

TÖBBPARAMÉTERES TERHEKKEL KAPCSOLATOS FELADATOK

BAINTNER LÁSZLÓ,¹ DRASKÓCZY ANDRÁS,²
PEREDY JÓZSEF A MŰSZ. TUD. KAND.³, SALÁT GÉZA⁴

Az épületek tartószerkezetire különböző teherfajták, ill. ezek különböző kombinációi működnek. A szerkezettervező mérnöknek ismernie kell, hogy a szerkezet élettartama folyamán várhatóan milyen teherkombinációk fognak hatni, és ezekkel szemben a szerkezet teherbírása megfelelő-e. A dolgozat első része az állandó, hó, hasznos, szél és hőmérsékleti terhek terhelési tartományát írja le a többparaméteres teherrendszer többdimenziós terében. A második rész a vasbeton oszlopok és gerendák teherbírási tartományának a felállításával foglalkozik, míg a harmadik rész a teljes szerkezet teherbírási tartományát vizsgálja a többparaméteres teherrendszer terében.

Tartószerkezeteinkre általában olyan terhek működnek, amelyek jellemzéséhez nem egy, hanem számos paraméter szükséges. Vannak állandó és esetleges terhek, az esetleges terhek között szerepelnek a hasznos terhek és a meteorológiai terhek különböző fajtái stb. Mindezen terhek a tartószerkezet különböző részeire egyidejűleg is különböző értékkel működhetnek, és a tartószerkezet élettartama során általában igen sok különböző teherelrendeződésnek van kitéve. A szabályzataink a különböző jellegű terhek alapértékeinek megadásával, a biztonsági, egyidejűségi stb. tényezők előírásával lényegében a figyelembe veendő teherelrendeződések sokaságának „tartományát” kívánják körülhatárolni.

A mérnöki gyakorlatnak a lehetséges teherelrendeződések sokféleségére tekintettel kell lennie, és törekszünk is e követelménynek eleget tenni. Ezért a tartószerkezetek tervezésekor vagy ellenőrzésekor több „mértékadó teherállásra” vonatkozóan végzünk vizsgálatot. E mértékadó teherállások a figyelembe veendő teherelrendeződések tartományának jellegzetes (többnyire sarok) pontjai. A méretezés során számszerűen figyelembe vett mértékadó teherállások kiválasztása azonban sok esetben (például sokszintes épületvázaknál) inkább a gyakorlati tapasztalatok, a mérnöki érzék alapján történik, s a pontosabb vizsgálatok helyes felvételükhöz nem adnak elegendő iránymutatást. Ismereteink jelenlegi állása még kevésbé teszi lehetővé

¹ Dr. Baintner László adjunktus BME Szilárdságtani és Tartószerkezetek Tnsz 1149 Bp. Hاندزسار u. 10.

² Dr. Draskóczy András tud. munkatárs BME Szilárdságtani és Tartószerkezetek Tnsz 2092 Budakeszi, Erdő u. 80.

³ Dr. Peredy József docens BME Szilárdságtani és Tartószerkezetek Tnsz 1124 Bp. Somorjai u. 8/a.

⁴ Dr. Salát Géza adjunktus TTI 1124 Bp. Lejtő út 7.

olyan kérdések megválaszolását, hogy valamely adott szerkezet milyen jellegű terhek viselésére alkalmas, a szerkezet merevségi és teherbírási viszonyainak változása a teherbírást a különböző jellegű terhek szempontjából miként módosítja, a figyelembe veendő teherelrendeződésekre tekintettel miként célszerű a szerkezet merevségi és teherbírási viszonyait kialakítani stb. Általában megállapíthatjuk, hogy a szerkezetek s a többparaméteres teherrendszerek viszonyát illetően ismereteink bővíthetők és szemléletmódunk fejlődése a célszerűbb konstrukciós tevékenységet segítené.

A BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszékén az MTA Műszaki Mechanikai Tanszéki Kutatócsoport keretében rendelkezésre álló lehetőségeket is felhasználva — több munkatárs foglalkozott az elmúlt években a többparaméteres teherrendszerekre való méretezés különböző kérdéseivel. Ha ugyanis a többparaméteres terhekre történő méretezés elősegítésére mindinkább igénybe kívánjuk venni az egzaktabb megfontolásokat és módszereket, számos problémával találjuk szembe magunkat.

Az első probléma mindjárt az, hogy a többparaméteres teherrendszer esetén (a kinematikai terheket is ideértve) maguk a terhelési tartományok is csak közvetetten és esetenként hiányosan vannak körülírva a szabályzati előírásokban s általában a mérnöki gyakorlatban; így a terhelési tartományok matematikai formában való megadása sok esetben kutatási jellegű feladat. Hasonló problémával találjuk szembe magunkat akkor is, ha valamely geometriai és szilárdságtani paramétereivel adott szerkezeti elem (keresztmetszet, rúd) teherbírási tartományát kívánjuk előállítani. A használatos gyakorlati módszerek és a szabályzati előírások jelenleg általában számitanak arra, hogy alkalmazásuk mérnöki ismeretekkel és „érzéssel” bíró személy által történik s így nem annyira egzaktak és teljesek, hogy a teherbírási tartományokat egyértelműen leírják. Így ezen elemi teherbírási tartományok leírása sem csak matematikai probléma, hanem a tartószerkezeti anyagok viselkedésének mélyebb ismeretét, esetenként ezen ismeretek kiegészítését, továbbfejlesztését, újrafogalmazását igényli.

A többparaméteres teherrendszerre való méretezés során a terhelést és a teherbírást kell egybevetni. A terhelési tartomány a szerkezet egészére nézve jelentkezik, a teherbírás fogalma pedig túlnyomórészt az egyes kisebb-nagyobb szerkezeti elemek geometriai és szilárdságtani paramétereirez rendelhető hozzá közvetlenül. A kettő között a szilárdságtani ismeretek segítségével tudunk kapcsolatot teremteni: előállíthatjuk a szerkezet egészének teherbírási tartományát az elemek teherbírási alapján, vagy lebonthatjuk a szerkezet terhelési tartományát az elemek terhelési (igénybevételi) tartományaira. Ha az „elem” kifejezést tágabb értelemben értjük, azaz pl. egy olyan rudat is elemnek tekintünk, amelynek teherbírása keresztmetszeteinek, csomópontjainak teherbírására vezethető vissza, akkor nyilvánvaló, hogy a terhelés és a teherbírás egybevetése nemcsak a teljes szerkezetre vonatkozóan, vagy éppen a legegyszerűbb elemekre (pl. elemi szálakra) vonatkozóan történhet, hanem számos közbenső szinten is (pl. keresztmetszetenként, rudanként, esetleg nagyobb szerkezeti egységenként).

Mint említettük, a terhelési és a teherbírási tartományokat a szilárdságtani ismeretek segítségével transzformálhatjuk olyan alakra, hogy összevethetők legyenek. Ennek szokásos módja az, hogy a mértékadó teherállásokhoz (a terhelési tartomány jellegzetes pontjaihoz) meghatározzuk az igénybevételeket, illetve a feszültségeket, és ezeket vetjük össze a határigénybevételekkel, ill. határfeszültségekkel (azaz a teherbírási tartománnyal). Ilyenkor tulajdonképpen az történik, hogy a terhelési tartományt (vagy legalábbis egyes pontjait) szilárdságtani ismereteink segítségével a viszonylag egyszerű szerkezeti elemek (keresztmetszetek, anyagi pontok) szintjére transzformáljuk. A szilárdságtani ismeretek megfogalmazása, a szokásos számítási módszerek jórészt az ilyen típusú transzformáció igényeihez igazodnak. Ha egy fordított irányú transzformációt kívánunk alkalmazni, s elő kívánjuk állítani a szerkezet egészének globális teherbírási tartományát, esetenként meglehetősen szokatlan szilárdságtani feladathoz jutunk.

Így a teherbírási és terhelési tartományok különböző szinteken való egybevetése a szilárdságtani módszerek fejlesztését is igényli.

Ha a terhelési és teherbírási tartományokat azonos szintre transzformáltuk, felmerül a kérdés, hogy a teherbírási tartomány tartalmazza-e a terhelési tartományt. Sokdimenziós terhelési és teherbírási tartományok esetén e feladat sem oldható meg szemléletesen, hanem megfelelő számítási módszerek kidolgozását igényli. A terhelési és teherbírási tartományok egybevetése az ellenőrzésen túl akkor szolgálja közvetlenebbül a tervezői munkát, ha képet tud adni arról, hogy a szerkezet egyes geometriai és szilárdságtani paraméterei hogyan befolyásolják a szerkezet egészének teherbírását s valamely terhelés elviselésére mely szerkezetek (a szerkezetet meghatározó geometriai és szilárdságtani paraméterek mely értékkészletei) alkalmasak. Vizsgálatainkat igyekeztünk lehetőség szerint e fontos, de nem éppen könnyen kezelhető kérdéskörre is kiterjeszteni.

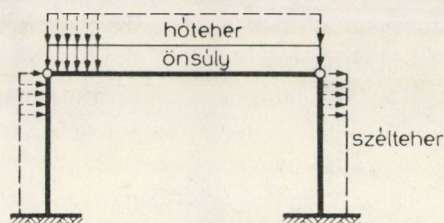
1. Terhelési tartományok

A terhelési tartomány — egy tartószerkezet méretezésénél figyelembe veendő teherkombinációk sokasága — egy n dimenziós tér tartományaként ábrázolható. Az alábbiakban egy földszintes csarnok példáján bemutatjuk, hogyan állítható össze a terhelési tartomány a terhek szintjén, és ez hogyan transzformálható az igénybevételek szintjére.

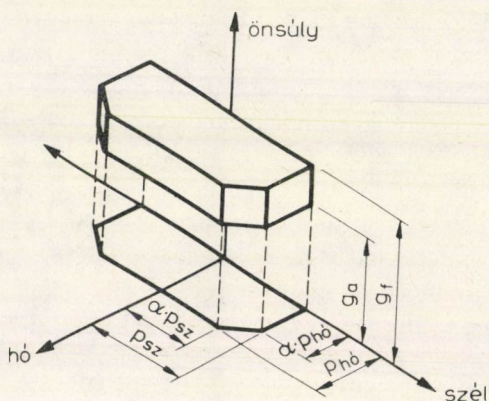
Földszintes csarnok esetén három jelentős terhet említhetünk meg: önsúly, hóteher, szélteher (1.1. ábra).

Minden egyes teherfajtát külön koordinátatengelyen ábrázolva egy téglatestet kapunk terhelési tartományként. Szabályzatunk szerint a mértékadó teherkombinációban csak egy esetleges terhet kell teljes értékkel figyelembe venni, a többi esetleges terhet egyidejűségi csökkentő tényezővel. Így a terhelési tartományt le szabad sarkítani (1.2. ábra).

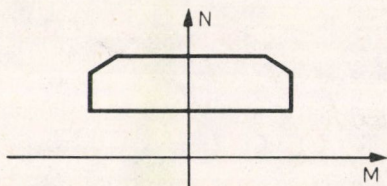
A mértékadó terhek tartományát célszerű az igénybevételek koordináta-rendszerébe áttanszformálni. Erre szolgálnak a szilárdságtan jól ismert módszerei. Alul befogott pillérű csarnokoknál az oszlop alsó keresztmetszetében ébrednek a legnagyobb igénybevételek. Ennek a keresztmetszetnek a terhelési tartományát az 1.3. ábra mutatja.



1.1. ábra



1.2. ábra



1.3. ábra

A statikai számításnak azt kell bizonyítani, hogy a terhelési tartományt teljes egészében tartalmazza a teherbírási tartomány.

A terhelési tartomány előállítása térbeli, bonyolultabb szerkezeteknél célszerű, mert ezekben az esetekben nem tudjuk kellő biztonsággal meghatározni a szerkezetre legveszélyesebb mértékadó teherkombinációt.

A terhelési tartományok segítségével módszeresen előállíthatjuk az összes mértékadó kombinációt és ellenőrizhetjük ezekre a szerkezetet. Bonyolultabb esetekben célszerű számítógép alkalmazása.

Merevítés nélküli csarnok esetében a pillérek két irányban dolgoznak, ferdén külpontosan nyomottak. Így a széliránytól is függ a pillérek igénybevétele, önmagában is kétparaméteres teher. Ezért részletesebben foglalkozunk a szél terhelési tartományával.

A szél terhelési tartománya

A szél terhelési tartományát az egymásra merőleges falakkal határolt lapos tetűjű zárt épületre határozzuk meg. Ugyanezek a megfontolások használhatók más épülettípus esetén is.

A szél terhelési tartományát három részből állítjuk elő:

- a szélszívás-nyomás
- a szélsúrlódás az oldalfalakon
- a szélsúrlódás a tetőn.

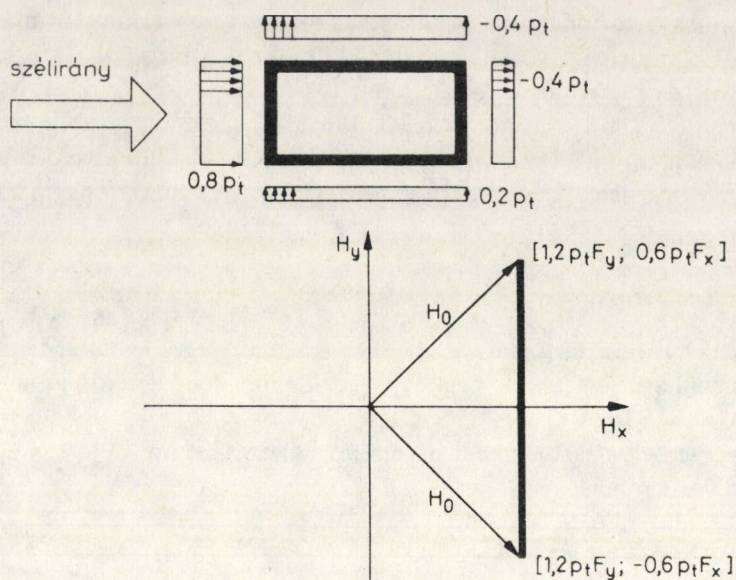
Ezek mind más jellegűek, ezért célszerű külön-külön foglalkozni velük.

A szélszívás-nyomás terhelési tartománya

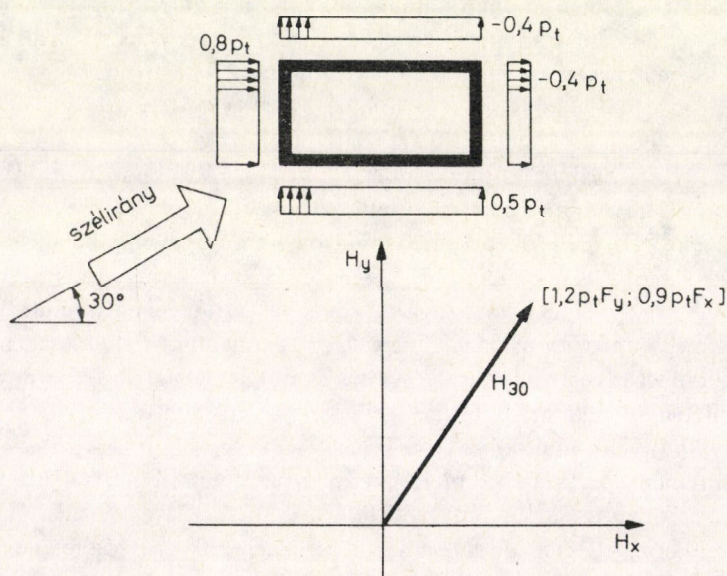
A vizsgált esetben minden falnak, ill. falszakasznak van párja, ami vele párhuzamos, de ellentétes irányú szélterhet kap. Ezekre a falszakaszokra alkalmazható a szélszívás, ill. szélnyomás együttes alaki tényezője az MSZ alapján. Meg kell jegyezni, hogy míg az egyik irányú falaknak a széliránnyal bezárt szöge α , addig a rá merőleges falaké $90^\circ - \alpha$. Jelentse H az épületre ható eredő szélérőt, melynek x irányú komponense H_x , y irányú komponense H_y . A $[H_x, H_y]$ koordináta-rendszerben ábrázolható egy tartomány, mely megmutatja, hogy különböző szélirányok esetén mekkora H_x , ill. H_y szélérőket kell számításba venni. Amennyiben a szél iránya egybeesik az x tengellyel, a szélérő H_x komponensét 1,2-es együttes alaki tényező figyelembevételével kell meghatározni az Y tengellyel párhuzamos falfelületeken. A H_y komponens meghatározásánál az X tengellyel párhuzamos falfelületeken működő szélszívás-nyomást vesszük figyelembe. Akkor kapjuk a legnagyobb H_y irányú erőt, ha az egyik felületen 0,2-es, a másik falon $-0,4$ -es alaki tényezőt veszünk figyelembe. De ez tetszőleges irányban működhet (1.4. ábra).

Amennyiben a szélirány kis mértékben eltér az X tengelytől, a 4. ábrán látható, hogy az 1,2-es együttes alaki tényező változatlanul érvényes a szélirányra közel merőleges felületre, egészen addig, amíg a szélirány 30° -os szöggel nem tér el a merőlegetől. A széliránnyal közel párhuzamos felületeken viszont erősen változik az alaki tényező. 30° -os szélirány esetén az együttes alaki tényező egészen 0,9-ig növekszik fel (1.5. ábra).

Látható, hogy a 30° -os szélirány esetén nagyobb szélérő adódik, mint a felületekkel párhuzamos, ill. merőleges szélirány esetén. 0 és 30° között a szélérők H_x

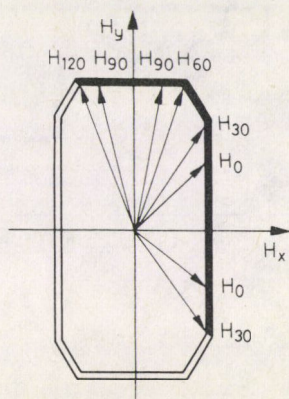


1.4. ábra



1.5. ábra

irányú komponense változatlan, a H_y irányú komponens változik. 60°-os szélirány esetén már a H_y irányú komponens eléri maximumát, és a H_x irányú komponenst kell 0,9-es együttes alaki tényezővel számítani. Az 1.6. ábrán vastag vonallal jelöltük az első síknegyedben meghatározható szélerő-eredőket. Látható, hogy a terhelési tartománynak két sarokpontja van egy síknegyedben, és ezek a sarokpontok a tengelyekre tükrözhetők, így kapjuk meg a szélszívás-nyomás nyolcszögű terhelési tartományát, amit kettős vonallal jelöltünk.



1.6. ábra

Tehát az MSZ előírásai a szél terhelési tartományaként szívásra és nyomásra egy nyolcszöget határoznak meg, melynek csúcspontjai a 30°, ill. 60°-os szélirányhoz tartozó eredő szélerők. Ilyen irányú szél esetén az egyik irányban 1,2-es, a másik irányban 0,9-es együttes alaki tényezővel kell számolni.

Ez úgy is megfogalmazható, hogy a főirányokban számított szélterheket 0,75-ös egyidejűségi tényező alkalmazásával kell működtetni.

A továbbiakban ezt a nyolcszögű terhelési tartományt nevezzük a szélszívás-nyomás terhelési tartományának. A további számításokban ezt vesszük alapul, és ezt a terhelési tartományt egészítjük ki a többi teher és hatás terhelési tartományával.

Így megkapjuk a szélszívás-nyomás terhelési tartományát az épület egy kitüntetett pontjára. Ez a pont a homlokzati felületeknek a következő szabály szerint vett súlypontja:

$$x_s = \frac{\sum x_i \xi_i}{\sum x_i}$$

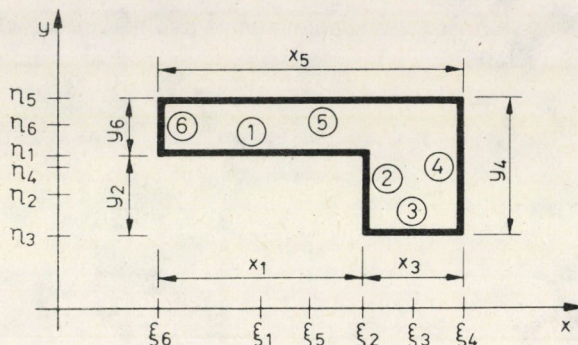
$$y_s = \frac{\sum y_i \eta_i}{\sum y_i}$$

ahol x_i és y_i — az egyes homlokzati felületek hossza

ξ_i és η_i — a homlokzati felületeknek az alaprajzi értelemben vett súlypontjának koordinátái

x_s és y_s — a szélszívás-nyomásból származó szélerők eredőjének helye.

Egy adott épület esetén a különböző mennyiségek értelmezése:



1.7. ábra

Miután az épületre ható legnagyobb vízszintes erő a szélszívás-nyomás eredője, az épület kialakításánál törekedni kell arra, hogy a homlokzati felületek súlypontja essen egybe az épület csavarási középpontjával.

A széltelher terhelési tartományát fel lehet írni az épület tetszőleges pontjára, ebben az esetben minden vízszintes erőkombinációhoz egy csavarónyomaték is tartozik, ami a földem síkjában működik.

A szélsúrlódás terhelési tartománya

A szélsúrlódás hatása sokkal kisebb, ezért a legnagyobb szélszívás-nyomáshoz tartozó szélirányhoz vesszük fel a súrlódó szélerők nagyságát. Az épület oldalfalain a teljes szélsúrlódás $\sin 30^\circ$, ill. $\cos 30^\circ$ -szorosát vesszük fel, a tetőfödém pedig a szélerő eredőjét 30° , ill. 60° -osnak tételezzük fel. Tehát a szélirányt mindig 30° , ill. 60° -osnak tételezzük fel.

Az épület oldalfalain keletkező szélsúrlódás eredője szintén az épület egy kitüntetett pontján megy át, ez általában nem egyezik meg a szívásból, ill. nyomásból származó szélerők támadáspontjával. Az előbbit a következő összefüggésekből számíthatjuk, hasonló módon, mint a szélszívás-nyomás esetén (1.7. ábra).

A tetőfödém keletkező szélsúrlódás eredője a tetőfödém súlypontján megy át.

A különböző szélterhek eredője adja a szél együttes terhelési tartományát, amelyet centrális nyolcszög ír le a kétirányú vízszintes erők $[H_x; H_y]$ koordináta-rendszerében. Attól függően, hogy az épület melyik pontjára írjuk fel ezt a terhelési tartományt, ennek minden sarokpontjához más csavarónyomaték tartozik.

Vízszintes hatások

A szerkezetekben fellépő hőmérsékletváltozás hatására létrejövő igénybevételeket számításba kell venni. A figyelembe veendő hőmérsékletváltozás nagyságát az épületfizikai tervező szolgáltathatja. Számításainkban csak a teljes födémhárcsa egyenletes hőmérsékletváltozásával számolunk, a beton lineáris hőtágulását vesszük figyelembe:

$$\Delta l = \alpha l \Delta t$$

Ebből a hatásból származó vízszintes erőket az igénybevétel-számítás során vesszük figyelembe.

Az előregyártott épületek 1—2 hetes — gyakran hőérlelt — elemekből épülnek. Ezért a nagyobb épületeknél jelentős igénybevételek keletkezhetnek a födém zsugorodásából. A számításokban feltételezhető, hogy a zsugorodás fele már lejajlott, és a továbbiakban a másik félértéket vesszük számításba. A beton zsugorodásának hatása nagyon hasonlít a hőmérsékletváltozáshoz, hiszen mindkét hatás a födémhárcsa hosszváltozását eredményezi. Célszerű a két hatás együttes figyelembevétele. 20 °C-os lehűlés éppen 0,02%-os fajlagos alakváltozást okoz, tehát ennyivel nagyobb mértékű lehűlést fogunk számításba venni. Nem lehetetlen, hogy régebbi, több hónapos elemekből készül az épület födém szerkezete, ezért az épület felmelegedését teljes értékkel vesszük figyelembe, a zsugorodás hatását ebben az esetben elhanyagoljuk.

A szélteher és a hőmérsékletváltozás együttes hatásának figyelembevétele

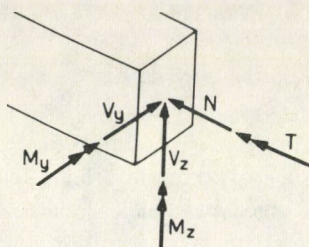
A szélteher és a hőmérsékletváltozás egymástól függetlenül felléphet a szerkezeteken. Ezért a szélteher nyolcszögletű tehertartományát ki kell egészíteni a hőmérsékletváltozás terhelési tartományával. A szélteher kétparaméteres teher, a hőmérsékletváltozás egyparaméteres teher. A teljes terhelési tartomány szintén kétparaméteres lesz, és úgy kaphatjuk meg, hogy a szélteher terhelési tartományát eltoljuk a hőmérsékletváltozás-vektor meghatározta irányokba. Az így kapott tartományok burkolója lesz a vízszintes terhek teljes terhelési tartománya, aminek 10 sarokpontja lesz, hiszen lesz két pont, amelyet mindkét irányban el kell tolni, a többi sarokpontoknak pedig csak egy új felel meg.

Amennyiben a függőleges terhek hatását is figyelembe vesszük, a terhelési tartomány kibővül a derékerők tengelyével.

Külponthoz tartozó függőleges erők esetén a terhelési tartomány az origótól eltolódik és eltorzul. Ennek követése csak számítógéppel lehetséges. Tanszékünkön elkészült egy számítógépi program, mely mindezek figyelembevételével határozza meg egy földszintes csarnok pillérének terhelési tartományát.

2. Vasbeton rudak teherbírési tartományai

Térbeli erőjátékú rúdszerkezet esetén a keresztmetszeti szintű terhelési tartományok hatdimenziós koordináta-rendszerben írhatók le. A koordináta irányok a következő igénybevétel komponenseknek felelnek meg (2.1. ábra)



N : derékerő
 M : hajlítónyomaték
 V : nyíróerő
 T : csavarónyomaték

2.1. ábra

Szokásos szerkezeti kialakítás és statikai-kinematikai teherrendszer mellett a fenti igénybevétel komponensek „súlya” az egyes szerkezeti elemek jellegétől függően eltérő.

A függőleges tengelyű oszlopokban a hajlítónyomatékok és a derékerő hatása dominál, a nyíróerő összetevők és a csavarónyomaték a gyakorlati esetek jelentős részében elhanyagolható. A vízszintes tengelyű rúdelemek — gerendák — keresztmetszeteiben viszont a vízszintes síkban működő nyíróerő és hajlítónyomaték, valamint a derékerő hatását nem veszik figyelembe a tervezői gyakorlatban.

A három fennmaradó igénybevétel különböző terhelési eseteknek megfelelő kombinációi már mindkét szerkezeti elem esetén jól szemléltethetők térbeli koordináta-rendszerben.

Az egyes szerkezeti elemek keresztmetszeteinek teherbírési ellenőrzését akkor tudjuk a terhelési és teherbírési tartományok összehasonlításának módszerével elvégezni, ha teherbírési tartományukat a megfelelő terhelési tartomány változóinak terében állítjuk elő. A következőkben vasbeton oszlop- és gerendaelemek teherbírési tartományainak kérdéseivel foglalkozunk.

2.1. Vasbeton oszlopok teherbírési tartománya

2.1.1. A határállapot egzakt definíciója

Az MSZ 15022/71 szabványlap 3.2 fejezetének értelemszerű alkalmazásával megnyugtatóan sikerült megfogalmazni az axiális igénybevételű keresztmetszet teherbírési határállapotának algoritmusát. Mivel ez szemléletében és néhány kisebb

jelentőségű tartalmi vonatkozásban is eltér a szabványban közöltektől, célszerűnek tartjuk a teherbírási határállapotnak — az általunk alkalmazott — algoritmikus szemléletű definícióját közölni.

Alapelvek: a sík keresztmetszetek (általában) síkok maradnak; az anyagok viselkedését az idealizált diagram írja le; az egyensúlyi követelményeknek teljesülni kell.

A teherbírási határállapotot a 2.2. ábra foglalja össze, illetve szemlélteti.

A fenti alapelveket az alábbiak szerint értelmeztük:

- a) Az eredetileg sík keresztmetszet sík marad. A fajlagos alakváltozást ábrázoló síkot egy egyenes és egy pont határozza meg: egyrészt a *nyomott betonöv határvonala* (ahol $\varepsilon_{b0} = -0,5\text{‰}$), másrészt az ettől legtávolabbi *nyomott betonszál vagy húzott acélbetét* közül az, amelyikben a fajlagos alakváltozás először éri el a szabvány 1.31 szakaszban közölt határértékeket ($\varepsilon_{bH} = -2,5\text{‰}$, $\varepsilon_{aH} = +25\text{‰}$). Az elfordulási tengely ($\varepsilon = 0$) a keresztmetszeten kívül is lehet, központos nyomás esetén a végtelenben. Abban az esetben, ha az ε_{aH} mértékadó, akkor $\varepsilon_{b\max} < 2,5\text{‰}$, ezért az elfordulási tengely szélső száltól mért távolsága nagyobb lesz, mint a szabvány 10. ábráján közölt $x_0 = 1,25x$.
- b) A betonkeresztmetszet nyomott övének határvonala ott van, ahol $\varepsilon_b = \varepsilon_{b0} = 0,5\text{‰}$. A határvonal a keresztmetszeten kívül is lehet (külpontos húzás vagy kis külpontosságú nyomás esetén).
- c) Az *acélbetétek feszültségét* a fajlagos alakváltozás síkja határozza meg:

$$\sigma_{ai} = E_a \varepsilon_i, \quad \text{de} \quad \sigma'_{aH} \leq \sigma_{ai} \leq \sigma_{aH}$$

ahol

$$\varepsilon_i = \frac{t_i}{x_0 - x} 0,0005$$

Ha a nyomott acélbetét átmérője $d < 12$ mm (e. gy. szerkezetnél $d < 10$ mm) vagy a kengyeltávolság $t_k > 12d$, akkor $\sigma_{ai} = 0$.

- d) Ha $N'_a > N_b$ adódna, akkor az összes nyomott acélbetét számításba vett feszültségét N'_a/N_b arányban csökkentjük. Ez ellentmond a sík keresztmetszetek elvének, az ebből adódó hiba viszont elenyésző.

Kiinduló adatként mindig a határvonal helyét tekintjük ismertnek, az összes többi mennyiség ebből számítható. A határvonalat a B távolság és a β szög határozza meg.

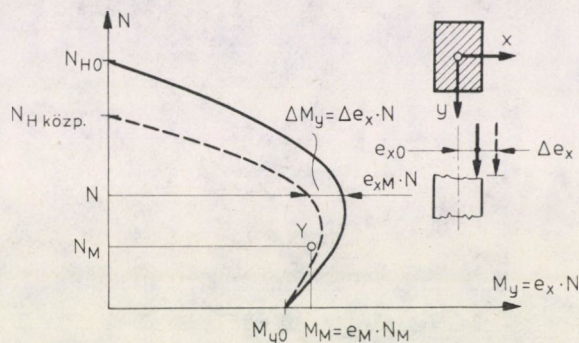
Eredmény a belső erők eredőjének nagysága és helye (N_H , e_{Hx} , e_{Hy}), azaz a határállapotot okozó axiális igénybevétel (az eredő ellentettje).

Megfigyelhető az ábrán, hogy a belső erők eredője és az összetevők (N_a , N'_a , N_b) nem esnek egy síkba, ezért a „hajlítás síkja” nem értelmezhető, de nincs is rá szükség. Ha e_{Hx} és e_{Hy} helyett M_{Hy} és M_{Hx} hajlítónyomatékokat kívánunk alkalmazni, akkor önkényes középpontot kell fölvenni (pl. az N_{H0} nyomóerő helyét, vagy a „geometriai középpontot” — ez utóbbi pl. U vagy T alakú szelvénynél nehezen értelmezhető).

Látható az is, hogy a nyomott beton határvonalának helyzete különböző lehet (általában nem merőleges a „hajlítás síkjára”). Az x , x_0 , t_i , h stb. méreteket — jobb híján — a határvonalra merőleges helyzetűnek tekintjük.

2.1.2. A teljes teherbírési tartomány

Axiálisan igénybevett keresztmetszet teherbírásának dokumentálására elterjedt és bevált az N — M teherbírési határvonal, vagy röviden *teherbírési vonal*. Itt N és M az egyidejűleg fellépő nyomóerő és hajlítónyomaték. A teherbírési vonalat általában szimmetriasíkba eső és erre merőleges irányú külpontosságokhoz szerkesztik, a hajlítás síkjában felvett koordináta-rendszerben (2.3. ábra folytonos vonallal rajzolt



2.3. ábra. N — M teherbírési határvonal

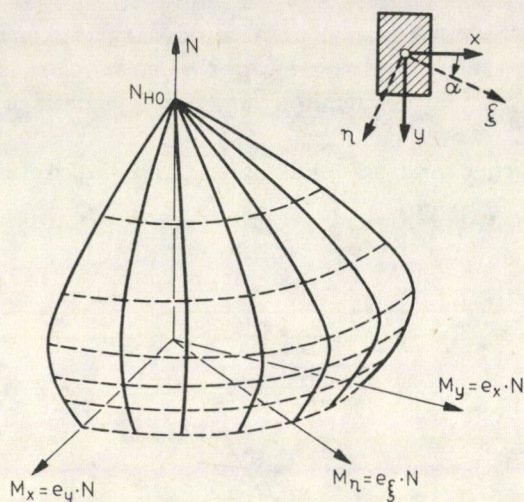
görbe). A vonal azokat az N_H — M_H értékpárokat ábrázolja, amelyek hatására a keresztmetszet teherbírési határállapotba kerül. Ha egy adott N_M — M_M értékpár a vonalon belüli teherbírési tartományba esik, akkor a keresztmetszet még biztosan nem kerül teherbírési határállapotba, azaz teherbírása megfelelő (2.3. ábra, Y jelű pont).

Ha a rúd befogási viszonyai ismertek, a $\Delta e = \Delta e_0 + \Delta e_i$ külpontosság-növekmény előre kiszámítható. Ekkor célszerű ábrázolni a „redukált” teherbírési vonalat is, hogy a tervezőnek a teherbírás ellenőrzése közben csak az $e_0 = M_M / N_M$ „tervezett” külpontosságot kelljen meghatároznia, és ne kelljen külpontosság növekménnyel bajlódnia (2.3. ábra, szaggatott vonal). Ez a lehetőség fennáll pl. típusszerkezetek oszlopainál.

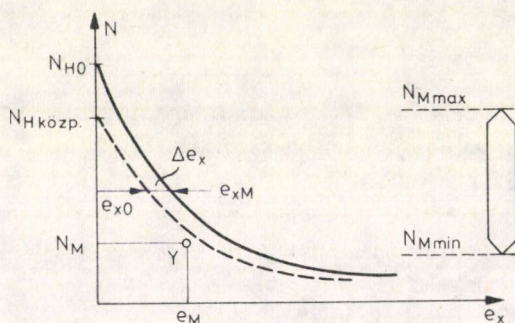
Szükség esetén egyes ferde irányokhoz tartozó teherbírési vonalakat is megadnak (2.4. ábra, éta irány). E vonalak az N — M_x — M_y teherbírési felület N tengellyel párhuzamos (függőleges) síkmetszetei. A zárt felület a teherbírési tartományt határolja.

A 2.4. ábrán a felület egy szegmensét vázoltuk. A hagyma alakú felület ábrázolása azonban nagyon nehézkes. A teherbírési felületen még egyetlen általános helyzetű pontot — teherbírési határállapotot okozó igénybevétel kombinációt — meghatározni is hosszadalmas művelet.

A teherbírás grafikus ábrázolásának másik lehetősége az $N-e$ (nyomóerő és külponthossz) teherbírési vonal, illetve az $N-e_x-e_y$ teherbírési felület (2.5. és 2.6. ábra). A ferdén külponthos igénybevételek ábrázolása itt is nehézkes, sőt a diagram egyik vége — a nagy külponthosságú nyomás, illetve a tiszta hajlítás környezetében — aszimptotikus, ezért nem fér el a papírlapon.



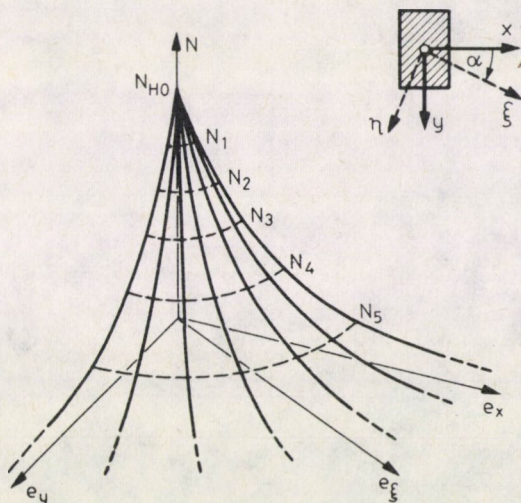
2.4. ábra. $N-M_y-M_x$ teherbírési felület



2.5. ábra. $N-e$ teherbírési vonal

Általános irányban külponthos nyomóigénybevétel esetén kézenfekvő a nyomóerő helyét ábrázolni a keresztmetszeti síkon fölvev koordináta-rendszerben. Kössük össze azokat a pontokat, amelyek egy adott N_i nagyságú nyomóerő határkülponthosszai! Egy-egy vonal azt a tartományt határolja, amelyen belül működő N_i nyomóerő még nem okoz teherbírési határállapotot (folyamatos vonalak a 2.7. ábra jobb oldalán). Ha az N_i nyomóerő e vonalon működik, ekkor a keresztmetszet éppen teherbírési határállapotba kerül.

Az adott nagyságú nyomóerő határkölpontosságait ábrázoló görbét a továbbiakban kölpontossági határvonalnak, vagy röviden *kölpontossági vonalnak* nevezzük. A vonalon belüli terület teherbírási vagy kölpontossági tartománynak nevezhetjük. A 2.6. ábrán látható, hogy a kölpontossági vonalak az $N - e_x - e_y$ teherbírási felület N tengelyre merőleges (vízszintes) síkmetszetei (szintvonalai). Az $N - M_x - M_y$ teherbírási felület szintvonalai ugyanazon N erő kölpontossági vonalához hasonló görbék, ugyanis α irányú kölpontosság esetében $M\eta = e\xi$. N , azaz $M\eta$ és $e\xi$ között lineáris összefüggés van (2.3. ábra).



2.6. ábra

Elég sűrűn megrajzolt kölpontossági vonalakkal a teherbírás ellenőrzése egyszerű és szemléletes:

- adott helyzetű nyomóerő határértéke a kifelé következő kölpontossági vonalra írt érték (pl. a 2.7. ábráról leolvasható, hogy az α irányban $e_M = e_x$ kölpontosságú nyomóerő határértéke éppen $N_H = N_4$);
- adott nagyságú nyomóerő határkölpontosságát a hajlítási sík és a megfelelő kölpontossági vonal metszéspontja jelöli ki (pl. a 2.7. ábráról leolvasható, hogy az α irányban kölpontos $N_M = N_4$ nagyságú nyomóerő kölpontosságának határértéke $e_H = e_x$).

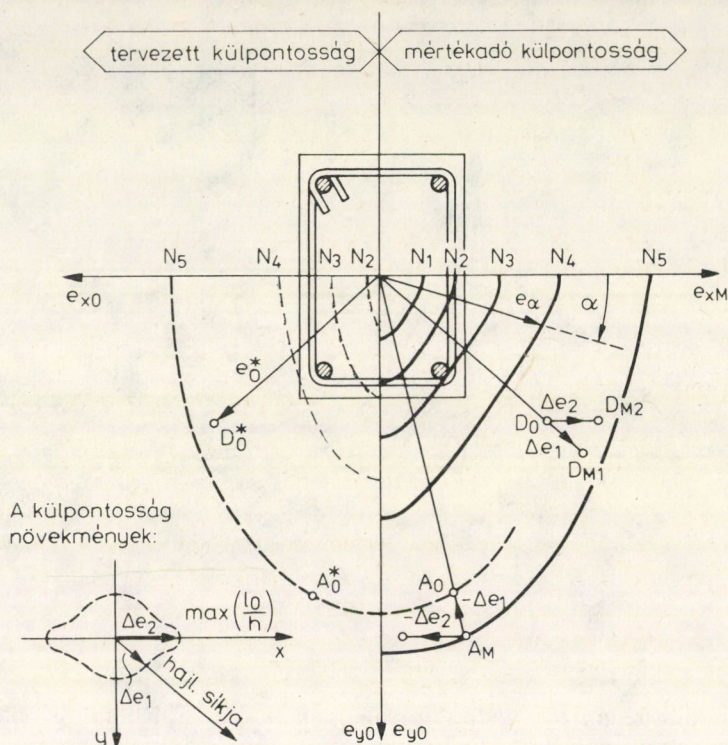
Két kölpontossági vonal között lineáris interpolációt lehet alkalmazni.

A szabvány 3.21 szakaszában előírt kölpontosság-növekmény számításba vétele is egyszerű. A dőfspontot a tervezett kölpontosság (2.7. ábra, D_0 pont) helyéről elmozdítjuk: először Δe_1 értékkel a hajlítás síkjának megfelelő 1., majd Δe_2 értékkel a legnagyobb l_0/h hajlékonyságnak megfelelő 2. irányban (D_{M1} , ill. D_{M2}). Az a mértékadó kölpontosság lesz veszélyes, amelyik közelebb esik a következő kölpontossági

vonalhoz. Ábránkon pl. a D_{M2} döféspont helyzete veszélyesebb, de még ez is az N_5 erőhöz tartozó teherbírási tartományon belül van.

Vajon az $N-e_x-e_y$ teherbírási felület aszimptotikus tulajdonsága nem akadály-e a szintvonalas ábrázolásnak? Könnyen belátható, hogy nem.

Oszlopokban tiszta hajlítás ritkán keletkezik. Általában megadható az a legkisebb nyomóerő, ami egy szerkezeti rendszer oszlopaiban előfordulhat. Az ehhez



2.7. ábra. A külpontossági határvonalak

tartozó külpontossági tartomány még nem nagyméretű (általában 1 méternél kisebb átmérőjű), ezért kényelmesen ábrázolható akár $M = 1:1$ vagy $1:2$ léptékben is. A kicsi nyomóerők határkülpontosságainak ábrázolására oszlopok esetében nincs szükség, bár ez is megoldható más léptékkel. A 2.5. ábra jobb oldalán megjelöltük azt az ordináta szakaszt, ahol az M_M értékek elhelyezkedhetnek. Az $N-e$ diagramnak (felületnek) ez a része kb. 45° -os helyzetű, ami szintvonalas ábrázolásra ideális.

Az általános axiális igénybevétel teherbírási felületének gyakorlati célú ábrázolását már javasolták, azonban nem a teherbírási felületet, hanem egyes paramétereit ábrázolták. Ez a módszer körülményessége miatt gyakorlati felhasználásra alig alkalmas.

Gyakran a rúd befogási viszonyai előre ismeretesek (sorozatban gyártott szerkezetek, típusszerkezetek). Ekkor a külpontosság növekményeket mindegyik irányban célszerű előre meghatározni, és táblázatosan vagy grafikusán közölni. Ilyen grafikon látható a 2.7. ábra bal alsó részén.

A teherbírás ellenőrzése tovább egyszerűsödik, ha a külpontossági vonalakat redukáljuk a külpontosság-növekmények értékével, azaz megkeressük azokat az e_0 tervezett külpontosságokat, amelyek megnövelésével a külpontossági vonal pontjai létrejöhetnek. Pl. a 2.7. ábrán jelölt A_M pont mértékadó külpontosságából levonjuk először a Δe_1 , majd a Δe_2 növekményt. A veszélyesebb elmozdulást jelentő növekmény — példánkban a Δe_1 — kijelöli a tervezett külpontosságot — példánkban az A_0 pontot. Az így kapott pontokat összekötő görbe a *redukált külpontossági vonal* (szaggatott vonalak a 2.7. ábra bal oldalán).

A redukált külpontossági vonalak egyesítve tartalmazzák a vasbeton szabványban előírt mindkét irányú külpontosság-növekmény hatását; ugyanígy lehetőség van a külpontosság-növekménynek a szabványban előírtnál pontosabb — éppen ezért bonyolultabb — számításba vételére is, anélkül, hogy a tervező munkája bonyolódna.

Redukált külpontossági vonalak alkalmazásával a tervezőnek mindössze az $e_{x0} = N_M/M_{yM}$ és az $e_{y0} = N_M/M_{xM}$ tervezett külpontosságokat kell kiszámítani. Ezután — a keresztmetszet rajzával azonos léptékben — ábrázolni kell a dőléspontot, majd a kifelé következő külpontossági vonalról leolvasható az N_H értéke. A módszert egyszerűnek és szemléletesnek tartjuk, mert nem kell segédmennyiségeket kiszámítani, továbbá az ábrán a távolság távolságot jelent (nem nyomatékot, erőt stb.).

A leírt redukálás eredménye úgy is megfogalmazható, hogy amíg a külpontossági vonalak a keresztmetszet teherbírását, addig a redukált külpontossági vonalak a szerkezeti elem (oszlop) teherbírását ábrázolják.

2.1.3. A teherbírési tartomány előállítása

A teljes teherbírési tartomány gyakorlati célú előállítására számító és rajzoló program készült a fenti elvek alapján, R 10 számítógépre és CALCOMP 936/925 rajzolóautomatára. A program tetszőleges keresztmetszetű vasbeton oszlophoz kiszámítja és lerajzolja:

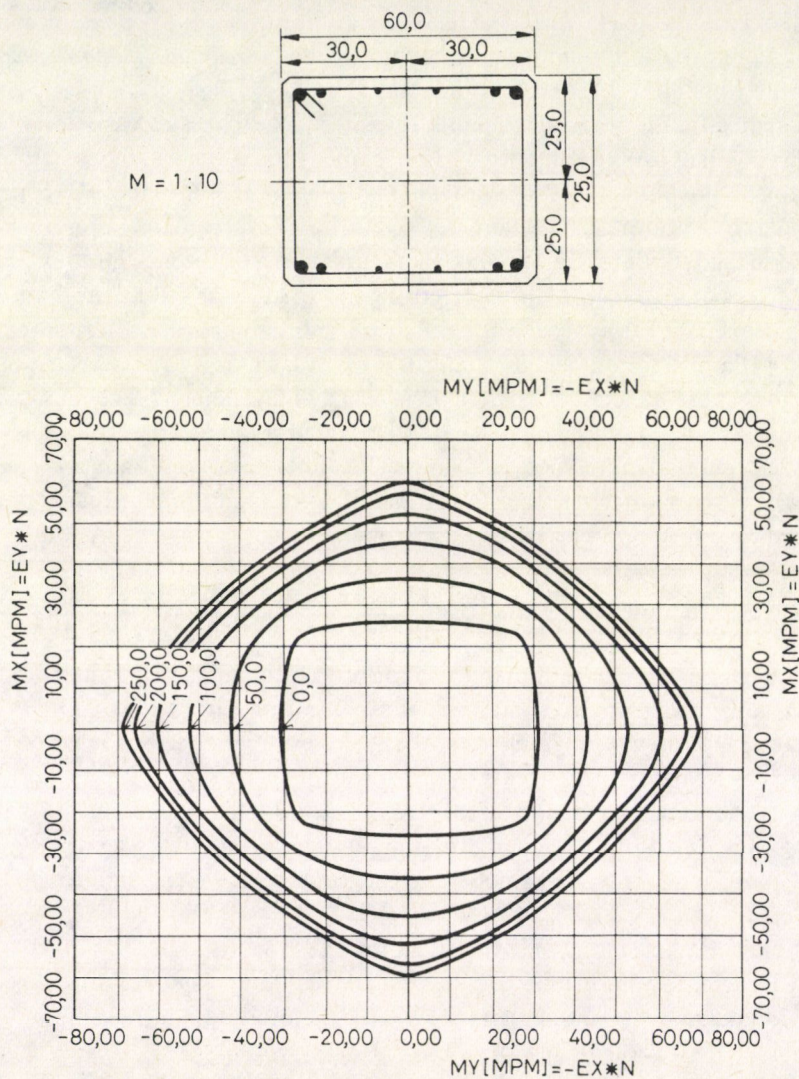
- az adott α irányokhoz tartozó $N_H - M_H$ nyomásvonalakat;
- vagy az adott N_M nyomóerők $e_{Hx} - e_{Hy}$ határkülpontosságait;
- vagy az adott N_M erők mellett megengedhető $M_{Hy} - M_{Hx}$ hajlítónyomatékok diagramjait;
- kívánság esetén a fönti vonalak „redukált” változatát.

A programot harmadik éve használják, és nagyszámú oszlop teherbírását kiszámították. Azok a statikus tervezők, akiknek módjuk van hozzáférfni, szívesen fordulnak ehhez a szolgáltatáshoz.

Példaként a 2.8. ábrán bemutatjuk az OK 12-50/60 jelű előre gyártott vasbeton oszlop keresztmetszetének teherbírási diagramját: az egyes görbék azt mutatják, hogy

a fölírt nyomóerő mellett a különböző irányokban mekkora hajlítónyomatékok működnek. A nyomóerő 0,0 Mp-tól 250,0 Mp-ig változik.

Ennek a programnak egy változatát beépítettük a BVM-TIP építési rendszer tartószerkezettervezési programrendszerébe. Itt előállítjuk valamennyi rendszerkomponens pillérkeresztmetszet teljes teherbírási tartományát (az $N_H - M_{Hy} - M_{Hx}$ felület negyedrészenek mintegy 20 pontjával jellemezve), és ezt adattárban őrizzük. Az egyes konkrét épületespillérek terhelési tartományairól (amelyeket megnövelünk a $\Delta M = \Delta e N_M$ értékkel) megállapítjuk, hogy belül vannak-e a teherbírási tartományon.



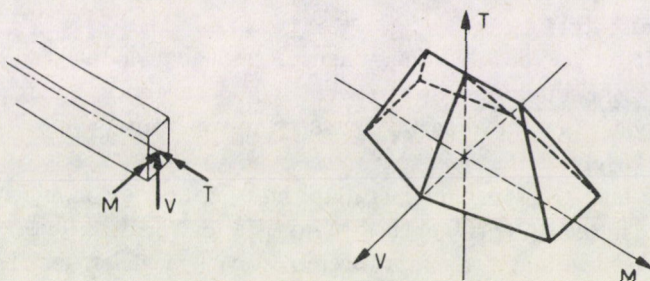
2.8. ábra

Az összehasonlítás során lehetőség van a teherbírás mennyiségi értékelésére is: grafikusán ábrázoljuk a terhelési és teherbírási tartomány azonos „szintjeit” (vízszintes síkmetszeteit), amelyek távolsága és viszonya a kihasználtsággal van összefüggésben. Jelenleg dolgozunk olyan módszereken, amelyekkel a terhelési és teherbírási tartomány viszonya skaláris mérőszámokkal minősíthető.

2.2. Vasbeton gerendák teherbírási tartománya

A teherbírási tartomány számítása

A vasbeton gerendák keresztmetszeteinek teherbírási tartománya egy olyan térbeli koordináta-rendszerben ábrázolható, amelynek koordinátatengelyei a függőleges irányú nyíróerőnek, a rúdtengelyt tartalmazó függőleges síkban hajlító nyomatéknak és a rúdtengely körül csavaró nyomatéknak felelnek meg (2.9. ábra).



2.9. ábra

A vasbeton gerendakeresztmetszet teherbírásának meghatározása összetett igénybevétel esetén olyan vasbeton-elméleti probléma, amellyel számos kutatóhelyen foglalkoznak; esetenként még a koordinátatengelyekkel alkotott metszéspontok meghatározására kidolgozott módszerek sem teljesen megnyugtatók.

Kutatásaink során elfogadtuk a vasbetonszerkezetek teherbírásának számítására vonatkozó hazai szabványok (MSZ 15022/1 és MSZ 15022/4) előírásait.

A következő kérdésekre kerestünk választ:

1. Miért célszerű a vasbeton gerendák keresztmetszeteinek teherbírási tartományát előállítani?
2. Szabványelőírásaink alapján egyértelműen meghatározható-e a hajlított — nyírt — csavart vasbeton keresztmetszet teherbírási tartománya?
3. Milyen módszerrel célszerű a teherbírási tartományt előállítani?

1. Külpontosan nyomott keresztmetszet teherbírási tartományát fősíkban történő hajlítás esetén a tervezői gyakorlatban már hosszabb ideje alkalmazzák (nyomásvonal). Az — azonos síkban — hajlított-nyírt keresztmetszet határteherbírását nem szokták diagrammal ábrázolni. Ennek részben az összefüggés

egyszerűsége, részben az lehet az oka, hogy a keresztmetszet nyírási teherbírásának a gyakorlatban a hajlító határnyomatékhoz tartozó határnyíróerőt tekintjük, amivel általában a biztonság javára követünk el kisebb hibát. Ily módon a teherbírási tartomány egyetlen pontját állítjuk elő, amit valóban nem érdemes diagramon ábrázolni. Hajlított—nyírt—csavart keresztmetszet háromdimenziós teherbírasi tartománya a nagyszámú korlátozó feltétel miatt már nehezen áttekinthető. Ábrázolása emellett azért is célszerű lehet, mert támpontot adhat a meghatározása során alkalmazott teherbírasi feltételek kritikai vizsgálatához.

Nagy számban alkalmazott — tipizált — szerkezetek esetén igen jelentős számítási megtakarítást jelent a teherbírasi tartomány előállítás. Ez esetben ugyanis adaptáláskor már csak a terhelési és teherbírasi tartomány összehasonlítását kell elvégezni.

További — a teherbírasi tartomány szemléltetése mellett szóló — érv, hogy ismerete fejleszti a konstrukciós készséget; a terhelési tartományra való „igazítása” — mint ahogy azt már külpontosan nyomott elemek esetén is említettük — gazdasági előnyök forrása lehet.

2. A határigénybevétel komponensek általában képlékeny — esetenként rugalmas — állapotban érvényes egyensúlyi feltételekből határozhatók meg. E feltételek egyike sem tartalmazza egyszerre mindhárom igénybevételi összetevőt, amiből arra következtethetünk, hogy az igénybevételek egymásra hatása sok esetben még tisztázatlan. Mindemellett megállapítható volt, hogy a teherbírasi feltételek körültekintő, megfelelő sorrendben történő és a logikai összefüggéseket figyelembe vevő alkalmazásával a magyar szabványelőírásoknak megfelelő teherbírasi tartomány meghatározható.

3. A teherbírasi tartományt határoló felület analitikusan nem állítható elő. A numerikus számítás a határfelület jellegzetes pontjainak meghatározására kell irányuljon. A kellő sűrűségben kiszámított pontok között közelítésképpen lineáris összefüggést feltételezünk, ami összhangban van a képlékenységtan konvexitási tételével. Mivel egy-egy kontúrponthoz meghatározása is jelentős számítási ráfordítást igényel, a teherbírasi tartomány számítására érdemes számítógépet alkalmazni.

A vasbeton gerendák hosszvasalásában a hajlító- és csavaróigénybevételből, harántirányú kengyelezésében pedig a nyíró- és csavaróigénybevételből ébrednek húzófeszültségek.

Mivel a csavaróigénybevétel felvételéhez mindkét típusú vasalásra szükség van, és másrészt az egyes határigénybevétel komponensek nem fejezhetők ki a többivel explicit formában, célszerű a számítást úgy irányítani, hogy mindig ismert csavarónyomatékhoz tartozó határnyomatékot és határnyíróerőt kelljen csak meghatározni. Ezt úgy érjük el, hogy először

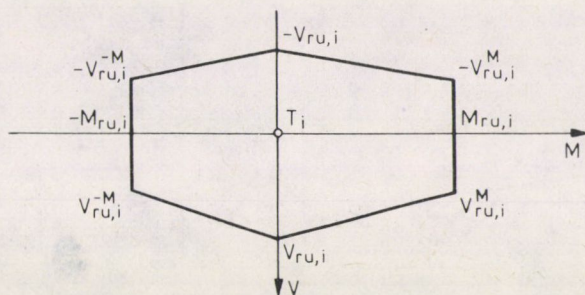
— a nulla nyíróerőhöz és hajlítónyomatékhoz tartozó csavaró határnyomatékot számítjuk ki (T_{ru}^0), majd a $T = \text{konstans}$ ($\leq T_{ru}^0$) síkokban állítjuk elő a határfelület jellegzetes pontjait.

A teherbírási testet ezáltal a csavarónyomatéki tengelyre merőleges szeleteivel írjuk le.

Egy-egy ilyen síkmetszet jellegzetes pontjai:

- a nulla hajlítónyomatékhoz tartozó pozitív és negatív határnyíróerő;
- a nulla nyíróerőhöz tartozó pozitív és negatív hajlító határnyomaték;
- a hajlító határnyomatékhoz tartozó pozitív és negatív határnyíróerő.

E jellegzetes pontok között a teherbírás változását közelítően lineárisnak tekintjük. A csavarónyomatéki tengelyre merőleges síkmetszeteket tehát nyolc pont határozza meg, amelyek közül 3—3 egy egyenesre esik, így a pontok egy hatszöget határolnak (2.10. ábra). Mivel a csavarónyomaték előjele közömbös, a teherbírási test



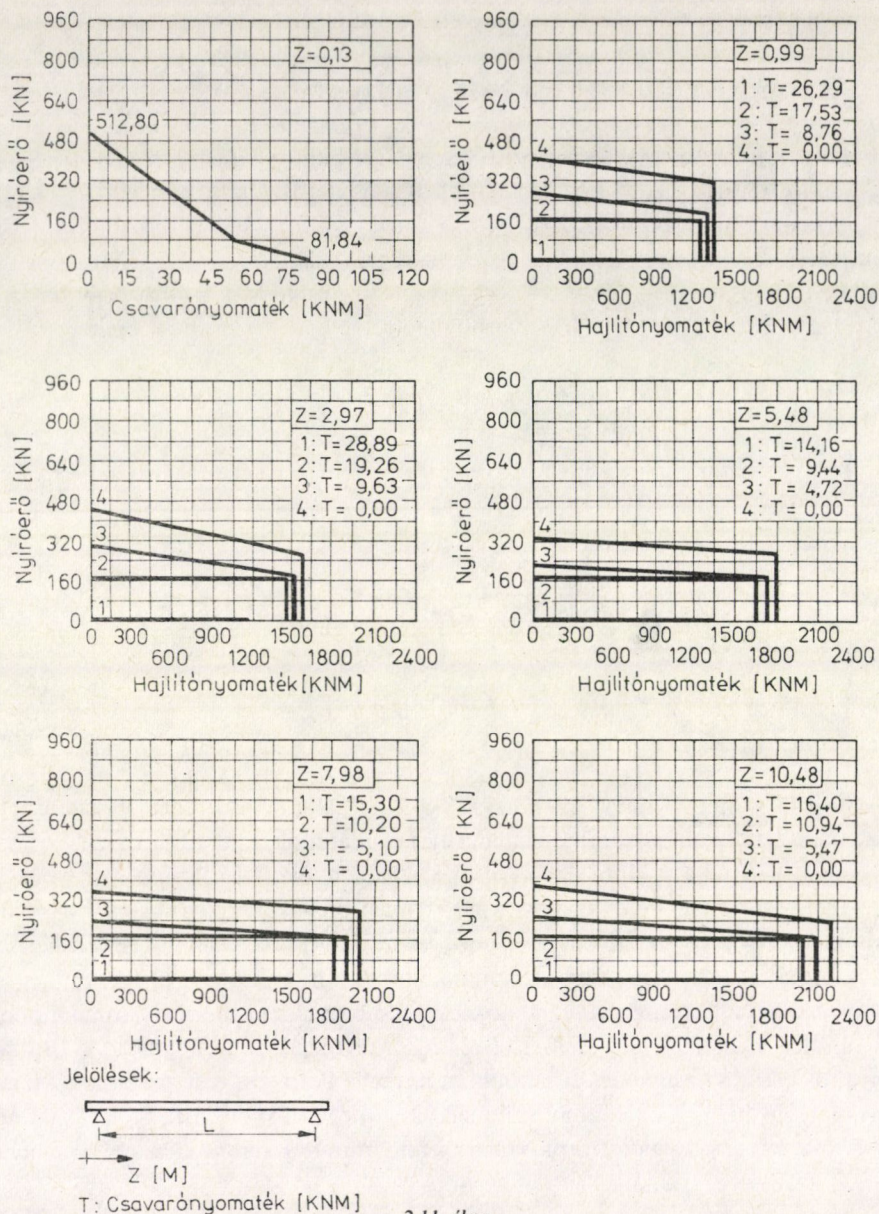
2.10. ábra

a $T=0$ síkra szimmetrikus: elegendő csak a $T \geq 0$ feltérbe eső részt ábrázolni. Ha a keresztmetszet vízszintes szimmetriatengellyel rendelkezik, a tartomány az $M=0$ síkra is szimmetrikus, ami további egyszerűsítést tesz lehetővé. Végül ha a nyírási vasalás merőleges a rúdtengelyre, és az alsó és felső öv a rúdtengellyel párhuzamos, a $V=0$ sík is szimmetriasík lesz. A fenti feltételek együttes teljesülése esetén elegendő a teherbírási test egy ténylegcsodba eső részét számítani, illetve ábrázolni.

A mértékadó igénybevételek előjele esetenként előre ismert a statikai modellek és a várható terheknek megfelelően. Ilyenkor a testnek csak a megfelelő koordináta-irányokba eső részét érdemes előállítani. A határfelületet a csavarónyomatéki tengely irányában úgy linearizáljuk, hogy a síkmetszetek megfelelő pontjait egyenesszakaszokkal kötjük össze. Az eddigi tapasztalatok azt mutatják, hogy elegendő — egyenlő osztásközzel — négy síkmetszetet felvenni.

Alkalmazási példa, tanulságok

A 2.11. ábrán a BVM-TIP építési rendszerbe tartozó SIBf 30/152 jelű változó keresztmetszetű feszített vasbeton gerenda néhány keresztmetszetének teherbírási tartománya látható. A számítások a Tervezésfejlesztési és Típustervező Intézet R 10 típusú számítógépére írt programmal készültek. A fenti alkalmazás a Tervezésfejleszté-



2.11. ábra

si és Típustervező Intézet megbízása keretében történt, amelynek során a BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszéke kidolgozta a BVM-TIP építési rendszer tartószerkezettervezési programrendszerét.

Az elemszintű teherbírasi tartomány vasbeton gerendák esetén négydimenziós térben írható le. A negyedik dimenzió a teherbírás rúdtengely irányú változása. A

keresztmetszetek teherbírási tartományát a rúdtengely mentén alkalmas helyeken felvett diszkrét pontokban határozzuk meg. Kellő sűrűségű osztás esetén az egyes keresztmetszetekhez tartozó teherbírási felületek megfelelő pontjai között lineáris interpoláció hajtható végre.

A szerkezeti elem teherbírását esetünkben hat keresztmetszet teherbírási tartományával közelítettük. A statikai modellnek — kéttámaszú tartó — és a várható terhek jellegének megfelelően a testnek csak a pozitív ténylegterhelésű részét határoztuk meg, sőt ez elméleti támasz keresztmetszetében — mivel ott a mértékadó hajlítónyomaték nulla — csak e részt $M = 0$ síkmetszetét állítottuk elő. A szerkezeti elem szimmetriáját úgy használtuk ki, hogy a hat keresztmetszetet a tartó egyik felén jelöltük ki. Az elméleti támaszok közötti keresztmetszetek háromdimenziós teherbírási tartományának felületét — a számítás korábban ismertetett menetével összefüggésben — T =állandó szintvonalalaival ábrázoltuk. Négy ilyen síkban számítottuk ki a metszetek csúcspontjait: a maximális csavarónyomaték harmadpontjaiban. A trapéz alakú síkmetszet maximális csavarónyomaték mellett egyenesszakasszá fajult.

A rendszerkomponensek teherbírási tartományainak kirajzoltatása több szempontból is előnyös:

- a nagyvolumenű számítások eredményeinek gyors, vizuális ellenőrzését teszi lehetővé: hasonló keresztmetszetek teherbírása közötti kirívó különbségek hibás bemenő adatokra — esetleg programhibára — engednek következtetni;
- a szerkezeti elemek teherbírási tartományaiból összeállított katalógus jó segítséget nyújt a hagyományos — kézi — adaptációs tervezés során. Megjegyzendő, hogy esetünkben a rajzoltatás önmagában semmilyen adatelőkészítő munkát nem igényelt: a rajzolóprogram az adatokat — amelyek a határigénybevételeket számító program eredményei — háttértárolóról olvassa be.

A teherbírási tartományok megjelenítése ugyanakkor felhívta a figyelmet a számítási modell fogyatékoságaira. Különösen feltűnő a kétdimenziós teherbírási tartomány konkáv jellege, de a háromdimenziós tartományok konkávitása is érzékelhető. E jelenségek okainak azonosítása részben megtörtént. További vizsgálatok szabványkiegészítő, illetve -módosító javaslatok kidolgozásához vezethetnek.

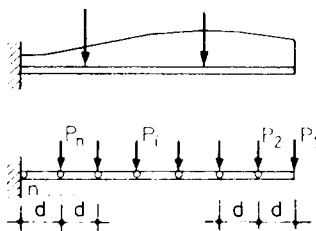
3. A terhelési és teherbírási tartományok egybevetése a teljes szerkezet szintjén

Mint említettük a terhelési és teherbírási tartományok egybevetése történhet oly módon is, hogy előállítjuk a teljes szerkezet teherbírási tartományát. Ennek során a teherbírást befolyásoló tényezők viszonylag szemléletesen jelentkeznek, ugyanakkor a feladat meglehetősen szokatlan, hiszen az általános módszer a szerkezetek méretezésénél éppen ennek ellenkezője: nem a teljes szerkezet teherbírási tartományát szoktuk az elemek teherbírásaiból felépíteni, hanem inkább a terhelést „bontjuk le” a szerkezeti elemek szintjére az igénybevételek, ill. feszültségek meghatározása

formájában. A jelen fejezetben a kevésbé szokásos utat kívánjuk követni, azonban e célra egy egyszerű szerkezeti modellt választunk, amelynél az általános probléma alapvető jellegzetességei viszonylag tisztán kidomborodnak.

3.1. Igénybevétel és teherbírás összefüggése statikailag határozott szerkezeten

Tekintsünk először is egy statikailag határozott konzoltartót, tetszőlegesen változó keresztmetszeti méretekkel és tetszőleges rúdtengelyre merőleges terheléssel. Ezen elemi feladatot is tovább egyszerűsítjük egy rugalmas csuklóból és azokat összekötő merev rudakból álló diszkrét modell felvételével. A diszkrét modellen a terhek is csak a rugalmas csuklók pontjaiban működnek (3.1. ábra).



3.1. ábra

A diszkrét modellek felvétele a tartószerkezetek vizsgálatának széles körben használt, a „mérnöki érzék” által is jogosnak elfogadott módszere. A diszkrét és a folytonos szerkezet viszonyának kérdéseivel a jelen cikkben nem kívánunk közelebbről foglalkozni, s figyelmünket a diszkrét modellre fordítjuk. A diszkrét modellünkön valamennyi, a szilárdságtani vizsgálat során szóba jövő jellemző a felvett rugalmas csuklók számának megfelelően n darab paraméterérték megadásával írható le, s ezeket az n skaláris értékből álló értékészleteket a szemléletes tárgyalás érdekében célszerű n dimenziós euklideszi terek vektorainak tekinteni. Így, ha a szerkezetre valamely adott teher működik, ennek leírásához meg kell adni az egyes rugalmas csuklók helyén (ill. a tartóvégen) működő $P_1, P_2, \dots, P_n$ terheket, az n dimenziós teherter egy $\bar{p}$ vektorát.

A teher hatására e szerkezeten nyomatékok ébrednek. Csak a rugalmas csuklókban ébredő nyomatékoknak van modellünk esetében jelentőségük, így a nyomatékra egy $\bar{m} = M_1, M_2, \dots, M_n$ vektorral írható le. A teherter és a nyomatéktér vektorai között — kis alakváltozások esetén — kölcsönösen egyértelmű lineáris megfelelés van, egyszerű statikai úton minden $P_1, P_2, \dots, P_n$ teherhez meg tudjuk határozni a rugalmas csuklókban ébredő $M_1, M_2, \dots, M_n$ nyomatékokat, és ha az utóbbiak vannak adva, azokból a terhek ismét visszaszámíthatók.

$$\bar{A} \bar{p} = \bar{m}, \quad \bar{A}^{-1} \bar{m} = \bar{p}.$$

A tartó teherbírását modellünk esetében a rugalmas csuklók határnyomatékai korlátozzák. Ha az egyes csuklók — előjeltől eltekintve — rendre $M_{1H}, M_{2H}, \dots, M_{nH}$ nyomatéki értéket tudnak elviselni, a tényleges nyomatékokra nézve fenn kell állni az

$$M_1 \leq M_{1H}, M_2 \leq M_{2H}, \dots \text{ és } M_n \leq M_{nH}$$

feltételeknek.

E feltételek a nyomatékok n dimenziós terében egy „hiper-téglatestet” határoznak meg, amelynek (egydimenziós) élei párhuzamosak az $M_1, M_2, \dots, M_n$ koordinátatengelyekkel, középpontja pedig az origó. Ezt úgy is kifejezhetjük, hogy az adott szerkezet azon nyomatékrendszerek viselésére képes, amelyek nyomatékvektora

$$\bar{m} = [c_1 M_{1H}, c_2 M_{2H}, \dots, c_n M_{nH}] \quad (1)$$

alakú, ahol is

$$-1 \leq c_1 \leq 1, \quad -1 \leq c_2 \leq 1, \quad \dots \quad -1 \leq c_n \leq 1,$$

azaz a $c_1, c_2, \dots, c_n$ paraméterek -1 és $+1$ közé esnek.

Kérdés, hogy szerkezetünk mely $P_1, P_2, \dots, P_n$ terhek elviselésére alkalmas? E feladat megoldása érdekében először is határozzuk meg azon tehervektorokat, amelyek egy, és csakis egy rugalmas csuklóban (rendre az elsőben, másodikban, $\dots$ n -edikben) ébresztenek egységnyi nyomatékot. E tehervektorokat karakterisztikus tehervektoroknak nevezzük és $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ jellel jelöljük, annak megfelelően hogy hanyadik rugalmas csuklóban ébredő egységnyi nyomatéknak felelnek meg. Tekintsük azt az esetet, amikor az i -edik csuklóponthoz ébred egységnyi nyomaték (3.2. ábra). Ekkor két rúdszakasz terhelt, az i -edik és az $i+1$ -edik. Ezen rúdszakaszok egyensúlyának biztosítására a csomópontban ébredő nyomatékok mellett még rúdvégi erőkből álló erőpárok szükségesek. Így ahhoz, hogy az i -edik csomópontban egységnyi nyomaték ébredjen, a P_i erőnek $-1/d$, a P_{i+1} erőnek $+2/d$ és végül a P_{i+2} erőnek ismét $-1/d$ értékkel kell működnie, a többi csomóponti erő pedig zérus. Ennek tanulságait felhasználva (és d értékét 1-nek véve) a karakterisztikus terhek vektorai rendre a következők:

$$\begin{aligned} \bar{q}_1 &= [-1, 2, -1, 0, \dots, 0, 0, 0] \\ \bar{q}_2 &= [0, -1, 2, -1, \dots, 0, 0, 0] \\ &\vdots \\ \bar{q}_{n-2} &= [0, 0, 0, 0, \dots, -1, 2, -1] \\ \bar{q}_{n-1} &= [0, 0, 0, 0, \dots, 0, -1, 2] \\ \bar{q}_n &= [0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, -1] \end{aligned} \quad (2)$$

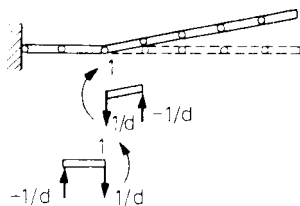
A szerkezetünkön az egyes rugalmas csuklóban nem egységnyi, hanem maximum $M_{1H}, M_{2H}, \dots, M_{nH}$ abszolút értékű nyomatékok ébredhetnek. Így mindazon $\bar{p}$

vektorral jellemezhető terherrendszerek megengedhetők a szerkezetre, amelyek a

$$\bar{p}^* = c_1 M_{1H} \bar{q}_1 + c_2 M_{2H} \bar{q}_2 + \dots + c_n M_{nH} \bar{q}_n \dots \quad (3)$$

alakban előállíthatók a $c_1, c_2, \dots, c_n$ paraméterek -1 és $+1$ közé eső értékei mellett. (E képlet (1) és (2) egybevetéséből közvetlenül adódik.)

Vizsgáljuk meg kissé közelebbről, hogy a (3) képlet — figyelemmel a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ vektorok lineáris függetlenségére és a $c_1, c_2, \dots, c_n$ paraméterekre vonatkozó korlátozó feltételekre — milyen testet, jobban mondva milyen n dimenziós



3.2. ábra

„hiper testet” határoz meg a terhek terében. E testet $(n-1)$ dimenziós „hiper oldallapok” határolják. Egy „oldallap” képletünkéből úgy adódik, hogy egy paraméter értékét a lehetséges szélső értékek valamelyikében (azaz $+1$ -ben vagy -1 -ben) rögzítjük, a többi (azaz $n-1$) paraméter pedig befutja teljes megengedett értékkészletét. Következésképpen 2. n hiperoldallap van, s ezek párosával (az ugyanazon paraméter $+1$ és -1 értékhez tartozó oldallapok alkotnak egy párt) párhuzamosak. A megengedhető terhek testjének (egydimenziós) élei a (3) képlet alapján úgy vezethetők le, hogy egy kivételével valamennyi paraméter értékét $+1$ -ben vagy -1 -ben rögzítjük. Így minden egyes paraméterhez $2^{(n-1)}$ él tartozik, ezek mind párhuzamosak az illető paraméternek megfelelő karakterisztikus terhevektorral, és az n paraméternek megfelelően összesen $n2^{(n-1)}$ él van. A megengedhető terhek testje egy „hiper rombold”, vagy „hiper paralelepipedon”, amelynek középpontja az origó, élei pedig rendre a karakterisztikus terhek vektoraival párhuzamosak, általában tehát ferdeszögűek, élhosszai pedig rendre $2M_{1H}, 2M_{2H}, \dots, 2M_{nH}$.

Érdemes megfigyelni, hogy a megengedhető terheket ábrázoló testet n vektor, nevezetesen a karakterisztikus terhek vektorainak a rugalmas csuklók határnyomatékaival való szorzataként adódó $M_{1H}\bar{q}_1, M_{2H}\bar{q}_2, \dots, M_{nH}\bar{q}_n$ vektorok egyértelműen meghatározzák. E vektorok — s velük a hiperparalelepipedon éleinek — iránya független a tartó teherbírási jellemzőitől (az $M_{1H}, M_{2H}, \dots, M_{nH}$ határnyomatékoktól), s csak a tartótengely általános geometriai viszonyaitól (egyenestől, a rugalmas csuklók egymás közti távolságától) függ. Az $M_{1H}, M_{2H}, \dots, M_{nH}$ határnyomatékok a teherbírási test nagyságát, közelebbről élhosszúságát befolyásolják.

A teherbírási paralelepipedon magában foglalja mindazon terheket, amelyek viselésére a szerkezet alkalmas. Nem könnyű azonban eldönteni, hogy valamely adott

$\bar{p}$ teher a teherbírási paralelepipedonon belül fekszik-e vagy sem. E célból általában úgy járhatunk el, hogy az adott $\bar{p}$ vektort előállítjuk a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ karakterisztikus tehervektorok lineáris kombinációjaként, azaz előállítjuk a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ bázis (ferdeszögű koordináta-rendszer) szerinti koordinátáit

$$\bar{p}^* = k_1 \bar{q}_1 + k_2 \bar{q}_2 + \dots + k_n \bar{q}_n,$$

és megvizsgáljuk, hogy a $c_1 = k_1/M_{1H}, c_2 = k_2/M_{2H}, \dots, c_n = k_n/M_{nH}$ paraméterek mindegyike -1 és $+1$ közé esik-e. Ezen eljárás csak megfogalmazásában különbözik a mérnöki gyakorlat szokásos eljárásmodjától, nevezetesen attól, hogy ismert statikai úton meghatározzuk az egyes rugalmas csuklóknál a $\bar{p}$ teher hatására ébredő nyomatékokat és ezeket rendre egybevetjük a megfelelő határnyomatékokkal.

Az adott tehervektornak a karakterisztikus tehervektorok rendszerében értett koordinátái ugyanis éppen az egyes rugalmas csuklóknál ébredő nyomatékok,

$$k_1 = M_1, \quad k_2 = M_2, \quad \dots \quad k_n = M_n$$

és kiszámításukhoz is pontosan ugyanazon számítási lépések elvégzése szükséges.

Jelöljük a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ karakterisztikus tehervektorokból, mint oszlopvektorokból álló mátrixot $\bar{A}^{-1}$ jellel. Ehhez a $\bar{p}$ tehervektornak a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ bázis szerinti koordinátái $\bar{A}^{-1}$ inverze, azaz $\bar{A}$ segítségével számíthatók

$$\bar{A} \bar{p} = \bar{k}$$

(ahol is $\bar{k}$ a $k_1, k_2, \dots, k_n$ értékeket összefoglaló oszlopvektor). Mivel $\bar{k} = \bar{m}$, valóban jogos a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ karakterisztikus tehervektorok mátrixát $\bar{A}^{-1}$ -gyel jelölni, azaz az adott teherhez tartozó nyomatékokat a statikai egyensúlyi feltételek alapján előállítható $\bar{A}$ egyensúlyi mátrix inverzének tekinteni. (Ez egyébként a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ karakterisztikus tehervektorok megkonstruálásának módjából is következik.)

Az adott teher esetén a rugalmas csuklóknál ébredő nyomatékok számítását leíró $\bar{A}$ mátrix n sorvektora a teherbírási paralelepipedon n hiper-oldallapjának normálisa. Egy hiper-oldallapot ugyanis az $\bar{A}^{-1}$ mátrix $(n-1)$ oszlopvektora ír le, és az $\bar{A}$ mátrix egy megfelelő sorvektora, (mivel az $\bar{A}$ és az $\bar{A}^{-1}$ inverz mátrixok szorzata az egységmátrix) ezek mindegyikére merőleges. Ebben az értelemben az $\bar{A}$ mátrix sorvektorai — melyeknek elemei eredeti jelentésük szerint a nyomatékszámításnál szereplő karok — a terhek terének vektorai (s mint ilyeneket $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ jellel fogjuk jelölni őket). E vektorok iránya — mint előbb láttuk — szoros összefüggésben van a teherbírási hiperparalelepipedonnal, mint oldallapjainak normálisa. Nagyságukat úgy hozhatjuk összefüggésbe a teherbírási paralelepipedonnal, ha rendre meghatározzuk az e vektorokkal jellemzett félsugaraknak a megfelelő oldallapokkal való dőfspontjait. Ezt — figyelemmel arra, hogy az oldallapon a megfelelő, mondjuk i -edik rugalmas csuklóban éppen M_{iH} határnyomaték fog ébredni — úgy határozhatjuk meg,

hogy a $\bar{q}^i$ -t egyszer sorvektornak, egyszer oszlopvektornak fogva fel, képezzük önmagával való (skaláris) szorzatát, (ami tulajdonképpen a $\bar{q}^i$ teherből az i -edik csuklóban ébredő nyomaték), és $\bar{q}^i$ -t $M_{iH}/\bar{q}^{i2}$ arányban redukáljuk.

Az eddig elmondottakat összefoglalva tehát megállapíthatjuk, hogy a teherbírási hiper-parallelepipedon jellemzésére két különböző vektorkészletet használhatunk. Egyrészt leírhatjuk a teherbírási parallelepipedont az $\bar{A}^{-1}$ mátrix $\bar{q}_1$ oszlopvektorai alapján képezhető

$$\bar{k}_i = M_{iH} \bar{q}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

módosított karakterisztikus tehervektorokkal, másrészt az $\bar{A}$ mátrix sorvektorai alapján képezhető

$$\bar{k}^i = \frac{1}{M_{iH}} \bar{q}^i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

módosított lapnormális vektorokkal. A $\bar{k}_i$ rendszert mint egy bázist (ferdeszögű koordináta-rendszert) használhatjuk. Egy $\bar{p}$ vektorral adott teher viselésére akkor alkalmas e szerkezet, ha a $\bar{k}_i$ rendszerben értelmezett koordinátái közül abszolút értékre nézve egy sem nagyobb 1-nél.

3.2. Alakváltozási korlátozások

Vizsgáljuk a továbbiakban szerkezetünk rugalmas alakváltozásait. A rugalmas csuklók elfordulásai és a nyomatékok között arányosság áll fenn, tehát az előzőekben szerepeltetett $M_{1H}, M_{2H}, \dots, M_{nH}$ értékek egyaránt kifejezhetnek nyomatékokra vagy szögelfordulásokra vonatkozó korlátozást. Mindenesetre a szögforgások és a nyomatékok közötti arányossági tényező az egyes rugalmas csuklóban más és más lehet. Így a tényleges alakváltozások tárgyalásakor legcélszerűbb, ha az egyes rugalmas csuklóokra vonatkozóan az $M_{1H}, M_{2H}, \dots, M_{nH}$ nyomatéki határértékek mellett a nekik megfelelő $\varphi_{1H}, \varphi_{2H}, \dots, \varphi_{nH}$ szögforgási határértékeket is megadjuk.

Térjünk rá az egyes rugalmas csuklók tartótengelyre merőleges elmozdulásainak vizsgálatára. Jelöljük a szabad tartóvég, ill. a rugalmas csuklópontok elmozdulásait rendre f_1 -gyel, f_2 -vel, $\dots, f_n$ -nel. Ezek az elmozdulások, az elmozdulások n dimenziós terében egy $\bar{f}^* = f_1, f_2, \dots, f_n$ vektorral ábrázolhatók. Ha az egyes rugalmas csuklópontok tartótengelyre merőleges elmozdulásait illetően egymástól független korlátok vannak adva, azaz $f_{1aH} \leq f_1 \leq f_{1fH}, f_{2aH} \leq f_2 \leq f_{2fH}, \dots, f_{naH} \leq f_n \leq f_{nfH}$, akkor ezek együttesen az elmozdulások terében egy derékszögű „hipertéglatest”-et határoznak meg. A rugalmas csuklók $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ szögelfordulásainak terére úgy térhetünk át, ha előállítjuk az i -edik rugalmas csuklópont egységnyi elmozdulásához, azaz a

$$f_k = 1 \quad \text{ha} \quad k = i$$

$$f_k = 0 \quad \text{ha} \quad k \neq i \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

tartóalakhoz tartozó tengelyfordulásokot, mint karakterisztikus tengelyfordulás-vektorokat. Ezek — mint a 3.3. ábra alapján is látható — a következők:

$$\bar{s}_1^* = 1, 0, 0, 0, \dots 0, 0, 0$$

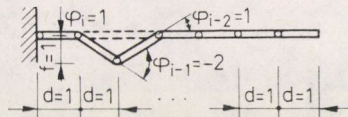
$$\bar{s}_2^* = -2, 1, 0, 0, \dots 0, 0, 0$$

$$\bar{s}_3^* = 1, -2, 1, 0, \dots 0, 0, 0$$

$$\bar{s}_4^* = 0, 1, -2, 1, \dots 0, 0, 0$$

$$\bar{s}_5^* = 0, 0, 0, 0, \dots 1, -2, 1$$

Az $\bar{s}_i$ karakterisztikus tengelyfordulás-vektorok és a korábban tárgyalt $\bar{q}_1$ karakterisztikus tehervektorok felépítésében nagy a hasonlóság. Így könnyen belátható, hogy az elmozdulásokra vonatkozó, az elmozdulások terében hipertéglatesttel ábrázolható



3.3. ábra

korlátozásoknak a tengelyfordulások terében egy olyan hiper-parallelepipedon felel meg, melynek élei rendre az $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots \bar{s}_n$ karakterisztikus tengelyfordulás vektorokkal párhuzamosak, élhosszuk pedig $f_{1aH} + f_{1fH}, f_{2aH} + f_{2fH}, \dots f_{naH} + f_{nfH}$. A tengelyelfordulások teréről a nyomatékok terére igen egyszerűen áttérhetünk, az egyes koordináta irányokban kell rendre az $r_1 = M_{1H}/\varphi_{1H}, r_2 = M_{2H}/\varphi_{2H}, \dots r_n = M_{nH}/\varphi_{nH}$ arányoknak megfelelő léptékváltást (zsugorítást vagy nyújtást) végrehajtani. Így, ha egy szerkezetre vonatkozóan mind nyomatéki-szögelfordulási, mind pedig elmozdulási korlátozások adva vannak, akkor a nyomatékok terében az előbbieket egy hipertéglatesttel, az utóbbiakat egy hiper-parallelepipedonnal ábrázolhatók, s mindkét feltételrendszernek eleget tevő nyomatékvektorok a kettő közös részébe esnek.

E közös rész ismét egy „hiper test”, egy maximum $4n$ „lapú” hiperpoliéder. Ha a nyomatékok terében már a követelményrendszereknek eleget tevő vektorok „hiper testje” adva van, áttérhetünk a terhek terére és megszerkeszthetjük a szerkezetre a követelményrendszerek figyelembevételével megengedhető tehervektorokat magában foglaló teherbírási hipertestet. A nyomatéki tér koordináta egységvektorainak a terhek terében a karakterisztikus tehervektorok felelnek meg, s ezzel az áttérés (lineáris leképezés) egyértelműen rögzített.

3.3. Statikailag határozatlan szerkezetek

Az elmozdulási korlátozások között különös figyelmet érdemel az az eset, amikor bizonyos elmozdulásokra vonatkozóan zérus értéket írunk elő. Ily módon ugyanis a megtámasztások okozta kényszert fejezhetjük ki, s a statikailag határozatlan szerkezeteket a statikailag határozott szerkezetekre vonatkozó alakváltozási korlátozó feltételek speciális rendszerével jellemezhetjük. E gondolatmenet alapján a statikailag határozatlan szerkezetek már az előző pontban mondottakban benne foglaltattak, mint az alakváltozási korlátozások speciális esetei. Gyakorlati fontosságuk és különleges sajátosságaik miatt azonban érdemes velük közelebbről foglalkozni.

Vizsgáljunk tehát egy olyan szerkezetet, amelyen az n rugalmas csuklóban a már eddig is tárgyalt nyomatéki (szögelfordulási) feltételek

$$-M_{iH} \leq M_i \leq M_{iH}, \quad \text{vagy} \quad -\varphi_{iH} \leq \varphi_i \leq \varphi_{iH} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

mellett m csuklópontban (a $j_1, j_2, \dots, j_m$ indexű csuklópontokban) támaszt alkalmazunk, azaz a tartó tengelyre merőleges elmozdulások értékére zérust írunk elő.

$$f_{j_1} = 0, \quad f_{j_2} = 0, \dots, \quad f_{j_m} = 0.$$

E szerkezet m -szeresen határozatlan statikailag.

Ezen alakváltozási korlátozó feltevéseket a szögelfordulások terében egy $(n-m)$ dimenziós lineáris altér írja le. Ezen alteret úgy kaphatjuk meg, hogy az $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_n$ karakterisztikus szögelfordulás-vektorok közül az előírt támaszoknak megfelelően a $j_1, j_2, \dots, j_m$ indexűt elhagyjuk, s a maradék $(n-m)$ karakterisztikus szögelfordulás-vektor feszíti ki a szóban forgó lineáris alteret. Ezen lineáris alteret a megengedett alakváltozások alterének nevezzük.

A szerkezeten az alakváltozási és a nyomatéki (szögelfordulási) korlátozó feltételek egyszerre érvényesek. A nyomatéki (szögelfordulási) feltételeket a szögelfordulások terében — mint láttuk — egy hiper-téglatest írja ki. A statikailag határozatlan szerkezetünkön azon szögelfordulás rendszerek engedhetők meg, amelyek vektora a hiper-téglatest által a megengedett alakváltozások lineáris alteréből kimetszett $(n-m)$ dimenziós test belsejébe (vagy határára) esik.

A megengedhető szögelfordulás rendszereket ábrázoló $(n-m)$ dimenziós test alakjával célszerű közelebbről megismernedni. E célból — az egyszerűbb írásmód érdekében — átindexeléssel rendezzük át a karakterisztikus szögelfordulás-vektorokat úgy, hogy az új indexek sorrendjében az első $(n-m)$ vektor feszítse ki a megengedett alakváltozások lineáris alterét, azaz legyen ezen altér egy tetszőleges vektora a

$$\bar{t} = f_1 \bar{s}_1 + f_2 \bar{s}_2 + \dots + f_{(n-m)} \bar{s}_{(n-m)}$$

alakban előállítható, ahol is $f_1, f_2, \dots, f_{(n-m)}$ tetszőleges paraméterek. Látható, hogy a megengedett alakváltozások alterének helyzete a szögforgások n dimenziós terében teljesen független a szerkezet szilárdságtani jellemzőitől, a határszögforgásoktól,

kizárólag a szerkezet legáltalánosabb geometriai és megtámasztási viszonyaitól függ, amelyek az $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_{n+m}$ vektorokban jutnak kifejezésre.

Érvényesítsük a szögelfordulási határértékekre vonatkozó feltételeket:

$$-\varphi_{1H} \leq f_1 s_{1,1} + f_2 s_{2,1} + \dots + f_{(n-m)} s_{(n-m),1} \leq \varphi_{1H}$$

$$-\varphi_{2H} \leq f_1 s_{1,2} + f_2 s_{2,2} + \dots + f_{(n-m)} s_{(n-m),2} \leq \varphi_{2H}$$

$$\vdots$$

$$-\varphi_{nH} \leq f_1 s_{1,n} + f_2 s_{2,n} + \dots + f_{(n-m)} s_{(n-m),n} \leq \varphi_{nH}$$

A megengedett alakváltozások $(n-m)$ dimenziós alteréből ezen egyenlőtlenségek egy, az egyes egyenlőtlenségeknek megfelelő $(n-m-1)$ dimenziós hipersík oldallappárokkal határolt testet metszenek ki. Láthatjuk, hogy e testnek legfeljebb n ilyen oldallapp-párja, azaz $2n$ oldala van, az n egyenlőtlenségpárnak megfelelően. Nincs azonban okvetlenül meg mind az n oldallapp-pár. Vizsgáljuk ugyanis például az első $n-m$ egyenlőtlenség párt. Ezek — a karakterisztikus szögelfordulás-vektorok lineárisan függetlenek lévén — meghatározzák az f paraméterek egy tartományát

$$-f_{1H} \leq f_1 \leq f_{1H},$$

$$-f_{2H} \leq f_2 \leq f_{2H},$$

$$\vdots$$

$$-f_{(n-m)H} \leq f_{(n-m)} \leq f_{(n-m)H}.$$

A fennmaradó m szögelfordulás mindegyikére vonatkozóan kiszámítható azon legnagyobb φ'_j (és legkisebb $-\varphi'_j$) szögelfordulás, amely az f paraméterek adott tartományon belüli értékeivel előállítható. Ha valamely rugalmas csukló szögelfordulására előírt korlátozás

$$\varphi'_j \leq \varphi_{jH}$$

— a szabad lehajlásában is korlátozott statikailag határozatlan szerkezeten — nem jelent ténylegesen újabb megkötöttséget (a szerkezet határozatlan jellegéből s a többi csukló határozott szögforgásából adódóan e feltétel mindig teljesül).

Az ilyen csuklóknak megfelelő határolólapok hiányoznak. Így a megengedett alakváltozások alteréből a szögforgási korlátozások által kimetszett testnek legfeljebb n lappárja van, de ezek nem minden esetben vesznek részt mind a megengedett szögforgások testjének lehatárolásában, egyes lappárok hiányozhatnak. Biztosan van viszont $(n-m)$ lappár, ennyi egyenlőtlenség ugyanis okvetlenül kell a $t_1, t_2, \dots, t_{n-m}$ paraméterek tartományának lehatárolásához.

Vizsgáljuk meg, hogy a megengedett szögelfordulások testjének egy — mondjuk az első korlátozó egyenlőtlenség párnak megfelelő — oldallapp-párját milyen módon írhatjuk fel karakterisztikus szögelfordulás-vektorokkal. Tekintsük először is az

$$\bar{d}_k = \bar{s}_k - (S_{k,1}/S_{i,1})\bar{s}_i$$

vektorokat, ahol is $k=1, 2, \dots, (i-1), (i+1), \dots, (n-m)$, az $\bar{s}_i$ pedig egy tetszőleges

olyan vektor, amelynél $S_{i,1} \neq 0$. Az ily módon előállított $\vec{d}_k$ vektorok mindegyiknél $D_{k,1} = 0$.

Jelöljük $\vec{e}_1$ -el az éppen vizsgált rugalmas csukló szögelfordulásainak megfelelő koordináta-egységvektort. Képezzük a

$$\begin{aligned}\vec{t} = & u_0 \vec{e}_1 + u_1 \vec{d}_1 + u_2 \vec{d}_2 + \dots + u_{i-1} \vec{d}_{i-1} + u_{i+1} \vec{d}_{i+1} + \\ & + \dots + u_{n-m} \vec{d}_{n-m}\end{aligned}$$

vektort. E vektor nyilván mindaddig eleget tesz a szóban forgó rugalmas csukló szögelfordulási korlátozó feltételeinek, amíg

$$-\varphi_{1H} \leq u_c \leq \varphi_{1H}.$$

A megengedett szögforgások testjének egy határlapját tehát a

$$\begin{aligned}\vec{t} = & \varphi_{1H} \vec{e}_1 + (u_1 \vec{d}_1 + \dots + u_{i-1} \vec{d}_{i-1} + u_{i+1} \vec{d}_{i+1} + \dots + \\ & + u_{n-m} \vec{d}_{n-m})\end{aligned}$$

alakban előállítható vektorok végpontjai írják le, mialatt az $u_1, \dots, u_{i-1}, \dots, u_{n-m}$ paraméterek (összesen $n-m-1$ paraméter) lefutják teljes értékészletüket. Az $(n-m-1)$ dimenziós oldallap térbeli „irányát” a $\vec{t}$ vektor képletében a zárójelbe foglalt tagok, illetőleg az ezekben szereplő $\vec{d}_k (k=1, \dots, i-1, i+1, \dots, n-m)$ vektorok szabják meg. Az oldallap mindig párhuzamos a $\vec{d}_k$ vektorok által kifeszített $(n-m-1)$ dimenziós altérrel, függetlenül a φ_{1H} szögelfordulási határértékektől. Ha meggondoljuk, hogy a $\vec{d}_k$ vektorokat a karakterisztikus szögelfordulás-vektorokból pusztán ezen vektorok tulajdonságait felhasználva konstruáltuk, s a karakterisztikus szögelfordulás-vektorok készlete csak a tartó általános geometriai és megtámasztási adataitól függ, megállapíthatjuk, hogy a megengedett szögelfordulások testjeinek határlapjai irányuk tekintetében függetlenek minden szilárdságtani adattól ($\varphi_{H-ktől}$, $M_{H-ktől}$). Az egyes rugalmas csuklók φ_{iH} -szögelfordulási határértékei a megengedett szögforgások testjének méreteit, oldallapjainak az origótól vett távolságát, valamint a test lehatárolásában ténylegesen résztvevő oldallapok számát (és azt, hogy ha nem valamennyi lehetséges irányú oldallap szerepel tényleges lehatárolólapként, melyek a tényleges oldallapok a lehetségesek közül) szabják meg.

A megengedett szögelfordulások testjének ismeretében a már bemutatott módon térhetünk rá a teherbírási poliéder meghatározására. Először is a szögelfordulások teréről a nyomatékok terére kell áttérni az $r_1 = M_{1H}/\varphi_{1H}$, $r_2 = M_{2H}/\varphi_{2H}$, $\dots$, $r_n = M_{nH}/\varphi_{nH}$ faktoroknak megfelelő koordinátaleptékváltásokkal, majd a nyomatéki koordináta egységvektoroknak a hozzájuk tartozó karakterisztikus tehervektorokat feleltetve meg, transzformáljuk a megengedett nyomatékok testjét a terhek terébe s így előállítjuk a teherbírási poliédert.

Statikailag m -szeresen határozatlan, n rugalmas csuklóból összetevődő szerkezetünk teherbírási poliédere a terhek n dimenziós terének egy $n-m$ dim. lineáris alterében helyezkedik el. (E lineáris altér a megengedett alakváltozások alterének

transzformáltja.) Így tulajdonképpen az n dimenziós teher térben nem „igazi” test. Hagyjuk el a teher térből azon koordináta-irányokat, amelyek az elmozdulásukban megakadályozott, azaz megtámasztott tartótengelypontoknak felelnek meg. Így tulajdonképpen a támaszerőket hagyjuk figyelmen kívül, és csak az aktív terhek alterét tekintjük, amely egy $(n-m)$ dimenziós lineáris koordináta-alter. Vetítsük le (a támaszerőknek megfelelő koordinátákat 0-ra véve) ezen alterre a teherbírási poliédert. Az aktív terhek $n-m$ dimenziós alterében az $(n-m-1)$ dimenziós lapokkal határolt vetületi teherbírási poliéder már valódi test. Tulajdonképpen e vetületi teherbírási poliédert kell az igazi teherbírási tartománynak tekinteni, mert ez mondja meg, hogy az aktív terhek mely kombinációit tudja szerkezetünk elviselni. Az eredeti teherbírási poliéder ettől csak annyiban különbözik, hogy az aktív terhek megengedhető kombinációihoz a megfelelő támaszerő értékeket is hozzárendeli.

Az aktív terhekre vonatkoztatott teherbírási tartomány megszerkesztésénél vázolt eljárás rávilágít arra, hogy a szerkezet jellemzői a teherbírást miként befolyásolják. A karakterisztikus szögelfordulás vektorok és a karakterisztikus tehervektorok a szerkezet legáltalánosabb és legállandóbb jellemzői, csak a szerkezet tengelyvonalának egyenes voltával és a rugalmas csuklók egyenletes kiosztásával vannak összefüggésben. A megtámasztások azt befolyásolják, hogy a karakterisztikus szögelfordulás-vektorok közül melyek feszítik ki a megengedett alakváltozások alterét. A φ_{iH} határszögforgások a teherbírási tartomány határoló lappárjainak számát és a lappárok relatív helyzetét szabják meg. Végül az M_{iH} határnyomatékok a karakterisztikus tehervektorok, mint bázis által megszabott ferdeszögű koordináta-rendszer egyes koordinátatengelyeinek léptékét adják meg, ezzel kialakítva a teherbírási tartomány tényleges méreteit. Mindez — szerző véleménye szerint — módot ad a szerkezet, a szilárdsági jellemzők, a teher és a teherbírási összefüggésének szemléletes áttekintésére, az ellenőrzési és a konstrukciós munka segítésére. Ennek általánosságban való kifejtésével egy következő dolgozatban kíván a szerző foglalkozni, most — befejezésül — egy szemléltető példa kapcsán tekintsük át az eddig elmondottakat. Ez egyben módot ad az alkalmazási lehetőségek érzékeltetésére is.

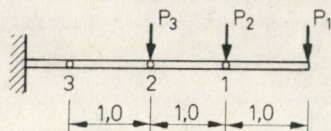
3.4. Szemléltető példa

Tekintsük a 3.4. ábrán bemutatott, három rugalmas csuklót tartalmazó modell-szerkezetet. A karakterisztikus tehervektorok a következők:

$$\bar{q}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \bar{q}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ és } \bar{q}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

E vektorok az $\bar{A}$ egyensúlyi mátrix inverzének oszlopvektorai

$$\bar{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$



3.4. ábra

E mátrix adja meg, hogy a rugalmas csuklóknál ébredő adott $\bar{m}^* = [M_1, M_2, M_3]$ nyomatékrendszerhez milyen $\bar{p}$ teherrendszer tartozik

$$\bar{p} = \bar{A}^{-1} \bar{m},$$

vagyis

$$\bar{p} = M_1 \bar{q}_1 + M_2 \bar{q}_2 + M_3 \bar{q}_3.$$

Ha a rugalmas csuklók nyomatékbírására adva vannak az

$$|M_1| \leq M_{1H}, \quad |M_2| \leq M_{2H} \quad \text{és} \quad |M_3| \leq M_{3H}$$

határok, akkor ezek a nyomatékok háromdimenziós térben egy derékszögű téglalapot határoznak meg, amit a $\bar{p} = \bar{A}^{-1} \bar{m}$ transzformáció a terhek — ugyancsak háromdimenziós — térbe visz át, és ott ferdeszögű paralelepipedonként jelentkezik. A 3.5. ábra a terhek térben ábrázolja a $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3$ karakterisztikus tehervektorokat a 3.6. ábra pedig — folytonos vonallal — az $M_{1H} = M_{2H} = M_{3H} = 1$ esetnek megfelelő teherbírési paralelepipedont tünteti fel. A szaggatott vonallal jelzett teherbírési paralelepipedon akkor áll elő, ha az M_{3H} -t 1-ről 2-re növeljük.

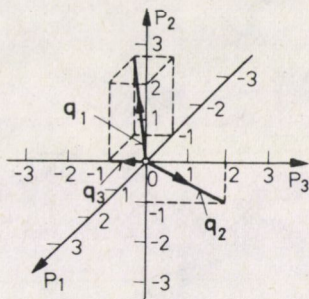
Szerkezetünk alakváltozásainak vizsgálatánál az

$$\bar{s}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{s}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{s}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

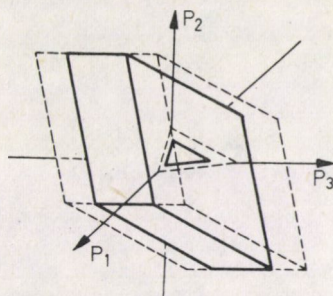
karakterisztikus elmozdulásvektorokból indulunk ki. Ezeket a $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ szögforgások térben a 3.7. ábra ábrázolja. Jellegzetes, hogy az $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3$ oszlopvektorokból alkotható mátrix az $\bar{A}$ egyensúlyi mátrix inverzének transzponáltja:

$$\bar{A}^{-1*} = [\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3].$$

Térjünk most át az eredeti statikailag határozott modellszerkezetről egy statikailag határozatlanra oly módon, hogy a P_1 erő támadáspontjának függőleges elmozdulását egy megtámasztás beiktatásával megakadályozzuk. (3.8. ábra) Ez azt jelenti, hogy a karakterisztikus elmozdulásvektorok közül az $\bar{s}_1$ csak zérus együtthatóval szerepelhet, azaz az $\bar{s}_1$ vektort a megengedhető alakváltozásvektorok közül el kell hagynunk. Így



3.5. ábra



3.6. ábra

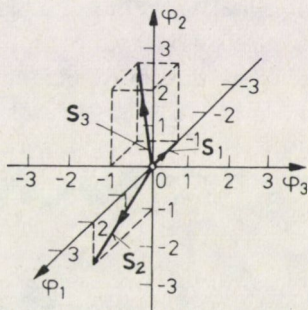
azok a szögelfordulások jöhetnek létre, amelyek a „maradék” karakterisztikus elmozdulásvektorok lineáris kombinációjaként előállíthatók:

$$\bar{t} = f_2 \bar{s}_2 + f_3 \bar{s}_3$$

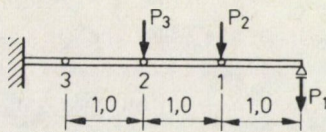
E képletben az f_2 és f_3 paraméterek éppen az elmozdulásban nem gátolt pontoknak (a P_2 ill. a P_3 erők támadáspontjainak) függőleges elmozdulásai. A rugalmas csuklóknál ébredő nyomatékok korlátozott volta egyben maga után vonja a $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ relatív előfordulások korlátozottságát is:

$$|\varphi_1| \leq \varphi_{1H}, \quad |\varphi_2| \leq \varphi_{2H}, \quad |\varphi_3| \leq \varphi_{3H}.$$

E korlátozó feltételek a szögelfordulások terében egy téglatestet határoznak meg. A 3.9. ábrán szaggatott vonallal a $\varphi_{1H} = \varphi_{2H} = \varphi_{3H} = 1$ esetnek megfelelő kockát, folytonos

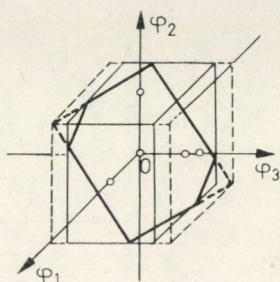


3.7. ábra

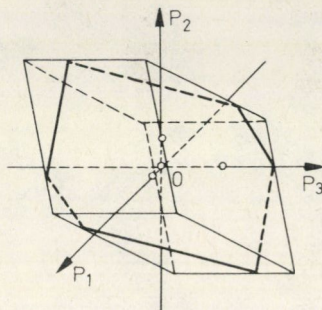


3.8. ábra

vonallal pedig a $\varphi_{1H} = \varphi_{2H} = 1$, $\varphi_{3H} = 0,75$ értékek mellett adódó téglatestet tüntettünk fel. Ugyanezen ábrán ábrázoltuk azt az origón átmenő síkot is, amelyet az $\bar{s}_2$ és $\bar{s}_3$ karakterisztikus elmozdulásvektorok határoznak meg. E sík — statikailag határozatlan szerkezetünk esetén — a megengedett alakváltozások altere. Helyzetét a szögelfordulások terében kizárólag a szerkezet hálózati rajza, a rugalmas csuklók elhelyezkedése szabja meg. A szilárdsági jellemzők, nevezetesen a φ_{1H} , φ_{2H} , φ_{3H}



3.9. ábra

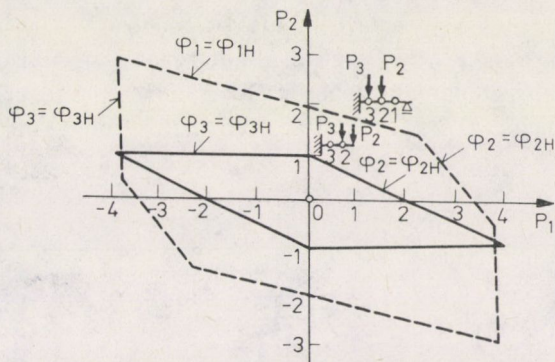


3.10. ábra

határszögelfordulások a megengedett alakváltozások síkjának helyzetét nem befolyásolják. Az ábra azonban azt is szemlélteti, hogy különböző határszögelfordulások esetén a korlátozó feltételek téglatestje más és más síkidomot metsz ki a megengedett alakváltozások síkjából. (Az ábrán a megengedett alakváltozások síkját tulajdonképpen e síkidomok révén ábrázoltuk.) A $\varphi_{1H} = \varphi_{2H} = \varphi_{3H} = 1$ esetben egy romboidot, míg ha φ_{3H} -t 0,75-re csökkentjük, egy hatszöget kapunk, amelynek szemben fekvő oldalai páronként párhuzamosak. Térjünk át ezek után a terhek terére és állapítsuk meg, hogy szerkezetünk mely terhek viselésére képes. Ehhez a szerkezet valamennyi szilárdság-tani adatára szükség van. Tekintsük azt az esetet, amikor egyrészt $\varphi_{1H} = \varphi_{2H} = 1$ és $\varphi_3 = 0,75$ (a 3.6. ábrán folytonos vonallal ábrázolva), másrészt $M_{1H} = M_{2H} = 1$ és $M_{3H} = 2$ (a 3.6. ábrán szaggatott vonallal feltüntetve). Mivel a határnyomatékok és a határszögforgások a szerkezet egy és ugyanazon állapotát jellemzik (két különböző szempontból), a 3.9. ábra folytonos vonallal jelzett téglatestje megfelel a 3.6. ábra szaggatott vonallal ábrázolt ferdeszögű paralelepipedonjának. Ha ez utóbbiba a 3.9. ábra arányainak megfelelően berajzoljuk a megengedett alakváltozások síkjából kimetszett hatszöget, megkapjuk a teherbírasi poliédert, azaz most síkidomot (3.10. ábra). Ezt másképpen úgy is mondhatjuk, hogy a φ_1 , φ_2 , φ_3 szögelfordulások teréből a φ_1 egységvektort $(M_{1H}/\varphi_{1H})\bar{q}_1 = \bar{q}_1$ vektornak, a φ_2 egységvektort az $(M_{2H}/\varphi_{2H})\bar{q}_2 = \bar{q}_2$ vektornak, s végül a φ_3 egységvektort az $(M_{3H}/\varphi_{3H})\bar{q}_3 = 2,6\bar{q}_3$ vektornak feleltetve meg, lineáris transzformációval térünk át a P_1 , P_2 , P_3 terhek terére.

A 3.10. ábrán vázolt síkidom mint teherbírasi tartomány kifejezi azt, hogy minden P_2 és P_3 értékpárhoz csak egy szigorúan meghatározott P_1 teher tartozhat, ami természetes is, hiszen P_1 erő nem aktív teher, hanem támaszerő. Ha a

támaszerőkkel nem kívánunk közelebbről foglalkozni, és figyelmünket arra kívánjuk összpontosítani, hogy a tényleges (aktív) terhek tekintetében mi szerkezetünk teherbírása, akkor legcélszerűbb a tényleges teherbírási tartományt az aktív terhek alterére, esetünkben a P_2P_3 síkra vetíteni. A 3.11. ábrán feltüntettük az aktív terhekre vonatkoztatott hatszögű teherbírási tartományt szaggatott vonallal. Ugyanezen ábrán — összehasonlításként — feltüntettük a teherbírási tartományt arra az esetre is, ha az 1



3.11. ábra

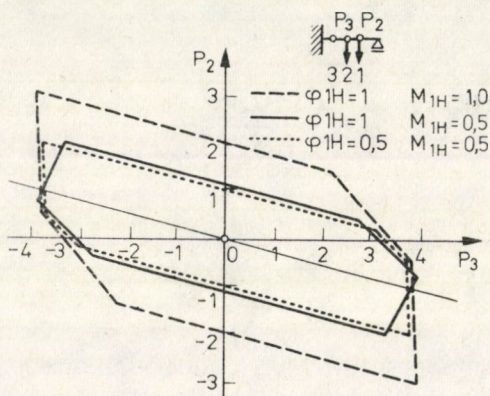
jelű rugalmas csukló helyett tényleges (korlátlan szögelfordulást megengedő, nyomtér felvételére nem képes) csukló van (ez tulajdonképpen egy két rugalmas csuklót tartalmazó konzolnak felel meg).

Az elmondottakat áttekintve, bizonyos következtetések adódnak arra vonatkozóan, hogy az egyes szilárdságtani jellemzők (modellszerkezetünk esetén a $\varphi_{1H}, \varphi_{2H}, \varphi_{3H}$ határszögelfordulások és az M_{1H}, M_{2H}, M_{3H} határnyomatékok) miként befolyásolják a szerkezet teherbírását. Statikailag határozott szerkezetnél a teherbírásra az M_{1H}, M_{2H}, M_{3H} határnyomatékok vannak elsősorban hatással. A teherbírási tartomány oldallapjainak „iránya” adott, valamely határnyomaték változtatása a neki megfelelő oldallapot önmagával párhuzamosan eltolja (lásd 3.6. ábra). Gondolatmenetünk keretében ezáltal jut kifejezésre az a közismert tény, hogy a statikailag határozott szerkezet keresztmetszeti méretei egyszerűen tervezhetők: mindössze képezni kell az előírt terhek tartományának az egyes oldallapok normálisára vett vetületét, és a határnyomatékokat ezen vetületekkel egyenlőnek véve tervezhetjük meg a határnyomatékokat, illetőleg a keresztmetszeteket.

Statikailag határozatlan szerkezet esetében törvényszerűen mind a $\varphi_{1H}, \varphi_{2H}, \varphi_{3H}$ határszögelfordulások, mind az M_{1H}, M_{2H}, M_{3H} határnyomatékok befolyásolják a teherbírást. A teherbírási tartomány megszerkesztéséről mondottakat áttekintve beláthatjuk, hogy valamely rugalmas csukló szögelfordulási határértékét és határnyomatékát egyidejűleg változtatjuk, úgy, hogy arányuk (az $r_i = M_{iH}/\varphi_{iH}$ érték) állandó maradjon, akkor a teherbírási tartomány megfelelő határoló oldala ugyanúgy

önmagával párhuzamos eltolódást szenved, a többi oldal pedig ugyanúgy változatlan helyzetű marad, mint a statikailag határozott esetben. Tehát a statikailag határozatlan szerkezeteknél is van lehetőség egy hasonlóképpen egyszerű tervezési eljárásra, mint a határozott esetben, feltéve, hogy a keresztmetszetek szögelfordulási és nyomatékbírási határértékeit egyszerre és arányosan kívánjuk változtatni.

Más a helyzet akkor, ha a határnyomatékokat és a határszögelfordulást nem arányosan változtatjuk. Tekintsük azt az esetet, amikor a határszögelfordulást állandónak vesszük, s csak a határnyomatékokat módosítjuk. (Erre és az előző bekezdésben érintett arányos változtatásra minden más eset is visszavezethető.) A bemutatott gondolatmenet alapján a teherbírási tartomány módosulása ez esetben is szemléletesen követhető. A 3.12. ábrán azt vizsgáltuk, hogy miként változik a



3.12. ábra

teherbírási tartomány, ha az 1. rugalmas csukló határnyomatékát felére csökkentjük. Valamely határnyomaték változtatása tulajdonképpen azt jelenti, hogy az illető rugalmas csuklóhoz tartozó karakterisztikus tehervektor más szorzóval szerepel. Az eredeti (szaggatott) és a módosított (folytonos vonallal jelölt) teherbírási tartomány sarokpontjait összekötő vektorok a 3.12. ábrán tehát mindig párhuzamosak és megfelelnek a $\bar{q}_1$ karakterisztikus tehervektor P_2P_3 síkra vetett vetületének. A sarokpontokat összekötő vektorok nagysága attól függ, hogy az illető sarokpontnak megfelelő teher a szóban forgó 1. rugalmas csuklóban mekkora szögelfordulást ébreszt. Mivel azon oldal mentén, amely a 1. rugalmas csuklóban ébredő korlátozó feltételnek felel meg mindenütt, éppen $\varphi_1 = \varphi_{1H}$, ez az oldal önmagával párhuzamosan tolódik el, miközben $M_{1H} = -$ -ről az $M_{1H} = 0,5$ esetre térünk át. A teherbírási tartomány többi oldala mind az origótól mért távolságát, mind irányát változtatja, jellegzetes vizsont, hogy a megfelelő „rég” és „új” oldalak metszése egy, az origón átmenő és az 1. rugalmas csuklóhoz megfelelő határoló oldallal párhuzamos egyenesre esik. Az összehasonlítás kedvéért pontozott vonallal feltüntetjük a 3.12. ábrán azt az esetet is,

amikor az M_{1H} csökkenésével φ_{1H} is arányosan csökken. Ekkor csak az 1. rugalmas csuklónak megfelelő határoló oldal tolódik közelebb az origóhoz, némileg erősebben mintha φ_{1H} változatlan maradna.

A teherbírási tartomány alakjának a különböző szilárdsági paramétereiktől való függése tehát áttekinthető, követhető és mindez segítheti a gyakorlati konstrukciós munkát.

Problems with the multi-parametric load system. — The structures of a building are subjected to different types of loading acting in different combinations. The structural engineer has to determine the possible load combinations which are likely to occur during the lifetime of the structure, and to judge whether the loadbearing capacity of the structure is sufficient in view of all these load-combinations or not. The first chapter of the paper describes the possible combinations of dead, wind, live, snow and thermal loads as a domain of the multi-parametric load-space. The next chapter investigates the domain of load-bearing capacity of reinforced concrete beams and columns on the level of internal forces. In the last chapter the domain of the load bearing capacity is studied on the level of the whole structure, i.e. in the space of the multi-parametric load system.

Die Aufgaben mit dem mehrparametrischen Lastsystems. — Die Tragwerke sind durch viele Lasttypen, welche in verschiedenen Lastkombinationen wirken, beansprucht. Der Statiker muss die Lastkombinationen, welche während der geplanten Lebensdauer der Konstruktion voraussichtlich vorkommen, kennen, und fähig sein zu beurteilen, ob die Tragfähigkeit der Konstruktion an Betracht dieser Lastkombinationen hinreichend ist, oder nicht. Erstens werden die zu berücksichtigenden Kombinationen von ständigen, Nutz-, Schnee-, Wind- und Temperaturbelastungen als ein Bereich im Raume des mehrparametrischen Lastsystems beschrieben. Im weiteren werden die Tragfähigkeitsbereiche von Stahlbeton Strukturelementen (Balken, Säulen) aufgestellt, und die Tragfähigkeit eines Tragwerkes im Ganzen, d.h. in dem mehrdimensionalen Raume des mehrparametrischen Lastsystems untersucht.

Задачи с многопараметрическими нагрузками. — На сооружения зданий воздействуют нагрузки различного типа в различных сочетаниях.

При конструировании должно быть известным, какие комбинации нагрузок действуют вероятно в течении службы здания, а также является ли достаточной несущая способность конструкций ввиду этих возможных комбинаций.

В первой части статьи описывается совокупность возможных комбинаций нагрузок (собственный вес, снег, ветер, воздействие температуры) в детерминированном виде в пространстве многопараметрических нагрузок. Во второй части излагается несущая способность сечений железобетонных столбов и балок в случае многопараметрических усилий. В третьей части изучается несущая способность сооружения в целом, т.е. в пространстве многопараметрических нагрузок.