

## INDUKCIÓSAN HEVÍTETT KÖRHENGER-ALAKÚ FÉMTESTEK MELEGEDÉSÉVEL KAPCSOLATOS EGYES KÉRDÉSEK VIZSGÁLATA

LOVASS-NAGY VIKTOR, PÁL SÁNDOR és PÁSZTOR JÁNOS

### *Összefoglalás*

Jelen dolgozat célul tűzi ki végtelen hosszúnak tekintett, körhenger-alakú vas- illetve fémtest hőmérsékleteloszlásának meghatározását azon esetben, amikor a testet igen nagy frekvenciájú váltakozó árammal indukciós úton hevítjük. Ez esetben ugyanis — a gerjesztő áram frekvenciáját »végtelen nagy«-nak tekintve — az indukciós úton létrejövő hőenergia úgy is felfogható, mintha (az idő- és felületegységre vonatkoztatva) állandó nagyságú hőmennyiség lépne be a testet határoló hengerpaláston. (Vas-test esetében e feltétel csak a »Curie-pontig« bír jogosultsággal.)

A dolgozat meghatározza a hőmérsékleteloszlást leíró függvényt és példákon bemutatja a levezetett képletek alkalmazását diagrammokkal.

Az utóbbi évtizedekben jelentős mértékben előtérbe került a fémek indukciós úton való hevítése. A módszer elterjedésének oka egyrészt a villamos-eljárás általánosan elismert előnye: a hevítendő testtel közölt energia pontos adagolhatóságának és szabályozhatóságának lehetősége, másrészt az a tapasztalat, hogy ezzel az eljárással lényegesen nagyobb energiakonzentráció érhető el a hevített test felületén, mint bármely más, eddig ismert eljárással.

Az indukciós úton hevített testben keletkező hőenergia tudvalevőleg kétféle eredetű:

a) A váltakozó mágneses tér hatására létrejövő ú. n. »örvényáram-veszteség«-ből származó hő, melynek nagysága az indukciónak és a gerjesztő áram frekvenciájának a négyzetével arányos.

b) Az ú. n. »átmágnesezési veszteség«-ből (hiszterézis) keletkező hő, mely az indukció 1/6-ik és a gerjesztő áram frekvenciájának első hatványával arányos. (Átmágnesezési veszteség csak ferro-mágneses anyagokban lép fel.)

Tehát a hevítendő testtel indukciós úton közölhető hőenergia nagysága a gerjesztő áram frekvenciájának függvénye. Az örvényáram sűrűsége a hevített testben nem oszlik meg egyenletesen, hanem a skin-effektus hatására az áram túlnyomórészt a felületi rétegekben folyik. Hengeres testeknél az árameloszlást Bessel-függvények írják le. [1] Ennek alapján az örvényáram behatolási mélysége fordítva arányos a permeabilitásnak és a gerjesztő áram frekvenciájának négyzetgyökével. Nagy permeabilitású fémekben (pl. szerkezeti acélok a Curie-pontnál kisebb hőmérsékleten) ily módon már közönséges váltakozó áram alkalmazása esetén is a behatolási mélység viszonylag kicsi, rádió-frekvenciás áram alkalmazása esetén pedig általában indokolt az a közelítő

feltevés, hogy az örvényáram a hevítendő test »végtelen kicsi vastagságú« rétegében folyik, és ily módon az indukciós úton a testben keletkező hőenergia mint a test határlapján belépő energia vehető figyelembe. Megjegyzendő, hogy ha acéltesteket a Curie-pontnál magasabb hőmérsékletre hevítünk, elveszti ferromágneses tulajdonságait és így az örvényáram behatolási mélysége megnövekszik (közben az időegység alatt keletkező hőenergia mennyisége csökken), ezért acéltestek indukciós úton való hevítése esetén a testben az örvényáram által létrehozott hőenergiát csak akkor lehet a test hőmérsékletének a Curie-pont fölé való emelkedése után is (közelítőleg) a test határlapján belépő energiának tekinteni, ha a gerjesztő áram frekvenciáját »végtelen nagy«-nak tételezzük fel, így jár el pl. I. A. Dreyfus is idézett dolgozatában. Nem-ferromágneses anyagok (pl. alumínium) esetében ez a megkötés természet-szerűen nem lép fel.

Gépalkatrészeknek — felületi edzés céljából — nagyfrekvenciájú változó áram által előidézett melegedése során fellépő hőmérséklet-eloszlásokat vizsgálva, I. A. Dreyfus foglalkozott az egydimenziós hővezetési differenciálegyenletnek »feltér«-re érvényes megoldásával azon esetben, amikor a feltérbe a határoló síkon belépő (idő- és felületegységre vonatkoztatott) hőmennyiség adott, állandó értékkel bír. [2] Jelen dolgozatban végtelen hosszúnak tekintett, körhenger alakú testben fellépő hőmérséklet-eloszlás meghatározásával fogunk foglalkozni, a Dreyfus által tárgyalt esethez hasonló kerületi feltétel mellett, azaz amikor a testet határoló körhenger-paláston a testbe belépő (idő- és felületegységre vonatkoztatott) hőmennyiség értéke adott állandó.

Keresendő tehát azon  $T(r, t)$  hőmérséklet-eloszlás,<sup>1</sup> mely kielégíti a következő feltételeket:

I. A test által elfoglalt, végtelen hosszú körhenger-alakú tartományban  $T(r, t)$  kielégíti a

$$(1) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T$$

hővezetési differenciálegyenletet, ahol

$$a = \frac{\lambda}{\gamma c}$$

a közeg ú. n. »belső hővezetési állandó«-ja (dimenziója: Watt/m °C).

$\gamma$  a közeg fajsúlya (kg/m<sup>3</sup>),

$C$  a közeg fajhője (Watt/kg °C).

II. A testet határoló körhenger-palást minden pontjában a  $T(r, t)$  függvény normális deriváltja adott állandó értékkel bír. Ha ugyanis  $q$  jelenti az időegység alatt a testet határoló  $R$  sugarú körhenger egységnyi felületén kereszt-

<sup>1</sup> Az adott kezdeti és kerületi feltételek mellett a végtelen hosszú körhenger-alakú test belsejében kialakuló hőmérsékleteloszlást a hosszirányú koordinátától, továbbá — hengerkoordináták esetében — a polárszögtől függetlennek tekinthetjük; tehát a test valamely pontjában a  $T$  hőmérséklet jelen esetben csupán a körhenger tengelyétől mért  $r$  távolságnak és az időnek ( $t$ -nek) a függvénye.

től a testbe juttatott hőmennyiséget (dimenziója : Watt/m<sup>2</sup>), akkor a testet határoló körhenger-paláston a hőmérsékleteloszlás gradiensét  $\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R}$ -val jelölve, a Newton-féle hővezetési törvény értelmében

$$(2) \quad q = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R}.$$

Ebből  $p = \frac{q}{\lambda}$  helyettesítéssel adódik

$$(2a) \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R} = p,$$

(ahol természetesen  $p$  dimenziója °C/m).

III. A  $t = 0$  kezdőpillanatban a hőmérséklet a test minden pontjában nullával egyenlő :

$$(3) \quad T(r, 0) = 0.$$

Megkíséreljük a keresett  $T(r, t)$  függvénynek két tag összegeként  $T = T_1 + T_2$  alakban való előállítását,<sup>2</sup> ahol a  $T_1(r, t)$  függvény a

$$(4) \quad \frac{\partial T_1}{\partial t} = a \Delta T_1$$

differenciálegyenletnek a

$$(5) \quad \left(\frac{\partial T_1}{\partial r}\right)_{r=R} = p$$

kerületi feltételt kielégítő tetszőszerinti partikuláris megoldása lehet ; a  $T_2(r, t)$  függvény viszont kielégíti a

$$(6) \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} = a \Delta T_2$$

differenciálegyenletet, továbbá eleget tesz a

$$(7) \quad \left(\frac{\partial T_2}{\partial r}\right)_{r=0} = 0$$

kerületi feltételnek és a

$$(8) \quad T_2(r, 0) = -T_1(r, 0)$$

kezdeti feltételnek. Nyilvánvaló ugyanis, hogy a (4) és (5) egyenleteket kielégítő  $T_1$  és a (6) és (8) egyenleteket kielégítő  $T_2$  függvények összegeként előállított  $T = T_1 + T_2$  függvény az (1), (2) és (3) egyenleteknek egyidejűleg eleget tesz, tehát éppen a keresett hőmérsékleteloszlást szolgáltatja.

<sup>2</sup> Megjegyezzük, hogy az itt ismertetett eljárás analóg *Egerváry Jenő Lovass-Nagy Viktor* egy korábbi cikkében [3] alkalmazott módszerrel.

A (4) és (5) egyenleteket egyidejűleg kielégítő  $T_1(r, t)$  függvény nyilván előállítható

$$T_1 = C \cdot t + \Theta(r)$$

alakban, ahol  $C$  egyelőre tetszésszerűen állandó és  $\Theta(r)$  a

$$(9) \quad \Delta \Theta(r) = \frac{C}{a}$$

és

$$(10) \quad \left( \frac{d\Theta(r)}{dr} \right)_{r=R} = p$$

egyenleteknek egyidejűleg elegettevő függvény. Célszerű a  $\Theta(r)$  függvényt úgy választanunk, hogy :

$$\Theta(r) = \frac{p}{2R} r^2$$

legyen, ekkor ugyanis  $\Theta(r)$  automatikusan kielégíti a (10) egyenletet és ha a fenti  $C$  állandó értékét

$$C = \frac{2ap}{R}$$

nek vesszük,  $T_1$  kielégíti a (4) és (5) egyenletet. Tehát :

$$T_1(r, t) = \frac{p}{R} \left( 2a^2 t + \frac{r^2}{2} \right)$$

és így :

$$T_1(r, 0) = \frac{p}{2R} r^2$$

A (6) és (8) egyenleteket egyidejűleg kielégítő  $T_2(r, t)$  függvényre — a Fourier-féle módszert [4] alkalmazva — a következő végtelen sort nyerjük :

$$T_2(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-a \frac{\mu_k^2}{R^2} t} J_0\left(\mu_k \frac{r}{R}\right).$$

ahol — (8) egyenletből adódólag — az  $A_k$  a következő sorbafejtés együtthatóit jelenti :

$$\sum_{k=1}^{\infty} A_k J_0\left(\mu_k \frac{r}{R}\right) = -\frac{p}{2R} r^2$$

és  $\mu_k$  jelenti az  $J_1(\mu) = 0$  egyenlet  $k$ -adik pozitív gyökét.

Egy *G. N. Watson* által megadott összefüggésből [5] a Bessel-függvényekre vonatkozó ismert identitások figyelembevételével adódik, hogy :

$$\frac{x^2}{2} = \frac{1}{4} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_k^2 J_0(\mu_k)} J_0(\mu_k x); \quad 0 \leq x \leq 1$$

tehát :

$$A_0 = -\frac{pR}{4}, \quad A_k = -pR \frac{2}{\mu_k^2 J_0(\mu_k)}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

A fentiek alapján :

$$(11) \quad T(r, t) = p \left\{ 2a \frac{t}{R} + \frac{r^2}{2R} - R \left[ \frac{1}{4} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_k^2 J_0(\mu_k)} J_0\left(\mu_k \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_k^2 \frac{a}{R^2} t} \right] \right\}.$$

Az összeg első tagja egyszerűen interpretálható. Ugyanis

$$\frac{2ap}{R} t = \frac{2q}{\rho c R} t$$

jelenti azt a hőfokot, melyre a henger minden egyes pontja  $t$  idő alatt felmelegednék, ha a henger anyagának  $\lambda$  hővezetőképessége végtelen nagy volna.

Bevezetve a

$$(12a) \quad T = pRU(\varrho, \tau)$$

$$(12b) \quad r = R\varrho$$

$$(12c) \quad t = \frac{R^2}{a} \tau$$

jelöléseket, a nyert eredmény a következő, dimenzió nélküli mennyiségeket tartalmazó összefüggés alakjában írható :

$$(13a) \quad U(\varrho, \tau) = 2\tau + V(\varrho, \tau)$$

ahol

$$(13b) \quad V(\varrho, \tau) = \frac{\varrho^2}{2} - \frac{1}{4} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_k^2 J_0(\mu_k)} J_0(\mu_k \varrho) e^{-\mu_k^2 \tau}.$$

(A  $V(\varrho, \tau)$  függvény a »végtelen jó« hővezetés állapotához képest fellépő »hőfok-előresietés«-t, ill. »hőfok-elmaradás«-t jelenti<sup>3</sup>.)

<sup>3</sup> A numerikus számítások szerint

$$\left( V(\varrho, t) - \left( \frac{\varrho^2}{2} - \frac{1}{4} \right) \right)$$

legnagyobb értékeit általában a  $\varrho = 0$  helyen éri el. Itt.

$$\frac{1}{4} - V(0, t) = 0,0086, \quad \text{ha} \quad t = 0,25,$$

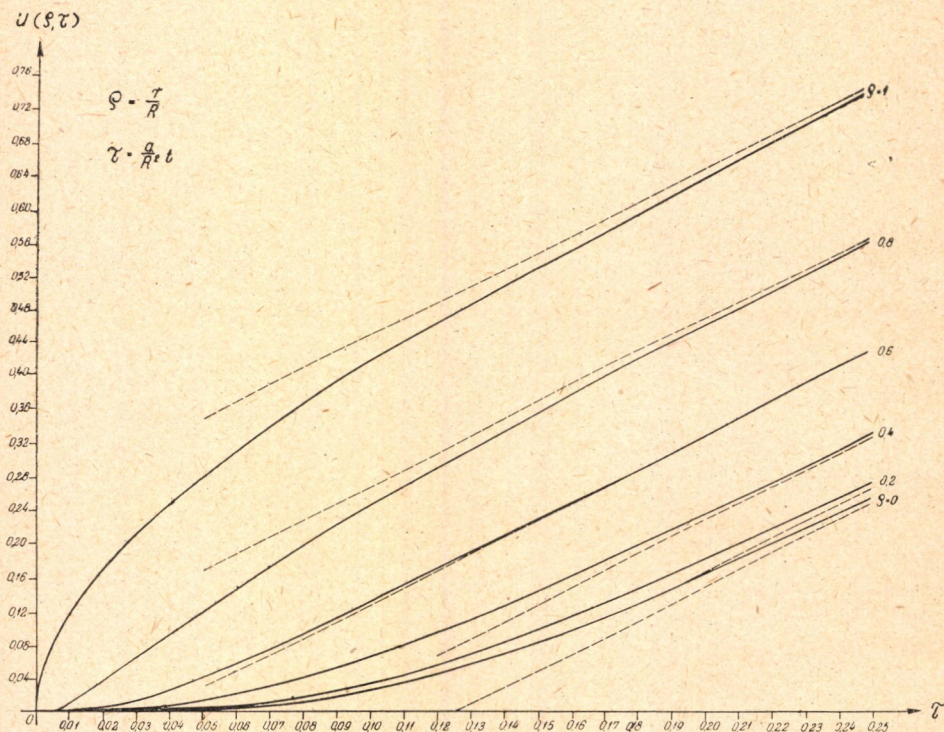
(V. ö. 2. ábra  $t = 0,25$  görbéje).

Növekvő  $t$ -értékekkel a kifejezés értéke rohamosan csökken. Így  $t = 0,4$  esetén már

$$\frac{1}{4} - V(0, t) = 0,000018.$$

1. ábránkon feltüntettük az  $U(\varrho, t)$  függvényt,  $\varrho = \text{állandó}$  görbék alakjában. A görbék aszimptotájának egyenlete

$$U = 2t + \frac{\varrho_2}{2} - \frac{1}{4}.$$



1. ábra

Jelmagyarázat:

A henger hőfoka  $r$  sugáron a hevítés kezdetétől számított  $t$  időben:

$$T(r, t) = \frac{q}{\lambda} R U(\varrho, t),$$

ahol

$q$  a henger palástjának felületegységén az időegységben bevitt hőmennyiség;

$\lambda$  az anyag belső hővezetési állandója;

$R$  a henger sugara;

továbbá

$$\varrho = \frac{r}{R},$$

$$t = \frac{\lambda}{\gamma c} \frac{t}{R^2},$$

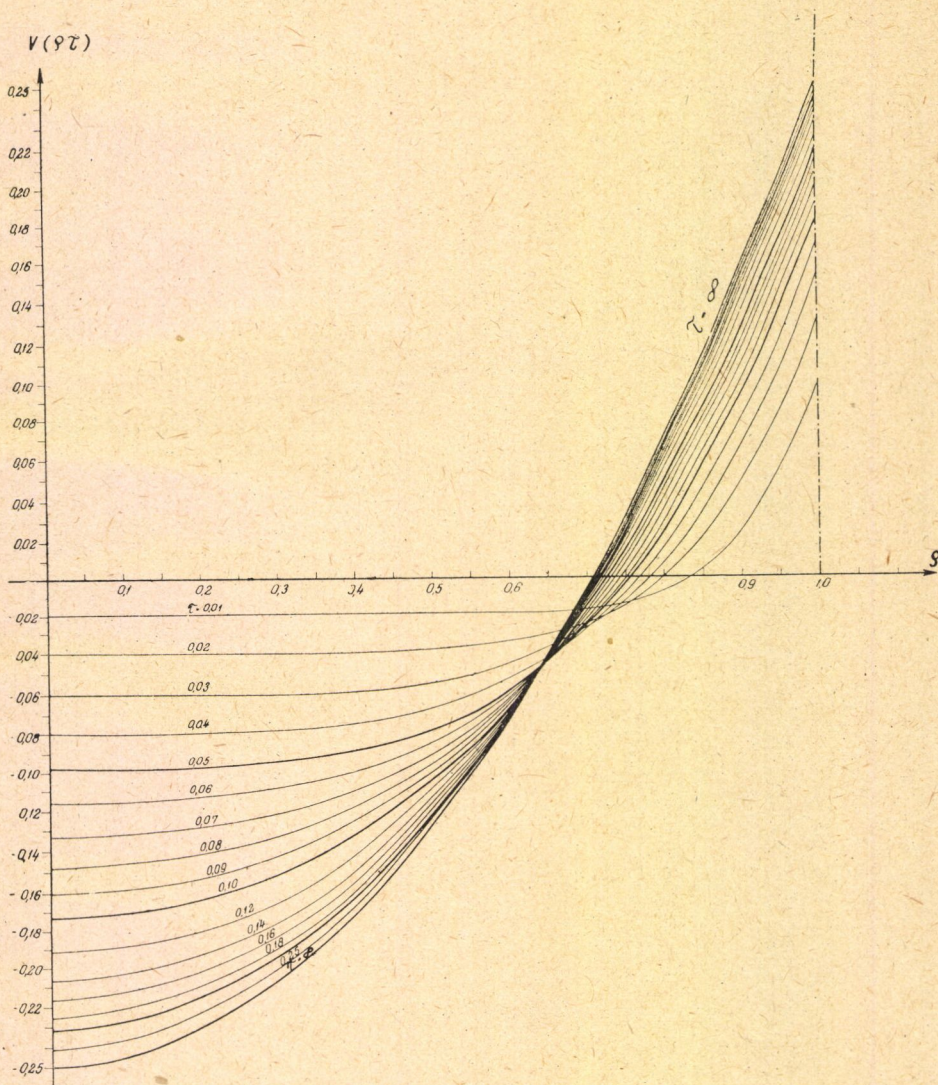
$\gamma$  a sűrűség,  $C$  a fajhő.



2. ábránkon a  $V(\varrho, t)$  függvény  $t = \text{állandó}$  görbéi láthatók, melyek a henger keresztmetszetének hőfoka eloszlásáról adnak »pillanatképeket«.

$t \rightarrow \infty$  esetén

$$V(\varrho, t) \rightarrow \frac{\varrho^2}{2} - \frac{1}{4},$$



2. ábra

Jelmagyarázat:

$$V(\varrho, t) = U(\varrho, t) - 2t$$

a »végtelen jó hővezetőképesség« hőfokához képesti hőmérséklet-előresietés.  
A többi jelölés magyarázatára vonatkozóan lásd az 1. ábrát.

vagyis elég hosszú idő elteltével a hőfok-előresietés állandóvá válik és a henger átmérő-síkjában mérhető hőfokeloszlás görbéje olyan parabola, melynek csúcspontja a henger tengelyébe esik.

### P é l d á k

Fémek nagyfrekvenciás hőkezelésének matematikai módszerekkel való követésénél a hőfokeloszlást elsősorban abból a szempontból kell megvizsgálni, hogy a hőkezelendő test különböző rétegei között milyen hőfok-különbségek lépnek fel a hevítés végén.

A hőfokeloszlással szemben támasztott követelmények a hőkezelés fajtájától függenek.

*I. Felületi edzés* esetén kívánatos, hogy a hevítés végén, amikor az edzendő test felülete elérte már az edzés (az austenitté való átalakulás) hőfokát, a belső rétegekben még ne keletkezzék a szövetet megváltoztató felmelegedés. Ezért arra törekszünk, hogy az edzési hőfoknak a felületen történt elérésekor nagy legyen a hőfok gradiense a hengernek felületéhez közeli rétegeiben.

Ellenőrizzük ebből a szempontból egy 40 mm átmérőjű — végtelen hosszú hengernek tekinthető — tömör acéltengely felületi edzését. Tegyük fel, hogy az acélhenger anyaga nagy széntartalmú acélból készült, melynek  $A_{c3}$  kritikus hőmérséklete összeesik a Curie-ponttal. Noha az edzés gyakorlati kivitele alkalmával ennél valamivel magasabb hőmérsékletet kell elérni, elegendő a számítást eddig a hőmérsékletig elvégezni.

A henger sugara :  $R = 2$  cm.

Az edzés időtartama :  $t_v = 1,71$  mp (kényelmi szempontból választjuk ezt a nem kerek időtartamot, hogy a 2. ábra görbéi közötti interpolációt elkerüljük).

Elérendő hőfok a felületen :  $769^\circ \text{C}$ .

Kezdeti hőmérséklet :  $20^\circ \text{C}$ .

Tehát a felületen fellépő maximális felmelegedés :

$$T_{\max} = T(R, t_v) = 749^\circ \text{C}.$$

Anyagi állandók :

$\lambda = 0,1$  kal/cm sec  $^\circ\text{C}$  (középértékben),

$\gamma = 7,89$  g/cm<sup>3</sup>,

$C = 0,1372$  kal/g  $^\circ\text{C}$ .

Keressük : 1. a henger belsejében való hőfokeloszlást a felületi  $769^\circ \text{C}$  elérésekor ;

2. az edzésre felhasználandó villamos teljesítményt.

Az anyagi állandók és  $t_v$  ismeretében meghatározható a  $t_v$ -hez tartozó  $\tau_v$

$$\tau_v = \frac{\lambda}{\gamma c} \frac{t_v}{R^2} \cong 0,04$$

vagyis a 2. ábra görbéi közül a  $t_v = 0,04$  görbe megadja alakra helyesen a henger belsejének hőfokeloszlását a hevítés befejezésekor.



A görbéről a következő adatok olvashatók le :

$$V(1, 0,04) = 0,168 ;$$

így tehát

$$U_{\max} = U(1, 0,04) = 2 \cdot 0,04 + 0,168 = 0,248.$$

Tekintettel arra, hogy  $U_{\max}$ -on, a hengerpalást hőfokának redukált értékén kívül  $T_{\max}$  a valódi érték is ismeretes, a  $\tau = 0,04$ - és  $V$ -görbe  $V$ -skálája átskálázható Celsius fokokra. Ugyanis  $100^\circ \text{C}$ -nak a  $V$ -skálán

$$\frac{100 \cdot U_{\max}}{T_{\max}} = \frac{0,248 \cdot 100}{749} = 0,331$$

egység felel meg. Ilyen módon megszerkeszthető a henger rétegeinek valószínű hőfokeloszlási görbéje (3. ábra).

A hőmérséklet gradiense a felületen, tehát a  $[T(r, t)]_{t=\text{átl}}$  görbe  $r = R$  pontbeli érintőjének meredeksége a (2) egyenlet értelmében éppen  $p$ .

(12a) szerint azonban

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R} = p = \frac{T_{\max}}{RU_{\max}}$$

A kiszámított és ismert numerikus értékeket behelyettesítve

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R} = 1510^\circ \text{C/cm}$$

adódik.

A (2a) egyenlet alapján ebből

$$q = 0,1 \cdot 1510 = 151 \text{ kal/cm}^2 \text{ mp}$$

vagy villamos egységekben

$$q = 632 \text{ watt/cm}^2.$$

Ennek alapján a tengely 1 cm hosszú szakaszának megedzése

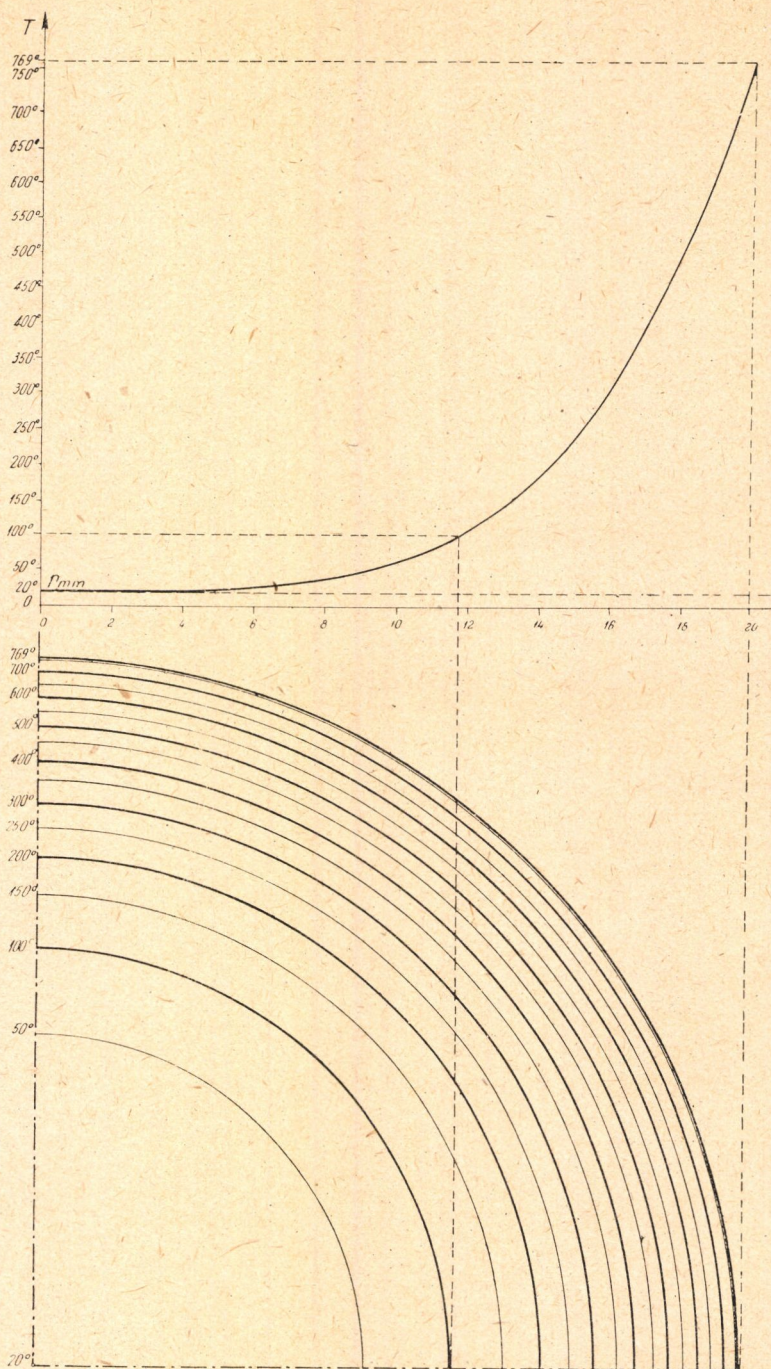
$$\frac{632 \cdot 2,2\pi \cdot 1,71}{3600} = 3,76 \text{ wattóra}$$

hasznos villamosmunkát emészt fel.

II. Ha az anyagot *kovácsolás* céljából hevítjük fel, a felületi edzéssel ellentétben fontos, hogy a hevítendő test keresztmetszete egyenletesen melegedjék, tehát a hevítés végén a henger palástjának és tengelyének hőfoka közel egyező legyen.

A (13) egyenletekből látható, hogy ez akkor teljesül (ami egyébként fizikailag is nyilvánvaló), ha

$$V(q, t) \ll 2t,$$



3. ábra

tehát ha a hevítés lassú. Ha ez a feltétel nem teljesül, egyben jó közelítéssel

$$(14) \quad V(q, t) \cong \frac{q^2}{2} - \frac{1}{4}.$$

Definiáljuk a hevítés végén a hőmérsékleteloszlás egyenlőtlenségi fokát a következőképp:

$$\delta = \frac{T(R, t_v) - T(0, t_v)}{T(R, t_v)},$$

vagyis mint a henger tengelyének a palásthöz képest vett relatív hőfokelmaradását a hevítés végén. Akkor a (12) és (14) egyenletek figyelembevételével

$$(15) \quad \delta = \frac{1}{4t + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{4at_v}{R^2} + \frac{1}{2}}.$$

Ha a műszaki tapasztalat szerint a kovácsolás esetén megengedhető maximális  $T(R) - T(0)$  hőfokelmaradásból indulunk ki, ez megszabja a hevítéshez szükséges minimális időt.

Legyen pl. a kovácsolandó hengeres test anyaga alumínium, maximális hevítési hőfok: 630 °C, tehát

$$T_{\max} = T(R, t_v) = 610 \text{ °C}$$

a henger sugara ismét  $R = 2 \text{ cm}$ .

Anyagi állandók: [6]

$$\lambda = 0,485 \text{ kal/cm mp °C (középértékben),}$$

$$\gamma = 2,7 \text{ g/cm}^3,$$

$$C = 0,245 \text{ kal/g °C}$$

A tengely megengedett hőfokelmaradása a palásttól a hevítés befejeztekor 20 °C.

Ebből

$$\delta = \frac{20}{610} = 0,0628$$

és (15) alapján

$$t_v = 7,5.$$

Az anyagállandók felhasználásával

$$a = \frac{0,485}{2,7 \cdot 0,245} = 0,733,$$

és

$$t_v = \frac{2^2 \cdot 7,5}{0,733} = 40,9 \text{ mp}$$

$t_v$  ismeretében meghatározható  $U_{\max} = U(1, t_v)$ :

$$U(1, \tau_v) = 2\tau_v + \frac{1}{4} = 15,25,$$

Ezzel a paláston

$$q = \frac{\lambda}{R} \cdot \frac{T_{\max}}{U_{\max}} = \frac{0,485}{2} \cdot \frac{610}{15,25} = 9,7 \text{ kal/cm}^2 \text{ mp},$$

vagyis

$$40,6 \text{ watt/cm}^2$$

hasznos teljesítményt kell bevinni.

#### IRODALOM

[1] *Simonyi K.*: Elméleti villamosságtan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1952. 231. o.

[2] *L. A. Dreyfus*: High Frequency Heating and Temperature Distribution in Surface Hardening of Steel, Acta Polytechnica Stockholm, Electrical Engineering Series Vol. 4. Nr. 5. (Stockholm, 1952.). 47. o.

[3] *Egerváry Jenő—Lovass-Nagy Viktor*: A hővezetési differenciálegyenlet megoldása az időtől lineárisan függő kerületi feltétel mellett. A MTA Alkalmazott Matematikai Intézetének Közleményei, I. kötet. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.

[4] Lásd pld.: A. H. Тихонов-А. А. Самарский: Уравнения математической физики 455. o.

[5] *G. N. Watson*: A Treatise on the Theory of Bessel Functions, Cambridge, 1922. University Press. 580. o.

[6] Metals Reference Book. Colin J. Smithels, London, Butterworths Sc. Publ. 1949.

#### О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ СВЯЗАННЫХ С НАГРЕВАНИЕМ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ, НАКАЛЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ИНДУКЦИИ

В. Ловаш-Надь, Ш. Пал, Я. Пастор

#### Резюме

Цель настоящей работы — определение распределения температуры в бесконечном железном (металлическом) теле формы круглого цилиндра, когда оно нагревается индуцированным переменным током высокой частоты. Если частота возбуждающего тока полагается бесконечной, то, индуцированную тепловую энергию можно считать постоянным в единицу времени и на единицу поверхности потоком тепла, перетекающим поверхность тела. (В случае железного тела это условие имеет право только до «пункта Кюри».) В работе определяется функция распределения температуры тела. Применение наиболее важных формул иллюстрируется примерами и диаграммами.



# UNTERSUCHUNG EINIGER DIE ERWÄRMUNG EINES DURCH INDUKTION ERHITZTEN KREISZYLINDER-FÖRMIGEN KÖRPERS BETREFFENDEN FRAGEN

V. LOVASS-NAGY, J. PÁSZTOR, S. PÁL

## *Zusammenfassung*

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der Temperaturverteilung in einem als unendlich lang angenommenen Eisen- bzw. Metallzylinder, wenn dieser durch Wechselstrom sehr hoher Frequenz induktiv erhitzt wird. Nämlich in diesem Falle — die Frequenz des Erregerstromes als »unendlich hoch« ansehend — kann die durch Induktion zustande kommende Wärmeenergie so aufgefasst werden, als ob in das Innere des Körpers eine Wärmemenge von (auf Zeit- und Flächeneinheit bezogen) konstanter Grösse durch den den Körper begrenzenden Zylindermantel einströmen würde. (Im Falle eines Eisenkörpers ist diese Annahme nur bis zum sogenannten Curie-Punkt berechtigt.)

In der Arbeit wird die die Temperaturverteilung darstellende Funktion bestimmt und die Anwendung der abgeleiteten Formeln an Hand von einigen Beispielen durch Diagramme illustriert.