

AZ ADDITÍV DEA MODELL KERESZTHATÉKONYSÁGÁNAK ALKALMAZÁSA A BESZÁLLÍTÓÉRTÉKELESBEN¹

DOBOS IMRE – VÖRÖSMARTY GYÖNGYI

Közgazdaságtan Tanszék, BME – Ellátásilánc-Menedzsment Tanszék, BCE

A beszállító kiválasztása során fontos lehet egy beszállítói sorrend felállítása, amely tükrözi az egyes beszállítói teljesítmények megfelelőségét. A szakirodalom számos módszertant ajánl a probléma megoldására. Ezek közül az egyik a Data Envelopment Analysis (DEA), mely egy nemparaméteres eljárás. A dolgozat célja, hogy példát adjon arra, hogyan lehet a DEA modell számára előkészíteni a beszállítói ajánlatban szereplő információkat a modellezés elvégzéséhez. Az egyik legnagyobb nehézséget az jelenti, hogy a DEA általános modellje csak hatékonyságot mér, de az alapmodell rangsorolásra nem alkalmas. Azonban a DEA keresztthatékonyságai lehetővé teszik a hatékony beszállítók meghatározása mellett a beszállítók közötti sorrend felállítását.

Kulcsszavak: beszállítóértékelés, Data Envelopment Analysis, keresztthatékonyság, additív modell

1 Bevezetés

A gazdasági döntések az üzleti élet számos területén megkívánják az alternatívák alapos és végiggondolt értékelését. A módszertani szakirodalom számos megoldást kínál, amelyek segítségével az üzleti döntések hatékonyan támogathatók. A Data Envelopment Analysis (DEA) módszer egyike ezeknek. A DEA hazánkban is ismert, alkalmazott eljárás (Koltai et al. 2017). Cikkünkben egy, a nemzetközi szakirodalomban már igen szép számú publikációt jelentő alkalmazási területre, a beszállítóértékelésre szeretnénk ráirányítani a figyelmet. A beszállítóértékelés problémáján keresztül egy olyan alkalmazás illusztrálása a célunk, amely a DEA egy továbbfejlesztését, a keresztthatékonyság felhasználását mutatja be. Dolgozatunk éppen ezért egyrészt abban jelent újdonságot, hogy magyar nyelven beszállítóértékeléssel kapcsolatos DEA alkalmazás még igen kevés olvasható, másrészt újdonság abban is, hogy az additív DEA keresztthatékonyságát használja a beszállítók értékelésére és/vagy rangsorolására. (Cook és Seiford 2009) Az additív DEA modell a beszállító adatoknak a modellezés elvégzéséhez való rendezésében nyújt kielégítő megoldást. Az adatrendezés a „translation invariance” segítségével végezhető el, azaz negatív számokat egy konstans hozzáadásával nemnegatívvá alakítja.

¹Beérkezett 2023. október 2. DOI: <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.54.1202>. E-mail: dobos.imre@gtk.bme.hu.

Cikkünk gondolatmenete a következő lesz. Először szakirodalmi eredmények alapján röviden összefoglaljuk a beszerzés, illetve a beszállítókiválasztási döntés azon sajátosságait, amelyek a gyorsan változó üzleti környezetben a beszerzés és ez által a vállalati működés hatékonyságát egyértelműen meghatározzák. Ezt követően bemutatjuk az additív DEA modellt, majd egy korábbi dolgozatból származó számpéldán keresztül (Vörösmarty és Dobos 2019) illusztráljuk az additív alapmodell működését és a kereszthatékonyságok meghatározását, valamint a rangsorolásra történő felhasználását. A negyedik, utolsó részben összefoglaljuk a dolgozat eredményeit, és további kutatásokra hívjuk fel a figyelmet.

2 Beszállítóértékelési döntések a szakirodalom tükrében

A beszerzés, a beszállítók és a vállalati teljesítmény kapcsolatát a szakirodalom egyre inkább kiemeli. Annak ellenére igaz ez, hogy a kapcsolatot empirikusan nehéz igazolni, s kevés az olyan publikáció, amely kapcsolatot teremt a vállalati teljesítmény és a beszállítói teljesítmény között. A kutatások egy része a termelővállalatokra fókuszál. (Tan et al. 1999, Matyusz és Vörösmarty, 2016, Tseng, 2014, Mani et al. 2018) Nem véletlenül, hiszen egy termelő vállalat esetén logikusan is könnyen belátható, hogy az alapanyag minősége, rendelkezésre állása, ára hatással van a termék minőségére, árára, legyártási idejére. Ugyanakkor az összefüggés nem olyan egyértelmű: lehet, hogy egy adott beszállító jól teljesít, de a termék mégis későn készül el pl. gyártási problémák miatt. Indirekt termékek (működtetéshez szükséges termékek, szolgáltatások, beruházások) esetén a beszállítói teljesítmény és a vállalati teljesítmény kapcsolata még áttételesebb. A szélsőséges értékek hatása értelmezhető kiugróan. (Pl. egy beruházási projekt kapcsán egy hetes késés esetleg más tevékenységek gyorsításával kompenzálható, de egy nagyobb csúszás már az egész projekt sikeres lezárását veszélyeztetheti.)

Éppen ezért a beszállítókiválasztás során az értékelő teamnek törekednie kell arra, hogy szakértelmével leképezze a vállalat teljesítménye szempontjából fontos kritériumokat, és azok alapján értékelje a beszállító képességeit és kapacitásait. A beszállítókiválasztási folyamat sokszor több lépésben történik. (de Boer et al. 2001, Sarkar és Mohapatra, 2006, Van Echtelt et al. 2008) Az előminősítés során kiszűrhetők azok a beszállítók, akik nem rendelkeznek a megfelelő teljesítéshez szükséges megfelelő képességekkel, így az ajánlatértékelés már a teljesítési szempontok összevetése alapján történik. Ez számos esetben azt is jelenti, hogy az előminősítés alapján lehetséges, hogy minden fontos kritériumot értékelni tudunk, akkor az ajánlatértékelési szakaszban a legalacsonyabb ár (legalacsonyabb összköltség) alapján tudunk dönteni. Ugyanakkor sok esetben erre nincs lehetőség. Ilyenkor az összességében legjobb ajánlat kiválasztása a feladat.

Ez a probléma az, ami számos módszertani fejlesztést eredményezett, hiszen eltérő mértékegységű és eltérő fontosságú kritériumok összevetésére

van szükség. A szakirodalom számos megoldást kínál, így (Ho et al. 2010, Govindan et al. 2015, Agarwal et al. 2011, és Pal et al. 2011 szerint) a leggyakrabban alkalmazott módszerek között említhető az Analytic Hierarchy Process (AHP), Analytic Network Process (ANP), a DEA, vagy a Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) módszer.

A szakirodalom a szállítóértékelés kapcsán igen sokat foglalkozik a kritériumok megválasztásának kérdésével. Ahogy már utaltunk rá, igen fontos, hogy ez kritikus a vállalati teljesítmény szempontjából. A szempontok kapcsán azonban érdemes még két további gondolatot kiemelni a szakirodalomból. Az egyik, hogy a szakirodalom gyakorta javasolja a rövid távú teljesítménykritériumok mellett a beszállítói képességek értékelését is. (Rezaei et al. 2015, Abdollahi et al. 2015, Sarkar és Mohapatra 2006) Ezen gondolatok mögött lehet a beszállítói bázis menedzsmentjével kapcsolatos stratégiai célok, így pl. kockázatcsökkentési szempontból alternatív szállítók biztosítása. Lehet egy ajánlatkérési folyamat első lépése is, amelynek lényege a beszállítók előszűrése, azaz a nem alkalmas beszállítók kiszűrése. Ennek ellenére a tipikus beszerzés döntés lényege a legjobb beszállító kiválasztása ilyenkor is, akár a legalacsonyabb ár, akár az összességében legjobb ajánlat, célszerű lehet előszűrni, hogy azokat a beszállítókat, akik nem alkalmasak (bizonyos kritériumoknak nem tesznek eleget), ne kelljen értékelni, illetve a szűrés akár egyszerűsítést is szolgálhat, ne kelljen túl sok szempontot egyidejűleg értékelni.

A kritériumokkal kapcsolatos másik kiemelésre érdemes szempont, az a zöld vagy fenntarthatósági kritériumok megjelenése. Sajátos kritériumokról van itt szó, hiszen ezek üzleti teljesítménnyel való kapcsolata nem minden esetben könnyen megragadható, ugyanakkor számos cég keresi ma már azt, amivel a leghatékonyabban hozzájárulhat a jó környezeti teljesítményhez. (Rezaei et al. 2016, Govindan et al. 2015, Nielsen et al. 2014, Hashemi et al. 2015) Ezek a gondolatok kiemelik azt, hogy a beszállítóértékelési rendszerben a tradicionális üzleti és a környezeti kritériumokat külön kezeljük.

Ez a rövid összefoglaló is mutatja, hogy a beszállítóértékelésnek érdemes összetett módszereket alkalmaznia, ugyanakkor érdemes körütekintően figyelembe venni a döntési helyzet sajátosságait is.

3 Az additív DEA modell a beszállítók értékelésére

A DEA közismert döntéstámogatási módszertan. Alkalmazása igen sokrétű, így egy, az alkalmazásokat vizsgáló irodalomelemzés szerint a leggyakoribb alkalmazások a bankszektorhoz, az egészségügyhöz, a mezőgazdasághoz, az áruszállításhoz és az oktatáshoz kötődnek. (Liu et al. 2013). A hazai publikációk is szép számban foglalkoznak a DEA módszertanával, így pl. a közlekedésben (Markovics-Somogyi és Bokor, 2014), termelésben (Koltai et al. 2017) vagy az ipari parkoknál (Fülöp és Temesi, 2000).

A döntési egységek (DMU-k) hatékonyságának meghatározására Charnes et al. (1978) publikált egy hiperbolikus programozási modellt, ami lineáris

programozási feladattá alakítható át. Ez lényegében a Martos (1964) által vizsgált és megoldott általános hiperbolikus programozási modell egy alkalmazásának tekinthető. A DEA alkalmazása során meghatározunk input, output adatokat és segítségével definiáljuk a hatékonysági értékeket.

A következőkben a DEA módszerének segítségével a beszállítókiválasztást mint egy döntési problémát kezeljük, melyben a beszállítók teljesítményét két kritériumcsoport, a menedzsment kritériumok és a környezeti kritériumok alapján kezeljük. Az irodalom összefoglalóban említettek alapján menedzsmentkritériumoknak itt a beszállító üzleti értelemben vett teljesítményével összefüggő input szempontokat értékeljük, míg a környezeti szempontok a modell outputjaiként kerülnek megfogalmazásra. (Dobos és Vörösmarty, 2014, 2019a, 2019b, Vörösmarty és Dobos 2019) A döntési probléma vizsgálatára az additív DEA módszert alkalmazzuk. Egy illusztratív példán keresztül vizsgáljuk a kereszthatékony DEA modellt, feltételezve, hogy az adatok nem rendezettek, és a rendezés során negatív adatok is előállhatnak.

3.1 Az additív DEA modell alkalmazása a beszállító-kiválasztásban

A DEA alapmodelljének egyik problémája az adatok jellegének kezeléséből adódik. Az egyik ilyen probléma, hogy a DEA lényege, hogy az inputok minimalizálása és az outputok maximalizálása a cél. Amennyiben a mutatók megválasztásánál más logikát is szeretnénk figyelembe venni (mint jelen esetben az üzleti és a menedzsment kritériumok eltérő sajátosságai), akkor ezt az adatok átalakításával érhetjük el. Korábbi publikációinkban ezt a reciprok értékek meghatározásával (Dobos és Vörösmarty 2019a, Vörösmarty és Dobos 2019), illetve az adatok skálázásával értük el. (Dobos és Vörösmarty 2019b).

A DEA módszerének alkalmazásakor az adatok formátumának kezelésére egy további lehetséges módszer az, hogy az adatokat negatív adatokká transzformáljuk át. Ezzel logikailag a DEA inputokra és outputokra vonatkozó alapvetése teljesül. (Cook és Seiford 2009, Pastor és Ruiz 2007, Nerali és Wendell 2019) Ugyanakkor a nemnegativitási feltételnek is teljesülnie kell. Ezt úgy érhetjük el, ha egy pozitív számot hozzáadunk az értékekhez, amittől azok nagyobbak lesznek nullánál. Az additív DEA modellre teljesül a „translation invariance” feltétel az input és output kritériumokra is, azaz a negatív kritériumértékekhez egy állandó pozitív számot hozzáadva a kritérium értéke nemnegatívvá válik, azonban a DEA-súlyok értéke az új adatállományban változatlan marad. (Ali és Seiford 1990) A következő alfejezetben erre mutatunk egy példát.

Modellünkben a beszerző p számú beszállító közül választhat. Az üzleti szempontú kritériumok száma legyen n , a környezeti kritériumoké pedig m . Az i -edik beszállító értékelését az $(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)$ vektor adja meg, ahol \mathbf{x}_i vektor értéke megegyezik az üzleti kritériumokkal (input), és az \mathbf{y}_i vektor pedig a környezeti output kritériumokkal. A beszállítók input és output vektorait az \mathbf{X} és \mathbf{Y} mátrixok összegzik, ahol $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]$ és $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m]$.

Ezek a mátrixok az additív DEA modell együttthatómátrixai.

Ebben az esetben a DEA modell célja, hogy meghatározza a menedzsment (input) és a környezeti (output) kritériumok súlyait. A súlyvektorok \mathbf{v} (menedzsmentkritériumok) és \mathbf{u} (környezeti kritériumok), azaz a lineáris programozási feladat változói, amelyeket keresünk.

Az additív DEA modellt Charnes et al. (1985) publikálta először. A legújabb DEA irodalomban a DEA feladatokat nem a DEA hatékonysági mutatókra írják fel, hanem azok duáljára. Ennek megfelelően a modell duálja a következő módon adható meg (Charnes et al. 2007), amennyiben az első DMU (beszállító) hatékonyságát vizsgáljuk.

$$-\varepsilon \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{s}^- - \varepsilon \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{s}^+ \rightarrow \min \quad (1)$$

$$-\mathbf{X} \cdot \lambda - \mathbf{s}^- = -\mathbf{x}_1 \quad (2)$$

$$-\mathbf{Y} \cdot \lambda - \mathbf{s}^+ = \mathbf{y}_1 \quad (3)$$

$$\mathbf{1} \cdot \lambda = 1 \quad (4)$$

$$\lambda \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{s}^- \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{s}^+ \geq \mathbf{0} \quad (5)$$

Ennek a duál feladatnak az (5) egyenlőtlenséget kielégítő vektorai a változók. Az $\mathbf{1}$ vektor minden eleme egy, vagyis összegzővektor, és ε egy nagyon kicsiny pozitív szám. A duál feladat ettől az ε számtól nem függ, de a primál feladat felírásában fontos szerepet tölt be, mert ezzel a feltétellel a szokásos nemnegativitási feltételt kizárhatjuk a primál feladatból. Ezzel a transzformációval azt értük el, hogy az additív modell primáljának megoldásai, azaz a kritériumok súlyai szigorúan pozitív értéket vegyenek fel. Az (1)–(5) modell az additív DEA duál modellje, amelynek a primálja a következő modellel alakítható át:

$$-\mathbf{v} \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{y}_1 + u_1 \rightarrow \max \quad (6)$$

$$-\mathbf{v} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{u} \cdot \mathbf{Y} + u_1 \cdot \mathbf{1} \leq \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\mathbf{u} \geq \varepsilon \cdot \mathbf{1}, \quad \mathbf{v} \geq \varepsilon \cdot \mathbf{1}. \quad (8)$$

A (6)–(8) modell egyszerű, könnyen elérhető kereskedelmi szoftverekkel (pl. Microsoft Excel Solver) megoldható. Cikkünk további részeiben is ezt a szoftvert használtuk a számpélda elemzésénél. A számpélda adatait az 1. táblázat tartalmazza. A példa illusztratív jellegű. Törekedtünk realiztikus adatok használatára, és az adatok struktúrája megfelel a DEA alkalmazhatósági feltételeinek. Ennek megfelelően a beszállítók száma 15, és a DEA alkalmazhatósági feltételei szerint $p = \max\{mn; 3(m+n)\}$, ahol p a beszállítók száma, az inputok száma $n = 3$, az outputok száma pedig $m = 2$ (Cooper et al. 2001). Természetesen az (1)–(5) és/vagy (6)–(8) feladatokat akkor is megoldhatjuk, ha a beszállítók számára, azaz p -re a javasolt egyenlőség nem teljesül, vagyis a beszállítók száma lényegesen kisebb, mint a kritériumok száma. Azonban ez azzal jár, hogy a DEA súlyok nem lesznek egyértelműek, habár a hatékonyságok egyértelműek maradnak.

Beszállító	Menedzsment (input) kritérium			Környezeti (output) kritérium	
	Átfutási idő (nap)	Minőség (%)	Ár (\$)	Újrahasznosíthatóság (%)	CO2 kibocsátás (g/t)
1	2	80	2	70	30
2	1	70	3	50	10
3	3	90	5	60	15
4	1,5	85	1	40	20
5	2,5	75	2,5	65	35
6	2	95	4	90	25
7	3	80	1,5	75	15
8	1,5	85	3,5	85	20
9	1	70	3,5	55	10
10	2,5	75	4	45	10
11	3,5	90	2,5	80	25
12	2	65	1,5	50	20
13	3	85	3	75	15
14	1,5	70	4,5	85	20
15	1	65	2	75	15

1. táblázat. Az illusztratív számpélda adatai

Transzformáljuk át az első táblázat adatait olyan formátumra, amely jobban megfelel a maximalizálási kritériumoknak, azaz az input kritériumok esetében a legalacsonyabb értéket teljesítő a legjobb, az outputok esetében a legmagasabb értéket teljesítő a legjobb beszállító. Azon változók esetében van szükség átalakításra, amelyekre ez nem teljesül. Azaz a menedzsment kritériumok közül a minőség esetében, a környezeti kritériumok esetében pedig a CO2 kibocsátás adatoknál van szükség az adatok átalakítására. Ahogy arra már korábban utaltunk, több megoldás is létezik a probléma kezelésére, itt most az additív modell logikája szerint megszoroztuk ezeket az adatokat -1 -gyel és hozzáadtunk egy pozitív egész számot. A pozitív egész szám értéke a kritériumoknál különböző, megválasztásának szempontja, hogy az adott kritérium esetében az összes beszállító adata nagyobb legyen, mint 0. Így a minőség esetén 95-öt adtunk az értékekhez, míg a CO2 esetén 35-öt. Az átalakítás eredményét a 2. táblázat tartalmazza.

Beszállító	Menedzsment (input) kritérium			Környezeti (output) kritérium	
	Átfutási idő (nap)	Minőség (%)	Ár (\$)	Újrahasznosíthatóság (%)	CO2 kibocsátás (g/t)
1	2	15	2	70	5
2	1	25	3	50	25
3	3	5	5	60	20
4	1,5	10	1	40	15
5	2,5	20	2,5	65	0
6	2	0	4	90	10
7	3	15	1,5	75	20
8	1,5	10	3,5	85	15
9	1	25	3,5	55	25
10	2,5	20	4	45	25
11	3,5	5	2,5	80	10
12	2	30	1,5	50	15
13	3	10	3	75	20
14	1,5	25	4,5	85	15
15	1	30	2	75	20

2. táblázat. Átalakított adatok

A lineáris programozási modell (6)-(8), az első beszállítóra megoldva a feladatot, a következő optimális súlyokat adja (3. táblázat).

Átfutási idő	Minőség	Ár	Újrahasznosíthatóság	CO2 kibocsátás	Slack változó (u_1)
$1,5692 \cdot 10^{-4}$	$1,4923 \cdot 10^{-5}$	0,00018	0,00001	0,00001	$1,46 \cdot 10^{-5}$

3. táblázat. A DEA modell megoldása az első beszállítóra

Az ε értékét ebben a modellben 0,00001-nek választottuk. Tapasztalataink szerint más kisebb szám sem vezet lényegesen más eredményre, mert a DEA hatékonyság számlálójába és nevezőjébe is ugyanez a nagyság kerül, mivel a (8) egyenlőtlenségekre ugyanaz az alsó határ. A DEA hatékonysági értékeket a 4. táblázat tartalmazza, amennyiben az első beszállító DEA hatékonyságát maximalizáljuk.

Beszállító	Hatékonyság
8	0,986
7	0,985
15	0,985
4	0,974
6	0,967
11	0,838
1	0,835
13	0,819
14	0,705
2	0,701
9	0,690
12	0,630
5	0,570
3	0,553
10	0,496

4. táblázat. Beszállítók hatékonysági értékei az első beszállító esetén

A leghatékonyabb DMU-k az első beszállító adatai alapján (hatékonysági sorrendben) a 8., 7. és a 15. beszállító. Az első beszállítónak a hatékonysági értéke 0,835, ami viszonylag magas, de nem éri el a maximálisan lehetséges 1 értéket.

A súlyvektor arra utal, hogy a példa adatainál a menedzsment súlyokat érdemes figyelembe venni az értékelésben, döntésmeghatározó szerepük miatt. Ugyanakkor a környezeti szempontok is súlyt kaptak, értékük a lehetséges minimális érték, azaz 0,00001-t veszi fel. Ez azt jelenti, hogy a súlyok effektívek, azaz a lehetséges legkisebb értéket veszik fel.

3.2 A beszállítók vizsgálata kereszthatékonysággal

A beszállítók hatékonyságának megállapítására a DEA modell adhat választ. Ahogy láttuk az irodalomösszefoglalóban, a beszállítóértékelésben ez hasznos lehet pl. egy előminősítés során, ahol a cél egy megfelelő teljesítményt nyújtó beszállítói kör kiválasztása; az ismert beszállítók közül való kiszűrése. Azonban amennyiben azt szeretnék, hogy a beszállítók közül a legjobbat válasszunk

ki, akkor szükség lehet egy olyan eljárásra, amely alkalmas arra, hogy a beszállítók között sorrendet állítson fel. A DEA modellnek számos olyan továbbfejlesztését fogalmazta meg a szakirodalom (Hosseinzadeh Lotfi et al. 2013, Ho et al. 2010, Aldamak és Zolfaghari, 2017), amely alapvetően alkalmas a DMU-k közötti hatékonysági sorrend megállapítására. Ebben a példában egy olyan megoldást kívánunk bemutatni, amely ezt a rangsorolást tüzi ki célul.

A DEA hatékonyság viszonylag könnyen értelmezhető. A keresztatékonysági értékek értelmezésére többféle interpretáció is létezhet. (Doyle és Green, 1994) Így létezik az önértékelés jelentés (self-appraisal): ebben az esetben a saját hatékonyság maximalizálása a cél. A keresztatékonyság esetében viszont egyenrangú értékelés (peer-appraisal) történik, vagyis a hatékonyságot a többi beszállító optimális súlyaival határozzuk meg. A keresztatékonyság természetesen mindig alacsonyabb, mint a DEA hatékonyság. Az 5. táblázat tartalmazza a DEA- és keresztatékonyságokat mátrix formában.

Az egyes beszállítók DEA hatékonyságát a (6)–(8) feladat megoldásával, a saját kritériumaik alapján határozhatjuk meg. A 3.1. fejezetben meghatározott keresztatékonyságokat az 5. táblázat 1. oszlopa tartalmazza. A számpéldánkban így 15 lineáris programozási problémát kell megoldanunk.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,835	0,546	0,255	0,808	0,848	0,592	0,695	0,842	0,505	0,830	0,592	0,766	0,478	0,565	0,848
2	0,701	1,000	0,635	0,718	0,711	0,374	0,446	0,694	0,961	0,730	0,374	0,621	0,585	0,835	0,711
3	0,553	0,682	1,000	0,592	0,562	0,531	0,502	0,569	0,510	0,572	0,531	0,436	0,763	0,446	0,562
4	0,974	1,000	1,000	1,000	0,989	0,719	0,875	0,983	0,644	1,000	0,719	0,939	1,000	0,564	0,989
5	0,570	0,289	0,040	0,538	0,578	0,395	0,467	0,574	0,316	0,560	0,395	0,526	0,242	0,388	0,578
6	0,967	0,877	1,000	1,000	0,981	1,000	0,880	1,000	0,836	0,976	1,000	0,729	1,000	0,860	0,981
7	0,985	0,848	0,907	1,000	1,000	0,823	1,000	1,000	0,542	1,000	0,823	0,964	1,000	0,504	1,000
8	0,986	1,000	0,722	1,000	1,000	0,726	0,754	1,000	1,000	1,000	0,726	0,791	0,789	1,000	1,000
9	0,690	0,979	0,616	0,706	0,700	0,376	0,439	0,684	1,000	0,716	0,376	0,596	0,569	0,885	0,700
10	0,496	0,704	0,691	0,528	0,504	0,347	0,387	0,501	0,513	0,519	0,347	0,426	0,580	0,414	0,504
11	0,838	0,602	0,839	0,857	0,851	1,000	1,000	0,867	0,427	0,841	1,000	0,733	0,993	0,439	0,851
12	0,630	0,595	0,373	0,616	0,640	0,342	0,451	0,622	0,457	0,640	0,342	0,655	0,424	0,431	0,640
13	0,819	0,809	0,990	0,851	0,831	0,748	0,791	0,838	0,561	0,836	0,748	0,707	0,947	0,517	0,831
14	0,705	0,708	0,369	0,697	0,715	0,420	0,475	0,705	0,809	0,714	0,420	0,593	0,444	0,837	0,715
15	0,985	1,000	0,485	0,949	1,000	0,471	0,605	0,964	1,000	1,000	0,471	0,964	0,561	1,000	1,000

5. táblázat. A DEA- és keresztatékonyságok mátrixa

A mátrix diagonális (dőlten) mutatja a DEA hatékonyságokat, míg a főátlón kívüli elemek a 14 keresztatékonysági értéket mutatják az adott beszállító optimális súlyával. Az egyes beszállítók aggregált keresztatékonyságát az egyedi értékek átlagolásával kapjuk meg:

$$E_i = \frac{1}{14} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{15} E_{ij}$$

A 6. táblázat foglalja össze a DEA- és a keresztatékonysági értékeket. Érdekes észrevenni azt, hogy a példában a két érték között a korreláció 0,767, ami erős lineáris kapcsolatra utal.

Beszállító	DEA hatékonyság	Kereszthatékonyság
6	1,000	0,935
8	1,000	0,892
4	1,000	0,885
7	1,000	0,885
15	1,000	0,818
11	1,000	0,795
2	1,000	0,650
9	1,000	0,645
3	1,000	0,558
13	0,947	0,777
14	0,837	0,606
1	0,835	0,655
12	0,655	0,514
5	0,578	0,420
10	0,519	0,496

6. táblázat. A beszállítók hatékonysági mutatói

A 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11 és 15 számú beszállítónak magas a hatékonysága. Ezek a beszállítók Pareto-hatékonnyak, azaz nincs olyan beszállító, aki minden kritérium szerint jobb náluk. A többi hat beszállító nem hatékony. A 6, 8, 4, 7, 15 és 11 számú beszállítók keresztatékonysága 0,8 vagy nagyobb. Amennyiben tehát a feladat a sorrend felállítás, akkor ennek megfelelően a keresztatékonyság és a DEA hatékonyság alapján választhatunk (a döntési helyzetnek megfelelően egy vagy több beszállítót). A 2, 9 és 3 számú beszállító hatékony, de a keresztatékonyságuk alacsony. Ez feltehetőleg arra utal, hogy bár jól teljesítenek egyes mutatók esetén, más vonatkozásban nem elég hatékonyak.

4 Összefoglaló

Tanulmányunkban egy új megoldást javasoltunk a beszállítóértékelési probléma kezelésére. A beszerzési irodalom alapján felvetettünk olyan sajátosságokat, amelyek befolyásolhatják a beszállítókiválasztási folyamatot, így pl. a beszállítók előszűrésének kérdését, hogy nem egy, hanem több hatékony beszállítót keres egy vállalat. Mindenképpen fontos a környezeti szempontok megfelelő kezelése is. Ezeknek a sajátosságoknak a figyelembevételével mutatunk be egy megoldást, amely összekapcsolja az additív és a keresztatékonysági DEA modelljét.

A DEA modellekben gyakori eset, hogy az input és output kritériumok rendezésekor adatprobléma lép fel, esetünkben az adatok negativitása. A dolgozat számpéldájában az input, menedzsment kritériumok közül a minőség, míg az output, környezeti szempontok közül a CO₂ kibocsátás lett negatív az adatrendezés során.

Az előbb említett negativitási probléma megoldására kizárólag a bemutatott additív modell nyújt lehetőséget. A probléma megoldását a „translation invariance” eljárás, vagyis az a technika adja, hogy a negatív értékű kritériumhoz ugyanazt a konstans számot adjuk hozzá. Ezzel elérhető a DEA modellektől elvárható nemnegativitási feltétel. Az előbbieken felhasznált

technikák segítségével az additív DEA modellt felkészítettük a beszállítók rangsorolására, ami alapvetően nem várható el a DEA modellektől. A rangsoroláshoz nem a klasszikus önértékelést, azaz self-appraisal hatékonyságokat használtuk, hanem a kereszthatékonyságokat, amelyek peer-appraisal-nek tekinthetők abban az értelemben, hogy a hatékonysági mérőszámokat a „versenytársak” súlyaival határozzuk meg. Mivel a kereszthatékonyságok nem nagyobbak, mint a klasszikus DEA-hatékonyságok, ezért az elemzésben alkalmazott átlagos, vagyis aggregált kereszthatékonyság nagy eséllyel kisebb lesz, mint a maximálisan elérhető DEA-hatékonyság. Ez lehetővé teszi a beszállítók rangsorolását, és nem csak csoportba sorolását.

Ugyanakkor az aggregált kereszthatékonyságnak megvan az az előnye, hogy az egyes beszállítók egyes kritériumai szerinti kiugró értékeit „lekerekíti”. Ez oda vezethet, hogy a klasszikus DEA értelmében hatékony beszállító az aggregált hatékonyság szerint kevésbé hatékonynak tűnik.

Számos gondolat vetődött még fel a cikk írása közben, melyek további kutatásokban vizsgálhatók. Így az egyes súlyok kezelése és értelmezése új eredményeket hozhat. A dolgozat nem ragadta meg pl. a környezeti kritériumok súlyainak nagyságát, amivel az egyes kritériumok „fontossága” megragadható lenne.

Köszönetnyilvánítás

A dolgozat az NKFIH K 124644 projekt támogatásával készült.

Irodalom

1. Abdollahi, M., Arvan, M., Razmi, J. (2015). An integrated approach for supplier portfolio selection: Lean or agile?. *Expert Systems with Applications*, 42(1), 679–690.
2. Agarwal, P., Sahai, M., Mishra, V., Bag, M., Singh, V. (2011). A review of multi-criteria decision making techniques for supplier evaluation and selection. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 2(4), 801–810.
3. Ali, A. I., & Seiford, L. M. (1990). Translation invariance in data envelopment analysis. *Operations Research Letters*, 9(6), 403–405.
4. Aldamak, A., Zolfaghari, S. (2017). Review of efficiency ranking methods in data envelopment analysis. *Measurement*, 106, 161–172.
5. Chai, J., Liu, J. N., Ngai, E. W. (2013). Application of decision-making techniques in supplier selection: A systematic review of literature. *Expert Systems with Applications*, 40(10), 3872–3885.
6. Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444.
7. Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 30 (1–2), 91–107.

8. Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. 2nd ed., Springer Science & Business Media.
9. Cook, W. D., Seiford, L. M. (2009). Data envelopment analysis (DEA) – Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192(1), 1–17.
10. Cooper, W. W., Li, S., Seiford, L. M., Tone, K., Thrall, R. M., Zhou, J. (2001). Sensitivity and Stability Analysis in DEA: Some Recent Developments, *Journal of Productivity Analysis*, 15, 217–246
11. De Boer, L., Labro, E., Morlacchi, P. (2001). A review of methods supporting supplier selection. *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 7(2), 75–89.
12. Dobos, I., Vörösmarty, G. (2019a). Inventory-related costs in green supplier selection problems with Data Envelopment Analysis (DEA). *International Journal of Production Economics*, 209, 374–380.
13. Dobos, I., Vörösmarty, G. (2019b). Evaluating green suppliers: improving supplier performance with DEA in the presence of incomplete data. *Central European Journal of Operations Research*, 27(2), 483–495.
14. Dobos, I., Vörösmarty, G. (2014). Green supplier selection and evaluation using DEA-type composite indicators. *International Journal of Production Economics*, 157, 273–278
15. Doyle, J., Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the Operations Research Society*, 45(5), 567–578.
16. Fülöp, J., Temesi, J. (2000). A Data Envelopment Analysis (DEA) alkalmazása ipari parkok hatékonyságának vizsgálatára. *Sigma*, 32(3-4), 85–110.
17. Govindan, K., Rajendran, S., Sarkis, J., Murugesan, P. (2015). Multi criteria decision making approaches for green supplier evaluation and selection: a literature review. *Journal of Cleaner Production*, 98, 66–83.
18. Govindan, K., Rajendran, S., Sarkis, J., Murugesan, P. (2015). Multi criteria decision making approaches for green supplier evaluation and selection: a literature review. *Journal of Cleaner Production*, 98, 66–83.
19. Hashemi, S. H., Karimi, A., Tavana, M. (2015). An integrated green supplier selection approach with analytic network process and improved Grey relational analysis. *International Journal of Production Economics*, 159, 178–191.
20. Ho, W., Xu, X., Dey, P. K. (2010). Multi-criteria decision making approaches for supplier evaluation and selection: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 202(1), 16–24.
21. Ho, W., Xu, X., Dey, P. K. (2010). Multi-criteria decision making approaches for supplier evaluation and selection: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 202(1), 16–24.
22. Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G. R., Khodabakhshi, M., Rostamy-Malkhlifeh, M., Moghaddas, Z., Vaez-Ghasemi, M. (2013). A review of ranking models in data envelopment analysis. *Journal of Applied Mathematics*, 2013.
23. Ji, P., Ma, X., Li, G. (2015). Developing green purchasing relationships for the manufacturing industry: An evolutionary game theory perspective. *International Journal of Production Economics*, 166, 155–162.
24. Koltai, T., Uzonyi-Kecskés, J. (2017). The comparison of data envelopment analysis (dea) and financial analysis results in a production simulation game. *Acta Polytechnica Hungarica*, 14(4), 167–185.

25. Liu, J. S., Lu, L. Y., Lu, W. M., Lin, B. J. (2013). A survey of DEA applications. *Omega*, 41(5), 893–902.
26. Lovell, C. K., Pastor, J. T. (1995). Units invariant and translation invariant DEA models. *Operations Research Letters*, 18(3), 147–151.
27. Mani, V., Gunasekaran, A., Delgado, C. (2018). Enhancing supply chain performance through supplier social sustainability: An emerging economy perspective. *International Journal of Production Economics*, 195, 259–272.
28. Markovits-Somogyi, R., Bokor, Z. (2014). Assessing the logistics efficiency of European countries by using the DEA-PC methodology. *Transport*, 29(2), 137–145.
29. Martos, B. (1964). Hyperbolic programming. *Naval Research Logistics Quarterly*, 11(2), 135–155.
30. Matyusz, Z., Vörösmarty, G. (2016). Aligning supplier evaluation with manufacturing competitive priorities. Results of an international survey in manufacturing and assembly industries. Working paper, Budapesti Corvinus Egyetem
31. Nerali, L., Wendell, R. E. (2019). Sensitivity in DEA: an algorithmic approach. *Central European Journal of Operations Research*, 27(4), 1245–1264.
32. Nielsen, I. E., Banaeian, N., Golińska, P., Mobli, H., Omid, M. (2014). Green supplier selection criteria: from a literature review to a flexible framework for determination of suitable criteria. In *Logistics operations, supply chain management and sustainability*. Springer International Publishing, 79–99.
33. Pal, O., Gupta, A. K., Garg, R. K. (2013). Supplier selection criteria and methods in supply chains: A review. *International Journal of Social, Management, Economics and Business Engineering*, 7(10), 1403–1409.
34. Pastor, J. T., & Ruiz, J. L. (2007). Variables with negative values in DEA. In *Modeling data irregularities and structural complexities in data envelopment analysis*. Springer, Boston, MA, 63–84.
35. Prajogo, D., Chowdhury, M., Yeung, A. C., Cheng, T. C. E. (2012). The relationship between supplier management and firm's operational performance: A multi-dimensional perspective. *International Journal of Production Economics*, 136(1), 123–130.
36. Rezaei, J., Nispeling, T., Sarkis, J., Tavasszy L. (2016). A supplier selection life cycle approach integrating traditional and environmental criteria using the best worst method. *Journal of Cleaner Production*, 135, 577–588.
37. Rezaei, J., Wang, J., Tavasszy, L. (2015). Linking supplier development to supplier segmentation using Best Worst Method. *Expert Systems with Applications*, 42(23), 9152–9164.
38. Sarkar, A., Mohapatra, P. K. (2006). Evaluation of supplier capability and performance: A method for supply base reduction. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 12(3), 148–163.
39. Şen, C. G., Şen, S., Başlıgil, H. (2010). Pre-selection of suppliers through an integrated fuzzy analytic hierarchy process and max-min methodology. *International Journal of Production Research*, 48(6), 1603–1625.
40. Tan, K. C., Kannan, V. R., Handfield, R. B., Ghosh, S. (1999). Supply chain management: an empirical study of its impact on performance. *International Journal of Operations & Production Management*, 19(10), 1034–1052.
41. Tseng, S. M. (2014). The impact of knowledge management capabilities and supplier relationship management on corporate performance. *International Journal of Production Economics*, 154, 39–47.

42. Van Echtelt, F. E., Wynstra, F., Van Weele, A. J., Duysters, G. (2008). Managing supplier involvement in new product development: a multiple-case study. *Journal of Product Innovation Management*, 25(2), 180–201.
43. Vörösmarty, G., Dobos, I. (2019). Supplier Evaluation with Environmental Aspects and Common DEA Weights. *Periodica Polytechnica Social and Management Sciences*, 27(1), 17–25.

CROSS-EFFICIENCY IN THE ADDITIVE DEA MODEL FOR SUPPLIER EVALUATION

When selecting a supplier, it may be important to establish a supplier ranking that reflects the adequacy of each supplier's performance. The literature recommends several methodologies to solve the problem. One of these is Data Envelopment Analysis (DEA), which is a non-parametric method. The purpose of this paper is to provide an example of how to prepare the information in the supplier's offer for the DEA model to carry out the modeling. One of the biggest difficulties is that the general model of DEA only measures efficiency, but the basic model is not suitable for ranking. However, DEA's cross-efficiencies make it possible to establish the order between suppliers in addition to determining efficient suppliers.

Key words: supplier evaluation, Data Envelopment Analysis, cross-efficiency, additive model