



A munkaerőpiaci ingázás vizsgálati lehetőségei komplex hálózatelemzéssel

The research possibilities of commuting to work by the methods of complex network analysis

Pálóczy Gábor
Debreceni Egyetem
E-mail:
paloczig@gmail.com

Tanulmányunkban a hálózatelemzés alkalmazási lehetőségét vizsgáltuk meg a területi kutatásokban. Bemutattuk a területfejlesztés szempontjából a hálózatok szerveződésének és fejlődésének szabályszerűségeit. Az ismertetett szabályok egy új megközelítést adják a területi fejlődésnek. A 2011. évi népszámlálás ingázási adatai alapján elemeztük a települések függőségi viszonyait a diszparitás használatával. Az elingázás diszparitása minden népességekategóriában magasabb volt, mint a beingázásé, tehát az elingázás szempontjából jelentősebb a függőségi viszony. Általában véve a települések népességszámának csökkenésével a diszparitás értéke nő, vagyis a függőségi viszony erősödik. Ez összefügg a foksám és az ingázási távolság csökkenésével. Megállapításunk szerint a diszparitás mutatója eredményesen használható további területi kutatásokban is. A hálózatelemzés csoportkeresési eljárásait (*community detection*) térfelosztásra is felhasználtuk. A Louvain-módszerrel végrehajtott modularitás-optimalizálás alkalmasnak bizonyult nagyobb területegységek lehatárolására. A felbontás értékének növelésével kisebb egységek is létrehozhatóak, azonban a modul stabilitása romlik. Egyszersmind az egységek összetétele megváltozik. Az eredmények alapján megállapítható, hogy a foglalkoztatási kapcsolatokon nyugvó – vagyis a regionalizmus szerint formálódó – régiók nem illeszkednek a magyar NUTS2-es régiókhoz, de a természetföldrajzi és a megyehatárok számos esetben kimutathatók. A megyerendszertől való eltérések nem egyszeri, a módszertanból következő eltérések, hanem a helyi munkaerőpiaci vonzásokörzetekkel együtt igazolhatóan a valós ingázási kapcsolatokat tükrözik. A módszer alkalmazható lehet a helyi munkaerőpiaci vonzásokörzetek hierarchikus rendjének megállapítására és további térbeli interakciók vizsgálatára is.

Kulcsszavak:
hálózatelemzés,
ingázás,
diszparitás,
függőség,
regionalizálás,
csoportkeresés

In the current paper the possible utilization of complex network analysis in spatial researches was investigated. The organizational and developmental regularities of networks were demonstrated from the aspect of regional development planning. The reviewed regularities provide a new approach of the regional developments.

The dependencies of settlements were analysed with the application of disparity method on the basis of the commuting matrix of the census from 2011. The disparity of out-commuting exceeded the level of in-commuting in all population categories, producing a more significant dependency relation in case of out-commuting. In general, the value of disparity increases with decreasing population number in settlements and dependency grows. This can be related with decrease in the level of degree and commuting distance. According to detailed results, the method of disparity might be effectively used in additional spatial analyses as well.

The community detection procedures of the complex network analysis were also applied for spatial division. Modularity optimization with the Louvain method was successfully used in the delimitation of larger territorial units. Smaller units can be created by the increase of the resolution but modularity stability deteriorates. At the same time the composition of the units changes. In the light of the results, it could be stated that regions formed by commuting relations (according to the process of regionalism) did not match the Hungarian NUTS2 statistical regions, but natural borders and NUTS-3 level administrative boundaries could be detected in more cases. The differences between the results and NUTS-3 boundaries are not unique

Keywords: network analysis, real commuting relations (the local labour system units were discussed in a previous study). The methodology dependency, might be appropriate to detect the hierarchical order of regionalization, the local labour system's units. The method is adaptable community detection for additional analysis of spatial interactions..

Beküldve: 2015. november 10.

Elfogadva: 2016. január 25.

Bevezetés

A területi kutatások az egyes területi egységek jellemzőinek, dinamikájának feltárása mellett kitüntetett figyelmet fordítanak a területi egységek (települések, közigazgatási egységek) között zajló folyamatokra (innováció, migráció, munkaerő-vándorlás) és el- lenállási tényezőkre (közúti elérhetőség) (Tóth 2013). Az áramlások jellemzőinek pontosabb megismerése, valamint a kapcsolatok intenzitásának növelése hozzájárulhat- nak a területi egyenlőtlenségek mérsékléséhez.

A települések közötti áramlásokról kevés, településszintű elemzések elvégzésre is al- kalmas, egységes módszertannal gyűjtött, országos adatbázissal rendelkezünk. A nép- számlálások keretében gyűjtött munkaerőpiaci ingázás adatsora megfelel az említett krité- riumoknak, mégis alulhasznosított (Kiss–Szalkai 2014). A további elemzések elvégzéséhez új módszertani megközelítést kerestünk a nemzetközi szakirodalomban. Az ingázási ada- tok elemzésére a térbeli interakciós modellek mellett (Patuelli et al. 2007, LeSage–Fischer 2010) a komplex hálózatelemzés módszerét (Russo et al. 2007, De Montis et al. 2010, Caschili–De Montis 2013) alkalmazzák. Tanulmányunk célja az ingázási kapcsolatok új típusú elemzése a komplex hálózatelemzés módszertanával, bemutatva annak alkalmazási módjait, korlátait, valamint további felhasználási lehetőségeit.

A hálózatelemzés és kapcsolódása a területi kutatásokhoz

A komplex hálózatok elemzésének eszköztára igen gyakran bukkan fel a nemzetközi szakirodalomban. Népszerűségének kulcsa a problémák megközelítésében rejlik, ugyanis a széles körben alkalmazott analitikus és kontextuális ismérvektől eltérően a hálózatelemzés az ún. relációs adatokra épül. Az analitikus ismérv a településhez el- választhatatlanul hozzátartozó információ, például a munkanélküliek aránya. A kon- textuális ismérv adott település mutatóját hasonlítja a környezetének azonos mutató- jához, így eldönthető, hogy adott téregységben például a munkanélküliség aránya ked- vezőnek vagy kedvezőtlennek tekinthető-e. A relációs ismérv mindezekkel szemben mindig két település közötti kapcsolat meglétét, esetenként erősségét jelöli bizonyos formában (munkahelyre ingázás, közlekedésföldrajzi kapcsolatok) (Letenyi 2005). A módszertan gráfelméleti alapokon nyugszik, alkalmazása során a valós világot csú- csokra és az azokat összekötő élekre egyszerűsítjük le. A gráf csúcsai lehetnek az egyes települések, míg az őket összekötő áramlások a gráf élei. A valós folyamatok leképe- zéséhez több lehetőség áll a kutatók rendelkezésére. A hálózatok lehetnek irányítot- tak, ekkor az élek nem vonalak, hanem nyilak, amelyek az egyik csúcsból (forráscsúcs) egy másik csúcsba (célcsúcs) mutatnak. Alapesetben a csúcsok közötti kapcsolat meg- létét, illetve hiányát bináris kódolással (0 vagy 1 érték – dichotom hálózat) rögzítjük. Az élek súlyozhatóak az anyag- vagy az információáramlás nagyságrendjével, az infra- strukturális elem kapacitásával vagy hosszával. A földrajzi tér pontokkal és élekkel modellezett világa a gráfelmélet, a lineáris algebra (Dusek 2013), valamint az önálló- suló hálózatelemzés módszereivel elemezhető.

A hálózatelemzés alkalmazása a területi kutatásokban reneszánszát éli. Az 1960-as és 1970-es években már megjelentek tanulmányok a térbeli interakciók gráfelméleti alapokon nyugvó elemzéséről (Dusek 2013, Klapka et al. 2013). Jelen tanulmány elsősorban a fizika és a biológia területén végzett vizsgálatokból merítette a módszertani hátteret. A fizikából származó analógiák és vizsgálati módszerek adaptálása a területi kutatásokban nem ismeretlen, például a gravitációs (Dusek 2003) vagy a rugó-tömb modellek (Máté et al. 2013).

A hálózatok kutatás számos diszciplínában – sok esetben párhuzamosan, a tudományterületek kihívásainak megfelelően – fejlődött az utóbbi évtizedekben. A fizika, az orvostudomány, a biológia, az ökológia (Szabó et al. 2012), a szociológia (Letenyei 2005) mellett a hazai társadalomföldrajzi, regionális tudományi szakirodalomban is egyre nagyobb teret nyer a hálózatelemzés módszertana. Alkalmazása releváns a területi kutatásokban, ugyanis a térkapcsolatok intenzitása, nagysága és egyenlege felfogható fejlettségi indikátorként is: míg a fejlett, dinamikus térségek sokirányú és intenzív belső és külső kapcsolatokkal, addig a periférikus térségek gyenge és egyoldalú kapcsolatokkal rendelkeznek (Nemes Nagy 2009). A gazdaság szereplői telephelyválasztásuk során a fejlett kapcsolatrendszerrel (például jó elérhetőséggel) rendelkező településeket részesítik előnyben (Kozma 1998).

A regionális tudomány tércategóriái és fogalmai értelmezhetők a hálózatok kutatásában is (Vida 2013). A periférikusság (a lehatárolás módszereiről lásd: Pénzes 2014) és a vonzáskörzetek lehatárolása mellett egyéb problémaköröknél is használható e módszer. A hazai szakirodalomban alkalmazták már a tudományos együttműködés (Vida 2012), a turisztika (Madarász–Papp 2013), a bankközi elszámolásforgalom (Pál 2014), a policentrikus várostérségek kialakítása (Fleischer 2009), a közlekedés (Géber 2007, Pálóczy–Pénzes 2011, Szabó et al. 2013), valamint a kistérségi ingázási kapcsolatok (Letenyei 2000) vizsgálatában is. A módszer jövőbeli alkalmazási területei lehetnek az online terek és ismertségi hálózatok (Jakobi–Lengyel 2014), továbbá a globális értékláncok (Molnár 2012).

A hálózatok csomópontjai a regionális kutatások során a földrajzi helyeknek feleltethetők meg. Országos léptékű vizsgálatok esetében a települések, a települési szintű elemzések esetében az úthálózati csomópontok vagy a településrészek tekinthetők a hálózat csúcspontjainak. Az élek lehetnek a vonalas infrastruktúra elemei (például utak, vasutak) vagy az azokon folyó anyag- és információáramlás (Dusek 2013).

Szomszédsági mátrix, ingázási rendszer

A vizsgálatunk a 2011. évi népszámlálás munkaerőpiaci ingázási adatain nyugszik. Az adatbázis a lakóhely és a munkahely közötti napi rendszerességű munkavállalási célú ingázás adatait tartalmazza. A településeket a hálózat csomópontjainak, míg a települések közötti ingázást a hálózat éleinek feleltettük meg. Az adatokat egy

ún. szomszédsági mátrixba (*adjacency matrix*) rendeztük, melyben a következő módosításokat hajtottuk végre:

- Eltávolítottuk a külföldre, valamint a változó településre ingázók adatait.
- Budapest kerületeinek kapcsolatait aggregáltuk, vagyis Budapest minden olyan településsel szomszédos a mátrixunkban, amellyel valamely fővárosi kerület foglalkoztatási szempontból kapcsolatban volt, értelemszerűen a súlytényezőket is összeadtuk.
- A felhasznált mutatók a települések önmagával való kapcsolatát (helyben dolgozók) nem értelmezik, ezért a mátrix átlójában nullát szerepeltettünk.
- Az irányított hálózatmátrixnak elkészítettük a szimmetrikus változatát is, vagyis a településpárok között az ingázási irányok szerinti értékeket összeadtuk, és az el-, illetve beingázásnál is ugyanezen értéket szerepeltettük.

Az elvégzett módosítások összhangban vannak a szakirodalomban ismertett adatfeldolgozással (Pénzes et al. 2014; De Montis et al. 2007).

A hálózat csúcsait – irányított hálózat esetén – a hozzájuk befutó élek (befok), valamint a tőlük induló élek számával (kifok) jellemezhetjük legegyszerűbben. A hálózat 3154 csúcsa között összesen 128 610 él található, a legtöbb (2162) éllel Budapest rendelkezik, ellenben – a Borsod-Abaúj-Zemplén megyei Encsi járásban található törpefalu – Gyagyapáti elszigetelt zárványként egyetlen településhez sem kapcsolódott. Egy átlagos él súlya 18 volt, vagyis egy átlagos relációban 18-an ingáztak naponta, míg Budapest és Budaörs között több mint 13 ezren. A népességszám és a fokszám között erős, pozitív korrelációs kapcsolat mutatható ki ($r=0,73$).

A komplex hálózatok kutatásában számos, univerzális szabályszerűséget fedeztek fel, amelyek a hálózat struktúrájából következnek és függetlenek a vizsgálat tárgyától, ám hozzájárulnak viselkedésük jobb megértéséhez. Alapvetően megkülönböztettünk véletlen és skálafüggetlen hálózatokat. A természetben és a társadalomban előforduló hálózatok jelentős része skálafüggetlen és a következő jellemzők érvényesek rájuk (Barabási 2006):

- Hatványtörvénynek megfelelő fokszámeloszlás.
- Rövid átlagos (hálózati) távolság.
- Preferenciális kapcsolódás.
- Magas klaszterezettségi szint.

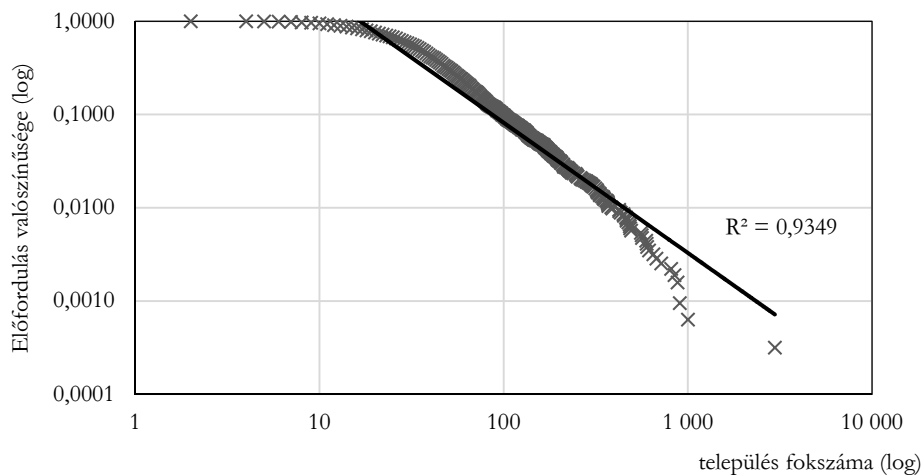
A skálafüggetlen hálózatok fokszámeloszlása a hatványtörvénynek felel meg, vagyis ezek a hálózatok nagyszámú, kevés kapcsolattal rendelkező csúcsból és a csúcsok egy kis csoportjából állnak, melyek igen nagy fokszámmal rendelkeznek. (A hatványtörvény speciális esete, a Pareto-eloszlás közismert a társadalomtudományban, amely szerint a háztartások 20%-a rendelkezik a bevételek 80%-ával, vagy a települések rangnagyság szabálya [Czaller 2012]). A fokszám kumulatív valószínűségi eloszlását logaritmikus skálán ábrázolva megmutatkozik, hogy az értékek jelentős hányada jól illeszkedik a hatványtrendvonalra. Az adatok illeszkedésének pontosságát mutató $R^2=0,9349$, vagyis 93%-os pontossággal a hálózat településeinek fokszámeloszlása

hatványfüggvénnyel leírható (1. ábra). A vizsgált települések döntő többségének 50-nél kevesebb településsel van munkaerőpiaci kapcsolata.

1. ábra

A fokszám kumulatív valószínűségi eloszlása (log-log plot), 2011

Cumulative probability distribution of the degree (log-log plot), 2011



A rövid átlagos távolság azt jelzi, hogy a hálózat bármely két pontja – a nagy elemszám ellenére – az élek sorozatán haladva néhány lépésben eléri egymást, vagyis az információ (például innováció, munkaerőpiaci hatások) igen gyorsan eljuthat bármely két tetszőleges csúcspont között. Az emberek közötti ismeretségi hálózat e tulajdonságának gondolata először Karinthy Frigyes Láncszemek c. novellájában jelent meg. Kísérlettel először Milgram próbálta meg bizonyítani. Eredményei szerint az Egyesült Államokban két tetszőleges személy átlagosan mindössze 5–6 kézfogásra van egymástól (Milgram 1967). A vizsgálati alanyok kiválasztása módszertanilag hibásnak bizonyult (Kleinfeld 2002), azonban számos – köztük társadalmi – hálózaton bizonyították az ún. kisvilág (small-world) jellemző létezését (például Backstrom et al. 2011). A lépések száma legfeljebb az elemek számának logaritmusával növekszik (Barabási 2006).

A magyar ingázási hálózatban az átlagos legrövidebb út a települések között mindössze 2,37. Az ország településszáma 3154, amelynek logaritmusa: 3,49. A két érték nagyságrendileg megegyezik, tehát a 2011. évi magyarországi ingázási hálózat egyértelműen kisvilág jellegűnek tekinthető, melynek jellemző meglétét az ingázási hálózatonál korábban is kimutatták (De Montis et al. 2007). Az ingázási kapcsolatrendszer esetében a kisvilág jellemzői az ingázási költségek (utazási idő, pénzügyi költségek) miatt térben igen korlátozottan érvényesülhetnek.

A skálafüggetlen hálózatok modellje leírja az új csomópontok és élek létrejöttének szabályszerűségeit is. E szerint az új csomópontok, valamint a régi csomópontok új

élei nagyobb valószínűséggel kapcsolódnak olyan csomópontokhoz, melyek már jól beágyazottak, magasabb fokszámmal rendelkeznek (preferenciális kapcsolódás). Ebből az állításból jelen vizsgálatunkban feltételezhetjük, hogy a munkakeresők ott keresnek és találnak munkahelyet, ahova eredendően sokan ingáznak. A hatványtörvénynek megfelelő eloszlás, valamint a preferenciális kapcsolódás együttesen hozzájárulnak a „gazdag még gazdagabbá válik” jelenséghez, vagyis a hálózat topológiájában kitüntetett szerepkörű csomópontok a hálózat fejlődésével megőrzik, sőt még tovább erősítik pozíciójukat (Barabási 2006). Nyilvánvalóan a csomópontok analitikus ismérvei befolyásolhatják a hálózatok fejlődését, vagyis a hálózati topológia nem determinálja az egyes egyedek, települések fejlődését. A csúcsok eltérő adottságai a „fittség” változójának bevezetésével beilleszthetők a skálafüggetlen hálózatok fejlődését leíró modellbe (Bianconi–Barabási 2001a). Vizsgálatok eredménye alapján fittnek tekintett csúcsok versengése leképezhető a kvantummechanika tárgykörébe tartozó Bose-gáz részecskéinek mozgásával (Bianconi–Barabási 2001b). Szakirodalmi kutatásunk során nem találtunk olyan vizsgálatot, mely a fenti tézist a társadalmi viszonyok modellezésére használta volna, azonban az említett feltevés új fejezetet nyithat a fizikai jelenségek társadalomtudományi analógiájának keresésében.

A magas klaszterezettség azt jelzi, hogy a csomópontok topológiailag közel helyezkednek el egymáshoz a csúcsok csoportjaiban (a klikkekben), és a klikkek néhány, igen magas fokszámmal jellemezhető csúcs közvetítésével kapcsolódnak össze, tehát a fokszám alapján egyfajta hierarchia is kijelölhető a csúcsok között (Watts–Strogatz 1998). Ez a jellemző megfelel az innováció diffúziója során feltárt szabályszerűségnek, miszerint az innováció hierarchikusan, illetve szomszédsági kapcsolatokon keresztül terjed (Nemes Nagy 2009).

A bemutatott jellemzők felvetik a lehetőségét annak, hogy a skálafüggetlen hálózatok egyes jellemzői a társadalmi-gazdasági szférákban (és térben) több dimenzióban is kifejtik hatásukat (politikai kapcsolatok, vállalati együttműködések, innováció-terjedés, ingázás, migráció, bizonyos közlekedési ágak), amelynek eredményeként a települések népességfejlődése – a Zipf-törvénnyel összhangban – a skálafüggetlen hálózatokra jellemző eloszlást vesz fel.

A hálózatok természetének ismeretében lehetővé válik a területfejlesztési intézkedések értékelése is. Például a véletlen hálózatok csoportjába tartozó főútvonal-hálózat – amely alapvetően a kiegyenlített településhálózat fejlődését erősítheti (Fleischer 2009) – hatásait csökkenthette a szélsőségesen Budapest-centrikus autópálya-hálózat (Tóth 2005) kiépülése, amely kvázi csillag topológiájával hozzájárult az egyenlőtlen területi fejlődéshez.

A települések ingázási kapcsolatainak függősége

Az ingázási kapcsolatrendszerben fontos kérdés, hogy az egyes települések lakossága mennyire függ egyetlen település foglalkoztatási helyzetétől, vagy egy policentrikus településhálózat részeként, stabilabb környezetben él. A kérdés megválaszolására először a csúcsok „erősségét” (*strenght of a node*) számítottuk ki a következő képlet segítségével, ahol w_{ij} az i és j csúcs közötti él súlya.

$$s(i) = \sum_{j \in V(i)} w_{ij}$$

A mérőszám irányítatlan hálózatok esetén kifejezi az egy csomópontba be- és onnan eljáró ingázók összegét. A 2011. évi ingázási hálózatban a minimális érték 2, a maximális érték 273 421 (Budapest), míg az átlag 735 fő volt.

A függőségi viszonyok vizsgálatára a diszparitás (Y_2 ; *disparity*) mutatóját (Barthélemy el al. 2005) számítottuk ki, amely a súlyozott kapcsolatok heterogenitásának mérésére kifejlesztett mutató:

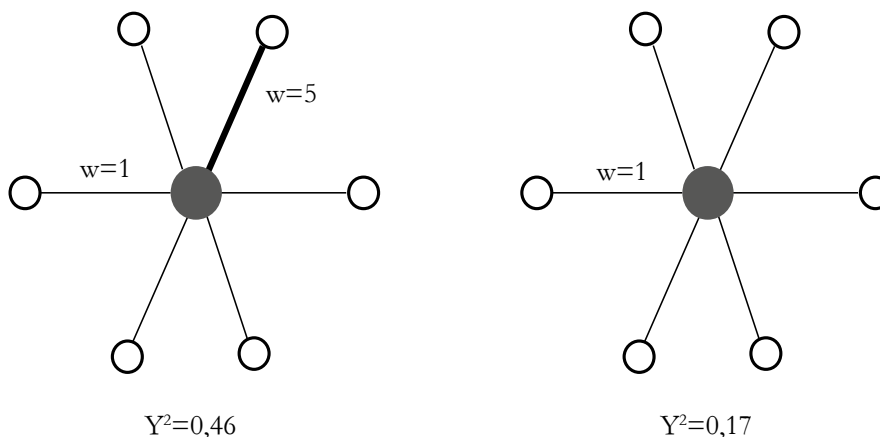
$$Y_2(i) = \sum_{j \in V(i)} \left(\frac{w_{ij}}{s_i} \right)^2$$

Az Y_2 mutató azt fejezi ki, hogy az adott település ingázóinak száma hogyan oszlik meg az összes kapcsolat között. Amennyiben minden település irányába azonos számú ingázó jár, akkor a mérőszám értéke megfelel a fokszám gyökének ($Y_2 \approx 1/k$). Míg amennyiben egyetlen település dominál, akkor Y_2 egyenlő 1-gyel (2. ábra).

2. ábra

A diszparitás mutató szemléltetése két különböző esetben

Illustration of disparity indicator in two different cases



Forrás: De Montis et al. 2007, 6. old.

A szakirodalmi forrástól (De Montis et al. 2007) eltérően a diszparitás mutatóját nemcsak irányítatlan, hanem irányított gráfra vonatkozóan is kiszámítottuk, vagyis az egyes települések beingázóinak és elingázóinak függőségi viszonyait is megvizsgáltuk (1. táblázat).

Az adatok alapján megállapítható, hogy 2011-ben minden népességekategória esetében az elingázás diszparitás értéke nagyobb, mint a beingázás diszparitása, vagyis az elingázás esetében jellemzőbb a függőségi viszony (1. táblázat). A jelentős – akár kétszeres, háromszoros – eltérés egyik oka a települések be- és kifok értékeinek nagy különbségére vezethető vissza. Könnyen belátható, hogy (azonos településsűrűséget feltételezve) a nagyobb fokszámmal rendelkező településekre be-, illetve onnan elingázók egyre távolabb kénytelenek utazni¹, vagyis az élek súlya csökken. A sok, kis intenzitású él pedig maga után vonja a diszparitás értékének csökkenését is.

A beingázás diszparitása a népességekategóriák között alapvetően kiegyenlített, egyedül az ezer főnél kisebb települések munkaerő-ellátása esetében jellemző a függés ($Y_2 > 0,3$), ennek oka a beingázás esetlegessé válása lehet. A kis-, apró- és törpefalvak foglalkoztatási hatásai csak néhány, közeli településre terjedhetnek ki, a beingázók kis létszámából következően nagyobb eséllyel válik dominánssá egy-egy ingázási reláció.

Az elingázás diszparitásánál a kifok mértéke szintén meghatározó tényező. Az ötvenezer főnél nagyobb településeknél jelentős mértékben kisebb, míg az ötvenezer fő alatti települések esetén nagyságrendileg azonos ($Y_2 \sim 0,3$) a függőség mértéke.

1. táblázat

A települések diszparitási értékei népességekategóriák szerint, 2011

Disparity values of settlements by population number categories, 2011

Népességekategória, fő	Beingázás		Elingázás		Irányítatlan gráf diszparitása
	diszparitás	befok	diszparitás	kifok	
Budapest	0,012	2088,00	0,044	876,00	0,014
100 000 – 999 999	0,029	534,88	0,069	258,75	0,029
50 000 – 99 999	0,043	380,30	0,108	179,60	0,068
20 000 – 49 999	0,089	211,52	0,306	118,62	0,164
10 000 – 19 999	0,105	122,35	0,290	83,49	0,194
5 000 – 9 999	0,126	64,76	0,324	58,32	0,229
2 000 – 4 999	0,176	34,07	0,360	38,26	0,293
1 000 – 1 999	0,198	21,46	0,352	27,34	0,290
– 999	0,307	9,73	0,343	14,04	0,286
<i>Ország összesen</i>	<i>0,246</i>	<i>26,87</i>	<i>0,344</i>	<i>26,87</i>	<i>0,280</i>

¹ Míg az 5 ezer főnél kisebb településekről légvonalban átlagosan 15–20, az 5–50 ezer fős településekről 20–30, az 50 ezer főnél népesebb településekről 40–50, ellenben Budapestről mindössze 30 km-re ingáznak. (Pálóczi et al. 2014).

Az irányítatlan gráf adatai azt mutatják, hogy a csoportok közötti jellegzetességeket eltakarja az adatok aggregálása, vagyis a szakirodalmi forrás módszerének (De Montis et al. 2007) módosítása hozzájárult a vizsgálati tárgy alaposabb elemzéséhez. Általánosságban megállapíthatjuk, hogy a települések népességszámának csökkenésével az egyoldalú függés nő, így az el- és a beingázás iránya koncentráltabbá válik. Hangsúlyozandó, hogy a függőségi érték önmagában nem tekinthető hátrányosnak, értékelését csak más tényezők (például gazdasági aktivitás, munkanélküliség, ingázási intenzitás) figyelembevételével lehet elvégezni.

Az elingázás diszparitásának területi vizsgálatából a következőket állapíthatjuk meg (3. ábra):

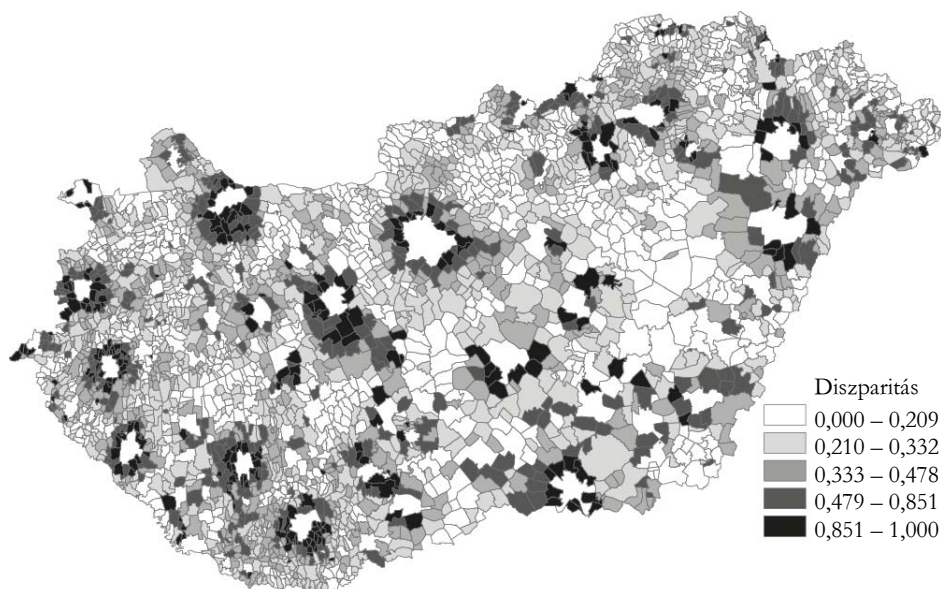
1. A foglalkoztatási központok térségében az elingázás függőségi foka igen jelentős.
2. A legnagyobb egybefüggő térségek Győr, Székesfehérvár és Budapest környezetében találhatók.

A függő térségek kiterjedését településhálózati tényezők mellett a foglalkoztatási központok szétvonó hatása is jelentősen befolyásolja. A szétvonásra példa lehet a Miskolctól függő befolyási övezet korlátozott kiterjedése a Sajó-völgyben (Kazinbarcika) vagy a Budapesti agglomeráció délnyugati részén megfigyelhető gazdasági szuburbanizáció (Budaörs, Törökbálint). Ezen térségek kereszttingázása pozitív hatással lehet a közlekedési hálózat kihasználtságára, a közösségi közlekedés rentabilitására, ugyanis csúcsidőben az ellenirányú forgalom is számottevővé válhat.

3. ábra

Az elingázás diszparitása, 2011

Disparity of out-commuting, 2011



A regionális bérgörbe (azonos paraméterekkel rendelkező munkavállalók között kialakuló bérkülönbség a munkahelyük körzetében megfigyelhető a munkanélküliségnek megfelelően, bővebben lásd: Kertesi–Köllő 1998) okainak feltérképezéséhez, valamint a beavatkozások megtervezéséhez hozzájárulhat e módszertan. A diszparitás használatával tipizálhatók a magas munkanélküliségű térségek, melyek településeiről az utazási költségek és az elégtelen közlekedési kapcsolatok miatt ténylegesen csak a legközelebbi városba lehet ingázni.

A diszparitás mutatója továbbá alkalmas lehet az ingázás olyan perifériáinak tipizálására is, ahol csekély ingázási intenzitással és alacsony diszparitással rendelkező települések találhatók (csekély volumenű, szerteágazó ingázás). A társadalmi marginalizálódás (Nagy et al. 2015) térbeli mintázatának vizsgálatához is felhasználhatók ezek az eredmények.

Térfelosztási eljárások

Számos tudományterület (igazgatás, regionális tudomány, földrajz) számára problémát jelent olyan területegységek lehatárolása, amelyek a valós térkapcsolatokat, folyamatokat tükrözik. A területegységek nem tekinthetők természetes entitásoknak, ugyanis azokat objektív és szubjektív ismérvek szerinti osztályozással határolták le (Nemes Nagy 1998; Hajdú 2005), vagyis a területegységek meghatározása során nincs univerzálisan alkalmazható megoldás. (Ezt példázza a budapesti agglomeráció körül kibontakozó vita [Tóth–Schuchmann 2010]). A kutatók egyéni megfontolásaik és a vizsgálat céljának megfelelően választanak kritériumrendszert. Az ingázási adatsort felhasználó lehatárolások a vonzaskörzet-meghatározás alapúak csoportjába tartoznak (Barancsik et al. 2013; a munkaerőpiaci körzetek lehatárolásáról bővebben lásd: Péntzes et al. 2014).

Tanulmányunkban az elterjedt – ingázáshoz kapcsolódó – térfelosztási mechanizmusoktól eltérve egy szociálfizikai megközelítést, a komplex hálózatelemzést alkalmaztuk. A hálózatelemzés során a térfelosztásra alkalmas technikákat összefoglalóan lokálisan sűrű részgráfkeresésnek (Tibély 2011) vagy egyszerűen csak csoportkeresési eljárásnak (Kovács et al. 2012) (angolul: *community detection*) nevezzük. A továbbiakban a részgráfkeresés és a csoportkeresési eljárás kifejezéseket egymás szinonimájaként használjuk.

A hálózati csomósodásoknak (vagy más néven csoportosulások, klaszterek, modulok, *communityk*) általánosan elfogadott definíciója nem ismert (Tibély 2011), azonban úgy írhatnánk le, mint a hálózat „sűrű” részgráfjait, melyeken belül a csomópontok gyakrabban és – súlyozott hálózat esetén – intenzívebben kapcsolódnak egymáshoz, mint a hálózat többi részéhez (Derényi et al. 2006).

A csoportkeresési eljárásokon belül három fő – lokális, globális és csúcspont-hasonlóságon alapuló – kategóriát különböztethetünk meg (Fortunato 2010):

- A *lokális* megközelítésnél a figyelem az algráfok csomópontjaira és azok közvetlen szomszédsági viszonyaira irányul, míg a gráf többi részét figyelmen kívül hagyja.
- A *globális* definíció az algráfokat a gráf strukturális egységeiként kezeli – célszerű úgy elképzelni, hogy az algráf megkülönböztethető tulajdonságai akkor válnak felismerhetővé, ha az algráfot az egész gráfhoz hasonlítjuk.
- A *csúcspont-hasonlóságon* nyugvó definíciók az algráfot mint az egymáshoz hasonló csúcspontok csoportját választják ki. A hasonlóság mérési ismerve a csúcspárok közötti él megléte vagy hiánya (De Montis et al. 2013).

A súlyozatlan gráfok esetén végrehajtott részgráfkeresés eredménye kizárólag a topológián nyugvó modulok azonosítása lehet. Ezzel szemben a súlyozott hálózatok elemzésekor a topológia mellett az egyes élek súlya is hatással van a klaszterekre, ennek megfelelően tanulmányunkban is súlyozott hálózatként vizsgáltuk az ingázás rendszerét.

A szakirodalomban számos módszer és algoritmus ismert a csúcsok csoportjainak kereséséhez. Fortunato rendszerezése három fő típust különböztet meg (Fortunato 2010):

- felosztó (divisive) algoritmusok;
- optimalizációs módszerek;
- spektrum (spectral) elemzés.

Továbbá ismerünk a fenti kategóriákba nem besorolható módszereket is, ilyenek például a Q-state, Potts modell, klikkperkoláció (*clique percolation*: Derényi et al. 2006), véletlen bolyongás (*random walk*), Markov-klaszter algoritmus, maximum likelihood és L-shell módszer (Fortunato 2010).

A különböző diszciplínákban kifejlesztett eljárásoknak gazdag irodalma van, azonban az extenzívnek tekinthető módszerfejlesztés mellett elmaradt az egyes mutatók és eljárások intenzív jellegű, alapos értékelése és összehasonlítása (Tibély 2011). Tanulmányunkban két módszer eredményére utalunk, valamint egyet a hazai adatsor példáján részletesen bemutatunk.

Strukturális ekvivalencia-vizsgálat

Az egyik csúcspont-hasonlóságon nyugvó módszer – a CONCOR-elemzés – alkalmazási lehetőségét korábban már megvizsgáltuk (Pálóczi–Pénzes 2015). A módszer használatával a strukturálisan ekvivalens szereplők lehatárolása végezhető el. A strukturálisan ekvivalens szereplők egy olyan csoport tagjai, amelyek ugyanazon településekhez és hasonló intenzitással kapcsolódnak (bővebben lásd: Kürtösi 2005). A módszer – hipotézisünk szerint – alkalmas olyan településcsoportok elkülönítésére, amelyek hasonló foglalkoztatási központokhoz, hasonló intenzitással kapcsolódnak. Vagyis feltételezhető, hogy recesszió és konjunktúra idején hasonlóképpen változhat

foglalkoztatási helyzetük, azaz az ingázással elérhető munkahelyek száma. (Nyilvánvalóan a munkavállalók képzettségével és ágazati kötődésével összefüggésben.) Az eredmények alapján kijelenthető, hogy a szerteágazó kapcsolatrendszeren – amilyen az ingázási adatsor is – a módszer nem alkalmazható sikerrel. A módszer bár a jelentősebb foglalkoztatási központok intenzív vonzáskörzetét kimutatta és feltárta azok belső viszonyait, azonban a településhálózat jelentős részét nem volt képes tipizálni. A kialakított csoportok száma a kutató szubjektív döntésétől függ, ami jelentős mértékben befolyásolhatja a végeredményt (Pálóczi–Pénzes 2015). Továbbá nagyobb elemszámú hálózatokon (például országos szintű vizsgálat esetén) a módszer csak jelentősebb számítástechnikai háttérrel futtatható.

Klikkperkolációs algoritmus

A klikkperkolációs algoritmus olyan csoportokat keres, amelyek között megengedettek az átfedések. Ez az eljárás a hálózat legsűrűbb elemeiből, az ún. klikkekből építi fel a csoportokat. Egy klikken belül minden csúcspont minden többi csúcsponttal össze van kötve, a csoportosulások ezeknek a klikkeknek összefüggő láncolatai (a módszer leírását lásd Derényi et al. 2006).

A valódi hálózatok esetében nyilvánvalóan előfordulnak a csoportok között átfedések. Például az ismeretségi kapcsolatokban egy személy több olyan csoportnak is tagja, amelyek egymást jól ismerik (család, munkahelyi kollektíva, baráti társaság), de a csoportok között átfedés is lehet (osztálytárs és barát). Ha átfedésmentes csoportosulásokat keresünk (lásd a Louvain optimalizációs eljárás eredményét), akkor a kijelölt csoportosulásba belekerülhetnek olyan tagok is, amelyek nem „ismerik” egymást (téves pozitív); azonban több csúcs más klaszterbe kerülhet (téves negatív), a nyilvánvaló összetartozás ellenére. A klikkperkolációs algoritmus elviekben az ilyesfajta tévedések elkerülésére alkalmas. Ebből a megfontolásból az ingázási adatsort elemeztük az előbb említett módszer használatával. Az eredmények nem váltották be a hozzájuk fűzött reményeket, ugyanis több mint 5 ezer csoportot azonosított az algoritmus. A súlyozott hálózaton való futtatás bár csökkentette a csoportok számát, de a területi kutatásban való elemzésre mégsem tartottuk megfelelőnek, ezért eltekintünk az eredmények bemutatásától.

Modularitás-optimalizálás a Louvain-módszerrel

A számos csoportkeresési módszer közül azért választottuk a Louvain-algoritmus optimalizációs eljárást (Blondel et al. 2008), mert azt az ingázás témakörében korábban már sikeresen alkalmazták (De Montis et al. 2013). A módszer a modularitásnak (Q_w) (Newman–Girvan 2004) nevezett objektív függvény maximalizálásán alapszik. A függvény értéke kifejezi, hogy egy bizonyos alcsoportra vonatkozóan hány darab él van a közösségen belül, összehasonlítva a közösségen kívüli élek számával. A függvény értéke összehasonlíthatóvá teszi, hogy egy részgráf minden más lehetséges variációhoz képest

mennyire felel meg a kritériumoknak, értéke -1 és $+1$ között változhat. Értéke abban az esetben nulla, ha adott alcsoporton belül nem alakítható ki több részgráf. A negatív érték jelzi, hogy nincs értelme a hálózat további bontásának: a legjobb felbontás az adott csoport. A következőképpen definiálható súlyozott hálózatok esetén:

$$Q_w = \frac{1}{2W} * \sum_{ij} \left(w_{ij} - \frac{S_i S_j}{2W} \right) * \delta_{(c_i, c_j)}$$

ahol w_{ij} az i és j csúcsokhoz kapcsolódó élek súlya,

$S_i = \sum_j w_{ij}$ (csúcserősség): az i csúcshoz kapcsolódó élek súlyainak összege,

$W = \frac{1}{2} \sum_{ij} w_{ij}$ minden él súlyának az összege, és δ_{c_i, c_j} egy függvény, mely akkor egyenlő eggyel, ha az i és j csúcsok azonos közösséghez tartoznak, és egyáltalán nem kapcsolódnak másikkhoz.

A Louvain-módszernek az a jelentős előnye, hogy a részgráfok száma az algoritmusból következik, vagyis nincs elrendelt száma a kezdéskor, szemben más klaszterezési megközelítésekkel, ezáltal kiküszöbölhető a kutatói szubjektivitás. Az algoritmus a következő iteratív lépéseken alapszik (2. táblázat).

2. táblázat

A modularitás-optimalizálás iteratív lépései

Iterative process of the modularity optimization

Lépés	Feladat
1.	Minden egyes csúcs egy egyedi csoporthoz tartozik.
2.	Az egyes célcúcsok szomszédos csúcsai ugyanabba a közösségbe tartoznak, ha a modularitás változója (ΔQ_W) pozitív.
3.	Ez az egyesítési folyamat addig tart, míg a modularitás függvény Q_W el nem éri maximumát.
4.	Az új hálózathoz azok a csúcsok tartoznak, amelyeket a 3. lépésben azonosítottunk. A részgráfok párvai kapcsolódnak egymáshoz abban az esetben, ha a részgráfokhoz tartozó csúcsok korábban össze voltak kötve – az élek súlya megegyezik az adott részgráf csúcsaihoz kapcsolódott élek súlyának összegével.
5.	Az első lépés végrehajtása a legutolsó hálózaton.

Forrás: saját szerkesztés Blondel et al. 2008 alapján, idézi: De Montis et al. 2013.

A ΔQ -függvény – amelyet a második lépésben használtunk – méri az adott csúcs C közösségtől való szétválasztásával, illetve összekapcsolásával járó változás mértékét.

A vizsgálatot a Pajek elnevezésű szoftverrel hajtottuk végre szimmetrikus, irányítatlan súlyozott gráfon. Az eredeti algoritmus mellett a szoftver lehetővé teszi, hogy a közösségek felbontásának szintjét szabályozzuk az ún. resolution paraméter segítségével (az eljárás leírását lásd: Arenas et al. 2008). Amennyiben a resolution értéke 1, akkor az algoritmus változatlan formában fut le, ha növeljük az értékét, akkor a szoftver folytatja az iterációt és több kisebb, ha csökkentjük, akkor kevesebb, de nagyobb modul jön létre.

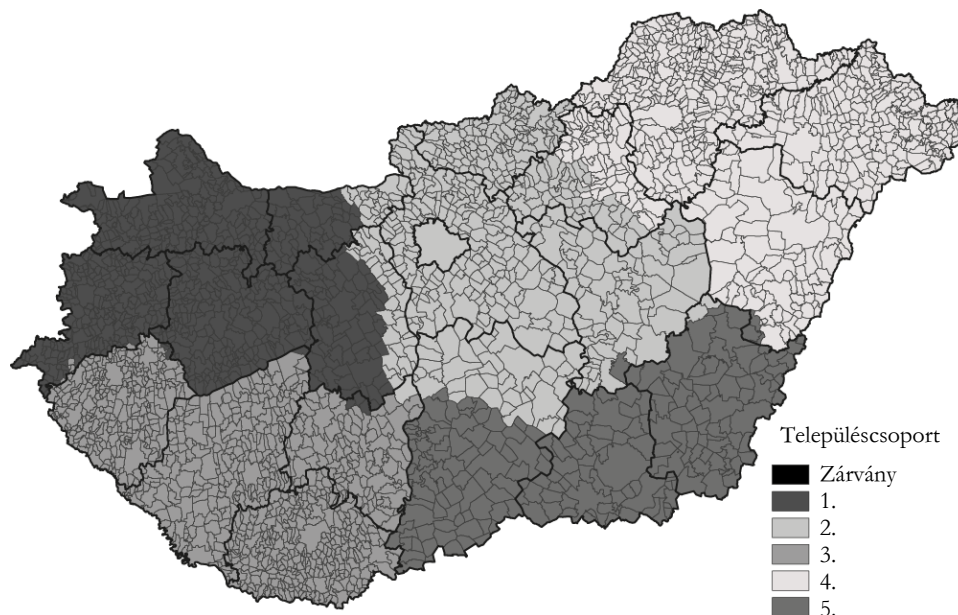
Tapasztalatok alapján az algoritmus egyszeri lefutása gyakran eredményez instabil modulszerkezetet, vagyis azonos paraméterek mellett jelentős különbségek lehetnek a modulok között. Ennek megfelelően azonos resolution érték mellett többször is futtattuk az algoritmust. Az azonos resolution értékhez tartozó felosztásokat – az ajánlott korrelációs vizsgálattal – teszteltük. Végeredményben a 0,2 és 1,0 resolution értékhez tartozó modulok stabilitása haladta meg a 0,99-os Cramer's V-értéket.

Az eredmények alapján szembeűnő, hogy a módszertan szakmailag értékelhető, térben összefűgő településcsoportokat határolt le, tehát alkalmazása releváns az ingázási kapcsolatokon nyugvó regionalizálásban (4. és 5. ábra).

4. ábra

A Louvain modularitás-optimalizálás segítségével az egyes megyékben feltárt településcsoportok (resolution=0,2), 2011

Network communities based on the Louvain Modularity (resolution=0.2), 2011



Az eredmények rávilágítanak arra, hogy a munkaerőpiaci településcsoportok nincsenek összhangban hazánk NUTS2 szintű régióival (4. ábra). A legjelentősebb módosulást Budapest szerteágazó és intenzív kapcsolatrendszere okozza, amely meghatározza Közép-Magyarországot. A 2. településcsoport (4. ábra) területi kiterjedése érdekes módon nyugati irányban sokkal kisebb, ami Északnyugat-Magyarország jelentősebb foglalkoztatási szerepével függ össze. A Komárom-Esztergom és Fejér megyékben húzódó határvonal megegyezik az 5. ábrán húzódó határvonallal. Ez a stabil határvonal jelzi a foglalkoztatási központok vonzáserejének egyensúlyát. A 2. telepü-

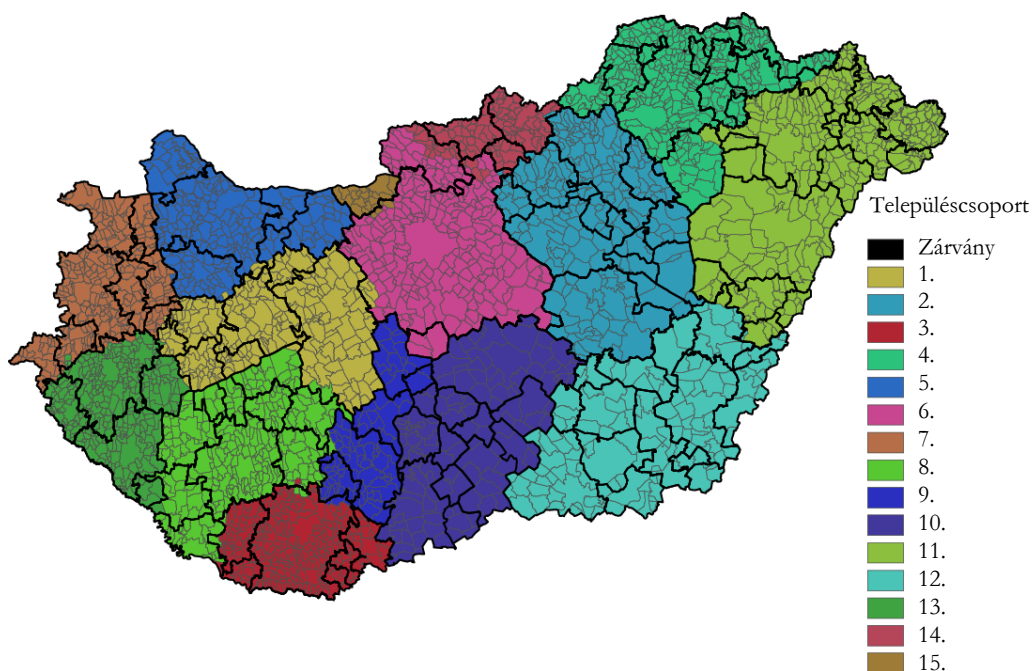
léscsoporthoz megyényi területek csatlakoztak. Ezen a „felbontáson” (0,2) a megyehatárok és a természetes barrierék (Balaton, Duna bizonyos szakasza) szerepét lehet kiemelni. A településcsoportok közül leginkább az 5. számú egyezik meg (Bács-Kiskun megye északi részének kivételével) a NUTS2 szintű régióval.

Az eredményeket egy korábbi helyi munkaerőpiaci vonzáskörzet lehatárolással (LLS – Local Labour System) együtt értékeltük, így a felhasznált módszer előnyei és hátrányai szembevetőbbé válnak. A vonatkozó területlehatárolás ugyanazon adatsor felhasználásával, de egészen más módszertani megközelítéssel készült (Pénzes et al. 2014). Általánosságban megállapítható, hogy az LLS-lehatárolás módszertanával részletesebb és könnyebben interpretálható eredményeket kaphatunk, azonban a hálózatelemzésen nyugvó módszer segítségével a rendszerszintű összefüggések könnyebben felismerhetők, valamint az LLS-körzetek egymáshoz való viszonya is megismerhető.

5. ábra

A Louvain modularitás-optimalizálás segítségével a helyi munkaerőpiaci vonzáskörzetekben feltárt településcsoportok (resolution=1), 2011

Network communities based on the Louvain Modularity (resolution=1), 2011



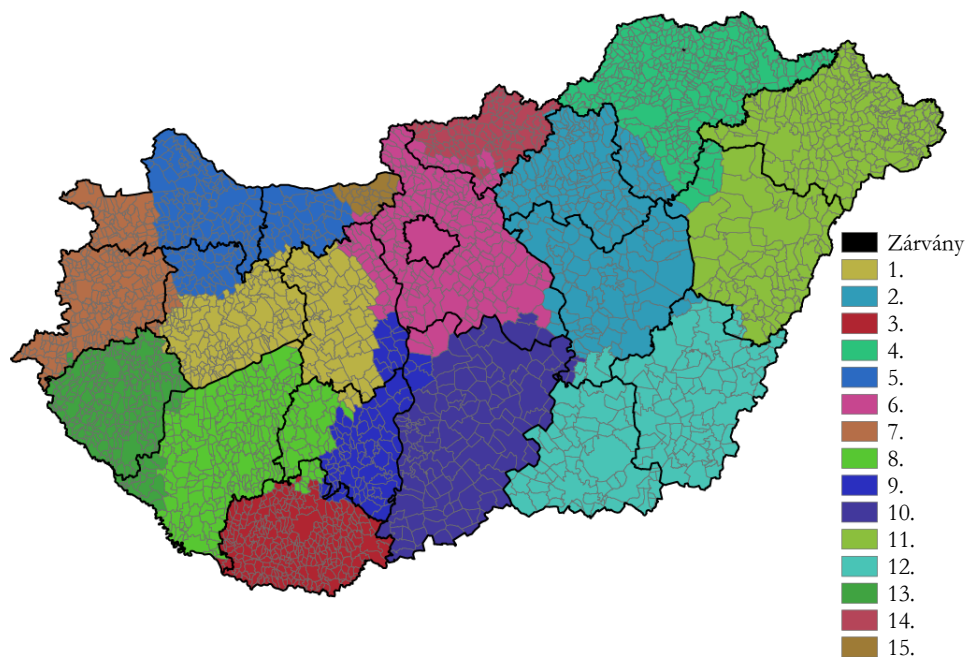
A két vizsgálat eredményének összehasonlítási lehetőségét behatárolja, hogy a területegységek száma között nagyságrendi különbség van (15, illetve 123), ám a modulok és LLS-körzetek összevetése többletinformációval szolgál (5. ábra). Ugyanis számos esetben megfigyelhető a modulok és az LLS-körzetek határainak egyezése vagy

az, hogy egy modul több LLS-körzetről áll, így a modul egy magasabb hierarchiaszintet képvisel. Az eredmények rendszerezett áttekintéséhez célszerű a megyehatárokhöz is viszonyítanunk (6. ábra).

6. ábra

A Louvain modularitás-optimalizálás segítségével az egyes megyékben feltárt településcsoportok (resolution=1), 2011

Network communities based on the Louvain Modularity (resolution=1), 2011



Azokban az esetekben, amikor az LLS-központ vonzása áttérjedt a megye határán, várható volt, hogy a modulhatár is igazodik az LLS-körzethez (Mezőkövesdi, Tiszaújvárosi, Szeghalmi, Szarvasi, Kecskeméti, Dunaújvárosi, Dombóvári, Tamási, Nagykánizsai és a Keszthely-Hévízi LLS-körzetek). Ellenben az LLS-vizsgálathoz képest új eredményt adott az az eset, amikor az egy megyéhez tartozó LLS-körzet a szomszédos megye moduljához csatlakozott (Kunszentmártoni, Solti, Csurgói, Soproni, Kapuvári LLS-körzetek).

A több mint fél tucat LLS-körzetről összeálló 5. településcsoport („Győri”), valamint – a Fejér és Tolna megyék keleti részével, illetve a Dunaföldvári és az M8-as Pentelei híddal összefüggésben – a Duna bal partján elterülő 9. településcsoport olyan konglomerátumok, amelyek kiterjedésükkel eltérnek a többi, kisebb határmódosulástól. Esetükben a településcsoport lényegileg elkülönül a megyétől.

Következtetések

Tanulmányunkban a gráfelméleti alapokon nyugvó hálózatelemzés alkalmazási lehetőségét vizsgáltuk meg a területi kutatásokban. A hazai és nemzetközi szakirodalmi források alapján bemutattuk a véletlen és a skálafüggetlen hálózatok legfontosabb tulajdonságait. A tulajdonságok ismertetésével utaltunk arra, hogy ezen ismervek hogyan illeszkednek a területi kutatásokban vizsgált jelenségekhez. Az elméleti áttekintés megállapításaival hozzájárulhatunk ahhoz, hogy a területi kutatók jobban megismerjék a települések között áramló erőforrások terjedésének szabályszerűségeit, valamint azt is, hogy e szabályszerűségek – elviekben – hogyan erősíthetők, avagy gyengíthetők a területfejlesztés céljainak megfelelően.

A 2011. évi népszámlálás ingázási adatait felhasználva elemeztük a települések el-, illetve beingázóinak függőségi viszonyait. Megállapítottuk, hogy az elingázás a települések minden népességkategóriája esetében erősebb függőségi viszonyt jelent, mint a beingázás. Általában véve a települések népességszámának csökkenésével a függőségi viszony erősödik. Megállapításunk szerint a diszparitás mutatója eredményesen használható további területi kutatásokban is.

Kísérletet tettünk a hálózatelemzési eszköztár csoportkeresési eljárásainak térfelosztási használatára. Korábbi munkánkra is visszautalva összesen három módszertan alkalmazási lehetőségét értékeltük. A CONCOR-elemzés használatával a strukturálisan ekvivalens szereplők lehatárolását végezhetjük el. Ez az eljárás kevésbé alkalmas olyan összetett, szerteágazó kapcsolatrendszer elemzésére, mint az ingázás. Ugyanis csak a legjelentősebb foglalkoztatási központok vonzáskörzetének csoportokra bontására alkalmazható sikerrel. A módszer objektivitását csökkenti az, hogy a kutató döntésétől függ, hogy hány csoportot hoz létre.

Másik bemutatott csoportkeresési eljárás az ún. klikkperkolációs eljárás volt. Használatával lehetőség nyílik az ingázási vonzáskörzetek átfedéseinek kimutatására, azonban az országos léptékű vizsgálat esetén kezelhetetlenül sok csoportot határolt le a módszer, a paraméterek módosítása ellenére is. A módszer járási, megyei léptékű elemzések elvégzésére alkalmas lehet.

A Louvain-módszerrel végrehajtott modularitás-optimalizálás alkalmasnak bizonyult nagyobb területegységek lehatárolására. Az eredmények alapján megállapítható, hogy foglalkoztatási kapcsolatokon nyugvó – vagyis a regionalizmus szerint formálódó – településcsoportok (régiók) a NUTS2-es régiókhoz kevésbé, a megyehatárokhoz jobban illeszkednek. A megyerendszertől való eltérések nem egyszeri, a módszertanból következő eltérések, hanem az említett korábbi tanulmányunkban részletezett LLS-körzetekkel együtt igazolhatóan a valós ingázási kapcsolatokat tükrözik. A módszer alkalmazható lehet a helyi munkaerőpiaci vonzáskörzetek (LLS) hierarchikus rendjének megállapítására, valamint további térbeli interakciók vizsgálatára is.

IRODALOM

- ARENAS, A. – FERNANDEZ, A. – GOMEZ, S. (2008): Analysis of the structure of complex networks at different resolution levels *New Journal of Physics* 10 No. 053039.
- BACKSTROM, L. – BOLDI, P. – ROSA, M. – UGANDER, J. – VIGNA, S. (2011): *Four Degrees of Separation* <http://arxiv.org/pdf/1111.4570.pdf> (letöltve 2016. január)
- BARABÁSI, A. L. – ALBERT, R. (1999): Emergence of Scaling in Random Networks *Science* 286: 509–512.
- BARABÁSI, A. L. (2006): A hálózatok tudománya: a társadalomtól a webig *Magyar Tudomány* 167 (11): 1298–1308.
- BARANCSUK, Á. – GYAPAY, B. – SZALKAI, G. (2013): Az alsó középszintű térfelosztás elméleti és gyakorlati lehetőségei *Területi Statisztika* 53 (2): 107–129.
- BARTHÉLEMY, M. – BARRAT, A. – PASTOR-SATORRAS, R. – VESPIGNANI, A. (2005): Characterization and modeling of weighted networks *Physica A: Statistical mechanics and its applications* 346: 34–43.
- BIANCONI, G. – BARABÁSI, A. L. (2001a): Competition and multiscaling in evolving networks *Europhysics Letters* 54 (4): 436–442
- BIANCONI, G. – BARABÁSI, A. L. (2001b): Bose-Einstein condensation in complex networks *Physical Review Letters* 86 (24): 5632–5635
- BLONDEL, V. D. – GUILLAUME, J. L. – LAMBIOTTE, R. – LEFEBVRE, E. (2008): Fast unfolding of communities in large networks *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment* P10008.
- CASCHILI, S. – DE MONTIS, A. (2013): Accessibility and Complex Network Analysis of the U.S. commuting system *Cities, Special Section: Analysis and Planning of Urban Settlements: The Role of Accessibility* 30: 4–17.
- CZALLER, L. (2012): A Zipf-törvény érvényesülése a világ országaiban *Területi Statisztika* 52 (5): 461–478.
- DE MONTIS, A. – BARTHÉLEMY, M. – CHESSA, A. – VESPIGNANI, A. (2007): The structure of interurban traffic: A weighted network analysis *Environment and Planning B: Planning and Design* 34: 905–924.
- DE MONTIS, A. – CASCHILI, S. – CHESSA, A. (2013): Commuter networks and community detection: a method for planning sub regional areas *The European Physical Journal Special Topics* 215: 75–91.
- DE MONTIS, A. – CHESSA, A. – CAMPAGNA, M. – CASCHILI, S. – DEPLANO, G. (2010): Modeling commuting systems through a complex network analysis: A study of the Italian islands of Sardinia and Sicily *Journal of Transport and Land Use* 2 (3/4): 39–55.
- DERÉNYI, I. – FARKAS, I. – PALLA, G. – VICSEK, T. (2006): Csoportosulások szociológiai, technológiai és biológiai hálózatokban *Magyar Tudomány* 167 (11): 1319–1324.
- DROBNE, S. – KONJAR, M. – LISEC, A. – PICHLER MILANOVIĆ, N. – ZAVODNIK LAMOVSĚK, A. (2010): Functional Regions Defined by Urban Centres of (Inter)National Importance – The Case of Slovenia In: Schrenk, M. – Popovich, V. V. – Zeile, P. (szerk): *Cities for Everyone. Liveable, Healthy, Prosperous. Promising Vision or Unrealistic Fantasy?* pp.: 295–304., Real Corp 2010 15th International Conference on Urban Planning, Regional Planning and Information Society. CORP – Competence Center of Urban and Regional Planning, Wien.
- DUSEK, T. (2003): A gravitációs modell és a gravitációs törvény összehasonlítása *Tér és Társadalom* 17 (1): 41–58.
- DUSEK, T. (2013): *A területi statisztika egyes térparamétereit használó elemzési eszközei* Habilitációs értekezés, Kézirat, Győr.

- ERDŐS, P. – RÉNYI, A. (1959): On Random Graphs I. *Publicationes Mathematicae* 6: 290–297.
- ERDŐS, P. – RÉNYI, A. (1960): On The Evolution of Random Graphs *Magyar Tudományos Akadémiai Matematikai Kutató Intézet Közleményei* 5: 17–61.
- FLEISCHER, T. (2009): A közlekedés szerepe a policentrikus városhálózat fejlesztésében *Tér és Társadalom* 23 (1): 19–42.
- FORTUNATO, S. (2010): Community detection in graphs *Physics Reports* 486: 75–174.
- GÉBER, J. (2007): Határmenti hálózatok A kapcsolatháló elemzés alkalmazási területei a határmenti térségekben. – In: Süli-Zakar, I. (szerk.) *A határok és a határon átnyúló (CBC) kapcsolatok szerepe a kibővült Európai Unió keleti periferiáján* pp. 99–106., Kosuth Egyetemi Kiadó, Debrecen.
- HAJDÚ, Z. (2005): *Magyarország közigazgatási földrajza* Dialóg Campus Kiadó, Budapest.
- JAKOBI, Á. – LENGYEL, B. (2014): Egy online közösségi háló offline földrajza, avagy a távolság és a méret szerepének magyar empiriái *Tér és Társadalom* 28 (1): 40–61.
- KERTESI, G. – KÖLLŐ, J. (1998): Regionális munkanélküliség és bérek az átmenet éveiben. A bér szerkezet alakulása Magyarországon II. rész. *Közgazdasági szemle* 45 (7–8): 621–652.
- KISS, J. P. – SZALKAI, G. (2014): A foglalkoztatás területi koncentrációjának változásai Magyarországon *Területi Statisztika* 54 (5): 415–447.
- KLAPKA, P. – HALÁS, M. – TONEV, P. – BEDNÁR, M. (2013): Functional regions of the Czech Republic: comparison of simpler and more advanced methods of regional taxonomy *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis – Geographica* 44 (1): 45–57.
- KLEINFELD, S. J. (2002): The small world problem *Society* 39 (2): 61–66.
- KOVÁCS, L. – OROSZ, K. – POLLNER, P. (2012) Magyar szóasszociációk hálózata *Magyar Tudomány* 173 (6): 699–705.
- KOZMA, G. (1998): A gazdasági élet szereplőinek térbeli preferenciái *Falu Város Régió* 9: 7–14.
- KÜRTÖSI, ZS. (2005): A társadalmi kapcsolatháló elemzés módszertani alapjai In: Letenyei, L. (szerk.) *Településkutatás szöveggyűjtemény* pp. 663–685., Ráció Kiadó, Budapest.
- LAMBIOTTE, R. – DELVENNE, J. C. – BARAHONA, M. (2015): Laplacian Dynamics and Multiscale Modular Structure in Networks *IEEE Transactions on Network Science and Engineering* 1 (2): 76–90.
- LESAGE, J. P. – FISCHER, M. M. (2010): Spatial Econometric Methods for Modeling Origin-Destination Flows In: Fischer, M. M. – Getis, A. (szerk.) *Handbook of Applied Spatial Analysis* pp. 409–433., Springer Berlin-Heidelberg.
- LETENYEI, L. (2000): Regionális társadalmi hálózatok *Falu Város Régió* 7: 21–26.
- LETENYEI, L. (2005): Kapcsolatháló-elemzés In: Letenyei, L. (szerk.) *Településkutatás* pp. 187–248., Ráció Kiadó, Budapest.
- MADARÁSZ, E. – PAPP, ZS. (2013): Delimiting the “Balaton Riviera” tourist destination by using network analysis *Hungarian Geographical Bulletin* 62 (3): 289–312.
- MÁTÉ, G. – KOVÁCS, A. – NÉDA, Z. (2013): Hierarchical Settlement Networks *Regional Statistics* 3 (1): 30–41.
- MILGRAM, S. (1967): The Small-World Problem *Psychology Today* 1 (1): 61–67.
- MOLNÁR, E. (2012): Kelet-Közép-Európa az autópálya nemzetközi munkamegosztásában *Tér és Társadalom* 26 (1): 123–137.
- NAGY, E. – TIMÁR, J. – NAGY, G. – VELKEY, G. (2015): A társadalmi-térbeli marginalizáció folyamatai a leszakadó vidéki térségekben *Tér és Társadalom* 29 (1): 35–52.
- NEMES NAGY, J. (1998): *A tér a társadalomtudományban* Hilscher Rezső Szociálpolitikai Egyesület, Budapest.
- NEMES NAGY, J. (2009): *Terek, helyek, régiók* Akadémiai Kiadó, Budapest.
- NEWMAN, M. – GIRVAN, M. (2004): Finding and evaluating community structure in networks *Physical Review E* 69 (2): 026113.

- OECD (2012): *Defining "Urban". A New Way to Measure Metropolitan Areas* Organization for Economic Co-operation and Development, Paris.
- PÁL, ZS. (2014): A magyarországi települések közötti bankközi pénzforgalom földrajzi és globális hálózati jellemzőinek vizsgálata *Területi Statisztika* 17 (2): 134–151.
- PÁLÓCZI, G. – LENGYEL, I. M. – MOLNÁR, E. (2014): *Changing commuting pattern in Hungary after the turn of the millennium* Oradea. (kézirat)
- PÁLÓCZI, G. – PÉNZES, J. (2011): A közösségi közlekedési rendszer térinformatikai vizsgálatának módszerei Hajdú-Bihar megye példáján In: Lóki, J. (szerk.) *Az elmélet és a gyakorlat találkozása a térinformatikában* pp. 443–449., Debreceni Egyetem, Debrecen.
- PÁLÓCZI, G. – PÉNZES, J. (2015): A kapcsolatháló-elemzés alkalmazási lehetősége a munkaerő-piaci vonzáskörzetek lehatárolásában In: Boda, J. (szerk.) *Az elmélet és a gyakorlat találkozása a térinformatikában* Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen. 331–338.
- PATUELLI, R. – REGGIANI, A. – GORMAN, S. P. – NIJKAMP, P. – BADE, F. J. (2007): Network Analysis of Commuting Flows: A Comparative Static Approach to German Data *Networks & Spatial Economics* 7 (4): 315–331.
- PÉNZES, J. – MOLNÁR, E. – PÁLÓCZI, G. (2014): Helyi munkaerő-piaci vonzáskörzetek az ezredforduló utáni Magyarországon *Területi Statisztika* 54 (5): 474–490.
- PÉNZES, J. (2014): *Periférikus térségek lehatárolása – dilemmák és lehetőségek* Didakt Kiadó, Debrecen.
- RADVÁNSZKI, Á. – SÜTŐ, A. (2007): Hol a határ? Helyi munkaerőpiaci rendszerek Magyarországon – Egy közép-európai transznacionális projekt újdonságai a hazai település-politika számára *Falu Város Régió* 14 (3): 45–54.
- RUSSO, G. – REGGIANI, A. – NIJKAMP, P. (2007): Spatial activity and labour market patterns: A connectivity analysis of commuting flows in Germany *Annals of Regional Science* 41 (4): 789–811.
- SZABÓ, L. – HORVÁTH, B. – HORVÁTH, R. – GAÁL, B. (2013): A Győri agglomeráció közforgalmú közlekedési rendszerének vizsgálata *Területi Statisztika* 53 (6): 578–592.
- SZABÓ, SZ. – NOVÁK, T. – ELEK, Z. (2012): Distance models in ecological network management: A case study of patch connectivity in a grassland network *Journal for Nature Conservation* 20 (5): 293–300.
- TIBÉLY, G. (2011): *Mesoscopic structure of complex networks* Doktori disszertáció, Budapest.
- TÓTH, G. – SCHUCHMANN, P. (2010): A budapesti agglomeráció területi kiterjedésének vizsgálata *Területi Statisztika* 50 (5): 510–529.
- TÓTH, G. (2005): *Az autópályák szerepe a regionális folyamatokban* Központi Statisztikai Hivatal, Budapest.
- TÓTH, G. (2013): *Az elérhetőség és alkalmazása a regionális vizsgálatokban* Központi Statisztikai Hivatal, Budapest.
- VIDA, ZS. V. (2012): Regionális Tudományi Tanulmányok hivatkozási hálózatai In: Nemes Nagy, J. (szerk.) *Térfolyamatok, tércategóriák, térelemzés* pp. 23–29., ELTE Regionális Tudományi Tanszék, Budapest.
- VIDA, ZS. V. (2013): A térkapcsolatok értelmezési lehetőségei hálózatokon In: Bottlik, Zs. (szerk.) *Önálló lépések a tudomány területén* pp. 115–129., ELTE TTK Földtudományi Doktori Iskola, Budapest.
- WATTS, D. J. – STROGATZ, S. H. (1998): Collective dynamics of 'small-world' networks *Nature* 393: 440–442.

INTERNETES HIVATKOZÁS

<http://mrvar.fdv.uni-lj.si/pajek/community/CommunityDrawExample.htm>