különbségét, mint a püthagoreusok. Arisztozenosz ugyanis úgy vélte, hogy a mély és a magas hang közötti különbség a minőségekben van,¹⁷ a püthagoreusok szerint viszont mennyiségekben. Ptolemaiosz pedig mintha közelebb állna a püthagoreusokhoz, ugyanis őszerte sem minőség magyarázza a mélység- és a magasságbeli eltérést, hanem mennyiség. Továbbá, hogy a sűrűbb és kisebb testek magas hangot adnak, a ritkásabb és nagyobb tömegek pedig mélyet. A magasságot vagy a mélységet illetően itt most

¹² A *(h)armonicus* a *harmonika* tudományában jártas tudós, ez a megnevezése a műben egyedül itt fordul elő (Ptolemaioszt követve). Az *armonicus* ugyanúgy nem szinonimája az első könyv utolsó fejezetében (1.34) körülírt elméleti muzsikusknak, a *musicus*-nak (1.34), ahogyan a *quadrivium*hoz tartozó *musica* is más, mint a ptolemaioszi *harmonika* (lásd a bevezető tanulmányban, illetve a negyedik könyv utolsó mondatát).

¹³ Nem szerepel így Ptolemaiosznál, vö. feljebb 6. jegyzet.

¹⁴ Az Arisztozenosz-kritika ebben a sarkított formában méltánytalan, zeneelméleti rendszere nagyon is támaszkodik a gondolkodásra. A kritika alapja, hogy ebben a rendszerben a hangközök nem számarányok (lásd még a bevezető tanulmányban).

¹⁵ Lásd PH 2.3, erősen rövidíti Ptolemaioszt, ugyanakkor ki is egészíti.

¹⁶ Lásd 1.3, ill. 4. könyv 1. jegyzet.

¹⁷ Vö. AH 1.10–13 és Porph. *Comm. Ptol. Harm.* 53.2–3.

mellőzzük inkább a feszítés vagy a lazítás kérdését, jöllehet igaz, hogy amikor valami meglazul, akkor egyszersemind mintha ritkásabbá válna ahhoz képest, amilyen tömör volt, amikor pedig megfeszül, akkor sűrűbbé válik és finomabbá vékonyodik.¹⁸

5. Mit állít Ptolemaiosz a hangok különbségéről?

Miután mindezt tisztáztuk, lássuk, hogyan osztályozta Ptolemaiosz a hangok különbségeit. A hangok vagy uniszónók vagy nem.¹⁹ Azok az uniszónó hangok, amelyek egyetlen hangon szólnak, legyen az magas vagy mély. A nem uniszónó hangok közül pedig az egyik mélyebb, a másik magasabb. Utóbbiak lehetnek olyanok, hogy a különbségük közös határban olvad össze, ugyanis ez a különbség nem diszkrét, hanem úgy jut el a mélytől a magas hangig, hogy folytonosságérzetet kelt. A nem uniszónók lehetnek ugyanakkor olyanok is, hogy a különbségük szünet közbeékelésével érzékelhető. Amikor a hangmagasságok közös határban olvadnak össze, a következő történik. Hasonló ez a jelenség ahhoz, mint amikor annyira közel látjuk egymáshoz a szivárvány színeit az égbolton, hogy még ha el is akarjuk különíteni az egyiket a másiktól, akkor sincs biztos határvonal közöttük, és úgy jutunk el úgymond a sárgáig a vöröstől, hogy a színek folytonos változással folynak át egymásba úgy, hogy nincs közöttük az egyiket a másiktól elválasztó határ.²⁰ Ugyanez a helyzet a hangmagasságoknál: ha megpendítünk egy húrt, majd egyre csak pengetve a húrt tovább feszítjük, akkor az első pengetés mélyebb hangot ad, de miközben feszítjük, ez a hangmagasság vékonyodik, és így folyamatosan keletkeznek mély és magas hangmagasságú hangzások.

¹⁸ Vö. AH 1.10–13.

¹⁹ Lat. *unisonus*, gör. *iszotonosz* vö. PH 1.4 és lejjebb 5.11.

²⁰ Ptolemaiosz a szivárvány után további példákat hoz a természetből a nem zenei hangképzésre: tehénbőgést és farkasüvöltést.

6. Melyek a harmóniatan keretében tárgyalható hangok?

A nem uniszónó hangok közül némelyek tehát folytonosak, mások diszkréték. A folytonosak között vannak olyanok, amelyek különbsége közös határban olvad össze, vagyis a magas és mély hangnak nincs pontosan kijelölt helye. A diszkrétéknek ellenben van saját helyük, miként a nem kevert színeknek, és éppenséggel az egyértelmű pozíciójukban ragadható meg a különbségük. A folytonos nem uniszónó hangok tárgyalása nem tárgya a harmóniatannak,²¹ mivel még egymáshoz sem hasonlítanak, és nem adnak önmagában megragadható hangot. A harmóniatan tárgyát a diszkrét hangok képezik. Ezek különbsége ugyanis megragadható az egymáshoz nem hasonló hangok távolságában. Közülük *emmelész*nek nevezzük azokat a hangokat, amelyek egymáshoz kapcsolva dallamba (*melosz*) illeszkedők, *ekmelész*nek pedig azokat, amelyek egymáshoz kapcsolva nem illeszthetők dallamba.²²

7. Hányféle arány létezik a püthagoreusok szerint?

Konszonánsnak nevezzük azokat a hangokat, amelyek összekapcsolódva kevert és kellemes hangot adnak, diszszonánsak pedig azokat, amelyek nem.²³ Ptolemaiosznak is ez volt a meggyőződése a hangok különbségéről. Most azonban meg kell még mondjuk, miben tér el ő a többiektől, ami a konszonanciákat illeti.²⁴ A püthagoreusok szerint az egyszerű konszonanciák a kvint és a kvart, és ezek egymáshoz kapcsolva létrehoznak még egy konszonanciát, az oktávot. Továbbá, mondják, van még az oktáv+kvint és a kettősoktáv-konszonancia is, egyik a há-

²¹ Pontosabban: „nem tárgya a harmóniatani *adottságnak*”, ugyanis itt is az *armonica facultas* szerepel a latin szövegben, amit följebb (5.2) *adottságnak* fordítottunk, de míg ott indokolt, itt a magyar szövegben elhagyhatónak tűnt ez a pontosítás, mert nincs funkciója, ugyanis itt tulajdonképpen a beszédhangról van szó, amely folytonos és persze nem uniszónó. Az *armonica facultas* terminus (és így a fordítás) valójában nem választható el az *armonica vis*-től: Boethius ezzel a két latin szóval adja vissza azt, ami Ptolemaiosznál a *harmoniké dúnamisz*, lásd följebb 3. jegyzet.

²² Vö. 1.8, 5.11, ill. PH 1.4.

²³ Vö. 1. könyv 77. jegyzet.

²⁴ Lásd PH 1.5.

romszoros, másik a négyszeres [arány]. Az oktáv+kvartot viszont azért nem tartják konszonanciának, mert ez nem tartozik sem a többletrészes, sem a többszörös arányfajtába, hanem többszörös többlethányados. Valóban: a hangoknak ez a viszonya a nyolc és a három arányának felel meg. Ha közéjük illesztjük a négyes számot, a következő határszám-sorozatot kapjuk: 8, 4, 3. Közülük a 8 a 4-gyel oktávkonszonanciát alkot, a 4 a 3-mal kvartot. A 8 a 3-mal többszörös többlethányados arányt ad. Hogy mi a többszörös többlethányados arányfajta, arról az aritmetikáról szóló könyvben szoltunk, és ennek a munkának a második könyvében is tárgyaltuk.²⁵ A püthagoreusok azonban a konszonanciákat a többszörös és a többletrészes arányokhoz sorolják, miként már a második és a negyedik könyvben is említettük,²⁶ és kijelentik, hogy konszonancia nem tarthat sem a többlethányados, sem a többszörös többlethányados arányfajtába. Értekezésünk, a *Tanítás a zenéről*²⁷ második és negyedik könyvében nézhetünk utána annak, hogy a püthagoreusok hogyan kapcsolják az oktávot a dupla arányhoz, a kvartot a többletharmadoshoz, a kvintet a többletfeleshez.²⁸

8. Miben vitatja Ptolemaiosz a püthagoreusok felfogását az arányok számát illetően?²⁹

Ptolemaiosz nem ért egyet a püthagoreusokkal, és a följebb említett két könyvben leírt bizonyítást teljes egészében vitatja, többféleképpen. Mindenekelőtt az egész koncepcióval száll vitába, azzal, hogy a püthagoreusok, miközben a kvartot és a kvintet a többletharmados, illetve a többletfeles arányhoz kapcsolják, egyetlen konszonanciát sem rendelnek hozzá a többi többletrészes arányhoz, annak ellenére, hogy ezek ugyanebből az arányfajtaból valók.

²⁵ 2.4, IA 1.31, vö. 1.4 és 1. könyv 80. jegyzet

²⁶ Lásd 2.18, 4.1.

²⁷ *Institutio musicae*: a kézirati hagyományban rögzült címnek megfelelően, ezen kívül még: 3.10 és 3.16.

²⁸ Lásd 2.18–27, 4.2.

²⁹ Ez a fejezet, valamint a következő kettő nagyjából a PH 1.6 összefoglalása, de Boethius némileg átszerkeszti (5.8), kiegészíti (5.9 és 5.10) és tovább gondolja (5.10), amit Ptolemaiosznál talál.

9. Ptolemaiosz bizonyítása arra, hogy az oktáv+kvart konszonancia

A következőképpen igazolja, hogy oktáv és kvart együtt konszonanciát alkot. Az oktáv-konszonancia olyan hangkapcsolatot hoz létre, amely egyetlen húrnak tűnik, és ezzel a püthagoreusok is egyetértenek. Ezért, ha ehhez adunk hozzá egy konszonanciát, akkor ép és sértetlen marad. Vagyis olyan, mintha az oktáv-konszonancia egyetlen húrhoz adódna hozzá. Vegyük tehát például a *hüpaté meszón* és a *nété diezeugmenón* közötti oktávot. A két hang olyannyira összecseng és egyetlen hanggá kapcsolódik össze, hogy egyetlen hangmagasságnak tűnnek, mintha egyetlen húr hangja ütné meg a hallást, és nem kettőből kevert hang. Vagyis bármilyen konszonanciát illesztünk az oktáv-konszonanciához, az így létrejövő is csorbítatlan, mivel olyan, mintha egyetlen hanghoz vagy húrhoz lett volna hozzáillesztve. Ha a *hüpaté meszón*hoz és a *nété diezeugmenón*hoz illesztünk egy-egy emelkedő kvartot, vagyis a *nété diezeugmenón*hoz a *nété hüperbolaiónt*, a *hüpaté meszón*hoz pedig a *meszé*, akkor mindkettő mindkettővel konszonanciát ad: a *meszé* a *nété diezeugmenón*nal is, és *hüpaté meszón*nal is, továbbá a *nété hüperbolaión* a *nété diezeugmenón*nal is és a *hüpaté meszón*nal is. Ugyanígy, ha mindkettőhöz egy-egy ereszkedő kvartot adunk hozzá, a *hüpaté hüpatón* kvart-konszonanciát ad a *hüpaté meszón*nal, illetve a *parameszé* a *nété diezeugmenón*nal. Továbbá a *hüpaté hüpatón* a *hüpaté meszón*nal is, és a *nété diezeugmenón*nal is konszonanciát ad, illetve a *parameszé* is a *nété diezeugmenón*nal is, valamint a *hüpaté meszón*nal is, de úgy, hogy a legmélyebb hang kvartra van a hozzá legközelebbitől, illetve kvart+oktávra attól, amelyik tőle a legtávolabbi. Vagyis a *hüpaté hüpatón* kvartra van *hüpaté meszón*tól és kvart+oktávra a *nété diezeugmenón*tól. Ugyanígy, a *nété hüperbolaión*, vagyis a legmagasabb hang, kvartot ad a hozzá legközelebbivel, vagyis a *nété diezeugmenón*nal, és kvart+oktáv konszonanciát a *hüpaté meszón*nal.

10. Miért különleges az oktáv-konszonancia?

Ez abban áll, állítja Ptolemaiosz, hogy az oktáv jószerével egyetlen hangmagasság, vagyis konszonanciaként olyan, hogy valamiféleképpen egyetlen hangot képez. Hasonlít ez ahhoz, mint amikor egy szám tízhez hozzáadva csorbítatlanul megőrzi a benne levő egészet. Ugyanez

érvényes az oktávkonszonanciára is. De ha egy másik számhoz adjuk hozzá, akkor már egyáltalán nem ez a helyzet. Ha például a kettőt a háromhoz adjuk hozzá, ötöt kapunk, és így a számfajta (*species*) megváltozik. Ha viszont ugyanezt (a kettőt) a tízhez adjuk hozzá, tizenkettő lesz, vagyis tízhez kapcsolódva a kettes megmarad. Ugyanez a helyzet a hármassal és a többi számmal is. Hasonlóképpen az oktáv összhangzat egy másik összhangzatot magához véve ezt nem változtatja meg, és közben megőrzi a konszonancia-mivoltot, és nem teszi disszonánssá a konszonánsat. Ugyanis miként a kvint összhangzat az oktávkonszonanciához kapcsolódva a háromszoros arányban oktáv+kvintként megtartja a konszonanciát, ugyanígy, ha kvartkonszonancia kapcsolódik az oktávhoz, akkor is konszonancia jön létre. Ptolemaiosz szerint ez az összeadásból adódó másik konszonancia, vagyis az oktáv+kvart, a többszörös-többlethányados arányfajtába tartozik, konkrétan a dupla-többletkettő hányados, vagyis a 8:3 arány.³⁰ A 8 ugyanis a 3-at kétszer tartalmazza és még két részét, azaz két egységet.

11. Hogyan határozza meg Ptolemaiosz a konszonanciákat?

Ebben tér el tehát Ptolemaiosz véleménye a püthagoreusokétól.³¹ Lásuk mármost, hogy ő maga hogyan vizsgálja a konszonanciák arányait és számait. A hangmagasságok egymáshoz képest, mondja, vagy uniszónók vagy nem azok. A nem uniszónó hangmagasságok vagy homofónok, vagy konszonánsak, vagy melodikusak, vagy disszonánsak, vagy nem melodikusak.³² Az uniszónó hangmagasságok egyszerre

³⁰ Lásd 1.4.

³¹ Lásd az 1.32 utolsó mondatát. Az 5.11–12 a PH 1.4 és 1.7 kontaminációjának eredménye. Ptolemaiosz az 1.4-ben a hangokat (*phthongosz*) tárgyalja (ez Boethiusnál a *vox*, vagyis a hang mint magasság, vö. angol *pitch*), míg az 1.7-ben a hangközöket (*diasztéma*), ezek itt csupán implicit módon kerülnek szóba (az *intervallum* szó ebben a két fejezetben nem fordul elő), a hangköz-szemléletű tárgyalást ugyanis a szerző az arisztoxenoszi elképzelés ismertetésére tartogatja (5.13).

³² Vö. 5.5. A ptolemaioszi *iszotonosz* Boethiusnál *unisonus* (uniszónó), és így az *anisotonosz* lesz a *non unisonus* (nem uniszónó). Ptolemaiosz a nem uniszónókat az 1.7-ben (a fejezet célkitűzésével egyezően) csupán három kategóriára bontja:

megpendítve egy és ugyanazt a hangot szólaltatják meg.³³ A homofónok egyszerre megpendítve a két hangból egyetlen, valamiképpen egyszerű hangot produkálnak, mint amelyet az oktáv, illetve a duplája, a kettősoktáv. A konzonánsak összetett és kevert, ugyanakkor kellemes hangot hoznak létre, mint a kvint és a kvart. A dallamba illeszkedők, jóllehet nem konzonánsak, a dallamokban előfordulhatnak, és a konzonanciák alkotórészei. A disszonánsak nem hoznak létre kevert hangot, és kellemetlen érzetet keltenek. A nem melodikusak nem konzonancia-alkotórészek. Ezekről később lesz szó, a tetrakhordfelosztások tárgyalásánál.³⁴ Mivel a legközelebb a homofón van az uniszónó hangviszonyhoz, ezért az egyenlő számokhoz az a számegyenlőtlenség kell tartozzon, amelyik a legközelebb van az egyenlőséghez. A számok egyenlőségének közvetlen közelében van a dupla, ez ugyanis a sokszoroság első példánya, és ha azt nézzük, mennyivel múlja felül a nagyobb szám a kisebbiket, akkor ez bizonyul a legnagyobbnak. Ugyanis éppen a kisebbel egyenlővel haladja meg, hiszen a kettő az egyet eggyel lépi túl, ami pontosan egyenlő magával az egységgel. Joggal alkalmazható tehát a dupla arány a homofónokra, vagyis az oktávra, a kétszeres dupla, vagyis a négyszeres pedig a kettősoktávra. A dupla arányt felosztó első és legnagyobb arányok pedig a homofón oktávot felosztó konzonanciákra alkalmazandók. Így hát a kvint a többletfeles, a kvart pedig többlet-harmados viszonyhoz kapcsolódik. A homofónokhoz tartozó konzonanciák pedig további konzonanciákat alkotnak, mint az oktáv+kint a

homophónosz (*aequisonus*, homofón), *szümphónosz* (*consonus*, összhangzó) és *emmelész* (*emmelis*, melodikus). A Boethiusnál itt szereplő másik kettőt (*diaphónosz/dissonus* és *ekmelész/ecmeles*) nem a konzonanciákkal összefüggésben tárgyalja, hanem amikor különbséget tesz (PH 1.4) általában vett *pszophosz* (bármilyen hangképzés „eredménye”) és a zenei hang (*phthongosz*) között (vö. 5.5).

³³ Ptolemaiosz itt nem a húrokon végzett kísérletezést felidéző püthagoreusz szóhasználattal (gör. *hama kruszthentesz*, lat. *simul pulsae* – egyszerre megpendítve, vö. NE 12) fogalmaz, nála az *iszotonosz* hangok megkülönböztethetetlenek (*aparallaktói*) egymástól. Figyelemre méltó, hogy Boethius valószínűleg úgy gondolta, olvasója számára érzékletesebb lesz a ptolemaioszi definíció, ha hangok előidézésére utaló szavakat használ.

³⁴ Az 5.20-tól kezdődő fejezetekben került volna sor a ptolemaioszi tetrakhordbeosztásokra (lásd a fennmaradt fejezetcímeket).

háromszorost, az oktáv+kvart pedig a 8:3 arányt. A kvintet és a kvartot felosztó [hangmagasságok]³⁵ melodikusak, mint az egészhangköz és a többi arány, de ezek nemsokára szóba kerülnek, amikor majd a tetra-khordok felosztását tárgyaljuk.³⁶

12. Melyek a homofón hangok, melyek a konszonánsak és melyek a melodikusak?³⁷

Homofónok tehát az oktáv és a kettős oktáv, mivel ezek megfelelő illesztéséből és keveredéséből egyetlen és egyszerű hang jön létre. A primér konszonánsak a többletrészesek közül a többletfeles és a többletharmados, vagyis a kvint és a kvart, továbbá az oktáv+kvint és az oktáv+kvart. Utóbbiak összetettek, ugyanis homofónok és konszonánsok kapcsolódása alkotja őket. Minden más, ami közbülső, melodikus, ilyen például a kvint és a kvart közötti eltérés, az egészhangköz. A homofónok pedig valamiféleképpen a konszonánsakból kapcsolódnak össze, mint ahogyan az oktáv a kvintből és a kvartból, a konszonánsak pedig a melodikusnak nevezettekéből, így a kvint és a kvart is az egészhangközökből, valamint a később tárgyalandó arányokból. Hogy mindegyikük arányát meg tudjuk adni, a negyedik könyv végén tárgyalt mérőeszközhöz, a két félgömb fölé kifeszített húrhoz kell majd folyamodnunk.³⁸ Ennek segítségével világítható meg ugyanis az oktáv és a kettős oktáv homofonitása, a kvint és a kvart egyszerű, illetve az oktáv+kvint és az oktáv+kvart összetett konszonancia mivolta, és hogy melyek az egészhangköznyi különbségben álló melodikus hangok.

³⁵ Érzékelhetően nyomot hagyott a szövegen, hogy Boethius itt mellőzni kívánta a hangközfogalmat (lásd följebb 31. jegyzet): a *quae* egyedül a [*voces*] *emmelis*-re vonatkozhat (az *emmelis* plur. nom.), holott hangközökkel fogalmazva az állítás sokkal természetesebb megfogalmazást tenne lehetővé.

³⁶ Lásd följebb 34. jegyzet.

³⁷ Vö. PH 1.7 (végén).

³⁸ 4.18, vö. PH 1.8.

13. Mi Arisztózenosz felfogása a hangközökről?³⁹

Röviden ismertetnünk kell, mit gondol minderről Arisztózenosz.⁴⁰ Mivel az ő elképzelésében nincs szerepe a meggondolásnak, hanem egyedül a hallás számít, ezért nem is rendel számokat a hangmagasságokhoz, hogy meghatározza az arányaikat, hanem egyedül a közöttük levő különbségekkel foglalkozik. Vagyis nem magukat a hangmagasságokat vizsgálja, hanem kizárólag a különbségeiket. Úgy képzelte, meglehetősen önkényesen, hogy tisztában lehet olyan hangmagasságok különbségeivel is, melyekhez nem rendelt hozzá sem nagyságot, sem mértéket.⁴¹ Így hát azt állítja, hogy a kvartkonzonancia két egészhangköz és egy félhangköz, a kvint három egészhangköz és egy félhangköz, az oktáv pedig hat egészhangköz. Ez azonban lehetetlen, ahogyan korábban már megállapítottuk.⁴²

14. Az oktakhord ábrázolása: az oktáv kisebb hat egészhangköznel⁴³

Ptolemaiosz az úgynevezett oktakhord beosztásával mutatta meg, hogy az oktáv hat egészhangközön belülré esik. Feszítsünk ki nyolc húrt. Legyenek ezek: A, B, C, D, E, F, G és H. Álljon az AK többletnyolcados arányban a BL-lel, a BL a CM-mel, a CM a DN-nel, a DN az EX-szel, az EX az FO-val, az FO pedig a GP-vel. Ez így hat egészhangköz. Felezzük meg a H húrt, ez lesz az R. Az AK tehát a HR kétszerese. Az AK-t és a HR-t egyszerre megpendítve⁴⁴ a két húr az oktáv homofóniát szólaltatja meg. De a GP-t megpendítve mindig egy kicsit magasabb hangot hallunk, mint amilyen a HR, és éppen ennyivel haladja meg hat egészhangköz az oktávot. Valóban, ha az AK-t és a GP-t

³⁹ Vö. PH 1.9-10. Boethius Arisztózenosz-kritikája valamivel enyhébb, mint Ptolemaioszé.

⁴⁰ Azért röviden, mert amit itt elhagy a PH 1.9–10-ből, arról korábban már volt szó, amikor az arisztózenoszi felfogás volt a kritika tárgya: 2.31, 3.1, 3.3.

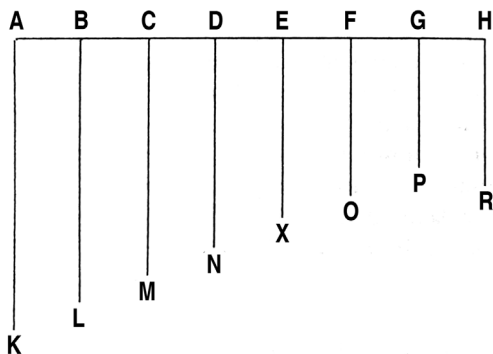
⁴¹ AH 1.15.

⁴² Lásd 2.31. Azért lehetetlen, mert a szövegben a félhangköz (ki nem mondva) az egészhangköz pontos felét jelenti, de ilyen a püthagoreusok szerint nem létezik.

⁴³ Vö. PH 1.11. Erről tett említést az ötödik könyvhöz írt előszóban (5.1).

⁴⁴ Lásd följebb 33. jegyzet.

egyszerre megpendítve az oktávkonszonancia szólalna meg, akkor az oktávkonszonancia hat egészhangköz lenne. Ha viszont nem az oktávot szólaltatják meg, miközben az AK és a HR igen, és ha a HR magasabb lenne a GP-nél, akkor az oktávkonszonancia nagyobb lenne hat egészhangköznel. A helyzet azonban az, hogy mivel – az AK és a HR konszonáns mivolta mellett – a HR valójában mélyebb a GP-nél, így lehetetlen, hogy a hat egészhangköz meghaladja az oktávkonszonanciát. Következésképpen érzékeléssel is belátható volt, hogy az oktávkonszonancia a hat egészhangköznyi távolságon belülre esik. Vagyis minden kétséget kizáróan bizonyítást nyert, hogy Arisztoxenosz téved.



15. A tetrakhord hangtávolsága kvartkonszonancia⁴⁵

Most a tetrakhordok felosztásáról kell szólnunk. A kvartkonszonanciát négy húr alkotja, ezért nevezik kvartnak (*diatesszarón*⁴⁶). Hogy a két szélén elhelyezett két húrral létrejöjjön a kvart („négyen át”) konszonanciát megszólaltató tetrakhord, középen két húrt kell elhelyezni, és ezek egymással, illetve a két szélsővel pontosan három arányt hoznak létre.

⁴⁵ Ehhez és a következő fejezethez vö. PH 1.12.

⁴⁶ A görög hangköznév szó szerinti jelentése: „a negyedikén át” (ti. megszólaló hangköz), quartus: negyedik. Vegyük észre: az érvelés nem használja ki (az érvelés logikáját illetően helyesen!), hogy a tetrakhord elnevezésben *benne van* a négy húr.

16. Hogyan osztja fel Arisztozenosz az egészhangközt, illetve a genoszokat? (A felosztások ábrázolása)⁴⁷

Ezt a kvartot mármost Arisztozenosz a következő elv alapján osztja fel a három genoszban. Az egészhangközt két részre osztja, és félhangköznek nevezi, továbbá három részre osztja, és a harmadrészt a lágy kromatikus [genosz] *diesziszének* nevezi, illetve négy részre osztja, és a negyedrészt önmaga felével, azaz a teljes egészhangköz nyolcadrészével együtt véve a másfeles (*hémiosz*) kromatikus [genosz] *diesziszének* nevezi. Ezek után, mivel szerinte kétféle lehet a genoszbeosztás – egyik genosz lágy, másik feszes –, így nála az enharmonikus a lágy, a diatonikus a feszes, a kromatikus pedig részben lágy, részben feszes. Ebben az elrendezésben tehát hat változat jön létre ezekből a egyes genoszokból: egy az enharmonikusban, három a kromatikusban – a lágy kromatikus, a másfeles és a tonikus (*toniaiosz*) – és kettő a diatonikusban: a lágy és a feszes. Ezek elrendezése Arisztozenosz szerint a következő. Ahogy már mondtuk: az egészhangköz negyedrészének enharmonikus *dieszisz* a neve, és mivel Arisztozenosz nem magukat a hangmagasságokat hasonlítja össze, hanem a hangmagasságok különbségeit, illetve a távolságokat méricskéli, ezért szerinte az egészhangköz 12 egységből áll, a negyedrésze pedig – az enharmonikus *dieszisz* – 3 egység. Mivel a kvartkonszonzancia két egészhangközből és egy félhangközből áll, ezért a teljes kvart kétszer 12 és még 6 egység. De mivel gyakran előáll az az eset, hogy nem egész számokat, hanem kicsiny törtreszket kapunk (tudjuk: a beosztást a nyolcadrészekre akarja visszavezetni!), ezért úgy célszerű megadni a számokat, hogy a kvart legyen 60, az egészhangköz 24, a fele, vagyis a félhangköz 12, a negyede pedig, azaz az enharmonikus *dieszisz* 6, a nyolcada pedig 3. A nyolcadrészt a negyedrészhöz hozzáadva, vagyis a 3-at a 6-hoz, a kromatikus *hémiosz dieszisz* 9 lesz. Miután Arisztozenosz mindezt így megállapítja, hozzáteszi, hogy a három genosz – az enharmonikus, a kromatikus és a diatonikus – közös jellemzője, hogy közülük némelyek *sűrűnek*⁴⁸ nevezhetők, ellentét-

⁴⁷ Vö. PH 1.12, illetve AH 1.22–27, lásd még Barker 2007, 404–406.

⁴⁸ A *püknosz/spissus* és *apüknosz/non spissus* a tetrakhordfelosztások egyik fontos dimenziója, ami két osztályba sorolja a tetrakhordokat (vagyis a tetrakhordok-

ben a többivel, amelyek nem sűrűk. Azok a sűrű genoszok, amelyeknél a két mélyebb arány⁴⁹ együtt nem nagyobb, mint az az egy, amelyik a [kvart] magasabbik hang[ja] felőli oldalon van. A nem sűrűeknél a kettő együttese nagyobb, mint a fennmaradó egy. Az enharmonikus és a kromatikus sűrű, a diatonikus nem sűrű. Vagyis az enharmonikus Arisztoxenosz szerint a következőképpen osztható fel: 6, 6, 48. A mély húr és a mély melletti húr közötti távolság az egészhangköz negyedrésze, amit enharmonikus *dieszisz*nek nevezünk, mivel az egészhangköz 24 egységből áll. A második hangköz a mélytől a második és a harmadik között ugyanígy az egészhangköz negyedrésze: 6. A 60-ból, vagyis az egész viszonyításból a maradék pedig, ami a mélytől a harmadik húr és a legmagasabb negyedik húr között van: 48. A mély húr oldalán levő két arány, vagyis a 6 és a 6 együtt nem nagyobb, mint a magas húrnál levő 48. A lágy kromatikus felosztása a következő: 8, 8, 44, ahol a 8 és a 8 az egészhangköz harmadrészei. Az egészhangköz ugyanis, mint mondtuk, 24 egység. Az egészhangköz harmadrészét lágy kromatikus *dieszisz*nek nevezzük. A másfeles kromatikus kvart felosztása a következő: 9, 9, 42. A másfeles kromatikus *dieszisz* ugyanis az egészhangköz, vagyis a 24 nyolcadának és negyedének az összege, azaz 6 és 3. A tonikus kromatikus arisztoxenoszi felosztása pedig a következő: 12, 12, 36, vagyis egy-egy félhangköz ad két hangközt, az utolsó meg a maradék. Ezek mindegyikében a mély húr felőli két hangköz együtt nem nagyobb, mint a magas felőli maradék. Vagyis ezek mind, mint említettük, a sűrű genoszok közé tartoznak. Lám, mint elhangzott, az enharmonikus és a kromatikus genoszok sűrűk. A diatonikus felosztása is kétféle. A lágy diatonikusé a következő: 12, 18, 30, ahol a 12 félhangköz, a 18 a félhangköz plusz az egészhangköz negyede, a 30 pedig

ból építkező hangsorokat) *jellegük* szerint: a diatonikus genosz, avagy tetrakhord, avagy hangsor *apüknosz* (nem sűrű), tehát a skálában nincsenek „sűrűsödéses” részek, vagyis valamilyen értelemben kiegyensúlyozottabb, mint a másik két genosz, avagy tetrakhord, avagy hangsor-fajta: a kromatikus és az enharmonikus.

⁴⁹ Ha a szerző ebben a fejezetben konzekvensen arisztoxenoszi terminológiát használna, akkor nem arálynak mondaná, hanem hangköznek: a tetrakhordon belül a (mélyebtből számítva) első két hangköz-lépés együtt kisebb, mint a még a kvart eléréséig még szükséges harmadik hangközlépés.

amennyi még marad. A 18 és a 12 együtt 30, és ennél nem nagyobb a fennmaradó rész. A feszes diatonikus felosztása pedig úgy alakul, hogy két egészhangköz és egy félhangköz foglaljon benne helyet, vagyis 12, 24, 24. A 12 és a 24 összegénél, azaz a 36-nál nem nagyobb a magas oldalnál fennmaradó rész, hanem éppenséggel kisebb. Ez tehát, mint följebb említettük, az Arisztozenosz-féle tetrakhordfelosztás, és az alábbi táblázatban látható.

48	44	42	36	30	24
6	8	9	12	18	24
6	8	9	12	12	12
60	60	60	60	60	60
<i>enharmonikus</i>	<i>lágý kromatikus</i>	<i>hémíoliosz kromatikus</i>	<i>toniaiosz kromatikus</i>	<i>lágý diatonikus</i>	<i>feszes diatonikus</i>

17. Hogyan osztja fel Arkhütasz a tetrakhordokat?

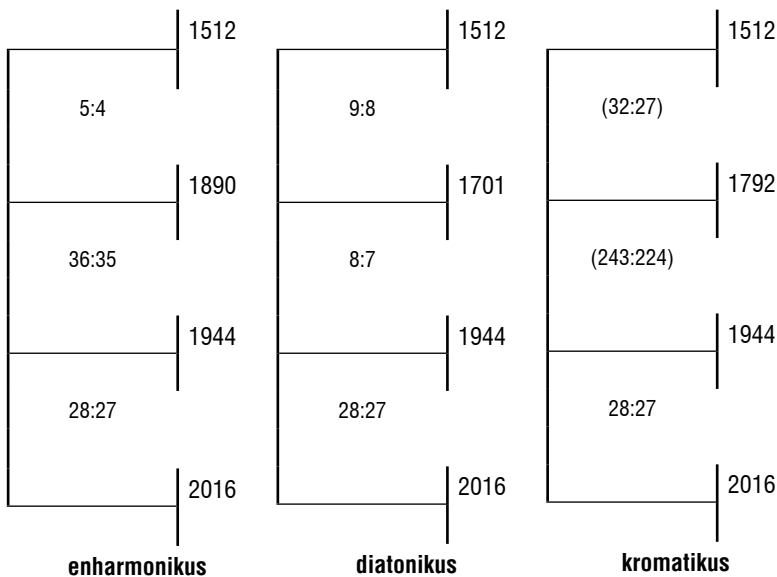
(A felosztás ábrázolása)⁵⁰

Arkhütasz ezzel szemben, mivel ő mindent csakis elméleti meggondolás alapján ítelt meg, nem csupán a hallás érzékét mellőzte az elsődleges konzonzonanciák meghatározásánál, hanem még a tetrakhordfelosztásban is elsősorban a rációt követte, olyannyira, hogy nem is tudta hatékonyan kifejezni, amit szeretett volna, és így nála az elméleti meggondolás nem jutott egyetértésre az érzékelés tárgyával.⁵¹ Szerinte három genosz van: az enharmonikus, a diatonikus és a kromatikus. Mindegyik genoszban ugyanazokat a hangokat adja meg mint legmélyebb hangot, ez a 2016, és ugyanazokat mint legmagasabb hangot, ez az 1512. Ezek között mint szélső hangok között a három genoszban a legmélyebbhez legközelebbi húrt úgy helyezi el, hogy ez 1944 legyen, ami a 2016-tal többlethuszonhetedes (28:27) arányt képez. Ezután az enharmonikus genoszban a legmagasabb húr mellé illeszt még egy húrt, amely a

⁵⁰ Lásd PH 1.13, vö. Archytas 47 A16 (DK). Arkhütasz műve nem maradt fenn.

⁵¹ Vö. „a harmóniatudós feladata, hogy értelem és érzékelés egyetértésre jutva egyesüljön” (5.3)

legmélyebbtől a harmadik, és ez az 1890, amellyel az 1944 a többlet-harmincötödös arányt adja (36:35). Ugyanez az 1890 a legmagasabbal, vagyis az 1512-vel többletnegyedes (5:4) arányt képez. A diatonikus genoszban a legmélyebbtől a harmadik húrt, ami a legmagasabbtól a második, úgy helyezi el, hogy ez legyen az 1701, amellyel az 1944 a többlethetedest (8:7) adja, és amely az 1512-vel, a legmagasabbal, többletnyolcados (9:8). Végül a kromatikus genoszban a legmélyebbtől a harmadik húrt, vagyis a legmagasabbtól a másodikikat úgy helyezi el, hogy ez az 1701-gyel, ami a diatonikus genoszban a második húr, azt az arányt adja, amit a 256 és a 243. Ez az 1792 lesz, ami a legmagasabbtól a második. A diatonikus genoszban a legmagasabbtól a második húr, vagyis az 1701 a kromatikus genoszban a legmagasabbtól a második húrral, vagyis az 1792-vel adja azt az arányt, amelyet a 243 és a 256. Az alábbi ábra szemléletesen az Arkhüasz elképzelésének megfelelő tetrakhordbeosztásokat.



18. Mit kifogásol Ptolemaiosz Arisztoxenosz és Arkhütasz tetrakhordbeosztásaiban?⁵²

Ptolemaiosz a maga részéről mindkettejük tetrakhordbeosztását kritikával illeti, mégpedig a következő okokból. Arkhütaszét azért, mert a kromatikus genoszban a legmagasabttól a második húrt, vagyis az 1792-t úgy helyezte el, hogy az sem a legmagasabb húrral, az 1512-vel, sem a legmélyebbhez legközelebbivel, az 1944-gyel nem alkot többletrészes arányt, annak ellenére, hogy Arkhütasz oly nagyra értékelte a többletrészes arányviszonyt, hogy még a konszonanciák ismérveként is ezt fogadta el. Továbbá azért, mert a kromatikusban a legmélyebb húrtól az első arányt [hangközt] a hallás nagyobbban érzékeli, mint amekkorának ezt Arkhütasz definiálta. Ugyanis úgy adta meg, hogy a kromatikus genoszban ez az 1944:2016, vagyis többlethuszonhetedes (28:27) arányt alkot, holott a kromatikus genoszban ez többlethuszonegyedes (22:21) kellett volna legyen.⁵³ Továbbá mert az enharmonikus genosznak az az aránya, amely az Arkhütasz-féle felosztás szerint a legmélyebb húrtól az első, olyan, hogy a többi genosz felosztásánál sokkal kisebb kellene legyen. Ezzel szemben ő ezt egyenlőnek teszi meg az összes genoszban azáltal, hogy a legmélyebbtől az első arányokat mind a három genoszban többlethuszonhetedesnek definiálja.

Arisztoxenosznak pedig azt rója fel Ptolemaiosz, hogy a lágy és a másfeles kromatikusban a legmélyebb húrtól vett első és második arányokat úgy adta meg, hogy ezek egymástól alig különböznek: vagyis olyan csekély mértékben térnek csak el, amekkorát az érzékelés már nem képes felfogni. Valóban, Arisztoxenosz lágy kromatikus felosztásában az első arány a 8, a másfeles kromatikusban pedig a 9, a 8 és a 9 között viszont mindössze egyetlen egységnyi az eltérés. A teljes

⁵² Vö. PH 1.14.

⁵³ A 22:21 többletrészes arányt (hangközt) Ptolemaiosz itt (az Arisztoxenosz-és Arkhütasz-kritikában) nem említi, hanem majd a következő fejezetben (PH 1.5), ahol saját tetrakhordbeosztásait vezeti végig (vagyis Bower 1989, 178, 59. jegyzete pontatlan).

egészhangköz az ő feltételezése szerint 24 egységnyi, vagyis az, aminek az egység a huszonnegyed része. A lágý és a másfeles kromatikusban tehát a mély húr melletti első arányok [hangközök] közötti eltérés mindössze az egészhangköz huszonnegyed részét teszi ki, ám ezt a hallás a különbség csekély mivolta miatt már egyáltalán nem képes érzékelni. Ptolemaiosz továbbá szemére veti Arisztozenosznak azt is, hogy miért csupán két felosztást adott meg a diatonikus genoszra (a lágýat és a feszeszt), holott a diatonikus genoszban további változatok is léteznek.

19. Hogyan kell Ptolemaiosz szerint beosztani a tetrakhordokat?⁵⁴

Ptolemaiosz más elvet követve osztja be a tetrakhordokat. Abból az alapelvöl indul ki, hogy olyan hanglépések legyenek a két szélső hang között, melyek többlétrezéses arányokkal követik egymást, ugyanakkor egymással nem egyenlők, mivel többlétrezéses arány nem osztható fel két egyenlő részre.⁵⁵ Továbbá, hogy a három lépés esetében az alsó hang felé eső lépés mindig kisebb legyen a további felső hangok felé következő lépéseknél. Valamint hogy az így előálló tetrakhordok közül azok,

⁵⁴ Vö. PH 1.15.

⁵⁵ Ez az indoklás nem szerepel Ptolemaiosznál (PH 1.15), és nem is helytálló. A ptolemaioszi tetrakhordbeosztások (genosztól független) alapelvei (1.15): a) a tetrakhordot (kvartot) felosztó számarányoknak többlétrezéseseknek kell lenniük (emiatt bírálja Ptolemaiosz Arkhüasz felosztásait, mivel nála nem többlétrezéses arányok is előfordulnak, mint például a 32:27 és a 243:224; b) a tetrakhordbeosztásokban (vagyis a kvart hangközökre bontásában) a három közül a lejjebb levő „mennyiségnek” rendre kisebbnek kell lennie, mint amekkorák az utána következők; c) a sűrűsödéses genoszokban (lásd följebb 48. jegyzet) a két alsó hangköz (és arány) *együtt* kisebb kell legyen, mint a harmadik, míg a sűrűsödés nélküliekben semelyik hangköz sem lehet nagyobb, mint a másik kettő együtt. Vagyis nem azért nem lehet egymással egyenlő a felosztásban felhasznált két többlétrezéses, mert a többlétrezésesek nem oszthatók két egyenlő részre, hanem mert a ptolemaioszi felosztásokban bármely két „mennyiség” (*megethosz*) közül a mélyebb(en fekvő) kisebb kell legyen.

amelyeket sűrűsödéses tetrakhordoknak nevezünk, olyanok legyenek, hogy az alsó hanghoz közelebb levő két arány együtt kisebb legyen annál az aránynál, ami még hátravan a felső hangig. A sűrűsödés nélküli tetrakhordokban pedig, miként a diatonikus genoszokban, ne legyen egy ...⁵⁶

⁵⁶ A szöveg itt félbe szakad (lásd a bevezető tanulmányt). Az ötödik könyv további tervbe vett fejezeteinek címét (lásd följebb) a legtöbb kézirat tartalmazza. A fennmaradt fejezetcímek, illetve a megfelelő Ptolemaiosz-fejezetek (PH 1.15–16) alapján képet alkothatunk arról, hogy az 5.20–30 nagyrészt a Ptolemaiosz-féle tetrakhordbeosztásokat ismertette (volna), ezeket lásd Bower (1989, 181–184) rekonstrukciójában, ill. vö. a *Harmonika* angol fordításával (Barker 1989, 306–314).

A Tanítás a zenéről latin szövegében használt zeneelméleti szakkifejezések

latin kifejezés	magyarázat
acumen	a hang magassága , a magas hangtartomány
acutus	magas hang („éles, hegyes”)
aequalitas (vö. inaequalitas)	mennyiségek (pl. számok, szakaszok, hangok) egyenlősége vagy nem-egyenlősége
aequisonus, aequivocus	a <i>homophónosz</i> (gör.) latin megfelelője, a homofón hangköz a ptolemaioszi konszonanciaelméletben (lásd 5.11) a konszonanciák kategóriáján belül „erősebben” konszonáns, mint pl. az oktáv vagy a kettősoktáv
apotome	apotomé (gör.): a <i>teljes</i> egészhangközből a kisebbik félhangköz (<i>dieszisz</i>) elvételével kapott maradék hangköz, a nagyobbik félhangköz
armonia	lásd harmonia
armonica	zeneelmélet (harmóniatan) , a görög <i>harmonika</i> latin alakja
armonica medietas	harmonikus közép
ascendere	felemelni a hangmagasságot
auditus	hallás , hallásérzék
auloedus	aulódosz (gör.): auloskísérettel fellépő énekes előadó
cano	a görög <i>kanón</i> latin alakja; a kanón az egyhúros zeneelméleti mérőeszköz, lásd még monochordum
canticum	ének, éneklés
cantilena	dallam , a görög <i>melosz</i> latin megfelelőjeként is előfordul
cantus, cantare	ének, énekelni (leginkább általánosságban értve)
carmen	ének, dal
chorda	<i>khordé</i> (gör.): húr , a görög zeneelmélet a hangokat a húrok elhelyezkedése alapján nevezi meg, de a húrnevek a hangok neveiként elszakadnak a hangszertől

latin kifejezés	magyarázat
chroma	a kromatikus genosz megnevezése, a három genosz egyike (<i>chróma</i> gör. = szín, színezés)
cithara	<i>kithara</i> (gör.): húros hangszer
citharoedus	<i>kitharódosz</i> (gör.): énekes előadó, saját magát kíséri kitharán
coaptatum, coaptatio	összeillesztett, összeillesztés : a görög <i>hérmoszmenon</i> latin fordítása, vö. <i>harmottein</i> (összeilleszteni), <i>harmonia</i>
collatio	számarány jelentésben fordul elő (egyszer)
color	szín , a görög <i>chróma</i> latinul (a <i>chróma</i> három genosz egyike)
comma	komma (gör.): mikrohangköz a püthagoreus zeneelméletben; definíciója: hat egymás utáni 9:8 egészhangköz és az oktáv között eltérés, melynek számaránya: 531 441 : 524 288
commensurabilis	összemérhető : mivel a konszonanciák számokban ragadhatók meg, <i>összemérhető</i> számok határozzák meg a konszonanciákat (szükséges, de nem elégséges feltétel)
comparatio	itt arány (többnyire a <i>proportio</i> szinonimája)
compositus	összetett hangköz, lásd <i>incompositus</i>
concinentia	összhangzás , itt a konszonancia szinonimája
concordia	két hang/szám összhangja vagy összecsengése, valamivel általánosabb értelmű, mint a <i>consonantia/symphonia</i>
coniunctio	„ összekapcsolás ”: a <i>szünaphé</i> latin megfelelője
consonus, consonantia	konszonáns (összhangzó), konszonancia („összhangzás”); a konszonancia mibenlétét, létrejöttének okait kutató püthagoreus zeneelméletben központi fogalom, a püthagoreus elmélet mindössze öt hangközt tart konszonanciának: oktáv (2:1), kvint (3:2), kvart (4:3), oktáv+kvint (3:1), kettősoktáv (4:1)
constitutio	a görög zenei rendszer terminusának (<i>szűsztéma</i>) latin megfelelője
continuus	folytonos , amely itt egyrészt arányelméleti terminus: folytonos arány (vagyis folytonos hangköz), mint az 1:2:4 (lásd 2.13); másrészt a hangképzés egyik fajtája: a beszédhang folytonos hangképzés, szemben az énekhanggal
cornu	hajlított csövű római fúvóshangszer

latin kifejezés	magyarázat
descriptio	itt az arány- vagy zeneelméleti ábra megnevezése
diapason	oktáv , a görög <i>diapasón</i> vagy <i>dia paszón</i> latin alakja; a név oktáv hangtávolságú húros hangszeren nyer értelmet: a két, oktáv hangtávolságú szélső húron, azaz az összes többi húrt áthidalóan létrejövő hangköz
diapente	kvint , a görög <i>diapente</i> vagy <i>dia pente</i> latin alakja; az „ötön (ti. húron) át” létrejövő hangköz
diaschisma	diaszkhiszma (gör.), a <i>dieszisz</i> (pontos) fele
diatessaron	kvart , a görög <i>diatesszarón</i> vagy <i>dia tesszarón</i> latin alakja; a „négy (ti. húron) át” létrejövő hangköz
diatonum	diatonikus („egészhangközös”) genosz, a három genosz egyike (egészhangköz = tonus)
diazeuxis	diazeuxisz („szétválasztva összekötés”): két tetrachord összekapcsolása zenei rendszerben úgy, hogy a mélyebbik tetrachord fölső, illetve a magasabbik alsó hangját egészhangköz választja el
diesis	dieszisz („elengedés”): egyrészt a püthagoreus (kisebbik) félhangköz; a kvartból (4:3) elvéve két egészhangközt (9:8), a maradék hangköz, számaránya: 256:243; másrészt ugyanennek a hangköz felének is dieszisz a neve (’negyedhangköz’); lásd 1. könyv 154. jegyzet (a 4.6–11. fejezetekhez tartozó ábrákban <i>d</i> jelöli a ’negyedhang’-diesziszeket)
diezeugmenon	a görög <i>diezeugmenón</i> (plur. gen.) latin alakja, az öt tetrachordos ún. teljes rendszer (<i>szüsztéma teleion</i>) egyik tetrachordja
dimidius, dimidietas	az arány/hangköz pontos fele , a püthagoreus zeneelméletben szereplő arányok/hangközök nem felezhetők úgy, hogy a két fél pontosan egyenlő
disciplina	tudomány(ág) , mint például az arithmetica vagy a musica
disiunctio	a diazeuxisz latin megfelelője, lásd diazeuxis
dissonantia	disszonancia : a püthagoreus elméletben az öt kítüntetett konszonzancia kivételével a többi hangköz disszonancia
dissonus, dissonans	disszonáns , nem összhangzó, konszonzanciát nem alkotó (két hang)
distantia	lásd spatium

latin kifejezés	magyarázat
ditonus	ditónus , két egészhangköznyi hangköz(lépés), az enharmonikus genoszban a kvartot felosztó három hangköz: negyedhangköz – negyedhangköz – ditónus, vagyis ebben a genoszban a ditónus „nem-összetett” (incompositus) hangköz (a 4.6–11 fejezetekhez tartozó ábrákban <i>T</i> jelöli a ditónusokat)
divisio	a (kanón) beosztás (<i>katatomé</i>) latin megfelelője
Dorius	dór <i>tonosz</i> /hangsor (nem azonos a dór modális hangsorral)
durus	kemény hangsor, a görög <i>szklérosz</i> latin megfelelője, lásd még mollis
ecmeles, emmeles	a görög <i>ekmelész</i> és <i>emmelész</i> „dallamba illő/nem illő, dallamba beilleszkedő/nem beilleszkedő” terminus latin alakjai (vö. 5.6)
enarmonium	az enhramonikus genosz latin neve, a három genosz egyike
enneachordum	enneakhord , kilencúros (hangszer, skála)
epitritus	a többletharmados (4:3-os arány, hangköz) görög nevének latin alakja, latin megfelelője a sesquitercius
epogdous	a többletnyolcados (9:8-os arány, hangköz) görög nevének latin alakja, latin megfelelője a sesquioctavus
epimorius	a többletrészes arányfajta görög nevének latin alakja, latin megfelelője: superparticularis (lásd 1.4)
ferio	húrt megpendíteni , hangot megszólaltatni („megütni”)
genus	genosz („nem”), a görög zeneelméletben alapfogalom, a kvart távolságú tetrakhord belső hangközeinek elhelyezkedéseitől függően három alap genosz van: enharmonikus, kromatikus, diatonikus
gravis, gravitas	mély hang („nehéz”, „súlyos”); hangmélység , mély hangtartomány
habitudo	számok, mennyiségek viszonya , árnyalattal általánosabb terminus, mint a proportio
harmonia	valamilyen zenei hangzás, illetve hangsor , a görög <i>harmottein</i> jelentésével (illetzt, összeilleszt) egyezően; a zeneelméleti szövegekben a különféle hangsorokat <i>harmonia</i> knak is nevezik
harmonica	lásd armonica
harmonicus (mn)	jelzőként vagy „zeneelméleti”, vagy az egyik közép (a harmonikus)

latin kifejezés	magyarázat
harmonicus (fn)	a harmonika tudományában elmélyedt tudós
hemiolius	a többszörös (3:2-es arány, hangköz) görög nevének latin alakja, latin megfelelője: sesquialter
hendecachordum	hendekahord , tizenegyhúros (hangszer), tizenegyfokú skála
heptachordum	heptahord , héthúros hangszer vagy hétfokú skála
hypate	hüpaté , a két mély tetrachordban (<i>hüpatón</i> és <i>meszón</i>) az alsó hang („magas”, a jelentésről lásd 1. könyv 138. jegyzet)
hypaton	a görög hüpatón (plur. gen.) latin alakja, az öt tetrachordos ún. teljes rendszer (<i>szüsztéma teleion</i>) egyik tetrachordja
hyperbolaeon	a görög hüperbolaión (plur. gen.) latin alakja, az öt tetrachordos ún. teljes rendszer (<i>szüsztéma teleion</i>) egyik tetrachordja
hyperhypate	a boethiusi „skálatörténeti” scénárió szerint egykor a <i>hüpaté</i> fölötti hang neve volt, később eltűnt (lásd 1.20)
hypermixolydius	hüpermixolüd tonosz/hangsor
hypodorus, hypolydius, hypophrygius	hüpodór , hüpolüd , hüpophrüg : a görög tonosz-elméletekben elforduló hangsor-elnevezések, lásd 4.14–17
inaequalitas, aequalitas	mennyiségek (pl. számok, szakaszok, hangok) nem-egyenlősége vagy egyenlősége
incito	hangot kelteni, hangot létrehozó mozgást előidézni
incompositus	nem-összetett hangköz, amely az adott genoszban nem osztható további hangközökre, például az enharmonikus genoszban a két egészhangköz hangtávolságú ditónus nem-összetett hangköz
inconsonans, inconsonus	a dissonans, dissonus szinonimái (lásd ott), nagyjából azonos vagy igen közeli jelentéssel
instrumentum	hangszer (gör. <i>organon</i>)
integer, integritas	teljes, teljesség : az arány/hangköz-felezéseket boncolgató eszmefuttatásokban használatos fogalom, többnyire tagadott formában: bár két részre osztjuk, mégsem lesz két teljes (integer) fél
intendo	feszíteni , hangmagasságot feljebb emelni

latin kifejezés	magyarázat
intervallum	hangköz , a püthagoreus zeneelméletben két szám távolsága
laxo, relaxo	megereszteni , a hangmagasságot lejjebb vinni, „engedni”, „lazítani” (vö. intendo)
lichanos	likhanosz , a két mély tetrakhordban (<i>húpatón</i> és <i>meszón</i>) az alulról a harmadik hang („mutatóujjas”, <i>leikhó</i> : nyalni)
limma	leimma (gör.): „maradék” hangköz, a püthagoreus zeneelméletben a <i>dieszisz</i> szinonimája (lásd 2. könyv 74. jegyzet)
Lydius	lúd tonosz/hangsor (nem azonos a líd modális hangsorral)
magadis	magadisz (gör.): a monokhordhoz illesztett mérőlécre szerelt félgömb alakú alkatrész (lásd 5.8, a szó másik jelentése, a hárfafajta, itt nem fordul elő)
medietas	közép(szám) : középarányos (szám), pl. aritmetikai, geometriai, harmonikus közép
medius (numerus)	két szám közé eső szám (vagy hang), nem feltétlenül középszám
melos	a <i>melosz</i> (gör.) legáltalánosabb jelentése dallam vagy bármilyen zenei kompozíció, Boethius rendszerint a görög szót használja (vö. cantilena)
mese	meszé , a 18 hangot számláló elméleti teljes rendszerben a „középső” hang neve; ez az egyik hang, amelyhez nem kapcsolódik tetrakhordnév (a másik kettő a <i>proszlambanomenosz</i> és a <i>parameszé</i>)
meson	a görög meszón (plur. gen.) latin alakja, az öt tetrakhordos ún. teljes rendszer (<i>szüsztéma teleion</i>) egyik tetrakhordja
metior	mérni, összemérni, itt az aritmetikai oszthatóságot jelenti: a szám akkor „méri” a másikat, ha osztója
metrum	metrum, versmérték (a <i>Tanításban</i> egyetlen helyen fordul elő: 4.3)
mixolydius	mixolúd tonosz/hangsor (nem azonos a mixolíd modális hangsorral)
modulatio	dallam, zene ; tulajdonképpen hangmagasságok szabályozott mozgását jelenti (vö. 1. könyv 44. és 61. jegyzet); másik jelentése (zenei váltás, pl. hangsoré, vagyis a mai értelemben vett moduláció) itt nem fordul elő

latin kifejezés	magyarázat
modus	a modus a görög <i>tonosz</i> vagy <i>troposz</i> latin megfelelője zeneelméleti alapfogalom (a Boethius-féle <i>tonosz-</i> vagy <i>modus</i> -elmélet: 4.14–17)
mollis	lág y hangsor a görög <i>malakosz</i> latin megfelelője, lásd még durus; (innen ered a ma ismert dúr és a moll elnevezés, a zeneelméleti jelentés eltérő)
monochordum	monokhord , a püthagoreus zeneelméletben használt egyhúros mérőeszköz (<i>kanón</i> , vö. cano), melyen a hangközök számai kimérhetők, kiszámíthatók, demonstrálhatók
motus	mozgás , a görög zeneelmélet alaptétele: hang csak mozgásból keletkezhet
multiplex	többszörös arányfajta, a görög <i>pollaplasziosz</i> latin megfelelője (lásd 1.4)
musica	muzsika , musziké , itt: matematikai zeneelmélet, a quadrivium egyik diszciplínája
musicus	a <i>quadrivium</i> egyik diszciplínájaként felfogott <i>muszikében</i> jártas elméleti szakember (nem a mai értelemben vett muzsikós (vö. 1.34 és a bevezető tanulmányt)
neate, nete	néte , a három magas tetrakhordban (<i>hüperbolaión</i> , <i>diezeugmenón</i> és <i>szünémmenón</i>) a felső hang („alsó”, a jelentésről lásd 1. könyv 138. jegyzet)
nervus	húr , a görög <i>khordé</i> latin megfelelője
nota	a hanglejegyzésben (a notációban) használt, a hangokat definiáló, alfabetikus jel
notula	a hanglejegyzésben (a notációban) használt segédjel, szimbólum: hanglejegyzés-jel
octachordum	oktakhord , nyolchúros hangszer, illetve Ptolemaiosznál a monokhord mintájára készített nyolchúros zeneelméleti kísérleti és demonstrációs eszköz
organum	a görög <i>organon</i> latin alakja, lásd instrumentum
paramese	paramesze , a 15 hangot számláló ún. nagyobbik rendszerben a „középső” hang, a <i>mesze</i> melletti hang neve (egyben a <i>diezeugmenón</i> tetrakhord alsó hangja); ez az egyik hang, amelyhez nem kapcsolódik tetrakhordnév (a másik kettő a <i>proszlambanomenosz</i> és a <i>mesze</i>)

latin kifejezés	magyarázat
paranete	paranété , a három magas tetrakhordban (<i>hüperbolaión</i> , <i>diezeugmenón</i> és <i>szünémmenón</i>) a felső hang melletti hang („a <i>nété</i> melletti”)
parhypate	parhüpaté , a két mély tetrakhordban (<i>hüpatón</i> és <i>meszón</i>) az alsó hang melletti hang („a <i>hüpaté</i> melletti”)
partitio	hangköz, hangtávolság beosztása , felosztása kisebb hangközökre (például tetrakhordé a különböző genoszokban)
pentachordum	pentakhord , öthúros hangszer, ötfokú skála
pello (pulsus <i>fn</i>)	húrt pengetni , megpendíteni
percutio (percussio <i>fn</i>)	zenei hangot megszólaltatni valamilyen hangszeren
Phrygius	phrüg <i>tonosz</i> /hangsor (nem azonos a fríg modális hangsorral)
phthongos	általános értelemben a hang (gör.), latin megfelelője: <i>sonus</i>
plectrum	húros hangszerjátéknál a pengető , a görög <i>pléktron</i> latin alakja
plenus	rendszerint az elméleti teljes félhangköz jelzője
proportio	arány , számarány , továbbá alkalmasint hangközt is jelenthet (lásd intervallum), görög megfelelője: <i>logosz</i>
proportionalitas	arányosság , Boethius akkor használja, ha olyan aránypárról van szó, melyeknél a két beltág azonos (lásd 2.12)
proslambanomenos (prosmelodos)	proslambanomenosz (proszmelodosz), a teljes rendszer legalsó hangja, a „hozzávet” hang
quadrichordum	a görög tetrakhord latin megfelelője
ratio	ráció , értelem , elv , a <i>Tanításban</i> a ratio nem jelent számarányt (vö. <i>proportio</i>)
regula	a görög kanón latin megfelelője, a <i>kanón</i> a monokhord és a hozzáillesztett mérőlécc együtt, a zeneelméleti kísérletezés és demonstráció eszköze (lásd 1. könyv 107. jegyzet)
relaxo	lásd laxo
remissio, remittere	a hangmagasságot lejjebb vinni , „leengedni”
resono	hangot adni , valamely hangközt megszólaltatni
rhythmus	ritmus , ritmika (mint elmélet)
schisma	szkhiszma (gör.) a <i>komma</i> (pontos) fele

latin kifejezés	magyarázat
semitonium	félhangköz általában (a <i>tonus</i> fele), gyakran a kisebbik (püthagoreus 256:243) félhangközt jelöli (vö. diesis)
sesquialter, sesquitercius, sesquioctavus, sesqui(...)	többletfeles (gör. <i>hémioliosz</i> , 3:2), többletharmados (gör. <i>epitritosz</i> , 4:3), többletnyolcados (gör. <i>epogdoosz</i> , 9:8) stb. arány/hangköz (vö. 1.4)
sonitus	hangzás
sonus	zenei hang , rendszerint a görög <i>phthongos</i> latin megfelelője, de vö. vox
spatium, distantia	távolság két hang vagy két szám között, ill. püthagoreus zeneelméleti kontextusban a hangköz arányát definiáló számok között
species	a konzancia fajták (<i>eidoszok</i>) latin megfelelője (lásd 4.14)
spissus	a görög <i>püknosz</i> (sűrű) latin megfelelője, az enharmonikus és a kromatikus genosz „sűrűsödésese” (van bennük ún. <i>püknon</i> , lásd 5.16)
spondeus	kultikus, ünnepélyes dallam vagy hangsor (gör. <i>szpondeiakosz</i> , lásd 1.1, 29. jegyzet)
superparticularis	többletrészes arányfajta (gör. <i>epimoriosz</i>), konkrét példányai pl. supersesqualter, supersesquitercius stb. (magyarázat és magyar megnevezések: 1.4, 2.4)
superpartiens	többlethányados arányfajta (gör. <i>epimerész</i>), konkrét példányai pl. superbipartiens, supertripartiens stb. (magyarázat és magyar megnevezések: 1.4, 2.4)
symphonia	konzonancia , a görög <i>szümphónia</i> latin alakja, a consonantia szinonimája
synaphe	szünaphé („összeillesztés”): két tetrakhord kapcsolása zenei rendszerben úgy, hogy a mélyebbik tetrakhord fölső, illetve a magasabbik alsó hangja azonos
synemmenon	a görög szünémmenón (plur. gen.) latin alakja, az öt tetrakhordos ún. teljes rendszer (<i>szüsztéma teleion</i>) egyik tetrakhordja
temperatio	két hang (mély és magas) összehangolása
tendo, tensus	húrt hangolni („feszíteni”)
terminus	az arány határszám ai, az arány tagjai , a görög <i>horosz</i> latin megfelelője; hangmagasságot vagy húrt is jelenthet (pl. két tetrakhord összekapcsolásakor)

latin kifejezés	magyarázat
tetrachordum	tetrakhord , négyfokú, kvart hangtávolságú elemi hangrendszer, a görög zeneelmélet tetrakhordokból építkezik, ezek alkotják a <i>szüsztémákat</i> ; az ún. változtathatatlan teljes rendszer öt tetrakhordot egyesít: <i>hüpatón</i> , <i>meszón</i> , <i>szünémmenón</i> , <i>diezeugmenón</i> , <i>hüperbolaión</i>
tibia	a görög aulosz latin neve (a tibia magyar fordítása is aulosz, lásd 1. könyv 34. jegyzet)
tibicina	női auloszjátékos , a görög <i>aulétrisz</i> latin megfelelője
toniaeus	a görög <i>toniaiosz</i> latin alakja, a kromatikus genosz egyik felosztása: ebben a <i>pükhonót</i> alkotó két hangköz együtt egészhangközt (<i>tonosz</i>) ad (lásd 5.16, vö. AH 1.25)
tonus	egészhangköz , a görög <i>tonosz</i> latin alakja (a hangsort jelentő görög <i>tonosz</i> a latin szövegben: <i>modus</i>)
tria semitonia, tri(h) emitonium	másfélhangköz , három félhangköznyi hangköz(lépés), a kromatikus genoszban a kvartot felosztó három hangköz: félhangköz – félhangköz – másfélhangköz, vagyis ebben a genoszban a másfélhangköz „nem-összetett” (<i>incompositus</i>) hangköz (a 4.6–11 fejezetekhez tartozó ábrákban <i>S S S</i> jelöli a másfélhangközöket)
trite	trité , a három magas tetrakhordban (<i>hüperbolaión</i> , <i>diezeugmenón</i> , <i>szünémmenón</i>) a fölülről a harmadik hang („harmadik”)
tropus	a görög <i>troposz</i> latin alakja, itt a <i>tonosz/modus</i> szinonimája
tuba	egyenes csövű római fúvóshangszer
unisonus	uniszónó , a görög <i>iszotonosz</i> latin megfelelője, ugyanazon a hangmagasságon megszólaló hangok elnevezése a ptolemaioszi hangköz-elméletben
unitas	az egység , zenematematikai levezetésekben az 1-es szám
univocus	az unisonus szinonimája
vocula	a hangmagasságot jelentő <i>vox</i> szinonimája
vox	hang (mint pl. énekhang, a görög <i>phóné</i> megfelelője), olykor zenei hang (lásd <i>sonus</i>), olykor hangmagasság (lásd 1. könyv 49, 91, 108. jegyzet, 4. könyv 42. jegyzet)

RÖVIDÍTÉSJEYZÉK

- AH: *Aristoxeni Elementa harmonica*. Ed. R. Da Rios. Rome 1954.
- AQ: *Aristidis Quintiliani De musica libri tres*. Ed. R.P. Winnington-Ingram. Leipzig 1963.
- BB: Bernhard, M. – Bower, C. M. (szerk.) 1993–2011. *Glossa maior in institutionem musicam Boethii*. Band I–IV. München.
- DK: *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Griechisch und deutsch von H. Diels. Neunte Aufl. hrsg. von W. Kranz. I–III. Berlin 1960.
- IA: *Boethii De institutione arithmetica libri duo*: Friedlein 1867, 1–173.
- Kleoneidész: *Cleonidis isagoge armonica*: Jan 1895, 179–207.
- NA: *Nicomachi Geraseni Pythagorei introductionis arithmeticae libri ii*. Ed. R. Hoche. Leipzig 1866.
- NE: *Nicomachi enchiridion*: Jan 1895, 235–265.
- NEx: *Excerpta ex Nicomacho*: Jan 1895, 266–282.
- PH: *Claudio Tolemeo: Armonica con il commentario di Porfirio*. Testo greco a fronte. Saggio introduttivo, traduzione, note e apparati di Massimo Raffa. Milano 2016.
- PL: *Patrologiae cursus completus, Series Latina*. Ed. J.-P. Migne, 221 vols. Paris 1844–1864.
- PM: Pseudo-Plutarchus: *De musica* (1131b–1147a). *Plutarchi moralia*. Vol. 6.3, 3rd edn. Ed. K. Ziegler. Leipzig 1966.
- Sectio: *Euclidis sectio canonis*: Jan 1895, 148–166.

BIBLIOGRÁFIA

- Adoyo, C. S. 2018. „Dante Decrypted: Musica Universalis in The Textual Architecture of the ‘Commedia’”: *Bibliotheca Dantesca: Journal of Dante Studies* 1/3, 37–69.
- Arbo, A. – Arbo, A. 2005. „Multa anima agit, illa ipsa nesciente : notes sur le Musica Theorica attribué à Bède le Vénérable”: S. Lebecq – M. Perrin – O. Szerwiniak (szerk.): *Bède le Vénérable : Entre tradition et postérité*. Ville-neuve d’Ascq, 267–280.
- Aspiotes, N. 2006. *Prosopographia musica Graeca. Personenlexikon mit Daten zu 2350 (heidnischen) Musikern*. Berlin.
- Bárány I. 2018. „Pythagoras, pythagoreizmus”: *Hyperion Lexikon* (online). Szépművészeti Múzeum. <http://hyperion.szepmuveszeti.hu/hu/lexicon/5183>
- Barbera, A. 1984a. „Placing Sectio Canonis in historical and philosophical contexts”: *Journal of Hellenic Studies* 104, 157–161.
- Barbera, A. 1984b. „The Consonant Eleventh and the Expansion of the Musical Tetractys: A Study of Ancient Pythagoreanism”: *Journal of Music Theory* 28, 191–223.
- Barker, A. 1984. *Greek Musical Writings. Volume I. The Musician and his Art*. Cambridge.
- Barker, A. 1989. *Greek Musical Writings. Volume II. Harmonic and Acoustic Theory*. Cambridge.
- Barker, A. 2000. *Scientific Method in Ptolemy’s Harmonics*. Cambridge.
- Barker, A. 2007. *The Science of Harmonics in Classical Greece*. Cambridge.
- Barker, A. 2020. „Harmonics”: Lynch–Rocconi 2020, 257–296.
- Bélyácz K. 2023. „Harciatlanok, de semmiképp sincsenek híján a méltóságnak’. A Timotheos: *Perzsák barbárai*”: Kárpáti A. (szerk.): *A görög költészet elkallódott műfajai. Líra, zene, tánc az archaikus-klasszikus korban*. Budapest, 194–203.
- Bernhard, M. 1979. *Wortkonkordanz zu Anicius Manlius Severinus Boethius De institutione musica*. München.

- Bernhard, M. – Bower, C. M. (szerk.) 2011. *Glossa maior in institutionem musicam Boethii. Kommentar- und Registerband*. München.
- Bower, C. M. 1978. „Boethius and Nicomachus: An Essay Concerning the Sources of *De institutione musica*”: *Vivarium* 16, 1–45.
- Bower, C. M. 1988. „Boethius’ *De institutione Musica*: A Handlist of Manuscripts”: *Scriptorium* 42, 205–251.
- Bower, C. M. 1989. *The Fundamentals of Music. Anicius Manlius Severinus Boethius*. Translated, with Introduction and Notes by C. M. Bower. New Haven – London.
- Bower, C. M. 1998. „Die Wechselwirkung von Philosophia, Mathematica und Musica in der karolingischen Rezeption der *Institutio Musica* von Boethius”: F. Hentschel (szerk.): *Musik – und die Geschichte der Philosophie und Naturwissenschaften im Mittelalter*. Leiden, 163–183.
- Bradshaw, D. 2009. „The *Opuscula sacra*: Boethius and theology”: *Marenbon* 2009, 105–128.
- Brodersen, K. 2021. *Nikomachos: Einführung in die Arithmetik*. Herausg. und übersetzt von K. Brodersen. Berlin – Boston.
- Burkert, W. 1972 [1962]. *Lore and Science in Ancient Pythagoreism*. Transl. by Cambridge, MA. [Weisheit und Wissenschaft. Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon. Nürnberg.]
- Burnyeat, M. F. 2000. „Plato on Why Mathematics is Good for the Soul”: *Proceedings of the British Academy* 103, 1–81.
- Busch, O. 1998. *Logos syntheseos. Die euklidische Sectio Canonis, Aristoxenos, und die Rolle der Mathematik in der antiken Musiktheorie*. Berlin.
- Caiazza, I. 2020. „Teaching the Quadrivium in the Twelfth-Century Schools”: C. Giraud (szerk.): *A Companion to Twelfth-Century Schools*. Leiden – Boston, 180–202.
- Caldwell, J. 1981. „The *De institutione arithmetica* and the *De institutione musica*”: Gibson 1981, 135–154.
- Cartledge, P. – Spawforth, A. 2002. *Hellenistic and Roman Sparta: A Tale of Two Cities*. (2nd edition). London – New York.
- Chadwick, H. 1981. *Boethius, the Consolations of Music, Logic, Theology, and Philosophy*. Oxford.
- Chamberlain, D. S. 1970. „The Nun’s Priest’s Tale and Boethius’s „De Musica””: *Modern Philology* 68, 188–191.
- Ciabattoni, F. 2022. „The Harmony of the Spheres and Dante’s *Paradiso*”: *Textual Cultures* 15, 255–280.
- Crabbe, A. 1981. „Literary Design in the *De consolatione Philosophiae*”: Gibson 1981, 237–274.
- Creese, D. 2010. *The Monochord in Ancient Greek Harmonic Science*. Cambridge.

- Cullhed, A. 2015. *The Shadow of Creusa. Negotiating Fictionality in Late Antique Latin Literature*. Transl. by M. Knight. Berlin – Boston.
- de Coussemaker, E. 1864–1876. *Scriptorum de Musica Medii Aevi*. 4 vols. Paris.
- Drummond, A. 2013. „M. Tullius Cicero”: T. J. Cornell (szerk.): *Fragments of the Roman Historians*. I–III. Oxford.
- Dyer, J. 2007. „The Place of *Musica* in Medieval Classifications of Knowledge”: *The Journal of Musicology* 24, 3–71.
- Everist, M. (szerk.) 2011. *The Cambridge Companion to Medieval Music*. Cambridge.
- Ferguson, K. 2008. *The Music of Pythagoras*. New York.
- Friedlein, G. 1867. *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo. De institutione musica libri quinque*. Leipzig.
- Gerbert, M. 1784. *Scriptores Ecclesiastici de Musica Sacra Potissimum*. 3 vols. Sankt Blasien.
- Gibson, M. 1981. *Boethius. His Life, Thought and Influence*. Oxford.
- Gibson, S. 2005. *Aristoxenus of Tarentum and the Birth of Musicology*. New York – London.
- Grebe, S. 1999. *Martianus Capella: 'De nuptiis Philologiae et Mercurii'. Darstellungen der Sieben Freier Künste und ihrer Beziehungen zueinander*. Stuttgart – Leipzig.
- Hagel, S. 2005. „Twenty-four in auloi: Aristotle, *Met.* 1093b, the harmony of the spheres, and the formation of the Perfect System”: S. Hagel – Ch. Hara-rauer (szerk.): *Ancient Greek Music in Performance*. Vienna, 51–91.
- Hagel, S. 2009. *Ancient Greek Music. A New Technical History*. Cambridge.
- Hagel, S. 2020. „Notation”: Lynch–Rocconi 2020, 297–310.
- Harmon, R. 2006. „Die Rezeption griechischer Musiktheorie im römischen Reich II: Boethius, Cassiodorus, Isidor von Sevilla”: Volk et al. 2006, 385–504.
- Heilmann, A. 2007. *Boethius' Musiktheorie und das Quadrivium. Eine Einführung in den neuplatonischen Hintergrund von »De institutione musica«*. Göttingen.
- Hicks, A. 2016. „Re-interpreting an Arithmetical Error in Boethius's *De institutione musica*”: *Music Theory & Analysis* 3, 1–26.
- Hordern, J. H. 2002. *The Fragments of Timotheus of Miletus*. Oxford.
- Humphrey, I. 2012. *Boethius. His Influence on the European Unity of Culture: from Alcuin of York (†804) to Thierry of Chartres (†1154)*. Nordhausen.
- Jan, K. 1895. *Musici scriptores Graeci*. Leipzig. (repr. Hildesheim 1962).
- Jeserich, Ph. 2013 [2008]. *Musica naturalis. Speculative Music Theory and Poetics, from Saint Augustine to the Late Middle Ages in France*. Transl. by M. J. Curley, S. Rendall. Baltimore.

- Kahn, Ch. K. 1979. *The art and thought of Heraclitus. An edition of the fragments with translation and commentary.* Cambridge.
- Kárpáti A. 1986. „A mitikus ’héthúrú lant’ és a pythagoreus zenematematika”: Berlász M. – Domokos M. (szerk.): *Zenatudományi dolgozatok 1986.* Budapest, 93–102.
- Kárpáti A. 1987a. „Translation or Compilation? Contributions to the Analysis of Sources of Boethius’ *De institutione musica*”: *StudMus* 29, 5–33.
- Kárpáti A. 1987b. „Eukleidés: A kanón beosztása. Tanulmány és fordítás”: Berlász M. – Domokos M. (szerk.): *Zenatudományi dolgozatok 1987.* Budapest, 7–28.
- Kárpáti A. 1991. „Fordítás vagy kompiláció? »Boethius *De institutione musica*» c. művének forráselemzéséhez”: *Antik tanulmányok* 35, 15–37.
- Kárpáti A. 2013. „A budapesti Phrynis-kratér”: *BullMusHong* 118, 29–51.
- Kárpáti A. 2014a. *Műzsák ellenfényben. A régi görög újjzene: vázakép, popkultúra, politika.* Budapest.
- Kárpáti A. 2014b. „Jegyzetek”: *Platón: Állam.* Ford. Steiger Kornél. Atlantisz: Budapest, 182–187, 383–385.
- Kárpáti A. 2020. „Lyra”: *Hyperion Lexikon* (online). Szépművészeti Múzeum. <http://hyperion.szepmuveszeti.hu/hu/lexicon/10430>
- Kárpáti A. 2021a. „Higgyünk-e Pausanias szemének? A Kypselos-ládán ábrázolt fríg aulos talánya”: *Ókor* 20/3, 41–52.
- Kárpáti A. 2021b. „A muziké mindensége”: *Vigilia* 86/6, 410–417.
- Kaylor Jr., N. H. – Phillips, Ph. E. (szerk.) 2012. *A Companion to Boethius in the Middle Ages.* Leiden – Boston.
- Larmour, D. H. J. 1999. *Stage and Stadium: Drama and Athletics in Ancient Greece.* Hildesheim.
- Lefferts 2011. „Compositional trajectories”: *Everist* 2011, 241–262.
- Long, A. A. – Sedley, D. N. 1987. *The Hellenistic Philosophers.* Vol. 1. Cambridge. [A hellenisztikus filozófusok. A magyar kiadást szerk. Bene L. Budapest 2014].
- Lynch, T. A. C. – Rocconi, E. 2020. *A Companion to Ancient Greek and Roman Music.* Hoboken, NJ.
- Maas, M. – McIntosh Snyder, J. 1989. *Stringed Instruments of Ancient Greece.* New Haven – London.
- Machan, T. W. 2019. „Boethius”: I. Johnson (szerk.): *Geoffrey Chaucer in Context.* Cambridge, 147–153.
- Magee, J. – Marenbon, J. 2009. „Appendix: Boethius’ Works”: *Marenbon* 2009, 303–310.
- Marenbon, J. 2003. *Boethius* [Great Medieval Thinkers Series] Oxford.
- Marenbon, J. (szerk.) 2009. *The Cambridge Companion to Boethius.* Cambridge.

- Martinelli, M. Ch. 2020. „Documenting Music”: Lynch–Rocconi 2020, 103–116.
- Massaro, F. 2010–11. Educazione ed agoni musicali a Sparta. *Rudiae* 22–23, 195–216.
- Massaro, F. (szerk.) 2018. *Agoni poetico-musicali nella Grecia antica, 3: Sparta*. Pisa – Roma.
- McCluskey, S. C. 2012. „Boethius’s Astronomy and Cosmology”: Kaylor–Phillips 2012, 47–74.
- Meibom, M. 1652. *Antiquae musciae auctores septem*. Amsterdam.
- Meyer, Ch. 2003. *The Theory of Music. Manuscripts from the Carolingian Era up to c. 1500. Descriptive Catalogue. 6. vol. Addenda, Corrigenda*. [Répertoire International des Sources Musicales B III 6] München.
- Meyer, Ch. 2005. *Boèce. Traité de la musique*. Introduction, traduction et notes. Turnhout.
- Moorhead, J. 2009. „Boethius’ life and the world of late antique philosophy”: Marenbon 2009, 13–33.
- Moreschini, C. 2014. *A Christian in Toga: Boethius – Interpreter of Antiquity and Christian Theologian*. Göttingen.
- Moyer, A. E. 2012. „The *Quadrivium* and the Decline of Boethian Influence”: Kaylor–Phillips 2012, 479–518.
- Nauta, L. 2009. „The *Consolation*: the Latin commentary tradition, 800–1700”: Marenbon 2009, 255–278.
- Nowacki, E. 2020. *Greek and Latin Music Theory. Principles and Challenges*. Cambridge.
- O’Meara, D. J. 2007. „Hearing the Harmony of the Spheres in Late Antiquity”: M. Bonazzi – C. Lévy – C. G. Steel (szerk.): *A Platonic Pythagoras. Platonism and Pythagoreanism in the Imperial Age*. Turnhout, 147–61.
- Palisca, C. V. 1989. „Preface by the Series Editor”: Bower 1989, xiii–xv.
- Palisca, C. V. 2001. „Theory, theorists: 5. Early Middle Ages”: *Grove Music Online*.
- Panti, C. 2017. „Boethius and Ptolemy on Harmony, Harmonics and Human Music”: *Micrologus* 25, 3–35.
- Panti, C. 2018. „Beauty, Ethics and Numbers in Boethius’ *Quadrivium* Treatises”: *Aisthesis* 11, 67–79.
- Panti, C. 2020. „The Reception of Greek Music Theory in the Middle Ages: Boethius and the Portraits of Ancient Musicians”: Lynch–Rocconi 2020, 449–460.
- Pelosi, F. 2017. „Against Musical ἀτεχνία: Papyrus Hibeh I 13 and the Debate on τέχνη in Classical Greece”: *Apeiron* 50, 393–413.
- Pelosi, F. 2020. „Music and Emotion”: Lynch–Rocconi 2020, 337–351.

- Pesce, D. 2011. „Theory and notation”: Everist 2011, 276–290.
- Potiron, H. 1961. *Boèce théoricien de la musique grecque*. Paris.
- Pöhlmann, E. 2020a. „Acoustics”: Lynch–Rocconi 2020, 245–256.
- Pöhlmann, E. 2020b. „The Regain of Ancient Greek Music and the contribution of Papyrology”: Uő: *Ancient Music in Antiquity and Beyond*. Berlin–Boston, 227–250.
- Pöhlmann, E. 2020c. „Ambrosian Hymns: Evidence for Roman Music of Late Antiquity?”: Uő: *Ancient Music in Antiquity and Beyond*. Berlin–Boston, 111–126.
- Pöhlmann, E. 2020d. „The tradition of Ancient Greek Music in the Middle Ages and the Renaissance”: Uő: *Ancient Music in Antiquity and Beyond*. Berlin–Boston, 93–110.
- Pöhlmann, E. – West, M. L. 2001. *Documents of Ancient Greek Music*. Oxford.
- Prauscello, L. 2009. „Wandering poetry, ‘travelling’ music: Timotheus’ muse and some case-studies of shifting cultural identities”: R. Hunter – I. Rutherford (szerk.): *Wandering Poets in Ancient Greek Culture*. Cambridge, 168–194.
- Provenza, A. 2015. „Correcting ethos and Purifying the Body. Musical Therapy in Iamblichus’ *De vita pythagorica*”: *Greek and Roman Musical Studies* 3, 94–115.
- Quasten, J. 1983. *Music and Worship in Pagan and Christian Antiquity*. Transl. by B. Ramsey. Washington, D. C. [*Musik und Gesang in den Kulturen der heidnischen Antike und christlichen Frühzeit*. Münster 1973].
- Rand, E. K. 1929. *Founders of the Middle Ages*. Cambridge, MA.
- Redl K. (közr.) 1988. *Az égi és a földi szépről. Források a későantik és a középkori esztétika történetéhez*.
- Restani, D. 2016. „Embryology as a Paradigm for Boethius’ *musica humana*”: *Greek and Roman Musical Studies* 4, 161–190.
- Richter, L. 2006. „‘Tantus et tam dulcis sonus’. Die Lehre von der Sphärenharmonie in Rom und ihre griechischen Quellen”: Volk et al. 2006, 505–633.
- Rimple, M. 2012. „The Enduring Legacy of Boethian Harmony”: Kaylor–Phillips 2012, 447–478.
- Ritoók Zs. 1982. *Források az ókori görög zeneesztétika történetéhez*. Budapest.
- Rossignol, R. 2006. *Critical Companion to Chaucer. A Literary Reference to His Life and Work*. New York.
- Ruud, J. 2008. *Critical Companion to Dante. A Literary Reference to His Life and Work*. New York.
- Scoditti, F. 2010. *Musicae Latinae Glossarium*. Roma.
- Vikárius L. 1990. „A Boethius-Fragment”: Dobszay L. – Halász P. – Mezei J. – Prószéky G. (szerk.): *Cantus Planus: Papers read at the 3rd Meeting of the International Musicological Society Study Group „Chant”*. Budapest, 245–256.

- Vikárius L. 2005. „Boethius a háromféle muzsikáról”: *Muzsika* 48/2, 15–17.
- Volk, K. – Zamminer, F. – Floros, C. – Harmon, R. – Richter, L. – Haas, M. (szerk.) 2006. *Vom Mythos zur Fachdisziplin: Antike und Byzanz. Geschichte der Musiktheorie*. Band 2. Darmstadt.
- West, M. L. 1992a. *Ancient Greek Music*. Oxford.
- West, M. L. 1992b. „Analecta Musica”: *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik* 92, 1–54.
- White, A. 1981. „Boethius and the Medieval Quadrivium”: Gibson 1981, 162–205.
- Zanoncelli, L. 1996. „Boezio matesiomusico”: P. Dalla Vecchia – D. Restani (szerk.): *Trent’anni di ricerca musicologica. Studi in onore di F. Alberto Gallo*. Roma, 241–49.
- Zhmud, L. 2012 [1994]. *Pythagoras and the Early Pythagoreans*. Transl. by K. Windle, R. Ireland. Oxford.

