

A SELEJTARÁNY A PRIORI BÉTA-ELOSZLÁSÁRÓL

SARKADI KÁROLY

Összefoglalás.

A dolgozat — *Oderfeld* egy értekezéséhez kapcsolódva — a minta selejtarányából a tétel selejtarányára való következtetésnek a Bayes tételen alapuló módszerével foglalkozik, pontosabban azzal a kérdéssel, hogyan lehet bizonyos tapasztalatok alapján az a priori valószínűségi eloszlás paramétereit meghatározni, ha azt béta-típusúnak tesszük fel. A szerző itt rámutat az *Oderfeld* által megadott eljárás egy hibájára és helyesbíti az eljárást; továbbá javasol egy másik módszert is az a priori eloszlás meghatározására, amely szerint a második momentum helyett a selejtarány maximális értékét kell felhasználni. Ez utóbbi módszerhez táblázatot is ad.

1. Ez a cikk — mint ugyanezen kötet megelőző cikke is — olyan selejtellenőrzési módszerrel foglalkozik, amely a Bayes-tétel alkalmazásán alapul. Az ilyen módszereket, mint ott említettük, ma már alig alkalmazzák; olyan esetben azonban, amikor az a priori eloszlás ismert, a Bayes-tétel alkalmazása ellen nem emelhető kifogás. *Oderfeld* a priori béta-eloszláson alapuló módszere [1], amelyről már ez az előző cikk is említést tesz, az a priori eloszlást az elmúlt átvételek tapasztalatai alapján állapítja meg.

Az a gondolat, hogy a gyártási folyamatról információt kell szerezni, és ezt a végellenőrzés alkalmával fel kell használnunk, mind általánosabban elfogadott elv a minőségellenőrzés gyakorlatában. Ez az információ történhet közvetlenül, ha erre mód van, de történhet közvetve is az átvételek eredményeiből.

Hogy a gyártási folyamatról való információ tekintetbe nem vétele hibára adhat alkalmat, azt mutatja a következő, *Kolmogorovtól* származó példa:

Tegyük fel, hogy egy gyártmányból alkotott tételekről tudjuk, hogy bennük a hibás darabok száma binomiális eloszlást követ. Akkor — mint ez könnyen kimutatható — az egyes tételekből kivett minta semilyen további információt nem nyújt a tétel megmaradt részére vonatkozóan. Ugyanez a helyzet általában akkor, ha azok az események, hogy az egyes gyártott darabok selejtesek legyenek, egymástól független események.

Egy másik példa: tegyük fel, hogy egy bizonyos mintavételi eljárással folyamatosan vizsgálunk meg egy bizonyos helyről származó tételeket és majdnem valamennyit visszautasítják, szórványosan azonban néhányat átvesznek. Ha a mintavételi utasítást kritika nélkül alkalmazzuk, az átvett tételeket megfelelőeknek kell tartanunk. A valóságban pedig sokkal több okunk van

feltenni, hogy a tételek valamennyien nem megfelelők, hiszen néhány átvétel szükségképpen bekövetkezik ilyen esetben is.

Általában szokásos módja az elmúlt átvételek tapasztalatai tekintetbe vételének az, hogy időnként intézkedés történik az átvételi tervek szigorítására, vagy enyhítésére ezek alapján. *Oderfeld* a priori eloszlás formájában veszi figyelembe az elmúlt átvételeket. Megállapítja, hogy a selejtarány eloszlása gyakorlati szempontból jól megközelíthető a béta-eloszlással. Ez azért fontos, mert a priori béta-eloszlás esetén az a posteriori eloszlás sűrűségfüggvénye is aránylag egyszerűen felírható. A béta-eloszlás sűrűségfüggvénye:

$$(1) \quad \frac{x^r (1-x)^{s-r}}{B(r+1, s-r+1)}.$$

Ilyen a priori eloszlás mellett az a posteriori eloszlás sűrűségfüggvénye

$$(2) \quad \frac{x^{r+z} (1-x)^{n+s-r-z}}{B(r+z+1, n+s-r-z+1)},$$

ha az n elemű mintából z darab volt selejtes.

Az s és r paramétereket az eddigi átvételek tapasztalati eredményéből számítjuk ki, a momentumok egyeztetésének módszerével.

Az alábbiakban *Oderfeld* idézett művének a fentiekre vonatkozó részét kívánjuk egy-két megjegyzéssel kiegészíteni.

2. Az első megjegyzés az a priori eloszlás egy más értelmezésére vonatkozik.

Ha s és r egész szám, akkor az (1) a priori egyenletes eloszlás feltételezése esetén a selejtarány a posteriori eloszlása, ha a tételből kivett s elemű mintában r darab selejteset találtunk. Ez világossá teszi az a priori béta-eloszlás szerepét: tulajdonképpen az a priori béta-eloszlás feltételezését úgy is tekinthetjük, hogy az a priori egyenletes eloszlás feltételezésén felül még feltételeztük, hogy a tényleges mintavétel előtt már egy s darabból álló mintát kivettünk és abban r darab selejteset találtunk. Azaz egy olyan elképzelt mintát feltételeztünk, amely éppen azt az információt adja, amelyet mi más úton kaptunk. Ez érthetővé teszi azt az eredményt, hogy a tényleges minta kivétele után úgy kell számolnunk, mint ha egyenletes a priori eloszlás mellett az $n+s$ kihúzott darabban $z+r$ lett volna a selejt.

Ha s vagy r nem egész szám, akkor természetesen a fentieknek nincs értelme. A fenti terminológiát azonban használhatjuk akkor is, amint azt *Oderfeld* is használja. Ilyenkor a »mintavétel« eredményén olyan információt értünk, amelyet az eloszlásfüggvény képlete jelent.

3. Az s és r meghatározásánál a szerző nem veszi figyelembe, hogy a minta selejtarányának eloszlása nem azonos a tétel selejtarányának eloszlásával. Az alábbiakban megmutatjuk, hogy ez az elhanyagolás, éppen a könyvben példaként közölt numerikus táblázatrészeket tekintve is, nem jelentéktelen. Ha a selejtarány tapasztalati eloszlására nézve T darab n elemű minta eredményével rendelkezünk, akkor az ebben lévő selejtes darabok számának eloszlását az (1) által jellemzett a priori béta-eloszlás feltételezésével

kiszámíthatjuk : annak a valószínűsége, hogy az n elemű mintában κ darab hibás legyen :

$$\int_0^1 \frac{x^r (1-x)^{s-r}}{B(r+1, s-r+1)} \binom{n}{\kappa} x^\kappa (1-x)^{n-\kappa} dx = \frac{(s+1) \binom{s}{r} \binom{n}{\kappa}}{(s+n+1) \binom{s+n}{r+\kappa}}.$$

Ebből kapjuk, hogy

$$(3) \quad \mathbf{M}(\kappa) = \frac{n(r+1)}{s+2}$$

$$\mathbf{M}(\kappa^2) = \frac{n(n-1)(r+1)(r+2)}{(s+2)(s+3)} + \frac{n(r+1)}{s+2}.$$

Egyeztetve a momentumokat, felírjuk, hogy

$$\mathbf{M}(\kappa) = \frac{\sum_{i=1}^T z_i}{T} = \frac{S_1}{T}$$

$$\mathbf{M}(\kappa^2) = \frac{\sum_{i=1}^T z_i^2}{T} = \frac{S_2}{T}$$

ahol z_i jelenti az alapul vett i -ik n elemű mintában talált hibás darabok számát; ebből kapjuk, hogy

$$(4) \quad s = \frac{S_1(n-1)(nT-S_1)}{(S_2-S_1)Tn-(n-1)S_1^2} - 3$$

$$r = \frac{S_1(S_1n-S_2)}{(S_2-S_1)Tn-(n-1)S_1^2} - 1,$$

vagy némi elhanyagolással

$$(5) \quad s = \frac{S_1 n T}{(S_2 - S_1) T - S_1^2} - 2$$

$$r = \frac{S_1^2}{(S_2 - S_1) T - S_1^2} - 1$$

Összehasonlítással lássuk az *Oderfeld* által közölt képleteket :

$$(6) \quad r = \frac{2S_1^2 - TS_2 - \frac{S_1 S_2}{n}}{TS_2 - S_1^2}$$

$$s = \frac{2S_1^2 + S_1 Tn - 3S_2 T}{TS_2 - S_1^2},$$

illetve

$$(7) \quad r = \frac{S_1^2}{TS_2 - S_1^2} - 1$$

$$s = \frac{TnS_1}{TS_2 - S_1^2} - 3.$$

Közelítő számításra tehát az (5) képlet alkalmas a (7) képlet helyett.

Ha az [1] 88. lapján lévő példát ezek szerint újra átszámoljuk,

$$S_1 = 27 \quad S_2 = 65 \quad T = 20 \quad n = 40$$

adatokból $r = 3,26$, $s = 127$ adódik,

szemben az ott közölt $r = 0,27$, $s = 35$ eredménnyel.

A pontosabb számítások elvégzéséhez *Oderfeld* bevezeti az

$$(8) \quad \eta = \frac{100 S_1}{nT}$$

$$\lambda = \frac{10\,000 S_2}{n^2 T}$$

segédváltozókat, ezek segítségével a (6) alatti képletek a következőképpen alakulnak :

$$(9) \quad r = \frac{2\eta^2 - \lambda - \frac{n\lambda}{100}}{\lambda - \eta^2}$$

$$s = \frac{2\eta^2 + 100\eta - 3\lambda}{\lambda - \eta^2}.$$

A (9) alatti képleteket nem kell megváltoztatnunk, ha λ definícióját megváltoztatjuk úgy, hogy a (8) helyett az

$$(10) \quad \eta = \frac{100 S_1}{nT}$$

$$\lambda = \frac{\frac{10\,000 S_2}{nT} - 100\eta}{n - 1}$$

helyettesítést alkalmazzuk.

Ennélfogva a szerző által kidolgozott táblázatok is érvényben maradnak, csak a λ értékét a (8) helyett a (10) képlettel kell kiszámítani.

Hasonlóképpen használhatók a 93—95. lapon közölt táblázatok is, amelyek mindjárt a mintavételi eredmény retrospektív paramétereit adják meg.

Hogy milyen különbséget jelent e táblázatok használatánál az, hogy a λ értékét a (8) vagy a (10) képlettel számítjuk ki, példaképpen lássuk a következő táblázatot az i. m. 93. lapjáról:

W_1 táblázata ($n = 40$ drb, $\eta = 3\%$)				
$z \backslash \lambda$	10	12	14	16
0	4,3	4,5	4,4	4,3
1	4,7	5,6	6,1	6,4
2	5,0	6,6	7,6	8,3
3	5,4	7,6	9,1	10,2
4	5,8	8,6	10,5	11,9
5	6,2	9,6	11,9	13,6

w_1 jelenti azt a határselejtarányt, amely alá esik a tételselejt aránya a posteriori 95%-os valószínűséggel.

Ha λ -t a (10) képlet helyett a (8) képlettel számítjuk, akkor értéke 7,5-el eltolódik, vagyis a táblázat egész terjedelmével. Tehát egyáltalában nem közömbös, hogy a (8) vagy a (10) képletet használjuk-e, még a táblázat használatának a lehetősége szempontjából sem.

4. A fentiekből látható, hogy az eredeti eljárás csak akkor használható, ha n elég nagy, és a tételek selejtarányának ingadozása is nagy. Ellenkező esetben nem ad jó közelítést. Az itt ismertetett eljárás általában mindig megbízhatóbb eredményt ad.

Meg kell azonban jegyezni azt, hogy még az így módosított eljárás sem alkalmazható minden esetben. Általában ugyanis a momentumok egyeztetése módszerének csak akkor van jogosultsága, ha nagyszámú megfigyelési adatunk van, jelen esetben tehát akkor, ha T nagy szám. Ez ellen ugyan lehet azt az ellenvetést tenni, hogy nem szükséges a nagy pontosság, mert az a priori eloszlás csak közvetve gyakorol befolyást a végeredményre. Ez az ellenvetés nem mindig helytálló. Gondoljuk meg azt, hogy például ha a momentumok egyeztetése olyan eredményre vezet, hogy $s > n$, akkor az a priori eloszlásnak már mindenestre nagyobb befolyása van a végső ítéletre, mint magának az aktuális tételből vett mintának. Lehetséges azonban az is, hogy teljesen használhatatlan eredményre vezet az eljárás: r és s értékre végtelent vagy negatív számot kapunk. Ez az eset áll elő akkor, ha a véletlen folytán valamennyi mintában egyforma a selejtarány, vagy legalább is ennek szórása nem nagyobb, mint amennyi homogén tételsokaságból vett minták esetén a szórás várható értéke.

A fenti megfontolás arra mutat, hogy kis T esetén szükséges a momentumok egyeztetésének módszerét valahogyan módosítani, vagy más módszert alkalmazni, hogy helytelen eredményre ne jussunk.

Itt felmerülhetne először az a gondolat, hogy az így adódható hibát úgy korrigáljuk, hogy visszatérünk az [1]-ben ismertetett eredeti eljárásra, és ezzel mindjárt biztosítjuk is magunkat a túlságosan kedvező előzetes fel-

tételezés és az azzal járó csalódások ellen. Könnyen meggyőződhetünk arról azonban, hogy ez az út elvileg helytelen volna: nem akkor nyújtana nagyobb biztonságot, mikor a kiküszöbölendő bizonytalanság is nagyobb, tehát T kis értékeire, hanem n kis értékei esetén tenné ezt meg, függetlenül T értékétől.

A kérdés exakt megoldása az volna, hogy úgy határoznánk meg az aktuális tétel selejtarányának a posteriori selejteeloszlását, hogy nem határozott a priori eloszlásból indulnánk ki, hanem csak abból, hogy bizonyos statisztikai adataink vannak az a priori eloszlás paramétereinek meghatározására. Ennek a módszernek kidolgozásával járó munka nem látszik sem könnyűnek, sem gazdaságosnak. Magának az a priori béta-eloszlás feltevésének is az az egyik indoka, hogy a vele való számolás egyszerű; nem volna értelme tehát bonyolulttá tenni. Másrészt a túlzott pontosságnak egyébként sincs értelme, egyrészt azért, mert az a priori eloszlás tényleg csak közvetve gyakorol befolyást a tétel selejtarányára, tehát elég arra vigyáznunk, hogy durva hiba ne adódjék a módszer alkalmazásánál, másrészt azért, mert az a lehetőség, hogy a gyártási körülmények esetleg megváltozhatnak, olyan dolog, amit nem vettünk még számításba, és egyáltalán nem is lehet bizonytalanságtól mentes módon számításba venni.

Igy tehát az látszik célszerűnek, hogy valamilyen önkényes megállapodással dolgozzunk, ha a momentumok módszere használhatatlan, vagy olyan adatokat szolgáltatna, amelyek bizonytalansága értékükből látszik. Például önkényesen alsó határt szabunk λ -ra, vagy felső határt s számára, s ha a számított adat a határt átlépi, a határt tekintjük kiinduló adatnak (az utóbbi esetben természetesen a (3a) egyenlet alapján számítjuk ki r értékét s -ből). Pontosabban pl. megállapodhatunk abban, hogy s nem lépheti túl n értékét, mert egyébként is indokoltnak látszik, hogy ne bízzuk magunkat erősebb mértékben az a priori feltevésre, mint az aktuális tételből vett mintára. Vagy tehetünk olyan megállapodást, amely s maximális figyelembevehető értékét a T értékétől is függővé teszi.

A fentebb ismertetett indokokra való tekintettel azonban felvetjük az egész módszer további egyszerűsítésének gondolatát is. Ismeretes, hogy méretellenőrzéseknél is a gyakorlatban általában a szórást csak olyan helyen szokták kiszámítani, ahol nagy pontosságot követelnek meg, egyébként a range mérése az általános. Véleményünk szerint az itt megkövetelt pontosság sem teszi indokolttá a szórás kiszámítását és nem várható, hogy azt az üzemek elfogadják végezni.

5. A következőkben egy olyan eljárási módot fogunk ismertetni, amely egyszerűbb számítással jár, sőt számítási adatok nélküli becslésre is alkalmas.

Általában sokszor előfordul, hogy az átlagos selejtarányt amúgy is mérik, vagy az a tapasztalatból számítás nélkül is megbecsülhető s ugyancsak a tapasztalat alapján — számítással vagy becsléssel — meg tudnak adni egy olyan határt, amely fölé a selejtarány csak kis valószínűséggel mehet.

Tegyük fel tehát, hogy meg akarjuk határozni azt a béta-eloszlást, amelynek várható értéke p_0 , eloszlásfüggvényének értéke a β helyeken p_β , ahol p_0 , p_β és β adott értékek.

A béta-eloszlás r és s paraméterei ismeretlenek.

Fennáll, hogy

$$(11) \quad p_0 = \frac{r+1}{s+2}$$

és

$$\beta = \int_0^{p_\beta} x^r (1-x)^{s-r} dx.$$

(12)

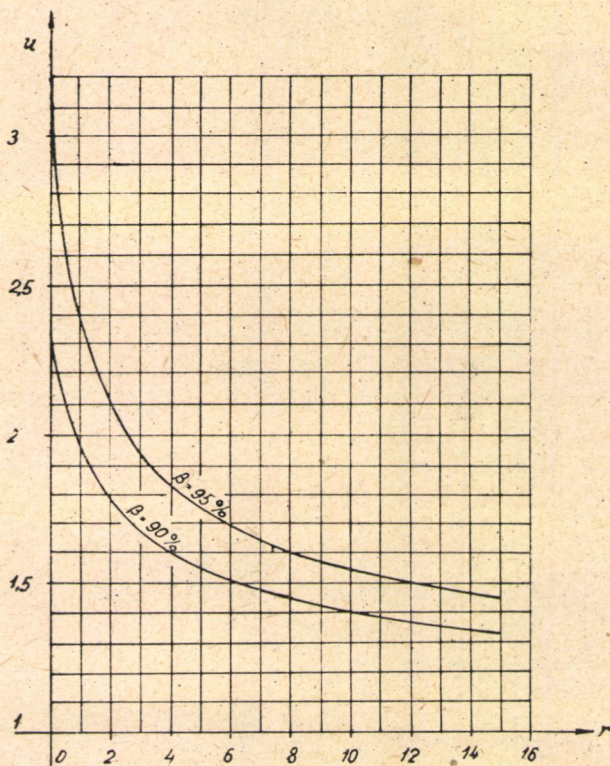
Ha megelégszünk a Poisson-közelítéssel, akkor az utóbbi egyenlet helyett ezt írhatjuk:

$$\beta = \int_0^C \frac{x^r}{r!} e^{-x} dx,$$

ahol

(13)

$$C = (s+1) p_\beta.$$



1. ábra

A (11)-ből és (13)-ból

$$\frac{p_\beta}{p_0} = \frac{C}{r+1-p_0}$$

r pozitív szám, p_0 kis pozitív szám, tehát $r+1$ mellett elhanyagolható és így

$$\frac{p_\beta}{p_0} \approx \frac{C}{r+1}$$

β értékét rögzítve C értéke r bármely értékéhez meghatározható a Poisson-táblázatból és így meghatározható az $u = \frac{C}{r+1}$ hányados értéke is. Ha ezt az u és r közötti összefüggést ábrázoljuk vagy táblázatba foglaljuk, akkor adott esetben r értékét is megkaphatjuk az u értékéből. A mi esetünkben éppen ez a feladat, mert p_0 és p_β ismert és így $u = \frac{p_\beta}{p_0}$ is annak tekinthető.

Az összefüggést $\beta = 90\%$ és $\beta = 95\%$ esetére az 1. ábrán ábrázoltuk. Ennek segítségével tehát p_0 és p_β ismeretében $\frac{p_\beta}{p_0} = u$ -tól r értéke meghatározható. Ezután s -et a (11)-ből nyert

$$s = \frac{r+1}{p_0} - 2$$

képlettel kiszámíthatjuk.

Ha pontosabb közelítést akarunk, az így kapott s -ből számított $\frac{s+1}{s+2}$ -vel megszorozzuk $\frac{p_\beta}{p_0}$ -t, ezt tekintjük u -nak és az eljárást megismételjük. Még pontosabb közelítést nyerhetünk a (12) képlet felhasználásával.

A gyakorlatban azonban általában megfelelő lesz az első közelítés is. Így tehát a fenti eljárással a paramétereket igen egyszerűen meg lehet határozni. Ezután az aktuális tétel selejtarányát dualitási elv segítségével igen egyszerűen meghatározhatjuk. Könnyebb lesz a számítás, ha r értékét egész számra kerekítjük le (természetesen s kiszámítása előtt). A gyakorlatban ez a kerekítés nem fog számbavehető változást okozni.

Ha $\frac{p_\beta}{p_0}$ tapasztalati értéke nagyobb lenne, mint u -nak a legnagyobb ($r = 0$ -hoz tartozó) értéke, u_0 , akkor ez azt jelenti, hogy nincs olyan béta-eloszlás, amilyent keresünk. Ilyenkor azt tehetjük, hogy p_0 értékét önkényesen megnöveljük úgy, hogy $p_0 = p_\beta \cdot u_0$ legyen, vagyis rosszabb átlagszelejtet tételezünk fel az a priori eloszláshoz, mint ami tudomásunk szerint a valóságban fennáll.

A függelékben az u diagrammjának adatait táblázat formájában is közöljük.

1. Példa:

Legyen $p_0 = 1\%$, $p_\beta = 2\%$ ($\beta = 95\%$).

Megkeresendők az a priori eloszlás r és s paraméterei.

A jelen esetben $u = 2$, tehát a diagrammból $r = 2,5$. Ebből a (11) szerint

$$s = 348$$

adódik.

Ha r -et lefelé kerekítjük vagyis $r = 2$ -t vesszük, akkor $s = 298 \approx 300$.

Tegyük fel, hogy az új tételből vett 500 elemű mintában 3 selejtes darabot találtunk. Akkor a tétel retrospektív selejtaránya a dualitás elve értelmében megegyezik az 5 || 801 átvételi terv prospektív paramétereivel. Az 5-höz

tartozó $C \stackrel{!}{=} (n + 1) w$ határselejtarány értékek pl. az [1] 2. sz. táblázatából 2,61 és 10,51, ebből 801-gyel osztva kapjuk, hogy a tétel selejtaránya 90%-os valószínűséggel 0,33% és 1,31% között van.

Összehasonlításként közöljük, hogy egyenletes a priori eloszlás esetén 0,27%-ot és 1,55%-ot kapunk határselejtarányokul.

2. példa:

Legyen $p_0 = 1,5\%$, $p_\beta = 5\%$ ($\beta = 90\%$). A jelen esetben $\frac{p_\beta}{p_0} = 3,33$, ezzel szemben a diagrammban u legnagyobb értéke 2,3. Ezért p_0 -t önkényesen megnöveljük 2,08%-ra, így $r = 0$ lesz és

$$s = \frac{0 + 1}{0,0208} - 2 = 46.$$

Tegyük fel, hogy az új tételből 50 darabos mintát vettünk és abból 2 volt hibás. Ebben az esetben az előbbi példában már ismertetett módszerrel kapjuk, hogy tételünk selejtaránya 90%-os valószínűséggel 0,88% és 6,56% közé esik, míg a priori egyenletes eloszlás feltételezésével 1,68% és 12,5% határselejtarányokat kapunk.

További egyszerűsítést jelentene az eljárásra, ha nomogramokat készítenénk. Az egyik nomogramm r -et és s -et adná meg, mint p_0 és p_β függvényét, másik pedig a selejtarány határait mint r és s függvényeit. Így a felhasználó munkája a két nomogrammon két-két érték meghatározására és két egyszerű összeadásra (ahol az egyik összeadandó egész szám) korlátozódna.

A nomogrammok pontos megszerkesztéséhez hosszabb számítások szükségesek, amelyek elvégzését tervbe vettük.

6. Az előző pontban ismertetett módszert használhatjuk akár egyszerű becsléssel, akár konkrét tapasztalati adatokból nyert pontos számítással határoztuk meg p_0 és p_β értékét.

Hogy becslés útján hogy lehet meghatározni p_0 -t és p_β -t, arról sokat nem kell beszélünk, hozzávetőleges érték szinte minden esetben van rájuk. Magától értetődik, hogy bizonytalanság esetén inkább gyengébb feltételezést alkalmazunk, vagyis növeljük p_0 és p_β értékeit.

Ha p_0 és p_β értékeit a tapasztalati adatokból nyert számítással nyerjük, akkor is célszerű megnövelni őket (legalább is p_β -t), ha figyelembe akarjuk venni az esetleg kevés adat bizonytalanságát, továbbá a gyártási folyamat megváltozásának lehetőségét. Hogy mennyivel növeljük meg, ez inkább gyakorlati kérdés, megjegyezzük azonban, hogy semmi értelme sincs itt teljesnek látszó bizonyosságra törekedni, tekintettel arra, hogy maga a mintavételi eljárás sem nyújt teljes biztonságot. Elég, ha arra ügyelünk, hogy a p_0 és p_β értéke inkább valamivel nagyobb, mint kisebb legyen a valószínűnek látszó értéknél.

7. Ha p_0 és p_β értékeit a rendelkezésre álló minták eredményeiből állapítjuk meg, akkor, mint ezt a 3. pontban tárgyaltuk, a minta selejtarányának eloszlása nem egyezik meg a tételével.

A megkövetelt pontosság megengedi azonban azt, hogy ezt az utóbbi eloszlást is béta-eloszlásnak tekintsük. Éppen ezért feltételezzük, hogy ha az

a priori eloszlás paramétereit az előző pont alapján a minták selejt-eloszlásából határoztuk meg, ugyanazt a hibát követtük el, mint ha a (4) képlet helyett az (6)-ot alkalmaztuk volna. A két képlet összehasonlításából nyerjük, hogy ha r^* a minta selejtarány eloszlása alapján az (6) szerint meghatározott paraméter, akkor a tétel selejtarány-eloszlás helyes r paramétere a közelítő

$$(14) \quad r = \frac{\frac{n-1}{n} - \frac{1}{r^* + p_0 + 1}}{\frac{1}{p_0}} - p_0 - 1$$

képletből, és ebből s a (13) képlettel számítható ki.

A (14) gyakorlati szempontból pótolható az egyszerűbb

$$(15) \quad r = \frac{1}{\frac{1}{r^* + 1} - \frac{1}{np_0}} - 1$$

képlettel, sőt ha n elég nagy és r nem túlságosan kicsi, akkor e helyett még az

$$(16) \quad r = r^* + \frac{(r^* + 1)^2}{np_0}$$

képletet is használhatjuk.

A megfordított képletre akkor lehet szükségünk, ha van a priori feltevés, de közben ellenőrizni akarjuk, hogy az újabb adatok nem mondanak-e ellent a feltevésnek. A (14) pontos megfordítása

$$r^* = \frac{n}{\frac{n-1}{r + p_0 + 1} + \frac{1}{p_0}} - p_0 - 1$$

s ehelyett, ha p_0 kicsi, az

$$(17) \quad r^* = \frac{1}{\frac{1}{r+1} + \frac{1}{np_0}} - 1$$

s ha ezenfelül n nagy és r nem túl kicsi, az

$$(18) \quad r^* = r - \frac{(r+1)^2}{np_0}$$

képletet is használhatjuk.

Ha megkaptuk r^* -ot, a Poisson-függvény vagy táblázat segítségével megállapíthatjuk a minta selejt kontrollhatárát.

Egyébként a (15), illetve (17) képletet is egyszerű a számolás, ha reciprok-táblázatot használunk. Így a számítás a táblázat használatán kívül egyszerű összeadásra korlátozódik. Könnyen készíthető alkalmas nomogramm is.

IRODALOM

1. J. Oderfeld: Statystyczny odbiór towarów klasyfikowanych według alternatywy. Warszawa, (1950)

F Ü G G E L É K

Táblázat az a priori béta-eloszlás r paraméterének meghatározására [1. 5. pont]

r	u	
	$(\beta = 95\%)$	$(\beta = 90\%)$
0	3,00	2,30
0,2	2,80	2,20
0,4	2,66	2,12
0,6	2,54	2,05
0,8	2,45	2,00
1	2,37	1,95
2	2,10	1,77
3	1,94	1,67
4	1,83	1,60
5	1,75	1,55
6	1,69	1,50
7	1,64	1,47
8	1,60	1,44
9	1,57	1,42
10	1,54	1,40
11	1,52	1,39
12	1,50	1,37
13	1,48	1,35
14	1,46	1,34
15	1,44	1,33

АПРИОРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА β ПРОПОРЦИИ БРАКА

К. Шаркади

Резюме

Работа, присоединяясь к одной работе Одерфельда, занимается определением с помощью метода Байеса распределения пропорции брака всей партии по распределению брака в выборке, то есть в ней исследуется вопрос, каким образом можно на основании некоторого опыта определить параметры априорного распределения вероятностей, если считать последнее распределением типа β . Здесь автор указывает на одну ошибку в работе Одерфельда и дает поправку. Затем предлагает другой способ определения априорного распределения, по которому вместо второго момента нужно воспользоваться максимальным значением пропорции брака. Таблицы нужные для применения метода, тоже даны в работе.

ON THE A PRIORI BETA DISTRIBUTION OF FRACTION DEFECTIVE

K. SARKADI

Summary

Starting from one of Oderfeld's publications, this paper deals with the method resting on Bayes' theorem which aims at concluding the fraction defective of the lot, from the fraction defective of the sample, more precisely with the question of determining on the basis of certain experiences the parameters of the a priori probability distribution assuming this to be of beta type. An error in the method given by Oderfeld is pointed out and corrected, and an other method proposed for the determination of the a priori distribution in which the maximal value of the fraction defective is to be utilised instead of the second moment. A table required for the application of this last-mentioned method is added.