

RÉSZECSKESZÁMLÁLÓKNÁL FELLÉPŐ KOINCIDENCIA-PROBLÉMÁKRÓL

TAKÁCS LAJOS

Összefoglalás

Poisson-folyamat szerint érkező részecskéket elektronsokszorozóval illetve Geiger—Müller-számlálóval vizsgálva a beérkező részecskék hatására az egyes számláló-csővek feszültség-impulzusokat szolgáltatnak. Az elektronsokszorozó minden egyes részecskére ad egy feszültség-lökést, míg a Geiger—Müller-számlálónál az egyes jelzések után holtidő lép fel, amely alatt esetleg érkező részecskék elvesznek az észlelés számára. A feszültség-lökések hatására az észlelő berendezésben exponenciálisan csökkenő jelek keletkeznek, melyek lineárisan összeadódnak. A számlálóberendezés akkor ad jelzést, ha az egyes jelek értékeinek összege áthalad egy előre beállított a küszöbfeszültségen. A szerző megállapítja, hogy miként változik a látszólagos esemény-sűrűség a függvényében. Ezután több számlálóval történő egyidejű számlálásnál a koincidenciák sűrűségét határozza meg az a küszöbfeszültség függvényében.

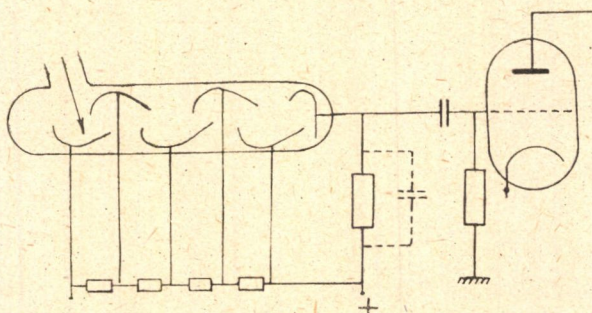
Bevezetés

Ebben a munkában elektronsokszorozóval és Geiger—Müller-számlálóval történő foton vagy részecske (elektron, α rész, stb.) számlálásnál fellépő bizonyos koincidenencia-problémákkal fogunk foglalkozni. Először röviden ismertetjük ezen számlálóberendezések működési elvét. Meghatározzuk a részecskék érzékelésének időbeli sűrűsége és a számláló jelzéseinek időbeli sűrűsége közötti kapcsolatot és ezután két számlálóval történő egyidejű számlálás esetén meghatározzuk a koincidenciák időbeli sűrűségét. Két fontos speciális esetet fogunk tárgyalni, az ú. n. *véletlen koincidenciák* és az ú. n. *műkoincidenciák problémáját*.

1. §. Különböző részecskeszámlálók

1. *Az elektronsokszorozó.* Az elektronsokszorozó katódjára beeső fotonok vagy korpuszculák szekunder elektronokat váltanak ki. Egy elektróda-soron végighaladva az elektronok száma egymásután szekunder emisszióval sokszorozódik. Az anódra érkező elektronlavina az elektronok számával arányos feszültség-lökést okoz az anódenálláson (1. ábra). A feszültség-lökések amplitúdói statisztikus ingadozást mutatnak a szekunder elektronemisszió valószínűségi jellegének megfelelően. Az elektronsokszorozó elektromos adatainak megváltoztatásával azonban elérhető, hogy a feszültség-lökések amplitúdói közel állandóak legyenek. Példáinkban mi is erre az esetre fogunk szorítkozni.

A számlálási folyamat további menete abban áll, hogy a számlálócső által szolgáltatott feszültségimpulzusok egy elektroncsöves mérőberendezésbe jutnak, amely rendszerint több fokozatból áll, és amely végül is egy mechanikus számlálót vezérel, vagy például egyenletesen mozgó filmen regisztrálja a jelzések időpontjait. Ezzel kapcsolatban bennünket az a kérdés érdekel, hogy milyen összefüggés áll fenn a számlálóhoz érkező részecskék folyamata és a berendezés által regisztrált folyamat között. Ennek ismeretére azért van szükség, hogy például az észlelt jelzések sűrűségéből vissza tudjunk következtetni a számlálóhoz érkező részecskék sűrűségére. Megjegyezzük, hogy a gyakorlatban különféle elveken működő számlálóberendezéseket használnak, melyek mindegyike más és más tárgyalást kíván. Ezen berendezések közös vonása azonban az, hogy a számlálócső által szolgáltatott feszültséglökéseket formáló körök segítségével kedvezőbb alakra transzformálják, és ezután esetleg diszkriminátor-fokozatot alkalmaznak, amely az amplitúdó szerinti válogatást végzi el. Mi tárgyalásunkban a következő legegyszerűbb esetre szorítkozunk: Feltételezzük, hogy a számlálócső által szolgáltatott feszültség-



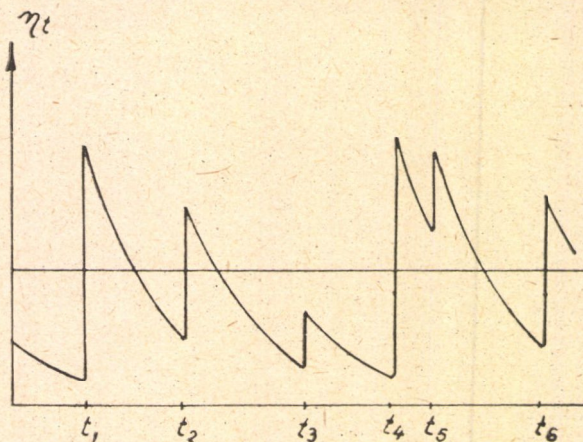
I. ábra

lökések átranzformálódnak a feszültséglökés nagyságával arányos amplitúdójú pozitív feszültséglökésbe és feltesszük, hogy az egyes lökések amplitúdói időben exponenciálisan e^{-at} függvény szerint csökkennek, ahol a a megfelelő kör időállandójának reciprok értéke. Az egyes részecskék által szolgáltatott impulzusok szuperponálódnak és feltesszük, hogy csak azon részecskék által szolgáltatott lökéseket jelzi a berendezés, amelyek hatására a feszültség egy előre beállított a küszöbértéken áthalad és ilyen időpontokban történik egy számlálás. Ez a tárgyalás bonyolultabb mérőberendezéseknél modellül szolgálhat. Egyébként a gyakorlatban úgy valósítható meg, hogy a számláló által szolgáltatott negatív feszültségimpulzusokat fázisfordító cső segítségével pozitív impulzusokba vesszük át és ezeket az impulzusokat egy negatív előfeszültséggel lezárt cső rácsára vesszük, amely tehát csak akkor ad jelzést, ha a rácsra vitt feszültség a lezáró feszültség értékénél magasabbra emelkedik. Ezután erősítő és regisztráló berendezéssel észleljük a jelzéseket.

Megjegyezzük, hogy a fentemlített berendezésekkel kapcsolatban felmerülő problémák az általunk tárgyaltak azt az általánosítást képezik, midőn exponenciálisan csökkenő feszültséglökések helyére egyéb időbeli lefolyású jelek lépnek.

Ha η_t^* valószínűségi változóval jelöljük az említett jellemző feszültség értékét t időpontban, úgy a 2. ábra szerinti lefolyást kapjuk. Megjegyezzük, hogy elektronsokszorozóval történő részecskeszámlálás esetén mindenegyes a katódhoz érkező részecske létrehoz egy feszültséglökést, csupán a számlálóberendezés nem jelzi mindegyiket. Például a 2. ábrán a $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, \dots$ időpontokban bekövetkező jelek közül csak a $t_1, t_2, t_4, t_6, \dots$ időpontokban előfordulókat jelzi a berendezés.

Tegyük fel, hogy az elektronsokszorozóval λ eseménysűrűségű Poisson-folyamat szerint érkező részecskéket észlelünk. Ez az eset áll elő például rádióaktív anyagok bomlásának vizsgálatánál vagy kozmikus sugárzással kapcsolatos méréseknél. Feltesszük továbbá, hogy az egyes részecskék által létrehozott feszültséglökések nagyságai χ_k ($k = 1, 2, \dots$) egyforma eloszlású, független, pozitív valószínűségi változók közös $P(\chi_k \leq x) = H(x)$ eloszlásfüggvénnyel. Ez a $H(x)$ eloszlásfüggvény az elektronsokszorozóra és a mérőberendezésre jellemző és kísérletileg meghatározható. Legyen továbbá $\alpha = 1/RC$,



2. ábra

azaz az időállandó reciprok értéke. Ekkor az η_t^* -gal jelölt feszültség, két jel érkezése között, időben $e^{-\alpha t}$ függvény szerint csökken és ugrásokkal növeli értékét a jelek előfordulásának pillanatában. Tegyük fel, hogy a számlálás folyamata végtelen hosszú ideje tart és jelölje η_t^* a feszültség nagyságát t időpontban. [1] dolgozatunkban meghatároztuk η_t^* eloszlását. Legyen η_t^* eloszlásfüggvénye $F^*(x)$ és karakterisztikus függvénye: $E\{e^{i\omega\eta_t^*}\} = \psi^*(\omega)$ úgy fennáll, hogy

$$(1) \quad \psi^*(\omega) = \exp \left(-\frac{\lambda}{\alpha} \int_0^1 \frac{1 - \varphi(\omega u)}{u} du \right),$$

ahol

$$(2) \quad \varphi(\omega) = \int_0^\infty e^{i\omega x} dH(x).$$

(1) segítségével $F^*(x)$ egyértelműen meghatározható.

$F^*(x)$ ismeretében könnyen kiszámítható a látszólagos eseményssűrűség (észlelések sűrűsége), amelyet a küszöbfeszültség mellett jelölünk $\lambda'(a)$ -val. Erre fennáll:

$$(3) \quad \lambda'(a) = \lambda \left[F^*(a) - \int_0^a H(a-x) dF^*(x) \right].$$

Ugyanis egy jel a küszöbfeszültség mellett akkor lesz észlelve, ha a jel megérkezésének pillanatában $\tau_i^* = x < a$ és a jel amplitúdója nagyobb $(a-x)$ -nél.

Ha speciálisan valamennyi jel amplitúdója $\chi_k = \mu$ (állandó), úgy (1) szerint

$$(4) \quad \psi^*(\omega) = \frac{e^{-\frac{\lambda}{\alpha} \int_{\mu}^{\infty} \frac{e^{i\omega u}}{u} du}}{(-i\omega \mu \gamma)^{\lambda/\alpha}},$$

ahol $\gamma = e^C = 1,781072 \dots$ ($C = 0,577215 \dots$ az Euler-állandó). Innen

$$(5) \quad F^*(x) = \frac{1}{\Gamma\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha}\right) (\mu \gamma)^{\lambda/\alpha}} \left[x^{\lambda/\alpha} + \sum_{n=1}^{\left[\frac{x}{\mu}\right]} \frac{(-1)^n (\lambda/\alpha)^n}{n!} \int_{n\mu}^x (x-y)^{\lambda/\alpha} f_n(y) dy \right],$$

ahol

$$(6) \quad f_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < \mu \\ 1/x & \text{ha } x \geq \mu \end{cases}$$

és $f_n(x)$ ennek n -szeres konvolúciója, amely a következő rekurzív formula segítségével határozható meg:

$$(7) \quad f_n(x) = \int_{\mu}^{x-(n-1)\mu} \frac{f_{n-1}(x-y)}{y} dy.$$

Ekkor a látszólagos eseményssűrűség:

$$(8) \quad \lambda'(a) = \lambda [F^*(a) - F^*(a-\mu)].$$

Megjegyzés: Ha azt is tekintetbe kívánjuk venni, hogy az egyes részecskék csupán bizonyos valószínűséggel szóltatják meg a számlálócsövet, úgy ennek figyelembevétele vagy úgy történik, hogy a χ_k amplitúdók számára bizonyos valószínűséggel megengedjük a zérus értéket, vagy λ helyett λp -nek vesszük a Poisson-folyamat eseményssűrűségét, ahol p jelenti a megszólalási valószínűséget.

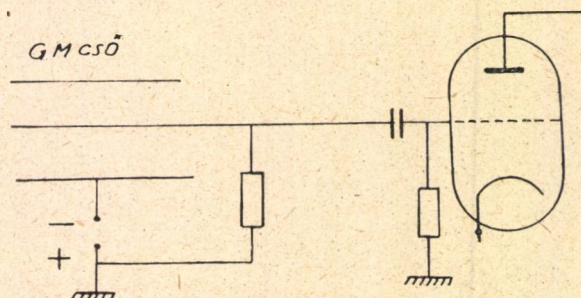
2. *A Geiger—Müller-számláló.* Geiger—Müller-számlálóknál a beeső fotonok vagy részecskék ionokat hoznak létre a cső gázterében. Az elektronsok-sorozótól eltérően az ionizáció időbeli lefolyása az ú. n. holt idő (vagy érzé-

ketlenségi idő) alatt még esetleg érkező részecskék elvesznek az észlelés számára. Ezután azonban hasonló a helyzet, mint az elektronsokszorozó esetében volt. Az észlelt részecskék a Geiger—Müller-cső munkaellenállásán feszültséglökéseket hoznak létre és ezeket a feszültséglökéseket egy ugyanolyan típusú mérőberendezés segítségével vizsgáljuk, mint amelyet az elektronsokszorozónál írtunk le. A berendezést tehát két adat, az időállandó reciprok értéke α és az a küszöbfeszültség jellemzi (3. ábra).

Tegyük fel, hogy a számlálóhoz érkező részecskék vagy fotonok időpontjai λ eseménysűrűségű Poisson-folyamatot alkotnak. Ekkor, ha a holtidő τ állandó, úgy két feszültséglökés közötti idő eloszlásfüggvénye

$$(9) \quad G(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < \tau \\ 1 - e^{-\lambda(x-\tau)} & \text{ha } x \geq \tau. \end{cases}$$

Ekkor már maga a Geiger—Müller-számláló is korlátozza a számlálás határfokát, ugyanis ekkor a számláló által szolgáltatott feszültséglökések sűrűsége: $\lambda/(1 + \lambda\tau)$ és az észlelőberendezés ezt tovább csökkenti. Ez a szemléletből különben plauzibilis tény [2] dolgozatunkban exaktul meg van indokolva. Ha a kisülési idő nem állandó, hanem maga is valószínűségi változó, úgy



3. ábra

$G(x)$ az $1 - e^{-\lambda x}$ exponenciális eloszlásnak a kisülési idő eloszlásával való kompozíciója. Tegyük fel, hogy az egyes feszültséglökések ismét egyforma eloszlású, független, pozitív valószínűségi változók közös $H(x)$ eloszlásfüggvénnyel, úgy [3] dolgozatuk eredményei alapján felírhatjuk, hogy tetszőleges $G(x)$ esetén és a küszöbfeszültség mellett stacionárius esetben a lát-szólagos eseménysűrűség

$$(10) \quad \lambda'(a) = \frac{\lambda}{1 + \lambda\tau} \left[F(a) - \int_0^a H(a-x) dF(x) \right],$$

ahol τ a holtidő várható értéke és $F(x)$ eloszlásfüggvény a következő integrálegyenlet egyértelműen meghatározott megoldása

$$(11) \quad F(x) = \int_0^\infty K(x, y) dF(y),$$

ahol

$$(12) \quad K(x, y) = \int_0^{\infty} H(xe^{au} - y) dG(u).$$

Itt $F(x)$ jelenti az η_t^* feszültség eloszlásfüggvényét közvetlenül egy jel bekövetkezése előtti időpontban. A feszültség nagyságának eloszlásfüggvénye egy tetszőleges időpontban:

$$(13) \quad F^*(x) = \int_0^{\infty} K(xe^{au}) dG^*(u),$$

ahol

$$(14) \quad G^*(x) = \frac{\lambda}{1 + \lambda\tau} \int_0^x [1 - G(u)] du$$

és

$$(15) \quad K(x) = \int_0^x H(x - y) dF(y).$$

Ha speciálisan a holtidő τ állandó és mindenegyes feszültséglökés ugyanazon $\chi_k = \mu$ állandóval egyenlő, úgy:

$$(16) \quad \lambda'(a) = \frac{\lambda}{1 + \lambda\tau} |F(a) - F(a - \mu)|$$

és $F(x)$ a következő rekurzív formulával határozható meg:

$$(17) \quad F(x) = e^{\lambda\tau x^{\lambda\alpha}} \left[A - \frac{\lambda}{\alpha} \int_{\mu}^{xe^{a\tau}} F(t - \mu) \frac{dt}{t^{\lambda\alpha+1}} \right],$$

amely a (11) integrálegyenletből nyerhető. Ezen formula segítségével $F(x)$ előállítható a $[0, \mu/(e^{a\tau} - 1)]$ intervallumban mégpedig rekurzíve $\mu e^{-a\tau}$, $\mu e^{-2a\tau}$, $\mu e^{-3a\tau}$, ... hosszúságú szakaszokra. Könnyen belátható, hogy $F(x) = 1$, ha $x \geq \mu/(e^{a\tau} - 1)$. Az egyelőre ismeretlen A állandó is ezen utóbbi követelményből határozható meg. A meghatározására azonban egy másik út is kínálkozik. (17) segítségével fel tudunk írni egy összefüggést $F(x)$ Laplace transzformáltjára $\Phi(s)$ -re, amely összefüggésből meghatározható $\Phi(s)$ aszimptotikus viselkedése $s \rightarrow \infty$ esetén. Innen ismert Abel-típusú tételek felhasználásával megadható $F(x)$ viselkedése $x \rightarrow 0$ esetén. Így ezen az úton azt nyerjük, hogy

$$(18) \quad A = \frac{1}{\Gamma\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha}\right) (\mu\gamma)^{\lambda\alpha}},$$

ahol $\gamma = e^C = 1,781072 \dots$. Ekkor (17) segítségével felírható, hogy a $(0, \mu e^{-\alpha})$ intervallumban :

$$(19) \quad F(x) = \frac{e^{\lambda \tau x^{\lambda/\alpha}}}{\Gamma\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha}\right) (\mu \gamma)^{\lambda/\alpha}}$$

és a $(\mu e^{-\alpha \tau}, \mu e^{-2\alpha \tau})$ intervallumban :

$$(20) \quad F(x) = \frac{e^{\lambda \tau x^{\lambda/\alpha}}}{\Gamma\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha}\right) (\mu \gamma)^{\lambda/\alpha}} \left[1 - \frac{\lambda e^{\lambda \tau}}{\alpha} \int_{\mu}^{xe^{\alpha \tau}} \frac{(t-\mu)^{\lambda/\alpha}}{t^{\lambda/\alpha+1}} dt \right].$$

Hasonlóan határozható meg $F(x)$ a többi intervallumokra is. Most (13) szerint :

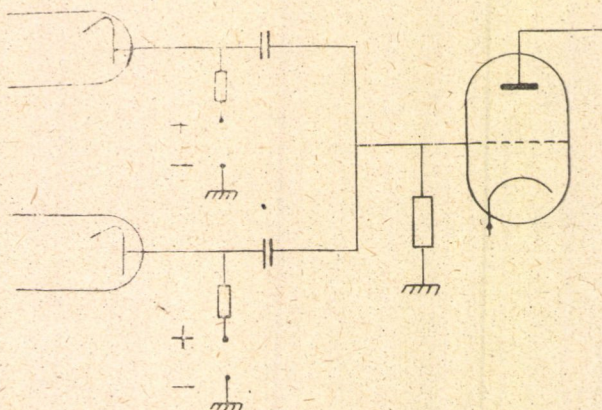
$$(21) \quad F^*(x) = \frac{\lambda}{1 + \lambda \tau} \int_0^{\tau} F(xe^{\alpha u} - \mu) du + \frac{F(x)}{1 + \lambda \tau}.$$

A fenti formulák birtokában eldönthető, hogy különböző α küszöbfeszültségek mellett a látszólagos eseményssűrűségből miként lehet visszakövetkeztetni a valódi eseményssűrűségekre és hogy milyen α küszöbfeszültség mellett a leghatásosabb a számlálási kísérletet elvégezni.

Most azonban bizonyos koincidencia-problémákkal fogunk foglalkozni.

2. §. Koincidencia-problémák

Ha több elektronsokszorozót vagy Geiger—Müller-számlálót használunk egyidejűleg foton- vagy részecskeszámlálásra és az egyes számlálók által szolgáltatott feszültségjelöket ugyanazon mérőberendezéssel vizsgáljuk, úgy ezáltal a koincidenciákat észleljük (4. ábra). Ekkor probléma, hogy különböző α küszöbfeszültségek mellett mennyi lesz a koincidenciák látszólagos sűrűsége.



4. ábra

Ennek ismerete akkor bír fontossággal, ha két vagy több folyamat között korreláció-vizsgálatot végzünk, vagy ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy szisztematikus koincidenciák vizsgálatánál mennyi a véletlen koincidenciák sűrűsége, hogy azokat le tudjuk számítani. Ekkor érdekességgel bír az a kérdés, hogy milyen a küszöbfeszültség mellett a leghatásosabb a kísérletet elvégezni.

Mi a következőkben arra szorítkozunk, midőn két számlálóval végezzük a kísérletet és csupán két szélső esetet tárgyalunk: a teljes függetlenség esetét és a teljes kapcsolat esetét. Az első alatt azt értjük, hogy mindkét számláléhoz egymástól függetlenül Poisson-folyamat szerint érkeznek a részecskék, a második alatt pedig azt az esetet értjük, midőn mindkét számláléhoz pontosan egyidejűleg érkeznek a részecskék és ez az együttes érkezési sorozat Poisson-folyamatot alkot. Az első esetet *véletlen koincidenciáknak*, a másodikat *műkoincidenciáknak* nevezzük. Tárgyalásunkban nem jelent lényeges megszorítást, hogy két számlálóra szorítkozunk, hasonlóan tárgyalható több számláló esete is.

1. *Elektronsokszorozók esete.* Tegyük fel, hogy mindkét elektronsokszorozónál minden beeső részecske állandó μ nagyságú feszültséglökést okoz.

Véletlen koincidenciák sűrűsége. Tegyük fel, hogy mindkét elektronsokszorozóhoz egymástól függetlenül λ eseménysűrűségű Poisson-folyamat szerint érkeznek a részecskék. Ekkor a véletlen koincidenciák sűrűsége a küszöbfeszültség mellett:

$$(22) \quad \Lambda_1 = 2\lambda [F^*(a) - F^*(a - \mu)],$$

ahol $F^*(x)$ -et (5) szolgáltatja, csupán λ helyettesítendő 2λ -val. Ekkor ugyanis úgy tekinthető a helyzet, mintha egyetlen elektronsokszorozóval 2λ eseménysűrűségű Poisson-folyamat szerint érkező részecskéket számlálnánk.

Műkoincidenciák sűrűsége. Tegyük fel most, hogy mindkét sokszorozóhoz pontosan egyidejűleg érkeznek a részecskék λ eseménysűrűségű Poisson-folyamat szerint. Ekkor a műkoincidenciák sűrűsége a küszöbfeszültség mellett:

$$(23) \quad \Lambda_2 = \lambda \left[F^*\left(\frac{a}{2}\right) - F^*\left(\frac{a}{2} - \mu\right) \right],$$

ahol $F^*(x)$ -et ismét az (5) formula szolgáltatja. Ekkor ugyanis úgy tekinthető a helyzet, mintha egyetlen elektronsokszorozó 2μ nagyságú feszültséglökéseket szolgáltatna egy beérkező részecske hatására.

Megjegyezzük, hogy ha az egyik elektronsokszorozó által szolgáltatott lökések nagyságának eloszlása $H_1(x)$ a másiké pedig $H_2(x)$ és az egyikhez λ_1 eseménysűrűségű Poisson-folyamat szerint érkeznek a részecskék, a másikhoz λ_2 sűrűséggel és mindkettőhöz egyidejűleg λ_{12} sűrűséggel, úgy ez a rendszer is visszavezethető egyetlen sokszorozó esetére, amelyhez $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}$ sűrűséggel érkeznek részecskék és

$$(24) \quad H(x) = \frac{\lambda_1 H_1(x) + \lambda_2 H_2(x) + \lambda_{12} H_1(x) * H_2(x)}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}}$$

eloszlású feszültséglökéseket hoznak létre.

2. *Geiger—Müller-számlálók esete.* Tegyük fel, mint előbb, hogy a τ holtidő állandó, és az egyes részecskék által létrehozott feszültséglökések állandó μ amplitúdójúak.

Véletlen koincidenciák sűrűsége. Mindkét számlálóhoz egymástól függetlenül λ esemény-sűrűségű Poisson-folyamat szerint érkeznek a részecskék. Ekkor a véletlen koincidenciák sűrűsége a küszöbfeszültség mellett :

$$(25) \quad \Lambda_1 = -\frac{2\lambda}{1 + \lambda\tau} [L(a) - L(a - \mu)],$$

ahol

$$(26) \quad L(x) = \int_0^x F^*(x-y) dF(y).$$

Ugyanis ekkor az időegység alatt átlag $2\lambda/(1 + \lambda\tau)$ impulzus érkezik a berendezéshez, de ezek közül csak azokat jelzi a berendezés, amelyek olyan pillanatban érkeznek, midőn a feszültség értéke $(a - \mu, a)$ intervallumba esik. Egy impulzus érkezésének az időpontjában $L(x)$ szolgáltatja a kritikus feszültség eloszlását. Ugyanis az impulzus beérkezésének a pillanatában $F(x)$ szolgáltatja az illető csőre jellemző feszültség eloszlását és ugyanakkor a másik csőre jellemző feszültséget $F^*(x)$ és $L(x)$ e két eloszlás kompozíciója. Itt $F(x)$ -et a (17) és $F^*(x)$ -et a (21) formula alapján lehet meghatározni.

Műkoincidenciák sűrűsége. Tegyük fel most, hogy mindkét számlálóhoz egyidejűleg λ esemény-sűrűségű Poisson-folyamat szerint érkeznek a részecskék. Ekkor a küszöbfeszültség mellett a műkoincidenciák sűrűsége :

$$(27) \quad \Lambda_2 = -\frac{\lambda}{1 + \lambda\tau} \left[F\left(\frac{a}{2}\right) - F\left(\frac{a}{2} - \mu\right) \right],$$

ahol $F(x)$ -et (17) rekurzív formula segítségével határozhatjuk meg. Ugyanis ekkor a rendszer helyettesíthető egyetlen Geiger—Müller-számlálócsővel, amelynek impulzusai μ helyett 2μ nagyságúak.

A fenti formulák lehetővé teszik annak számbavételét, hogy különböző a küszöbfeszültségek mellett mennyi lesz a véletlen koincidenciák sűrűsége és így koincidencia-vizsgálatoknál eldönthető, hogy csupán véletlen koincidenciákról van-e szó vagy szisztematikus koincidenciák is fellépnek. Továbbá, ha két folyamat közötti korreláció megállapítása érdekkel bennünket, úgy célszerű a számlálást olyan a küszöbfeszültség beállítása mellett elvégezni, amely mellett maximális a véletlen és műkoincidenciák sűrűségének különbsége. Ugyanis ilyen a küszöbfeszültség mellett lesz a berendezés érzékenysége a legnagyobb.

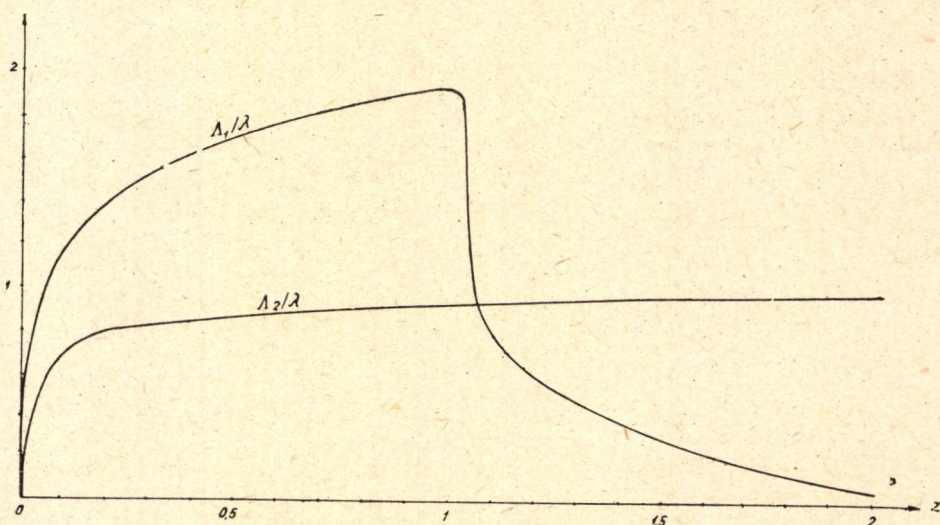
Most néhány példán megmutatjuk, hogy elektronsokszorozó és Geiger—Müller-számláló esetén hogyan változik a véletlen és műkoincidenciák sűrűsége az a lezáró feszültség függvényében.

3. *Példák. Elektronsokszorozó esete.* a) *Véletlen koincidenciák sűrűsége.* Legyen $z = a/\mu$ úgy (22) szerint $0 \leq z \leq 1$ értékekre :

$$\Lambda_1|_{\lambda} = \frac{2z^{2\lambda/\alpha}}{\gamma^{2\lambda/\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{2\lambda}{\alpha}\right)}$$

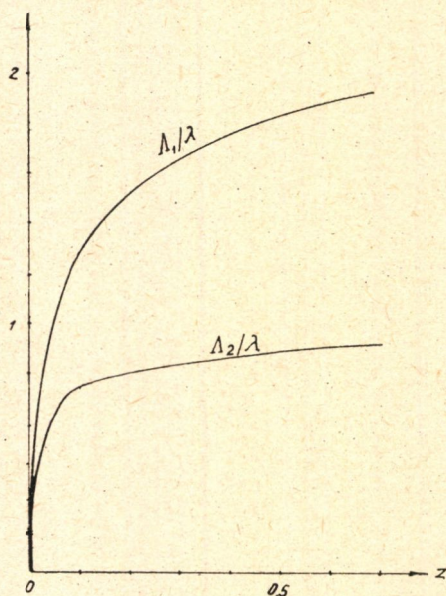
és $1 \leq z \leq 2$ értékekre :

$$\Lambda_1/\lambda = \frac{2z^{2\lambda/\alpha}}{\gamma^{2\lambda/\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{2\lambda}{\alpha}\right)} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{z}\right)^{2\lambda/\alpha} - \frac{2\lambda}{\alpha} \int_{1/z}^1 \frac{(1-y)^{2\lambda/\alpha}}{y} dy \right]$$



5. ábra

b) *Műkoincidenciák sűrűsége.* Legyen ismét $z = a/\mu$ úgy (23) szerint $0 \leq z \leq 2$ értékekre :



6. ábra

$$\Lambda_2/\lambda = \frac{(z/2)^{\lambda/\alpha}}{\gamma^{\lambda/\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha}\right)}$$

Az 5. ábrán Λ_1/λ és Λ_2/λ értékeit tüntettük fel z függvényében $\lambda/\alpha = 0,1$ mellett.

Geiger-Müller-számláló esete.

a) *Véletlen koincidenciák sűrűsége.* Legyen $z = a/\mu$ úgy (25) szerint $0 \leq z \leq e^{-a\tau}$ értékekre

$$\Lambda_1/\lambda = \frac{2}{(1 + \lambda\tau)^2} \cdot \frac{e^{2\lambda\tau} z^{2\lambda/\alpha}}{\gamma^{2\lambda/\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{2\lambda}{\alpha}\right)}$$

b) *Műkoincidenciák sűrűsége.* Legyen ismét $z = a/\mu$ úgy (26) szerint $0 \leq z \leq e^{-a\tau}$ értékekre

$$\Lambda_2/\lambda = \frac{1}{1 + \lambda\tau} \cdot \frac{e^{\lambda\tau} (z, 2)^{\lambda} \alpha}{\gamma^{\lambda} \alpha \Gamma \left(1 + \frac{\lambda}{\alpha}\right)}.$$

A 6. ábra $\lambda/\alpha = 0,1$ és $\lambda\tau = 0,3$ esetén tünteti fel Λ_1/λ és Λ_2/λ értékeit z függvényében.

IRODALOM

[1] Takács L.: Poisson-folyamat által származtatott másodlagos folyamatokról és azok fizikai alkalmazásairól. (M. T. A. III. Oszt. Közl. megjelenőben).

[2] Takács L.: Bekövetkezési és koincidencia-jelenségek időtartamban tetszőleges eloszlású történések esetén. (M. T. A. III. Oszt. Közl. 1 (1951) 371—386 o.)

[3] Takács L.: Bizonyos fizikai regisztrálóberendezésekkel kapcsolatos sztochasztikus folyamatokról. (M. T. A. III. Oszt. Közl. megjelenőben).

О ПРОБЛЕМАХ СОВПАДЕНИЙ, ПРОИСХОДЯЩИХ В СЧЕТЧИКАХ

Л. Такач

Резюме

Частицы, прибывающие по процессу типа Пуассона мы исследуем мультипликатором или счетчиком Гейгера—Мюллера. Под действием прибывающих частиц счетчики дают импульсы напряжения. Мультипликатор дает импульс напряжения при прибытии каждой частицы в то время как в счетчике Гейгера—Мюллера после каждого сигнала наступает мертвое время, в течение которого прибывающие частицы не регистрируются. Под действием импульсов напряжения в регистрирующей схеме возникают затухающие по показательному закону сигналы, которые слагаются линейно. Счетчик дает сигнал тогда, когда сумма значений сигналов превосходит некоторое напряжение α . В работе определяется, как изменяется кажущаяся плотность событий и плотность коинцидентий как функции от α .

COINCIDENCE PROBLEMS ARISING IN THE THEORY OF COUNTERS

L. TAKÁCS

Summary

Particles arriving according to a Poisson process are kept under observation by means of electron multipliers or Geiger—Müller counters. Upon the effect of the particles arriving the individual tubes give rise to random voltage pulses. While in the electron multiplier each particle produces a voltage pulse, in the Geiger—Müller counter each signal is followed by an inoperative period and particles possibly arriving during it escape observation. The counted particles cause exponentially decreasing signals in the recording apparatus which are superposed linearly. The recorder will indicate when the sum of the signals exceeds a given threshold voltage α . In this manner it is possible to determine the apparent density of events as a function of the threshold voltage α . Finally, the density of coincidences is determined as a function of the threshold voltage α , when more counters are used for the observation of simultaneous random events.